

Chiffres arabes dans l'Athènes normande

Après avoir traqué la présence de chiffres romains dans le patrimoine caennais, je m'attaque aujourd'hui aux chiffres arabes. On peut certes en voir partout, mais je vous propose d'aller à leur recherche dans le haut-lieu des études orientalistes qu'était Caen au dix-septième siècle...

Une controverse caennaise : l'origine des chiffres arabes.

Les chiffres arabes sont ceux que nous utilisons chaque jour (0, 1, 2, 3, . . . , 9) dans le cadre de la numération de position en base 10. Nous les appelons ainsi, pour les opposer aux chiffres romains, parce que l'Europe chrétienne médiévale savait les avoir empruntés au monde arabo-islamique. Mais les Arabes les ont-ils inventés ou les tenaient-ils eux-mêmes d'une autre civilisation ? Vers 1680, une vive controverse portant sur cette question opposa deux érudits natifs de Caen et membres de sa fameuse *Académie*, qui se réunissait alors, comme aujourd'hui, en l'Hôtel d'Escoville.

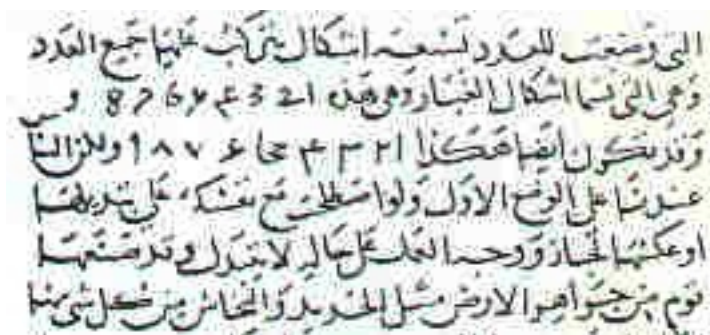
D'un côté, le catholique Pierre-Daniel Huet (1630-1721), futur évêque d'Avranches. Un ahurissant puits d'érudition, autant littéraire que scientifique, mathématicien et arabisant à ses heures, mais parfois imprudent dans ses premiers jugements et refusant surtout de jamais en démordre. Dans sa *Demonstratio evangelica ad serenissimum Delphinum* de 1679 et dans divers écrits postérieurs, Huet attribua aux Grecs l'origine des chiffres arabes, selon lui issus de la déformation des lettres de l'alphabet grec. Il se fondait sur le fait que les Grecs utilisaient des lettres pour écrire les nombres et avait "fortifié son opinion" en découvrant des chiffres arabes dans un manuscrit grec attribué à Boèce. Et voici comment il imaginait le processus d'altération :

« Le β étant accourci de ses deux extrémités, a produit le 2. Si vous inclinez un peu le γ sur son côté gauche, & que vous en retranchiez le pied, & que vous arrondissiez un peu la corne gauche vers le côté gauche, vous ferez un 3. Le Δ a fait le 4, en dressant perpendiculairement la jambe gauche, & l'allongeant un peu en dessous de la base, & allongeant la base du côté gauche. . . » [1]

De l'autre, le protestant Étienne Lemoine (1624-1689), longtemps pasteur à Rouen. Depuis 1676, il était professeur de théologie à Leyde, où il avait jadis appris l'arabe, mais restait en étroit contact avec ses amis de Caen. Très lié à Huet, il s'opposa néanmoins à lui sur l'origine des chiffres. En écrivant ses *Mémoires*, Huet semble encore tout étonné qu'on ait pu s'opposer à lui : « il n'hésita pas de combattre mon avis ». Et d'expliquer : « il ne pouvait souffrir qu'on enlevât l'honneur de cette invention aux Arabes, à l'égard desquels il se montrait très partial ». Je n'ai pu encore trouver la dissertation de Lemoine, imprimée dans le second tome de ses *Varia Sacra*, mais Vignal-Marville en ses *Mélanges* nous en livre l'argument essentiel, semblable à celui de Huet et tout aussi fragile : « M. le Moine donne toute la gloire [des chiffres] aux Arabes, fondé entr'autres choses, sur la grande conformité qu'il remarque entre les chiffres statiques & les caractères arabesques ».

L'étude critique contemporaine des manuscrits grecs, arabes et sanskrits a montré que les deux thèses sont fausses ! Nos chiffres ne résultent point de l'évolution d'un système de numération additive alphabétique, qu'il soit grec ou arabe, mais du système de numération positionnelle décimale attesté chez les Indiens, seulement enrichi du chiffre zéro. À vrai dire, les auteurs arabes (al-Khwarizmi, al-Uqlidisi), puis latins (Fibonacci) ont toujours été très clairs sur cette origine indienne. Mais bien des facteurs empêchaient de la prendre au sérieux : la représentation qu'on se faisait des Grecs comme pères de toutes les sciences latines, la troublante présence de chiffres arabes dans des manuscrits grecs qu'on croyait très anciens, la prise de conscience de la richesse de la science arabe, la faible connaissance de la culture sanskrite (dont Huet fut paradoxalement l'un des premiers diffuseurs). Alors que l'hypothèse indienne se confirmait peu à peu, l'hypothèse grecque garda droit de cité jusqu'à la fin du dix-neuvième siècle ; quant à l'hypothèse arabe, elle reste populaire au Maghreb où certains chercheurs s'évertuent encore à la démontrer. Hier comme aujourd'hui, l'erreur a souvent été de se focaliser sur la forme des chiffres, pur artefact très variable dans le temps et dans l'espace, en oubliant l'essentiel : le principe positionnel et le choix de la base 10. Au sein du monde arabe, les chiffres existent d'ailleurs sous deux formes principales, elles-mêmes soumises à moult variations : les chiffres arabes orientaux, utilisés de l'Égypte jusqu'au Golfe, et les chiffres arabes maghrébins (c'est-à-dire occidentaux), ceux que Fibonacci a popularisés dans l'Europe médiévale.

Cette dualité est signalée dès le douzième siècle par Ibn al-Yâsamîn : on observera les deux séries dans le fragment reproduit ci-dessous et commenté dans [2]. Elle reste une réalité contemporaine qui dérouté tout visiteur occidental en Orient.



Pourtant Orientaux et Maghrébins se targuent tous de posséder les chiffres les plus authentiquement arabes ! Les coopérants égyptiens ou syriens, nombreux au Maghreb après les indépendances, ont tenté de convaincre que l'arabisation devait s'y accompagner d'un passage aux chiffres orientaux, ce qui a entraîné des raidissements bien compréhensibles. Plus objectivement, il apparaît que chiffres arabes d'Orient et d'Occident ne sont que deux variantes d'un seul et même système, et sont aussi arabes – ou plus exactement indo-arabes – les uns que les autres.

On le voit, le sujet des chiffres arabes reste non exempt de mythes, de convictions fortement ancrées, de polémiques ; encore n'avons-nous fait que les effleurer. Que les vifs échanges qu'il suscite parfois puissent rester à l'image de la controverse qui opposa Huet à Lemoine : pas plus que la différence de leurs religions, elle ne porta atteinte à leur amitié, demeurée intacte jusqu'à la mort.



Pierre-Daniel Huet



Samuel Bochart

Multiplications et divisions dans un manuscrit arabe à Caen.

Nous nous tournons maintenant vers celui qui fut le maître et le modèle de tous ces jeunes érudits attirés par l'Orient, les Huet, les Lemoine, les Morin - ses confrères à l'Académie de Caen : je veux parler du pasteur caennais Samuel Bochart (1599-1667), immense savant polyglotte, excellent arabisant, auteur aussi d'un traité de géométrie dont je parlerai une autre fois. De Bochart, la bibliothèque de Caen a hérité un remarquable petit fonds de manuscrits arabes que j'ai étudié dans [3]. Principalement constitué de traités de sciences naturelles et d'ouvrages religieux, il ne recèle pas de texte mathématique, hélas. Cependant, j'ai découvert, dans les marges d'une version arabe du livre biblique des *Psaumes*, des opérations arithmétiques ! Il s'agit d'additions, de multiplications et de divisions, effectuées sur des nombres entiers écrits en chiffres arabes orientaux. Leur analyse ne me semble pas dépourvue d'intérêt pour l'histoire de l'arithmétique.

Je décris d'abord sommairement le volume, dont la cote est in-8°2. C'est un petit livre (150 mm sur 200 mm) formé de 213 feuillets assemblés par des lacets de cuir et modestement couvert d'une feuille de parchemin. Chaque page comporte 11 lignes d'une écriture assez soignée (dans les manuscrits arabes, le nombre de lignes par page, constant dans tout le livre, est presque toujours impair). Il est mutilé de la fin et s'interrompt au psaume 122 (il y a normalement 150 psaumes, en fait 151 dans la tradition orientale). Les psaumes sont répartis en 7 matines et 20 cathismes, servant dans la liturgie byzantine à la lecture continue, et les matines séparées par de jolies frises rouges et noires. Les opérations qui nous intéressent se trouvent dans les marges des f. 12, 26, 27, 202 et 203.

D'où vient notre manuscrit, et comment est-il arrivé à Caen ? Le copiste n'a porté aucune information, mais s'agissant d'un manuscrit liturgique chrétien arabe unilingue, il est probable qu'il provienne de Syrie, où l'on trouve la plus profondément arabisée des communautés chrétiennes du Proche-Orient, la communauté melkite (ou « grecque » – peut-être de Tripoli (actuel Liban), où fut copié le manuscrit « jumeau » in-8°3 et où subsiste aujourd'hui encore une importante population melkite. Il appartient à Claude Sarrau (1603-1651), magistrat protestant aux parlements de Normandie, puis de Paris, érudit et chasseur de manuscrits. Un ex-dono daté du 20 juillet 1648 indique qu'il fut offert par Sarrau à son ami Samuel Bochart. Cette date constitue donc un *terminus ante quem* de sa copie, probablement réalisée au début du dix-septième siècle, mais aussi de toute évidence des calculs en chiffres orientaux dans ses marges, dont la présence invalide l'hypothèse autrefois émise selon laquelle Sarrau aurait lui-même été le copiste. En 1732, il fut donné par l'arrière petit-fils de Bochart au sein d'un lot de 2005 volumes ayant appartenu à son aïeul à la bibliothèque de l'université de Caen, transférée à la ville de Caen en 1806 et à l'agglomération de Caen-la-mer en 2003.

Je décris maintenant les opérations que j'ai trouvées dans le manuscrit, en transcrivant par commodité les chiffres orientaux en chiffres occidentaux.

Première surprise : les multiplications du psautier de Caen sont effectuées selon l'algorithme que nous avons appris à l'école, où l'on part du chiffre des unités du second facteur). Elles sont de plus disposées conformément à l'usage actuel. J'en ai compté deux correctement menées ($287 \times 19 = 5453$ et $184 \times 285 = 52440$), plus une troisième erronée et inachevée (1655×453) ainsi que l'addition $2009 + 2583 + 287 = 56539$ que je crois être partie de la multiplication de 287 par 197. Cette technique de multiplication qui nous est familière l'était-elle dans le Moyen Orient du premier dix-septième siècle ? Il semble que non. J'ai inspecté le plus célèbre manuel arabe de cette époque, intitulé *Khulâsat al-hisâb wa l-jabr wa l-muqâbala* (*Quintessence du calcul et de l'algèbre*) [4]. L'auteur, Bahâ' ad-Dîn al-3âmilî (1547-1622), avertit certes que les méthodes de multiplication sont nombreuses, mais la seule qu'il présente, celle qu'il considère comme la plus nette, est la méthode traditionnelle dite du treillis (*tarîqat ash-shabaka*), qui procède en partant du chiffre de plus haut poids et fut connue en Europe sous le nom de multiplication par jalousies.

Les divisions sont intrigantes. Examinons celle qui se trouve au recto du feuillet 203, reproduite de ma main ci-dessous et à gauche :

$$\begin{array}{r}
 185 \overline{) 54970} \\
 \underline{370} \\
 1797 \\
 \underline{1590} \\
 2070 \\
 \underline{1850} \\
 2200 \\
 \underline{1850} \\
 3500 \\
 \underline{3700} \\
 800 \\
 \underline{7250} \\
 750 \\
 \underline{7250} \\
 250 \\
 \underline{2250} \\
 250
 \end{array}$$

Parti 5349 > per 83

Uienne 5349 > — 83
00644 - $\frac{45}{81}$

$$\begin{array}{r}
 534 \\
 498 \\
 \hline
 369 \\
 332 \\
 \hline
 377 \\
 332 \\
 \hline
 45 \\
 0 \frac{45}{81}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 83 \\
 \hline
 \end{array}$$

Le dividende 54970 est posé à droite, le diviseur 185 est posé à gauche et un *vinculum* (trait de liaison) en forme de marche d'escalier les relie en passant au-dessous du premier et au-dessus du second. Au-dessous du diviseur, le calculateur a complété la table de ses dix premiers multiples, ce qui devrait donner : 370, 555, 740, 925, 1110, 1295, 1480, 1665, 1850. Il a, sans conséquence, noté 945 au lieu de 925. Sous le *vinculum*, à la verticale du dividende, on lit 00297, ce qui est bien la valeur du quotient. Rien d'autre ! Le reste, égal à 25, n'est pas indiqué, pas plus qu'aucun résultat intermédiaire. Une grande part de calcul mental semble donc à l'œuvre. La présence de la table indique clairement qu'est mis en œuvre un algorithme fournissant l'un après l'autre les chiffres du quotient en ne divisant par le diviseur qu'un segment initial convenable du dividende. Il est difficile d'être plus précis en l'absence de résultats intermédiaires, mais la présentation de l'opération fait penser à la division que nous pratiquons, dite à l'italienne – comme celle reproduite ci-dessus à droite et tirée du *Trattato di Aritmetica* de Filippo Calandri (1491). Selon la ritournelle naguère bien connue, cela donne : « en 549 combien de fois 185 ? il y va 2 fois, il reste 1797 ; en 1797 combien de fois 185 ? il y va 9 fois, il reste 1320 ; en 1320 combien de fois 185 ? il y va 7 fois, il reste 25 ». L'usage de dresser systématiquement la table des multiples du diviseur fut parfois préconisé en France — voir le *Traité d'arithmétique* de Laisant et Lemoine (1895). On note, comme dans le cas de la multiplication, que la méthode de division à l'œuvre dans notre manuscrit diverge nettement de l'algorithme traditionnel de l'arithmétique arabe, le seul présenté dans *Khulâsat al-hisâb*, qui se présente sous forme de tableau avec déplacement progressif du diviseur.

Toutes les opérations de notre psautier semblent s'inscrire dans une série d'exercices de type scolaire, dont les valeurs numériques présentent un air de famille (184, 185, 285, 197, 297,...) Le calculateur est peu aguerri et commet de nombreuses erreurs de calcul. Par exemple, avant de mener à bien comme on l'a vu la division de 54970 par 185, il l'a posée une première fois, mais tant commis d'erreurs dans la table des multiples de 185 (donnant 370, 555, 720, 915, 1100, 1275, 1470, 1665, et 1840 !) qu'il a tout recommencé au feuillet suivant. Ailleurs, il a voulu diviser 5246 par 285, dressé correctement la table des multiples de 285, mais trouvé un quotient de 29 au lieu de 18, sans doute suite à un décalage dans la lecture de la table ; la multiplication qui suit $184 \times 285 = 52440$ semble alors être une vérification dans le problème de la division de 52460 par 285.

En conclusion, le manuscrit de Caen montre que l'arithmétique enseignée aux profanes dans la Syrie du début du dix-septième siècle ressemble davantage à celle que nous pratiquons, qu'on fait remonter aux arithmétiques commerciales italiennes du quinzième siècle, qu'à l'arithmétique arabe traditionnelle du traité de Bahâ' ad-Dîn. Elle inclut la division, alors très peu enseignée en Europe, mais s'attache au seul quotient et non au reste. Plus largement, ce manuscrit nous rappelle que des techniques de calcul aujourd'hui banales sont le produit d'innombrables traités arithmétiques arabes, puis latins, apparus dès l'adoption des chiffres indiens. Bien loin d'être, comme le croient certains, des mécaniques vides de sens, les algorithmes de multiplication et de division décrits par al-Khuwârizmî et perfectionnés par ses successeurs révèlent tout le sens et toute la valeur de la numération de position en base 10. Sans eux, elle ne serait que lettre morte.

bibliographie.

- [1] Pierre-Daniel Huet, *Huetiana, ou Pensées diverses de M. Huet*, Paris, 1722
- [2] Mahdi Abdeljaouad, *Les arithmétiques arabes (9^e-15^e siècles)*, Tunis, 2008
- [3] Pierre Ageron, *Les manuscrits arabes de la Bibliothèque de Caen*, Annales de Normandie, Caen, à paraître
- [4] Bahâ' ad-Dîn al-3âmilî, *Khulâsat al-hisâb wa l-jabr wa l-muqâbala*, édité par Galal Shawky, Alep, 1976 (ou réimpr. le Caire, 1981) [en arabe]