IREM D'AQUITAINE
(1994-1995)

LIAISON

TROISIEME - SECONDE

GROUPE "DU COLLEGE AU LYCEE"
PERIGUEUX 1995

Ont participé à l'élaboration de la brochure et à l'expérimentation des fiches de travail :

BOISSERIE Catherine
ILHAMI Nour-Eddine
JEBALI Satar
MARCHAND Danièle
MIDY Jean-Paul
MIRA Françoise
MONTUPET Françoise
ORAZIO Brigitte
POULTEAU Paul
RIVIERE Nicole
SCHAFFNIT Edith

La dactylographie est due à TRIN Myriam

PREAMBULE

A l'origine de ce travail sur une liaison troisième-seconde, il y a eu des propos tenus lors des réunions de notre groupe I.R.E.M. ou lors de stages auxquels nous avons eu les uns ou les autres, l'occasion de participer. Propos bien banals en fait : ne connaissons-nous pas tous, en effet, un enseignant de seconde (ou de troisième) qui aurait bien besoin, à nos yeux, de relire les programmes officiels, ayant laissé passer quelques changements (il y en a eu tant !) ? Nous avons donc eu l'idée d'élaborer un questionnaire s'adressant aux professeurs de mathématiques de troisième et de seconde de notre département (la Dordogne). Nous leur avons demandé quels savoirs, dans le programme de 3ème, et parfois même en dehors de ce programme, leur paraissaient indispensables pour une poursuite des études de mathématiques en seconde. L'analyse de ce questionnaire, que l'on peut trouver en annexe, nous a poussé à mettre au point des fiches de travail, pour des élèves de 3ème et de 2nde, sur certains thèmes communs aux programmes de ces deux niveaux.

Ces fiches n'ont pas la prétention d'être originales. Elles sont fortement inspirées d'exercices classiques, des annales du Brevet et des évaluations existantes (évaluation de l'APMEP en fin de 3ème et de 2nde, et évaluation du MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE en début de seconde). Leur objectif est d'insister sur des parties du programme qui nous semblent pouvoir servir de passerelle entre la 3ème et la 2nde. Il nous semble, par exemple, indispensable, que les élèves rencontrent dès la 3ème, des exemples de fonctions non affines, ou qu'ils utilisent systématiquement la lecture du graphique pour vérifier les calculs de coordonnées -les formules s'envolent si vite pendant les vacances-.

Quant au programme de mathématiques de seconde, il reprend beaucoup d'acquis du collège sur lesquels il nous semble judicieux de s'appuyer plutôt que d'ignorer les savoirs antérieurs des élèves.

Toutes ces fiches de travail ont été testées au cours de l'année scolaire 93/94 dans des classes de 3ème et de 2nde de collèges et de lycées où enseignent les membres du groupe.

SOMMAIRE

Préambule	Page 3
Agrandissement-Réduction	Page 5
Vecteurs	Page 26
Géométrie analytique	Page 48
Fonctions	Page 64
Annexe	Page 89

AGRANDISSEMENT-REDUCTION

AGRANDISSEMENT
REDUCTION

On peut s'étonner de voir apparaître l'étude de situations d'agrandissement-réduction dans une liaison 3ème-seconde.

En effet, cette notion ne semble guère importante dans le programme de 3ème, où on trouve seulement : "effet d'un agrandissement ou d'une réduction sur longueurs, aires et volumes" et elle n'apparaît pas explicitement dans le programme de seconde. Cela doit d'ailleurs être l'opinion d'une grande partie des enseignants de collège et de lycée : rappelons les résultats du questionnaire (voir page 1) :

▲ connaître l'effet d'un agrandissement sur une longueur :
indispensable pour 52 % des professeurs de 3ème et 55 % des professeurs de seconde

▲ connaître l'effet d'un agrandissement sur une aire :
indispensable pour 24 % des professeurs de 3ème et 30 % des professeurs de seconde

▲ connaître l'effet d'un agrandissement sur un volume :
indispensable pour 24 % des professeurs de 3ème et 20 % des professeurs de seconde.
De plus, un quart seulement d'enseignants de seconde considèrent que cette notion est réinvestie en seconde, et un quart également pense qu'elle n'est pas du tout réinvestie.

Pourtant, les acquis non négligeables des élèves, sur une notion qu'ils ont rencontrée en 5ème et revue en 3ème, peuvent donner un sens à l'homothétie, en tant que transformation qui agrandit ou réduit.

Dans notre progression, nous avons donc choisi, en 3ème, de parler d'agrandissement-réduction avant et indépendamment de la propriété de Thalès en reprenant des activités classiques de 5ème sur les échelles : les élèves ont en effet vu, dès cette classe, l'effet d'un agrandissement ou d'une réduction sur les angles, les longueurs et les aires. Plus tard, d'autres exercices, plus classiques en 3ème, permettent de réinvestir la propriété de Thalès à travers des situations d'agrandissement-réduction. Et c'est à l'aide du même type d'activités que l'homothétie est présentée en seconde comme une suite du travail effectué au collège.

❶ Ce que *"sait"* normalement un élève arrivé en seconde :

a) Dans le plan

- Connaître et utiliser dans une situation donnée :
  - le théorème de Thalès relatif au triangle ;
  - la réciproque du théorème de Thalès appliqué au triangle ;
  - la propriété $\frac{AB'}{AB}=\frac{AC'}{AC}=\frac{B'C'}{BC}$
- Savoir construire une quatrième proportionnelle :
  - sur une droite graduée, placer le point d'abscisse $-\frac{2}{3}$ ...
  - construire les $\frac{9}{7}$ d'un segment ...
- Utiliser dans l'agrandissement ou la réduction d'un objet géométrique (du plan), la propriété :
  - si les longueurs sont multipliées par k alors les aires sont multipliées par k^2.

b) Dans l'espace

- Utiliser, dans l'agrandissement ou la réduction d'un objet géométrique, la propriété :
  - si les longueurs sont multipliées par k alors les volumes sont multipliées par k^3.
- Connaître et utiliser la propriété, pour la section
  - d'une pyramide ;
  - d'un cône de résolution

par un plan parallèle à la base, d'être une réduction de la base.

❷ Ce qui est nouveau en seconde

Dans le plan :

- Utiliser, dans une configuration de Thalès appliqué au triangle, la propriété vectorielle :
  - si $\overrightarrow{AC}=k\,\overrightarrow{A'C'}$ alors $\overrightarrow{AB}=k\,\overrightarrow{A'B'}$
- Connaître et utiliser sa réciproque dans le cas particulier où $A=A'$.
- Introduire l'homothétie à partir de situations d'agrandissement et de réduction, définie par $\overrightarrow{OM'}=k\,\overrightarrow{OM}$.
- Dans une homothétie, appliquer au triangle la relation vectorielle $\overrightarrow{M'N'}=k\,\overrightarrow{MN}$.

FICHE 1 **3ème**

Objectifs :

Rappeler les notions vues en 5ème sur les échelles, en particulier insister sur l'effet d'un agrandissement ou d'une réduction sur les longueurs, les angles et les aires.

Pré-requis :

Aucun (pour des élèves de troisième)
Cette fiche se place, dans la progression, avant l'étude de la propriété de Thalès.

Durée : environ 2 heures (y compris la synthèse)

Remarques particulières sur le déroulement :

Exercice 1 : aucune justification n'est demandée.

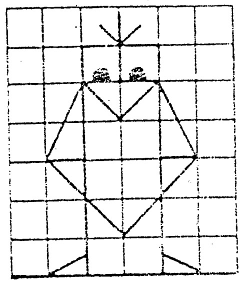
Exercice 2 : on peut travailler sur un réseau triangulaire ou par découpage.

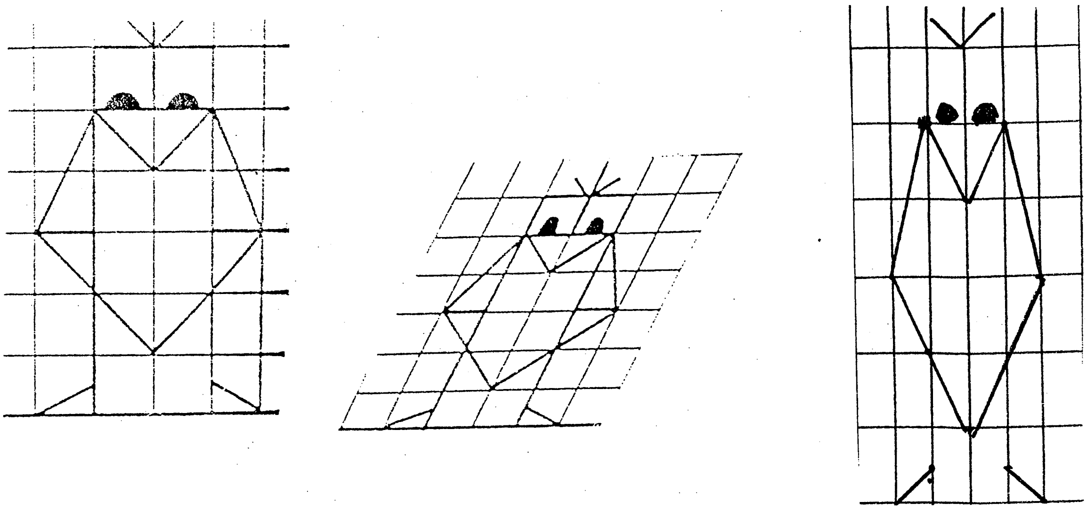
Exercice 3 : pour certains élèves, la conservation des angles n'est pas acquise : il a fallu leur proposer une échelle qui rendait la construction du triangle impossible dès qu'on l'appliquait aussi aux angles.

FICHE 1

Exercice 1 :

Les figures ci-dessous sont-elles des réductions de la figure ci-contre ?





Exercice 2 :

Construire un triangle dont les côtés mesurent 9 cm , 10,5 cm et 15 cm.

Représenter ce triangle à l'échelle $\frac{1}{3}$.

Combien faut-il de petits triangles pour recouvrir le grand ? (Aucune justification n'est demandée).

Exercice 3 :

Construire un triangle ABC avec $AB = 4\ cm$, $\hat{A} = 30°$ et $\hat{B} = 50°$.

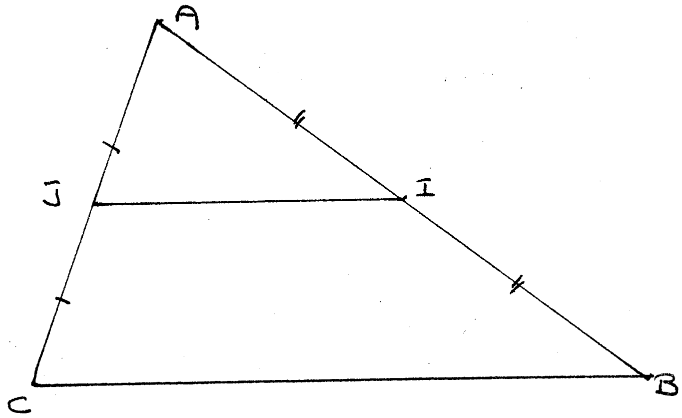
Représenter ce triangle à l'échelle $\frac{3}{2}$.

Exercice 4 : difficulté pour justifier, bien que ce soit une configuration classique de 4ème.

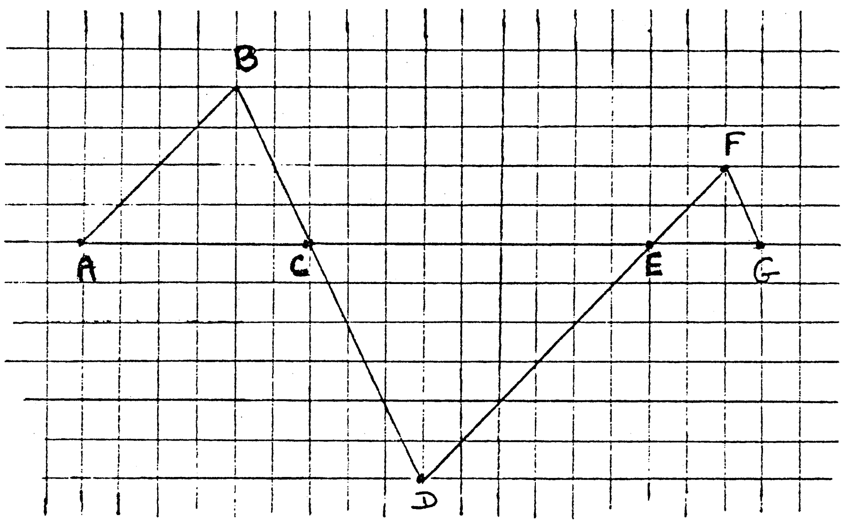
Exercice 4

Dans la figure ci-contre, ABC est un triangle, I est le milieu de $[AB]$, et J celui de $[AC]$

Comparer l'aire du triangle AIJ à l'aire du triangle ABC .



Exercice 5



❶ Montrer que le triangle ABC est une réduction du triangle CDE . Préciser le rapport.

❷ Montrer que le triangle CDE est un agrandissement du triangle EFG . Préciser le rapport.

❸ Exprimer l'aire du triangle EFG en fonction de celle du triangle ABC .

Exercice 6 : il faut leur suggérer de travailler par découpage.

Exercice 7 : cette position inhabituelle des triangles a beaucoup gêné les élèves. Il a fallu insister sur le fait qu'il n'y avait aucune erreur dans le texte.

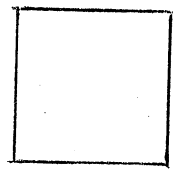
On peut là aussi suggérer un découpage pour débloquer la situation en plaçant les triangles de façon plus classique.

Dans tous les exercices, les élèves ont du mal à savoir dans quel sens il faut calculer le rapport.

Ce qui est institutionnalisé :

- conditions que doivent remplir deux polygones pour être agrandissement ou réduction l'un de l'autre.
- propriétés des longueurs et des aires
- lien entre la valeur du coefficient (inférieur ou supérieur à 1) et l'effet : agrandissement ou réduction.

Exercice 6

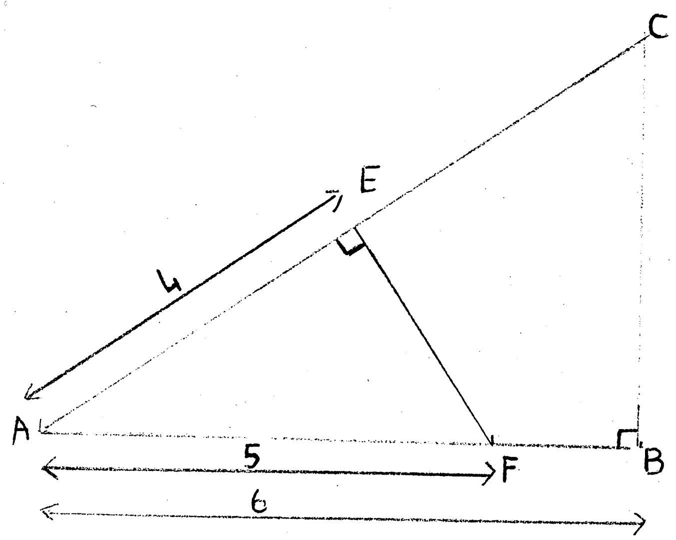


a) Construire un carré dont l'aire est quadruple de l'aire du carré ci-contre.

b) Construire un carré dont l'aire est double de l'aire du carré ci-contre.

Exercice 7

Les données sont codées sur le schéma ci-contre.
Montrer que le triangle *AEF* est une réduction du triangle *ABC* .



FICHE 2 **3ème**

Objectifs :

Réinvestissement de la propriété de Thalès dans des situations d'agrandissement-réduction.

Pré-requis :

- ce qui a été institutionnalisé après la fiche 1 ;
- la propriété de Thalès et pour les exercices 5, 6, et 7, sa réciproque.

Durée : environ deux heures.

Remarques particulières sur le déroulement :

Exercice 1 a pour but seulement de rappeler ce qu'est un agrandissement ou une réduction.

Exercice 4: des difficultés pour rédiger correctement une solution.

Exercice 7 le vocabulaire a posé problème.

Ce qui est institutionnalisé :

- propriété des volumes

AGRANDISSEMENT ET REDUCTION

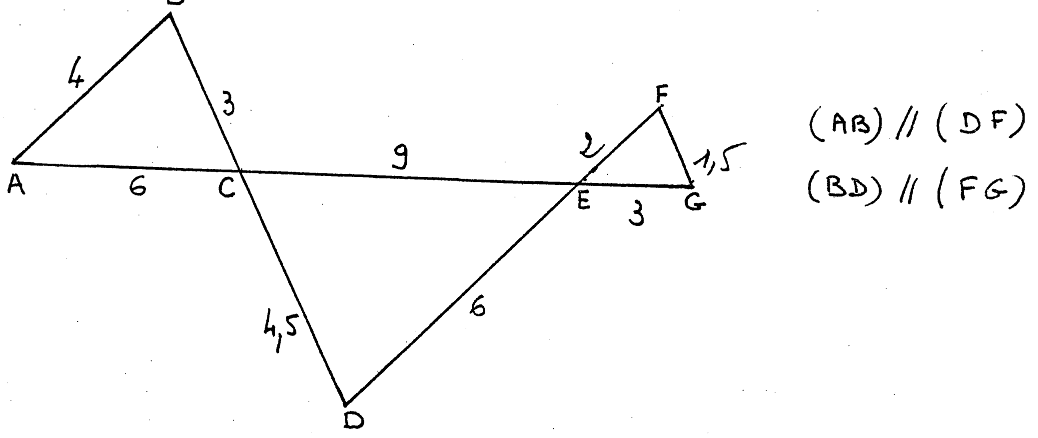
FICHE 2

Exercice 1

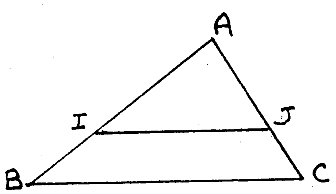
❶ Montrer que le triangle ABC est une réduction du triangle CDE. Préciser le rapport.

❷ Montrer que le triangle CDE est un agrandissement du triangle EFG. Préciser le rapport.

❸ Exprimer l'aire du triangle EFG en fonction de celle du triangle ABC.



Exercice 2



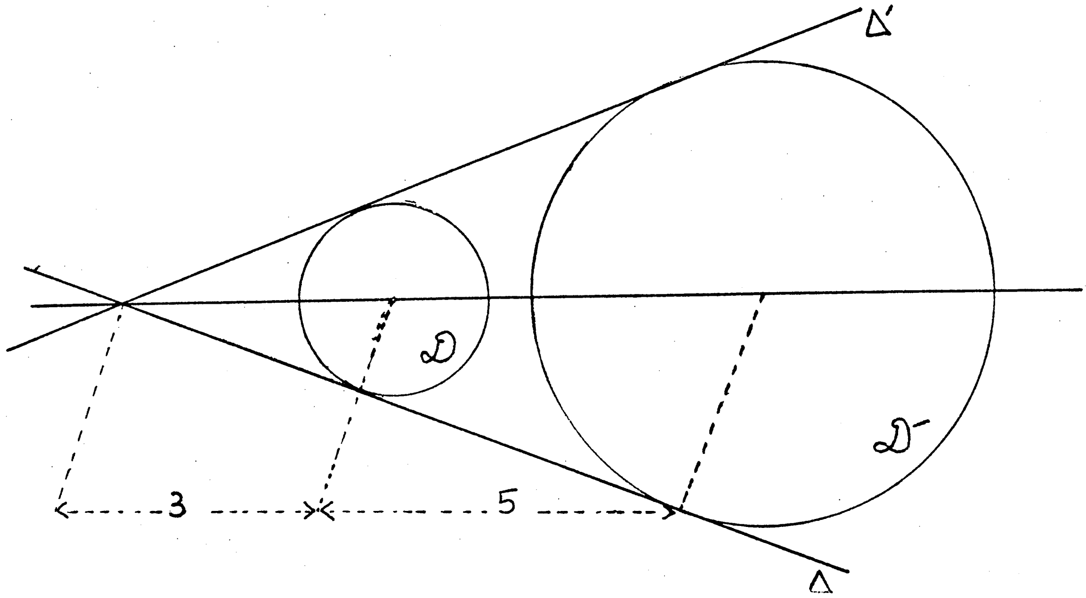
Les droites (IJ) et (BC) sont parallèles.
Où placer le point I sur $[AB]$ pour que l'aire du triangle AIJ soit la moitié de l'aire du triangle ABC ?

Exercice 3

$ABCD$ est un parallélogramme.
E est le milieu de $[AB]$.
F est le point d'intersection des droites (EC) et (BD).
L'aire de EBF est combien de fois plus petite que l'aire de FCD ?

Exercice 4

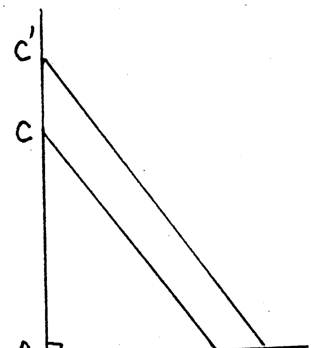
Les droites Δ et Δ' sont tangentes aux cercles.



Par quel nombre faut-il multiplier l'aire du disque $\mathscr{D}$ pour obtenir l'aire du disque $\mathscr{D}'$?

Exercice 5

On suspend au mur une étagère de 20 cm de large. Pour la maintenir à l'horizontale on dispose d'une chaînette de 37 cm de longueur.
$[AB]$ représente l'étagère et $[BC]$ la chaînette.



(1) Quelle est la distance réelle du point A au point C ?

(2) On s'aperçoit que l'étagère est trop étroite. On la remplace par une étagère de 10 cm plus large. Sur le dessin, la nouvelle étagère est représentée par $[AB']$ et la nouvelle chaînette par $[B'C']$. Les droites (BC) et $(B'C')$ sont parallèles. Calculer la longueur exacte de la nouvelle chaînette.

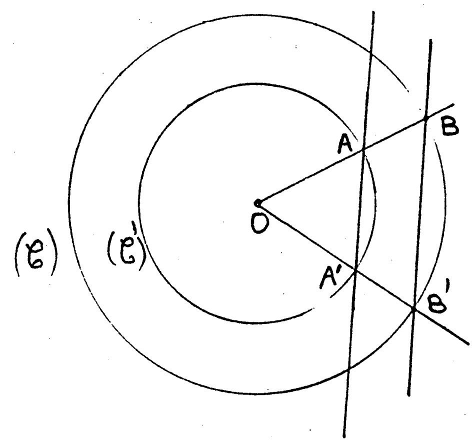
B.C. Grenoble sept. 90

Exercice 6

Soit deux cercles concentriques de centre O .
Le rayon du plus petit est $R = 2\ cm$. Sachant que les aires des disques sont dans le rapport 9, déterminer de façon très simple la valeur du rayon du plus grand cercle. Vous indiquerez clairement la ou les propriétés utilisées.

Exercice 7

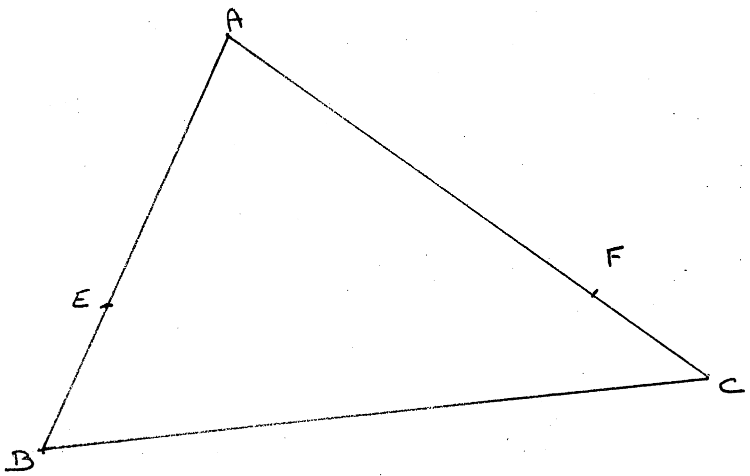
(1) Soit la figure suivante : démontrer que (AA') est parallèle à (BB') . Vous énoncerez le théorème utilisé.



(2) En fait les deux disques précédents représentent les bases de deux boites de conserves cylindriques de même hauteur h . Dans quel rapport sont les volumes des 2 boîtes ?
Dans le cas où l'une des boîtes cylindriques a une hauteur de 12 cm, quelles sont les hauteurs possibles de l'autre boîte pour que le rapport des volumes des deux cylindres soit 27 ?

CONTROLE **3ème** (20 minutes)

❶ Le triangle ABC ci-dessous est tel que $AB = 6\ cm$, $AC = 8\ cm$, $BC = 9\ cm$.
Les points E et F sont tels que $AE = 4\ cm$, $AF = 6\ cm$.
Le triangle AEF est-il une réduction du triangle ABC ?



❷ On connaît les longueurs des côtés de deux triangles :
pour le triangle LMN : 5 cm, 8 cm, 10 cm.
pour le triangle UVW : 8 cm, 12,8 cm, 16 cm
Le triangle UVW est-il un agrandissement du triangle LMN ?

❸ Un disque est observé au microscope. Son aire a été grossie 100 fois. Par quel nombre a été multiplié le rayon du disque ?

FICHE 1 2nde

Objectifs :

Utiliser les acquis des élèves sur agrandissement-réduction pour introduire l'homothétie.

Pré-requis : Le programme de 3ème.

Durée : 1 h 30.

Ce qui est institutionnalisé :

- Effet d'un agrandissement-réduction sur longueurs, angles, aires.
- définition d'une homothétie.

seconde : FICHE 1

Exercice 1 :

❶ Construire un parallélogramme $ABCD$ tel que $AB = 6\ cm$. $AD = 4\ cm$ et $\widehat{BAD} = 45°$.

❷ Construire un agrandissement de ce parallélogramme à l'échelle 2.

❸ Construire une réduction de ce parallélogramme à l'échelle $\frac{1}{3}$.

❹ Combien faut-il de parallélogrammes n° 3 pour recouvrir le parallélogramme $ABCD$?

Exercice 2 :

❶ Soit ABC un triangle, I le milieu de $[AB]$, J le milieu de $[AC]$.
L'aire du triangle AIJ est-elle égale à la moitié de l'aire du triangle ABC ?

❷ Soit ABC un triangle, I sur $[AB]$ et J sur $[AC]$ tel que (IJ) soit parallèle à (BC) . Où doit-on placer I pour que l'aire du triangle AIJ soit égale à l'aire du trapèze $IJBC$?

Exercice 3 :

Soit $ABCD$ un quadrilatère quelconque et O le point d'intersection des diagonales.

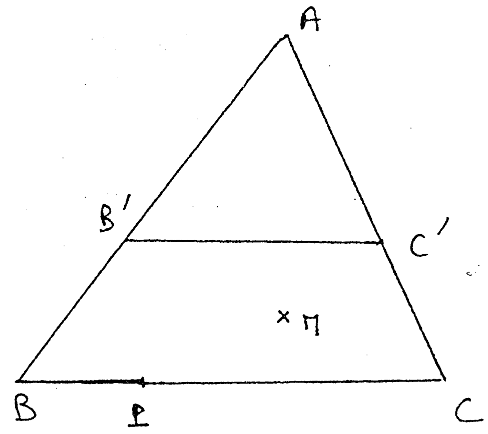
❶ a) Construire B' tel que $\overrightarrow{OB'} = 2\overrightarrow{OB}$.
b) Construire A' sur $[OA)$, C' sur $[OC)$, D' sur $[OD)$ tels que l'aire du quadrilatère $A'B'C'D'$ soit 4 fois l'aire de $ABCD$.

❷ Reprendre le problème de construction de $A'B'C'D'$ tel que l'aire de $A'B'C'D'$ soit k fois l'aire de $ABCD$ avec :

• $k = 9$ • $k = \frac{16}{25}$ • $k = \frac{9}{4}$ • $k = 2$

Exercice 4 :

Dans la figure ci-contre, on a un triangle ABC, B' sur $[AB]$ tel que $\dfrac{AB'}{AB}=\dfrac{3}{5}$ et C' sur $[AC]$ tel que $\dfrac{AC'}{AC}=\dfrac{3}{5}$.



❶ Montrer que $(B'C) // (BC)$ et $\dfrac{B'C'}{BC}=\dfrac{3}{5}$.

Justifier que le triangle $AB'C'$ est une réduction du triangle ABC et préciser le coefficient de réduction.

❷ P est un point de $[BC]$.

On applique la même réduction au triangle ABP Construire P'.

❸ M est un point intérieur au triangle ABC.

On applique la même réduction au triangle ABM. Construire M'.

FICHE 2 2nde

Objectifs :

Utiliser l'outil homothétie dans des situations d'agrandissement-réduction.

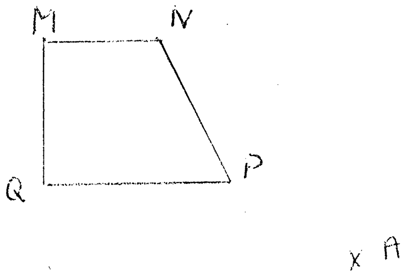
Pré-requis : Définition et propriétés de l'homothétie.

Durée : 1 h 30.

seconde : FICHE 2

Exercice 1 :

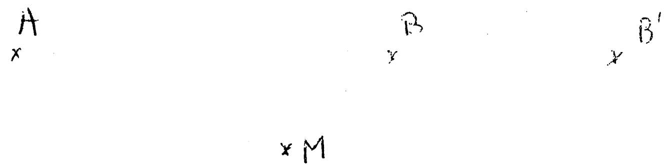
Construire l'image du trapèze rectangle $MNPQ$ par l'homothétie de centre A et de rapport - 2.



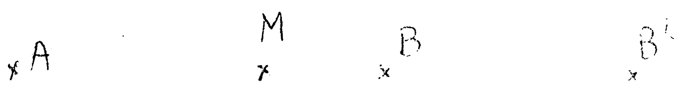
Exercice 2 :

Dans chacun des cas ci-dessous, construire M' image de M par l'homothétie de centre A qui transforme B en B' :

a)



b)

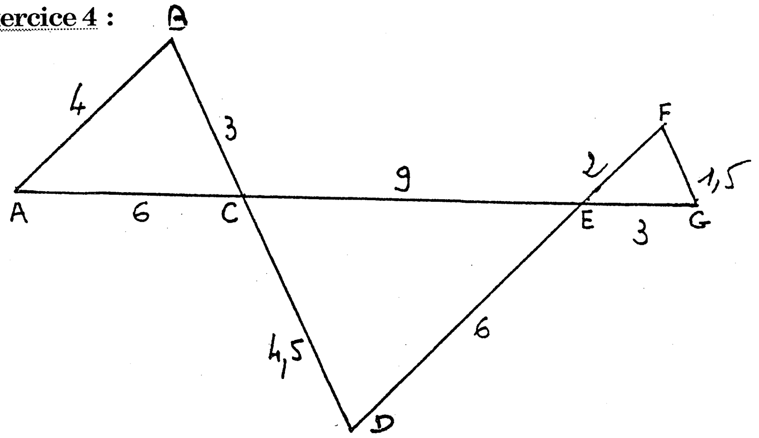


Exercice 3 :

Soit A un point.

Que dire de $h(A, -1)$ et de $h(A, 1)$?

Exercice 4 :



$(AB) // (DF)$

$(BD) // (FG)$

❶ Montrer que le triangle ABC est l'image du triangle CDE par une homothétie. Préciser le centre et le rapport.

❷ Même question pour le triangle CDE image de EFG.

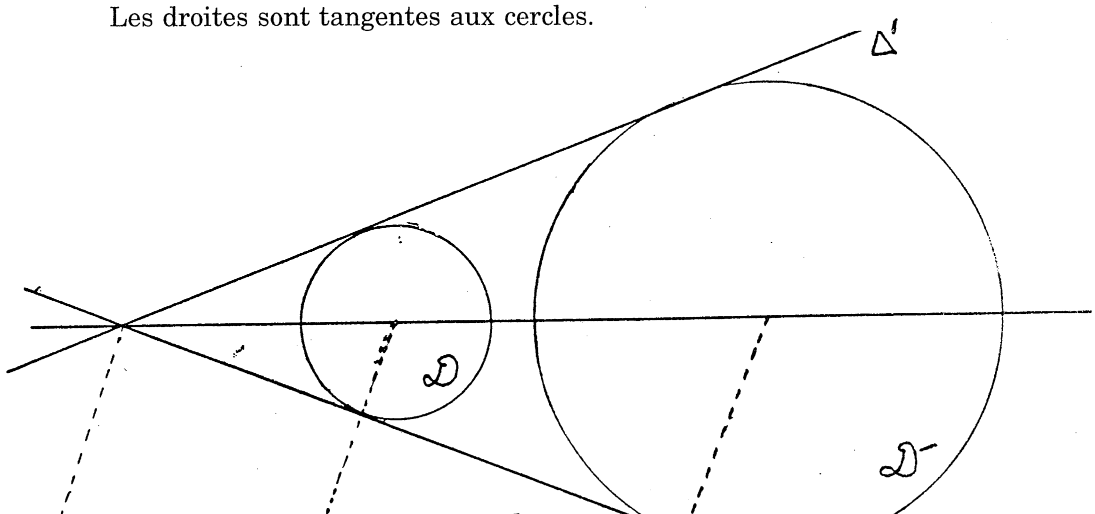
❸ Exprimer l'aire du triangle EFG en fonction de celle du triangle ABC.

Exercice 5 :

❶ Par quelle homothétie passe-t-on du disque $\mathscr{D}$ au disque $\mathscr{D}'$?

❷ Par quel nombre faut-il multiplier l'aire du disque $\mathscr{D}$ pour obtenir celle du disque $\mathscr{D}'$?

Les droites sont tangentes aux cercles.

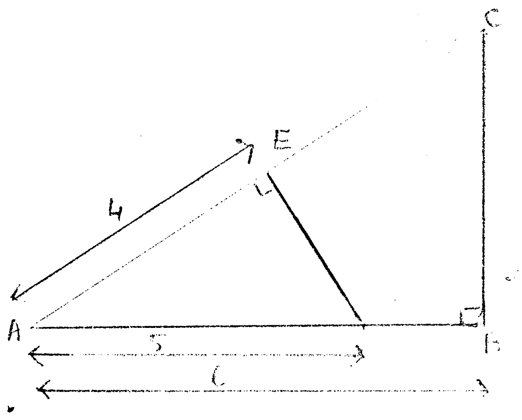


Exercice 6 :

Les données sont codées sur le schéma ci-contre.

❶ Montrer que le triangle AEF est une réduction du triangle ABC .

❷ Le triangle AEF est-il l'image du triangle ABC par une homothétie ? Justifier.



VECTEURS

VECTEURS

Un élève entrant en seconde doit savoir :

- relier l'égalité vectorielle au parallélogramme ;
- construire l'image d'un point par une translation
- que $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$;
- relier la construction de $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ à celle du parallélogramme ;
- faire la distinction entre AB et $\overrightarrow{AB}$;
- calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ connaissant les coordonnées des points A et B ;
- lire sur un graphique les coordonnées d'un vecteur ;
- calculer la distance de 2 points définis par leurs coordonnées dans un repère orthonormal.

Ce qui est nouveau pour un élève entrant en seconde :

- la notation $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{O}$;
- la soustraction des vecteurs ;
- le lien entre opposé d'un vecteur et symétrie centrale ;
- la multiplication d'un vecteur par un réel et les vecteurs colinéaires.

Exercice 1

(1) **Reprendre ce texte en corrigeant les fautes de notation :**

ABC est un triangle tel que $[AB] = 4\,cm$, $BC = 6\,cm$ et $ABC = 52°$. Soit I le point du segment AB tel que $[AI] = 1{,}6\,cm$ la parallèle à BC passant par I coupe (CA) en J .

a) Faire la figure.

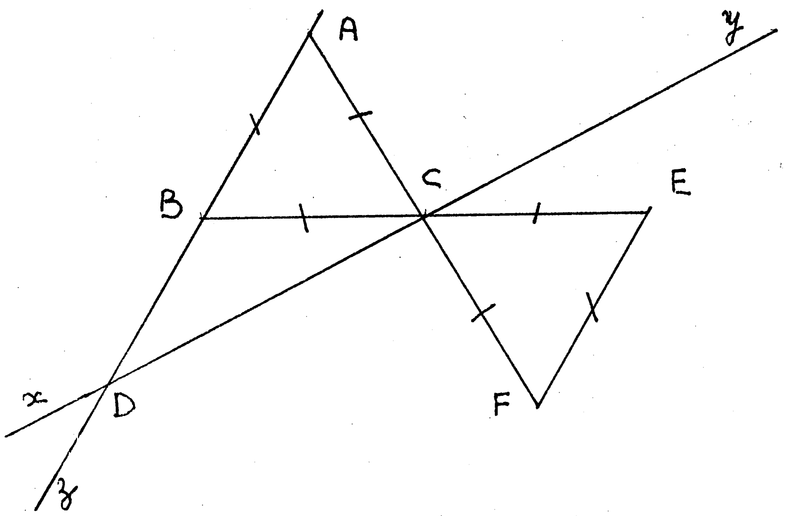
b) Calculer (IJ) .

c) K est l'unique point du plan défini par $BK = IJ$; montrer que le quadrilatère I , J , K , B est un losange.

d) Les diagonales $[IK]$ et BJ se coupent en O ; trouver la valeur de chacun des angles du triangle BOK .

Exercice 2

(2) **Compléter par = ou ≠**



$(AB)...(tz)$	$(CE)...(CF)$
$(AD)...(BD)$	$CE.......CF$
$[DB)...[Dt)$	$[CE]...[CF]$
$AD.......BC$	$AB.......BD$
$[AB]...[AC]$	$[AB]...[BD]$
$[AB]...[AD]$	$(AB)...(BD)$
$(CA)...(CF)$	$(AB)...(BA)$
$CA......CF$	$AB.......BA$
$[CA]...[CF]$	$[AB]...[BA]$

Donner ensuite toutes les écritures possibles de (zt)

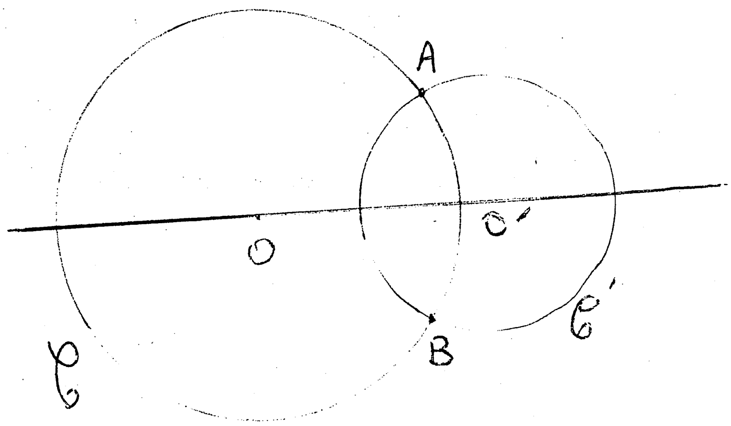
VRAI ou FAUX :

$AB \,//\, EF$	$[AC] \neq [CE]$
$(AB) \,//\, (EF)$	C milieu de $[AF]$
$AB = EF$	C équidistant de E et F
$[AB] = [EF]$	$[CE] = [CF]$
$(AC) \neq (CF)$	$(BC) = (CE)$

Exercice 3

(3) **Corriger les erreurs de notation de la démonstration suivante :**

$A \in \mathscr{C}$ et $B \in \mathscr{C}$, $\mathscr{C}$ de centre O
alors O appartient à la médiatrice de AB.
On démontrerait de même que la médiatrice de AB passe par O' ; ces deux points étant distincts, OO' est médiatrice de (AB).



FICHE 1 3ème

Objectifs

Introduire la relation de Chasles.

Pré-requis :

Les translations (4ème)

Durée : Environ 1 h 30 (pour les fiches 1 et 1 bis)

Remarques particulières sur le déroulement :

Dans l'exercice 1, différentes stratégies sont proposées (calque ; point par point ; un point puis utilisation des propriétés de conservation).

Ce qui est institutionnalisé :

La relation de Chasles (à partir d'une figure plus simple).

FICHE 1bis

Objectifs :

Introduire la règle du parallélogramme.

Remarques particulières sur le déroulement :

Il faut utiliser une nouvelle feuille avec la "maison" et les points de départ, sinon la figure est trop embrouillée.

Ce qui est institutionnalisé :

La règle du parallélogramme.

Vecteurs $\boxed{\text{FICHE n°1}}$

Exercice 1 : (Voir figure sur feuille jointe)

On appelle t_1 la translation telle que $t_1(B) = B'$.
On appelle t_2 la translation telle que $t_2(B') = B''$
On appelle t_3 la translation telle que $t_3(B) = B''$

❶ Construire l'image de la "maison" $ABCDE$ par t_3.

❷ Construire l'image de la "maison" $ABCDE$ par la translation t_1 suivie de la translation t_2.

❸ Quelle conjecture peut-on émettre ?

Vecteurs $\boxed{\text{FICHE n°1 bis}}$

Exercice 2 : (même figure)

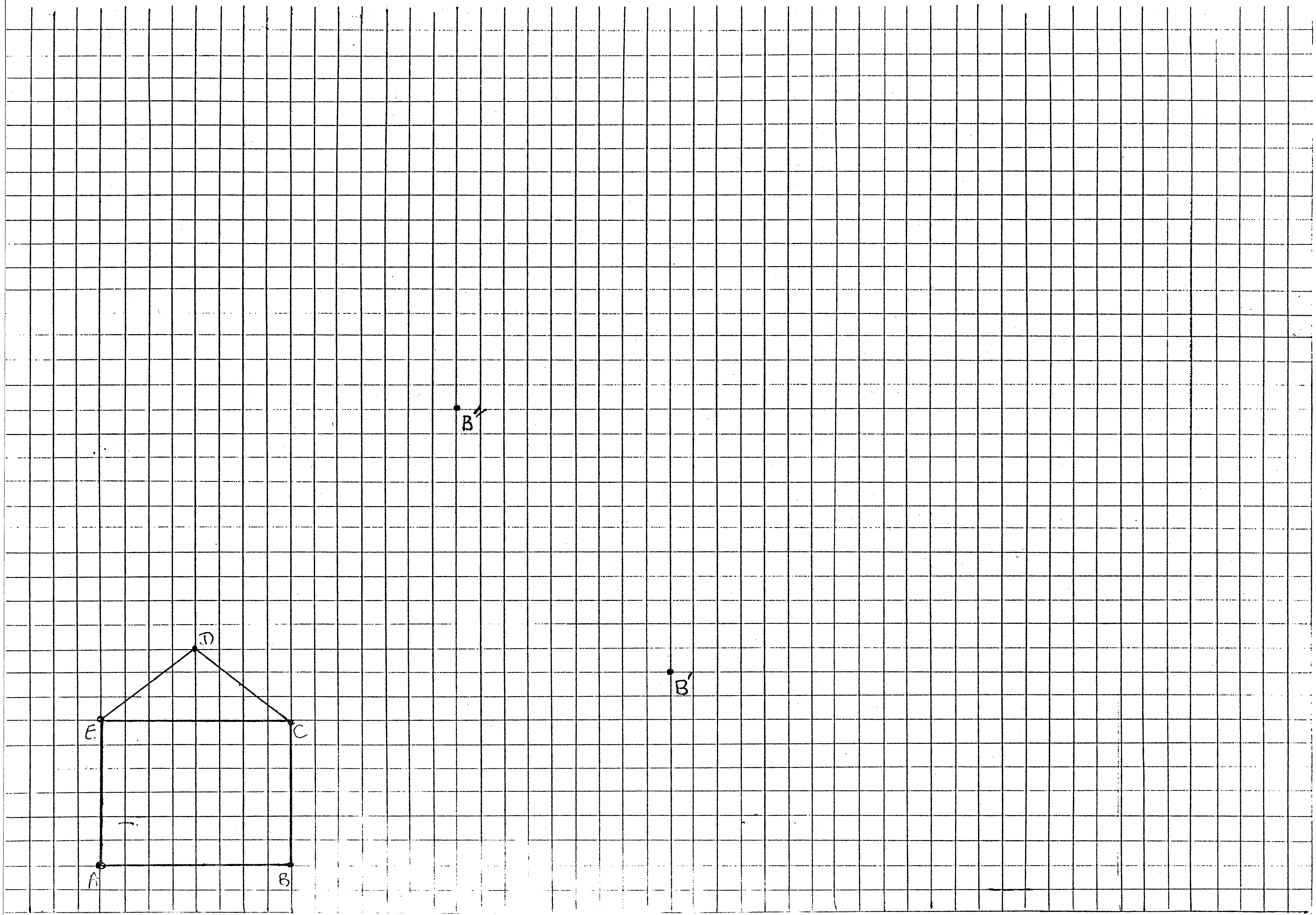
❶ Construire le point T tel que $BB'TB''$ soit un parallélogramme.

❷ On appelle t_4 la translation telle que $t_4(B) = T$.

Construire l'image de la "maison" $ABCDE$ par cette translation.

❸ Construire l'image de la "maison" $ABCDE$ par la translation t_1 suivie de la translation t_3.

❹ Quelle conjecture peut-on émettre ?


D
E
C
A
B
B''
B'

FICHE 2 3ème

Objectifs :

Initier les élèves à l'addition vectorielle.

Durée : Environ 15 minutes.

Remarques concernant le déroulement :

Exercice 1 :

Aucune difficulté particulière.

Exercice 2 :

Méthode utilisée : construction de E tel que $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$ (règle du parallélogramme) puis construction de l'image de I par la translation de vecteur $\overrightarrow{BE}$.

Exercice 3 :

La relation de Chasles amène à une égalité vectorielle ; il faut alors conclure que deux points sont confondus, ce qui gène les élèves.

Exercice 4 :

On construit l'image de J par une translation dont le vecteur est déterminé en utilisant la relation de Chasles. Pas de difficulté.

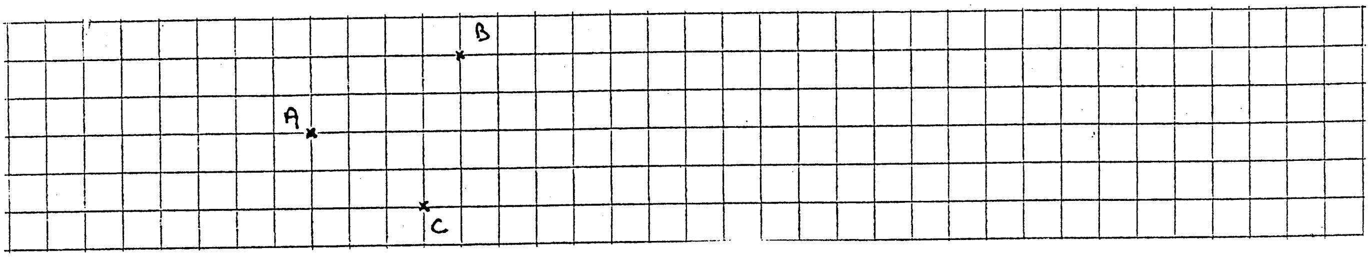
Exercice 5 :

Pas de difficulté.

Vecteurs $\boxed{\text{FICHE n°2}}$

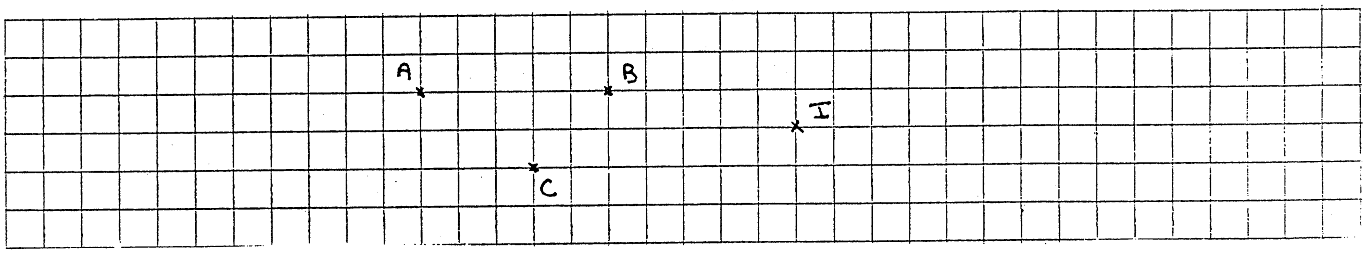
Exercice 1 :

Construire le point M tel que $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$



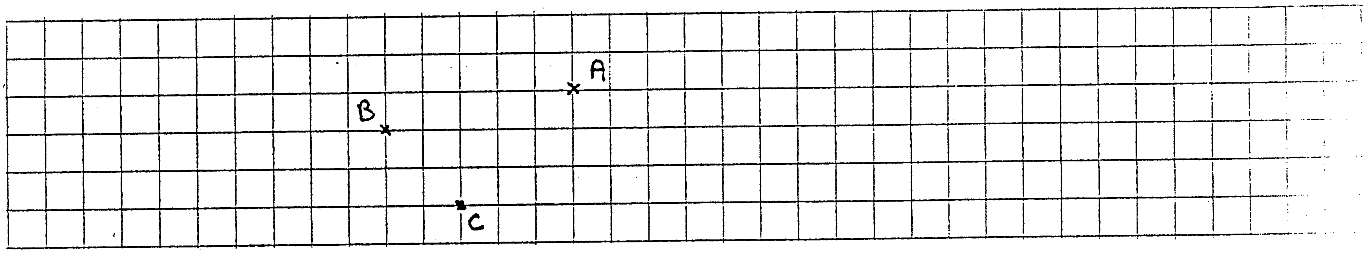
Exercice 2 :

Construire le point N tel que $\overrightarrow{IN} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$



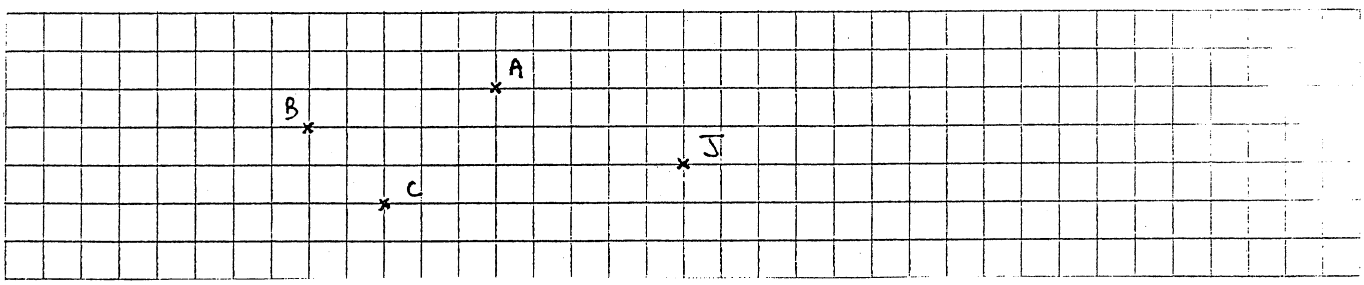
Exercice 3 :

Construire le point P tel que $\overrightarrow{BP} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}$



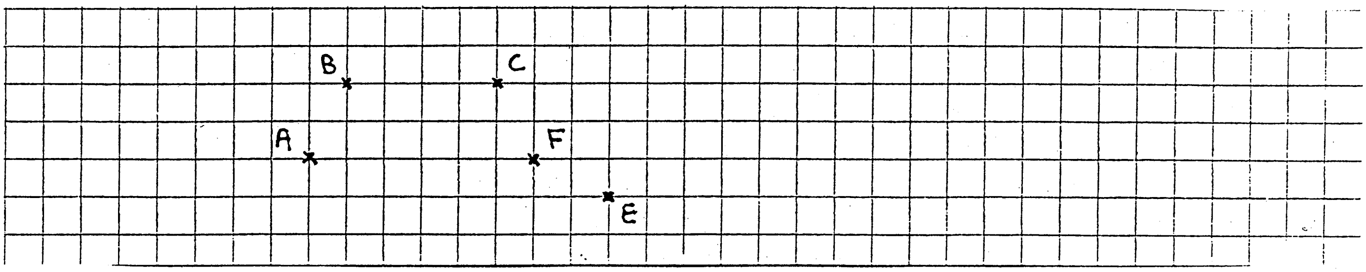
Exercice 4 :

Construire le point R tel que $\overrightarrow{JR} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}$



Exercice 5 :

Construire le point T tel que $\overrightarrow{AT} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{EF}$



FICHE 3 **3ème**

Objectifs :

Familiariser les élèves avec l'addition vectorielle à partir d'une figure géométrique simple.

Durée : Environ 25 minutes.

Remarques particulières sur le déroulement :

Exercice 1 :

(D'après Fractale Seconde, éditions Bordas).
Beaucoup de difficultés surtout pour les trois dernières égalités.

Les méthodes à utiliser sont variées :

- associer l'addition vectorielle au parallélogramme
- reconnaître des vecteurs opposés
- utiliser la relation de Chasles.

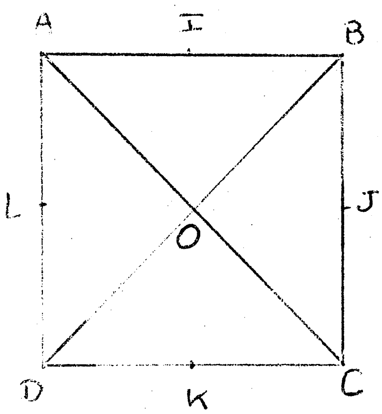
Pour les trois dernières égalités, il faut, en outre, remplacer un représentant d'un vecteur par un autre permettant ensuite de faire jouer les méthodes ci-dessus. Certains élèves ont établi des listes de représentants d'un même vecteur ; d'autres ont utilisé un codage par couleur mais la méthode a dû au départ leur être donnée.

Exercice 2 :

Règle du parallélogramme. Aucune difficulté.

Vecteurs $\boxed{\text{FICHE n°3}}$

Exercice 1 :



Sur la figure ci-contre $ABCD$ est un carré de centre O . I, J, K et L sont les milieux des côtés.

Compléter les égalités suivantes en n'utilisant que des points de la figure :

$\overrightarrow{OI} + \overrightarrow{OJ} =$

$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} =$

$\overrightarrow{LK} + \overrightarrow{KJ} + \overrightarrow{JI} =$

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AL} =$

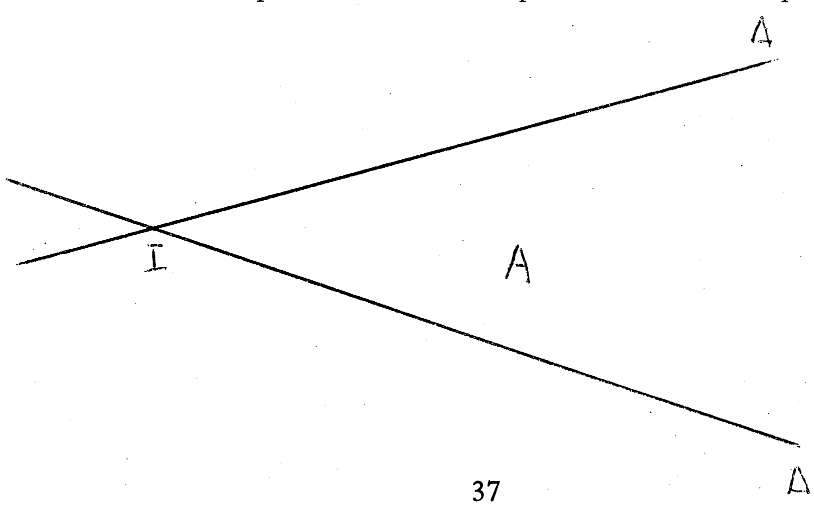
$\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{KJ} =$

$\overrightarrow{DK} + \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{JO} =$

$\overrightarrow{LI} + \overrightarrow{JC} + \overrightarrow{BI} =$

Exercice 2 :

Construire le point C sur Δ' et le point B sur Δ tels que $\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC}$



FICHE n°4 3ème

Objectifs :

Travailler sur le passage "langage géométrique" ↔ "langage des vecteurs" avant d'aborder des exercices de démonstration.

Durée : 35 minutes

Remarques particulières sur le déroulement :

Les exercices ont été faits l'un après l'autre avec correction intermédiaire. (Ils étaient projetés).

On retrouve des erreurs classiques :

- confusion entre sens et direction pour un vecteur
- confusion entre condition nécessaire et suffisante

Note : Cette fiche d'exercices a été faite à partir des tests d'EVAPM 2.

Vecteur FICHE n°4

Exercice 1 :

On sait que ROSE est un parallélogramme. Peut-on affirmer que :
(*Entourer les bonnes réponses et barrer les autres*).

a) $\overrightarrow{RO} = \overrightarrow{SE}$

b) $\overrightarrow{OR} = \overrightarrow{SE}$

c) $\overrightarrow{RS} = \overrightarrow{RO} + \overrightarrow{RE}$

d) $\overrightarrow{RO}$ et $\overrightarrow{SE}$ ont la même direction.

e) $[RS]$ et $[OE]$ ont le même milieu

f) $(RS) \perp (OE)$

Exercice 2 :

Pour chacun des énoncés ci-dessous, l'entourer s'il s'agit d'une condition permettant d'affirmer que le quadrilatère $MATH$ est un parallélogramme. Le barrer, sinon.

a) $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{HT}$

b) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MH} = \overrightarrow{MT}$

c) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AT} = \overrightarrow{MT}$

d) Les segments $[MA]$ et $[TH]$ sont parallèles et de même longueur.

e) Les segments $[MT]$ et $[AH]$ ont le même milieu

f) Les vecteurs $\overrightarrow{MA}$ et $\overrightarrow{HT}$ ont la même direction.

Exercice 3 :

On sait que S est le milieu de $[OM]$. Peut-on affirmer que :
(*Entourer les bonnes réponses et barrer les autres*).

a) $OS = SM$

b) $\overrightarrow{SO} = \overrightarrow{SM}$

c) $\overrightarrow{OS} = \overrightarrow{SM}$

Exercice 4 :

Pour chacun des énoncés ci-dessous, l'entourer s'il s'agit d'une condition permettant d'affirmer que H est le milieu de $[TE]$; le barrer, sinon.

a) $TH = HE$

b) $\overrightarrow{TH} = \overrightarrow{HE}$

c) $\overrightarrow{TH} + \overrightarrow{HE} = \overrightarrow{TE}$

Exercice 5 :

VRAI ou FAUX ?

Entourer la bonne réponse, barrer l'autre.

a) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ signifie que $ABCD$ est un parallélogramme	VRAI	FAUX
b) Si $ABCD$ est un parallélogramme, alors on a les égalités $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$	VRAI	FAUX
c) Si I est le milieu de $[AB]$, alors on a $\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{IB}$	VRAI	FAUX
d) I est à égale distance de A et de B alors $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$	VRAI	FAUX
e) Une seule des égalités suivantes signifie que C est le symétrique de A par rapport à B : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB}$; $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB}$; $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB}$	VRAI	FAUX
f) A est l'image de B dans la translation de vecteur $\overrightarrow{EF}$ alors $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{EF}$	VRAI	FAUX

FICHE 5 **3ème**

Objectifs :

Utiliser les vecteurs comme outil de démonstration.

Durée : 1 h 30

Remarques particulières sur le déroulement :

Ces exercices font utiliser les "traductions" :

milieu $\leftrightarrow$ égalité vectorielle

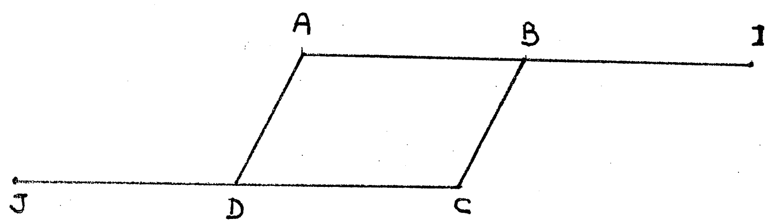
parallélogramme $\leftrightarrow$ égalité vectorielle

translation $\leftrightarrow$ égalité vectorielle

parallélogramme $\leftrightarrow$ addition vectorielle

Vecteurs $\boxed{\text{FICHE N° 5}}$

Exercice 1 :



Données :

$ABCD$ parallélogramme

B milieu de $[AI]$

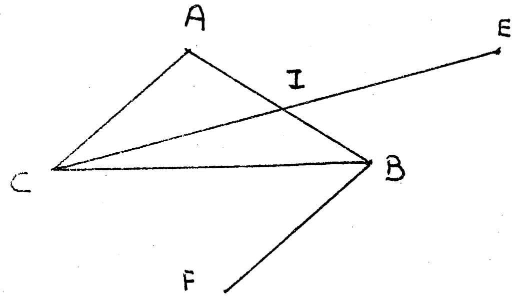
D milieu de $[JC]$

❶ Ecrire toutes les égalités de vecteurs possibles à partir des données.

❷ Justifier que $\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{JD}$.

Que peut-on en déduire pour le quadrilatère $BIDJ$?

Exercice 2 :



Données :

ABC triangle

I milieu de $[AB]$

E symétrique de C par rapport à I

F image de B par la translation de $\overrightarrow{AC}$

❶ Justifier chacune des égalités vectorielles : $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$; $\overrightarrow{EB} = \overrightarrow{AC}$

❷ Qu'est B pour $[EF]$? Le démontrer.

Exercice 3:

Soit ABC un triangle et E et F définis par $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

❶ Comparer les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{EC}$ puis $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CF}$.

❷ Que représente C pour $[EF]$? Le démontrer.

Exercice 4 :

Soit $ABCD$ un parallélogramme et I et J les points tels que :

$\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DJ} = \overrightarrow{AD}$

❶ Quelle est la nature de $BDCI$? De $BDJC$?

❷ En déduire que C est le milieu de $[IJ]$

Exercice 5 :

Soit ABC un triangle.

❶ Construire les points D et E tels que $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA}$

❷ Démontrer que C est le milieu de $[DE]$.

Exercice 6 :

ABC est un triangle. D est l'image de B par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ et E est l'image de B par la translation de $\overrightarrow{CB}$.
Quelle est la nature du quadrilatère $ACDE$?

Exercice 7 :

Soit $ABCD$ un parallélogramme et E le point tel que $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{CB}$.

❶ Quelle est la nature de $ACBE$?

❷ Soit F tel que $\overrightarrow{DF} = \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{AC}$. Construire F . Que remarque-t-on ?
Le démontrer.

Exercice 8 :

Soit IJK un triangle, A le milieu de $[IK]$ et T le quatrième sommet du parallélogramme $AJIT$.

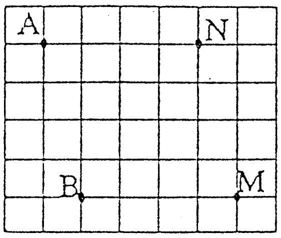
Démontrer que $\overrightarrow{AT} + \overrightarrow{AJ} + \overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AA}$.

VECTEURS : CONTROLE

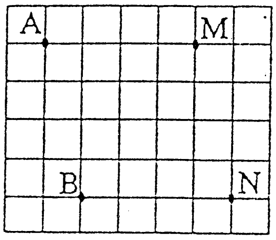
Exercice 1 :

Dans chacun des cas ci-dessous, entourer la bonne réponse.

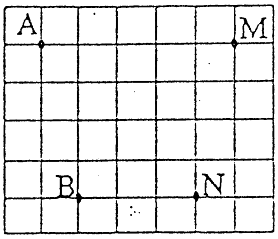
❶ Pour chacune des figures ci-dessous, l'égalité $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MN}$ est-elle vraie ?



OUI NON

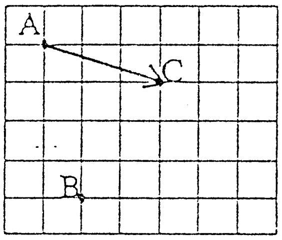


OUI NON

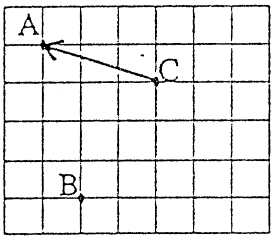


OUI NON

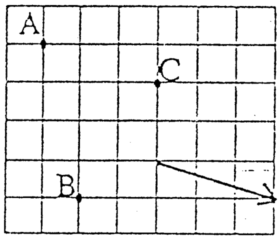
❷ Le vecteur tracé représente-t-il $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$?



OUI NON

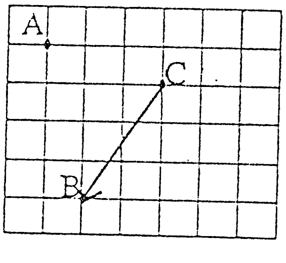


OUI NON

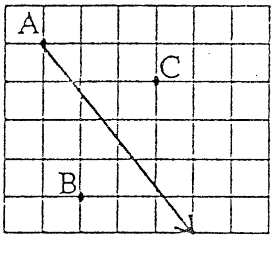


OUI NON

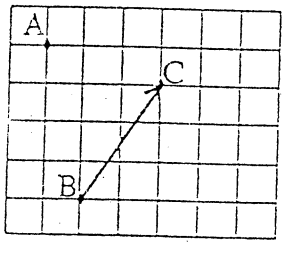
❸ Le vecteur tracé représente-t-il $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$?



OUI NON

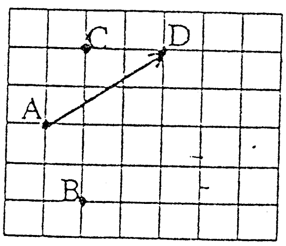


OUI NON

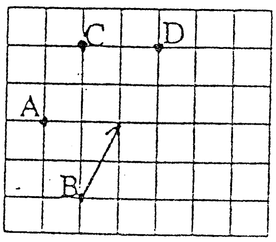


OUI NON

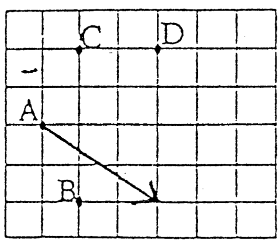
❹ Le vecteur tracé représente-t-il $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$?



OUI NON



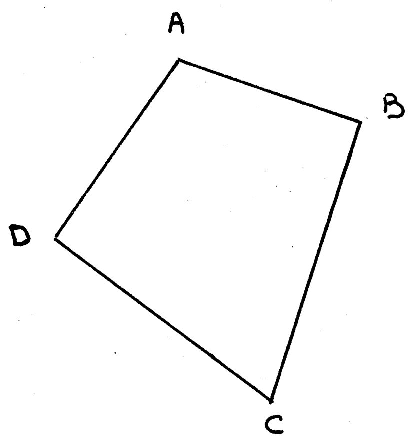
OUI NON



OUI NON

VECTEURS : CONTROLE (suite)

Exercice 2 :



Sur la figure ci-contre $ABCD$ est un quadrilatère quelconque.

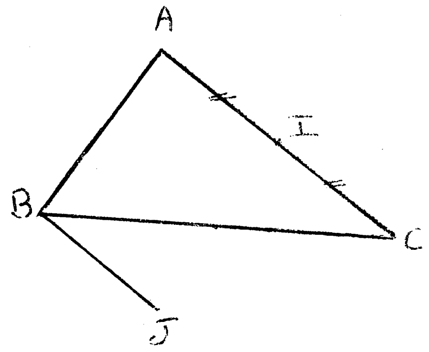
Construire :

- le point E tel que $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{DC}$;
- le point F image de A par la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$

Exercice 3 :

Sur la figure ci-contre, ABC est un triangle. I est le milieu du segment $[AC]$ et J est l'image de B par la translation de vecteur $\overrightarrow{AI}$.

Démontrer que $IBJC$ est un parallélogramme.



BILAN DU CONTROLE

Durée : 20 minutes

Remarques :

L'exercice 1 est tirée de l'évaluation 2nde (septembre 93).

Bilan :

Ce contrôle montre une réussite certaine des élèves. Dans l'exercice 1, les pourcentages de réussite sont nettement supérieurs à ceux observés en début d'année de seconde, et un peu plus d'un élève sur deux utilise convenablement l'outil vectoriel pour démontrer. Il faut cependant relativiser ce bilan optimiste en rappelant que ce contrôle a eu lieu en fin d'apprentissage, et que le même type de questions, posé un peu plus tard, n'a pas eu autant de réussite.

Détail des résultats :

Effectif total : 144.

Exercice 1 :

N° de questions	1	2_1	2_2	3	4
Pourcentage de réussite	89 %	28 %	26 %	74 %	53 %
		55 %			

Pour le 2°), on a séparé, comme dans l'évaluation seconde, la réussite aux 3 items(noté 2_1) et la réussite à seulement 2 items sur 3 (noté 2_2) .

Exercice 2 :

Construction du point E : 88 %
Construction du point F : 83 %

Exercice 3 :

- Traduire vectoriellement le milieu : 63 %
- Traduire vectoriellement le translaté : 68 %
- Démontrer que $\overrightarrow{BJ} = \overrightarrow{JC}$: 73 %
- Démontrer que $I\,B\,J\,C$ est un parallélogramme : 56 %

Deux remarques :

- Le pourcentage de réussite obtenu au 3ème item peut être considéré comme non cohérent avec les résultats précédents : en fait 23 % des élèves arrivent à cette égalité vectorielle en écrivant sans justification les égalités vectorielles précédentes ($\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IC}$ et $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{BJ}$) soit parce que la justification leur a paru trop évidente pour nécessiter d'être écrite, soit qu'ils aient lu ces égalités sur la figure.
- La différence de résultats entre le 3ème et le 4ème item est due au fait que certains élèves ne concluent pas directement de l'égalité vectorielle mais utilisent le *"théorème"* : si un quadrilatère a deux côtés parallèles et de même longueur, alors c'est un parallélogamme.

ANALYTIQUE

ANALYTIQUE EN SECONDE

❶ Ce que "sait" normalement un élève arrivé en 2nde :

a) Repère quelconque (repère orthogonal)

- placer un point de coordonnées données

- lire les coordonnées d'un point

- lire les coordonnées d'un vecteur

- à partir des coordonnées de deux points, calculer :
  - les coordonnées d'un milieu
  - les coordonnées d'un vecteur.

- Utiliser ces savoir-faire pour :
  - démontrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme
  - trouver les coordonnées du 4ème sommet d'un parallélogramme
  - trouver les coordonnées du symétrique (ou du translaté) d'un point

b) Repère orthonormal

- calculer une longueur.
- utiliser ce savoir pour démontrer les particularités d'un triangle, d'un quadrilatère.

c) Droites

- une équation de droite étant donné, savoir :
  - justifier qu'un point donné appartient ou non à cette droite
  - trouver les coordonnées de points de cette droite
  - la tracer, (en utilisant 2 points ou le coefficient directeur)
  - justifier que deux droites sont parallèles (perpendiculaires si le repère est orthonormal)

- déterminer l'équation d'une droite
  - définir par son coefficient directeur et un point
  - définie par deux points

❷ **Ce qui est nouveau en seconde :**

a) Repère quelconque :

• base, décomposition d'un vecteur dans une base, lien avec les coordonnées du vecteur.

• coordonnées de $\vec{u} + \vec{v}$ et de $\lambda \vec{u}$.

• démonstration et utilisation des coordonnées du milieu et des coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ en travaillant avec des écritures vectorielles.

• vecteurs colinéaires, d'où :
- démontrer que des points sont alignés
- démontrer que des droites sont parallèles.

b) Repère orthonormal :

• vecteurs orthogonaux, d'où une nouvelle méthode pour démontrer des particularités de triangles et parallélogrammes

• norme d'un vecteur, lien avec le calcul d'une longueur.

c) Droites

• équations cartésiennes d'une droite

• coordonnées d'un vecteur directeur d'une droite

• autre méthode pour trouver une équation d'une droite à partir de deux points

• déterminer une équation d'une droite dont on connaît un point et un vecteur directeur

• justifier (autrement) que deux droites sont parallèles (perpendiculaires)

• lien entre coefficient directeur et vecteur directeur, équation cartésienne et équation réduite.

d) Autres

• résoudre un problème de géométrie pure en se donnant un repère et en utilisant alors la géométrie analytique.

FICHE 1 **2nde**

Objectifs :

Passer du repérage que connaissent les élèves de collège (en repère orthogonal) à la décomposition d'un vecteur sur une base.

Pré-requis : La multiplication d'un vecteur par un réel.

Durée : 1 heure à 1 h 30

Remarques particulières concernant le déroulement :

- pas de difficulté pour les exercices 1 - 2 - 3.

- Exercice 4 :

  Pour les coordonnées de vecteurs, les élèves tentent d'utiliser des formules, le plus souvent erronées. La lecture directe leur pose beaucoup de problèmes.

- Exercice 5 :

  Il est nécessaire d'insister dans tous les exercices précédents entre coordonnées et décomposition sur la base. Malgré cela, le repère oblique pose beaucoup de problèmes.

Ce qui est institutionnalisé :

Le passage de $N(x,y)$ dans $(O, \vec{i}, \vec{j})$ à $\overrightarrow{ON} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j}$

et de $\vec{u}(x,y)$ à $\vec{u} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j}$

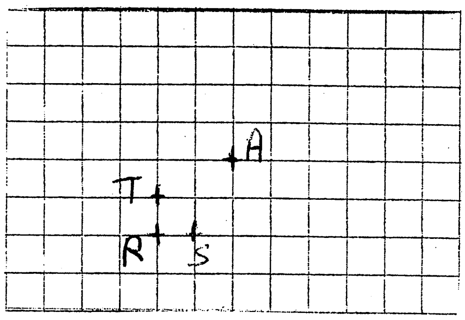
Analytique seconde : $\boxed{\text{FICHE 1}}$

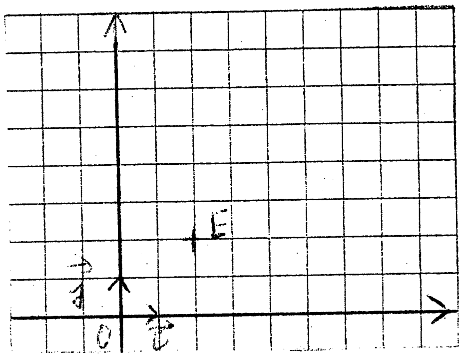
❶ Construire ci-contre les points M, N et P tels que :

$\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{RS} + 4\overrightarrow{RT}$

$\overrightarrow{AN} = -\overrightarrow{RS} + 2\overrightarrow{RT}$

$\overrightarrow{AP} = -3\overrightarrow{RS} - 2\overrightarrow{RT}$



❷ 

Construire ci-contre les points B, C et D tels que :

$\overrightarrow{EB} = 3\,\vec{i} + 4\,\vec{j}$

$\overrightarrow{EC} = -\,\vec{i} + 2\,\vec{j}$

$\overrightarrow{ED} = -3\,\vec{i} - 2\,\vec{j}$

❸ Construire ci-dessous :

a) Figure 1 : les points E, F et G tels que

$$\overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC},\ \overrightarrow{AF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC},\ \overrightarrow{AG} = -\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$$

b) Figure 2 : les points M, N et P tels que

$$\overrightarrow{OM} = 2\,\vec{i} - \vec{j},\ \overrightarrow{ON} = \frac{1}{2}\vec{i} + \frac{3}{4}\vec{j},\ \overrightarrow{OP} = -\,\vec{i} + \frac{1}{2}\vec{j}$$

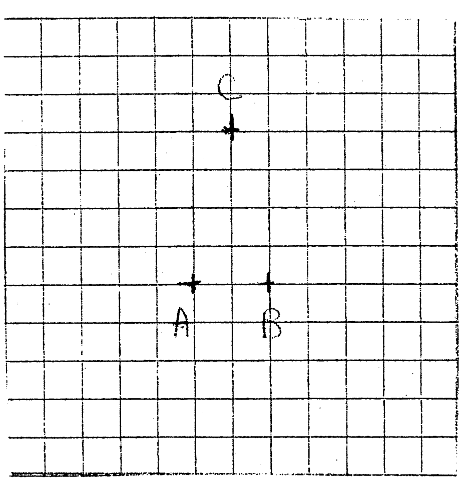


Fig. 1

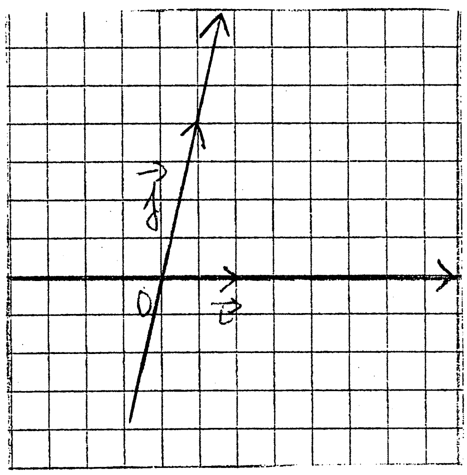


Fig. 2

❹ On se place dans le repère (O,I,J).

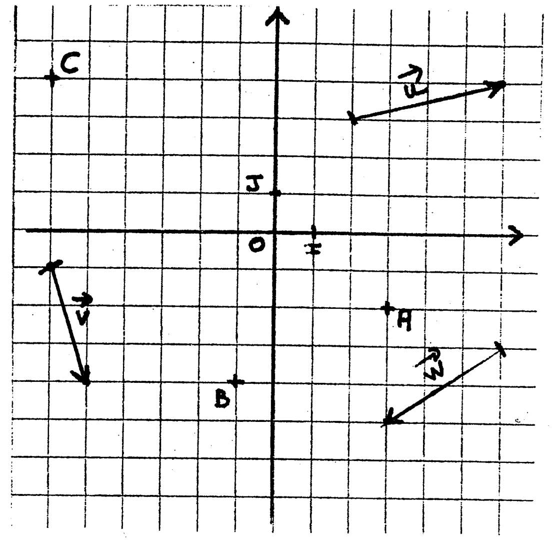
(1) Lire les coordonnées des points A,B et C.

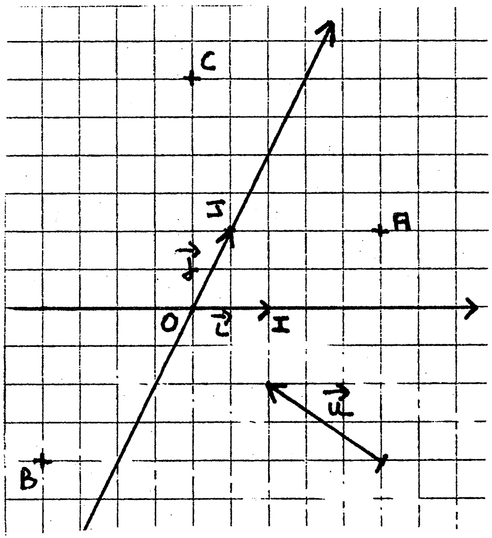
(2) Placer le point $D(-2,6)$ et $E(1,-3)$.

(3) Lire les coordonnées des vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$.

(4) Lire les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{CE}$, $\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{IB}$, $\overrightarrow{AI}$, $\overrightarrow{JC}$.

(5) Qu'est le point E pour $[A,B]$? Quelle est la nature de $ABCD$?





❺ On se place dans le repère (O,I,J).

(1) Lire les coordonnées des points A,B et C.

(2) Placer les points $D(-1,2)$ et $E(2,-3)$.

(3) Lire les coordonnées du vecteur $\vec{u}$.

FICHE 2 **2nde**

Objectifs :

Utiliser l'équivalence entre $N(x,y)$ dans $(O, \vec{i}, \vec{j})$ et $\overrightarrow{ON} = x\vec{i} + y\vec{j}$.

Pré-requis :

Le travail de la fiche 1.
En particulier, aucune formule n'a été revue.

Durée :

1 heure (et à terminer en travail personnel).

Remarques particulières sur le déroulement :

Il faut préciser la "règle du jeu" : interdiction d'utiliser des formules, même quand on s'en souvient.

Les réactions des élèves sont variées, de l'enthousiasme à l'incompréhension totale sans être en lien avec leur niveau habituel en maths.

Les difficultés rencontrées se situent dans la traduction vectorielle des propriétés géométriques et on retrouve les erreurs sur les vecteurs
(voir page 26)

FICHE N° 2

❶ Dans $(O, \vec{i}, \vec{j})$ repère du plan,

soit $A(2,4)$, $B(-3,2)$ et C défini par $\overrightarrow{OC} = \vec{i} - 3\vec{j}$

a) Exprimer $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$ en fonction de $\vec{i}$ et $\vec{j}$.

En déduire les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ et de $\overrightarrow{BC}$.

b) Placer les points A, B, C.

c) En utilisant la relation de Chasles et l'écriture de chaque vecteur sur la base $(\vec{i}, \vec{j})$, calculer les coordonnées des points suivants :

P tel que $\overrightarrow{CP} = \overrightarrow{AB}$

R tel que $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{RA}$

N tel que $OCNP$ soit un parallélogramme

I milieu de $[AC]$

M tel que C soit le milieu de $[PM]$

L tel que $\overrightarrow{AL} = 2\overrightarrow{BA} - 3\overrightarrow{OA}$; en déduire que B, O, L sont alignés

G tel que $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{o}$.

d) Déterminer les coordonnées de $\overrightarrow{PN}$ et de $\overrightarrow{RM}$. Conclusion ?

e) Calculer les coordonnées de U symétrique de C dans la symétrie de centre B, puis celles de V tel que $\overrightarrow{CV} = 3\,\overrightarrow{CA}$.

FICHE 3 2nde

Objectifs :

Revoir, démontrer et utiliser les formules donnant les coordonnées d'un vecteur et d'un milieu à partir de celles de deux points.

Durée :

Exercice 1 : 30 minutes y compris l'institutionnalisation.
Exercices 2 - 3 - 4 : 1 h 30 min.

Remarques particulières sur le déroulement :

- Exercice 1 :

Les "bonnes" formules sont majoritaires...mais de peu ! Beaucoup de succès pour la 8 et la 4 (mais "sans calculer la fraction").
Les démonstrations ne posent pas de problème.

- Exercice 2 :

Pour chacune des 3 premières questions, le premier calcul doit être fait par les deux méthodes (calcul des coordonnées et décomposition sur la base). Ensuite a lieu une critique collective de ces méthodes puis chacun continue comme il le souhaite.

- Exercices 3 et 4 :

Dans une classe, les élèves ont demandé si l'on pouvait aussi résoudre un problème de géométrie classique en introduisant un repère.

Analytique seconde : $\boxed{\text{FICHE 3}}$

❶ On se place dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$
On note (x_A, y_A) les coordonnées de A et (x_B, y_B) les coordonnées de B.

a) Quelle est, à votre avis, parmi les formules ci-dessous celle que vous avez utilisée en troisième pour calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$?

(1) $(x_A + x_B, y_A + y_B)$; (2) $(x_A - x_B, y_A - y_B)$;

(3) $\left(\dfrac{x_B - x_A}{2}\ \dfrac{y_B - y_A}{2}\right)$; (4) $\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$

(5) $(x_A^2 + x_B^2, y_A^2 + y_B^2)$; (6) $(x_B - x_A, y_B - y_A)$

(7) $\left(\dfrac{x_B + x_A}{2}\ \dfrac{y_B + y_A}{2}\right)$; (8) $\begin{pmatrix} y_B - y_A \\ x_B - x_A \end{pmatrix}$

(9) $(x_A - y_A, x_B - y_B)$; (10) $(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$

(11) $(x_B - x_A, y_B - y_A)$

b) Exprimer $\overrightarrow{OA}$ en fonction de $\vec{i}, \vec{j}, x_A, y_A$.
Exprimer $\overrightarrow{OB}$ en fonction de $\vec{i}, \vec{j}\ x_B, y_B$.
Exprimer alors $\overrightarrow{AB}$ en fonction de $\vec{i}, \vec{j}, x_A, y_A, x_B, y_B$.
Retrouver ainsi la formule apprise en 3ème.

c) Parmi les formules du **a)**, quelle est celle qui donne les coordonnées du milieu de $[A\,B]$? Démontrer la.

d) Parmi les autres formules du **a)**, quelles sont celles que vous avez apprises ? Que permettent-elles de calculer ?

❷ On se place dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ et on considère le vecteur $\vec{u}$ de coordonnées $(15, -7)$ et les points suivants : $A(-25,9)$; B tel que : $\overrightarrow{OB} = 49\vec{i} + 75\vec{j}$; $C(\frac{1}{3} ; -\frac{2}{5})$; D tel que $\overrightarrow{OD} = -7\vec{i}$.

(1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{CD}$.

(2) Calculer les coordonnées des milieux des segments $[A,B]$, $[A,D]$, $[B,D]$, $[A,C]$.

(3) Calculer les coordonnées des points E , F et H définis par :

$$\overrightarrow{AE} = \vec{u} \ ; \ \overrightarrow{BF} = -3\vec{u} \ ; \ \overrightarrow{DG} = \overrightarrow{AB} + \vec{u}$$

(4) Calculer les coordonnées du point K , symétrique de A par rapport à B .

(5) Calculer les coordonnées du point L , image de D par la translation de vecteur $\vec{u}$.

(6) Calculer les coordonnées du point G , centre de gravité du triangle ABD .

❸ Le plan est muni d'un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$. Soient les points $A(-3,1)$, $B(2,3)$ et $C(4,-2)$.

a) Calculer les coordonnées du milieu I de $[AB]$ et du milieu J de $[AC]$.

b) Calculer les coordonnées de B' symétrique de B par rapport à J .

c) Calculer les coordonnées de C' symétrique de C par rapport à I .

d) Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{C'A}$ et de $\overrightarrow{AB'}$. Que peut-on en déduire ?

e) Retrouver ce résultat en utilisant des théorèmes de géométrie.

❹ Le plan est muni d'un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$. Soient les points $A(1,3)$, $B(-2,1)$ et $C(3,-2)$.

a) Calculer les coordonnées des milieux M, N et R de $[BC]$, $[CA]$ et $[BA]$.

b) Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{RA}, \overrightarrow{BR}$. Que peut-on en déduire ?

c) Soit S le translaté de C par $t_{\overrightarrow{MN}}$. Montrer que N est le milieu de $[RS]$.

d) Retrouver ces résultats en utilisant des théorèmes de géométrie.

Analytique seconde : FICHE 4

Objectifs

Utilisation de la géométrie analytique pour démontrer des résultats de géométrie plane.
Utilisation et comparaison de diverses méthodes.

Durée

Tous les exercices n'ont pas été (et ne peuvent pas être) posés dans toutes les classes.
Ils ont été donnés dans le cadre des modules à un groupe d'élèves réussissant normalement en mathématiques.
Deux exercices peuvent être traités en 1 h 30.

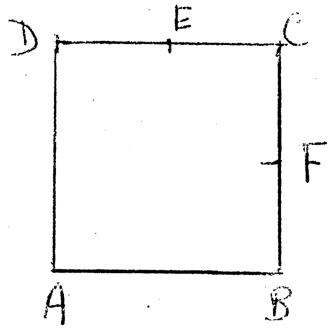
Remarques particulières par le déroulement :

Beaucoup d'intérêt de la part des élèves.

Analytique seconde : FICHE 4

On vous demande ici de traiter le même problème avec des outils différents (angles, configurations, géométrie analytique) et de choisir ensuite la méthode qui vous paraît la plus efficace dans chaque cas.

❶



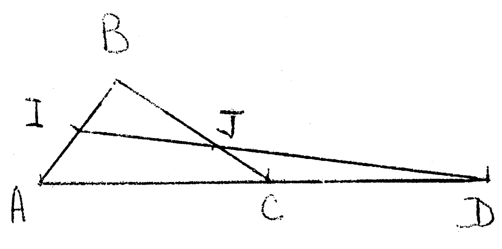
$ABCD$ est un carré de côté a, E milieu de $[C,D]$ et F milieu de $[B,C]$.
On veut démontrer que $(DF) \perp (AE)$.

1ère méthode : Soit K le point d'intersection de (AD) et (EF). Prouver que E est orthocentre du triangle KAC puis conclure.

2ème méthode : Soit le repère orthonormal $(A, \vec{i}, \vec{j})$ avec $\vec{i}$ colinéaire et de même sens que $\overrightarrow{AB}$ et $\vec{j}$ colinéaire et de même sens que $\overrightarrow{AD}$.
Calculer les coordonnées de C, E, F, $\overrightarrow{DF}$, $\overrightarrow{AE}$ puis conclure.

3ème méthode : Utiliser les angles.

❷

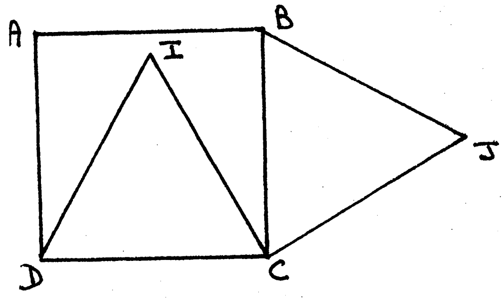


ABC est un triangle, I le milieu de $[A,B]$, J est un point du segment $[B,C]$ tel que $CJ = \frac{1}{3} CB$, D est le point d'intersection des droites (IJ) et (AC).
On veut montrer que D est le symétrique de A par rapport à C.

1ère méthode : Soit H le symétrique de J par rapport à C.
Démontrer que $(AH)//(JD)$ puis conclure.

2ème méthode : Introduire le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$

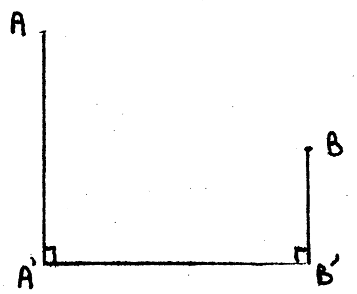
❸ $ABCD$ est un carré, DCI et BCJ des triangles équilatéraux.
On veut démontrer que A, I et J sont alignés.



1ère méthode : Calculer l'angle $\widehat{AIJ}$.

2ème méthode : Introduire un repère orthonormal $(A, \vec{i}, \vec{j})$.

❹



1°) Déterminer le point M du segment $[A',B']$ tel que $AM = MB$.

2°) Pour répondre à la première question, un élève a proposé la construction suivante :

soit $\mathscr{C}$ le cercle de centre A' et de rayon $A'B$;

soit $\mathscr{C}'$ le cercle de centre B' et de rayon $B'A$;

soit U et V les points d'intersection de $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$.

M est le point d'intersection de (UV) et $(A'B')$.

Montrer que le point M ainsi construit est équidistant de A et B .

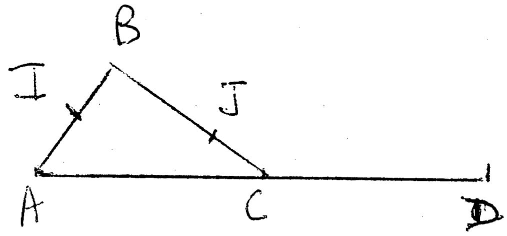
1ère méthode : Utiliser le théorème de Pythagore dans les triangles $AA'B'$, $AA'M$, $BB'A'$, $BB'M$, $A'MU, BMU$.

2ème méthode : Introduire un repère.

❺ ABC triangle, I milieu de $[A,B]$, J sur le segment $[B,C]$ tel que $CJ = \frac{1}{3} CB$;

D le symétrique de A par rapport à C.

Démontrer que I, J et D sont alignés.

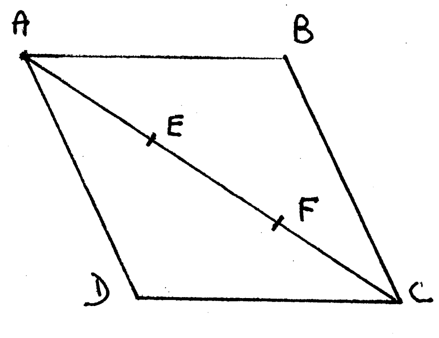


1ère méthode : Démontrer que J est le centre de gravité du triangle ABD.

2ème méthode : Exprimer $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{JD}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$. Conclure.

3ème méthode : Se placer dans le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.

❻



Soit $ABCD$ un parallélogramme et E et F tels que $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

On veut démontrer que $DEBF$ est un parallélogramme.

1ère méthode : En écrivant des égalités de vecteurs, prouver que $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{BF}$.

2ème méthode : Utiliser la symétrie de centre O, centre du parallélogramme $ABCD$.

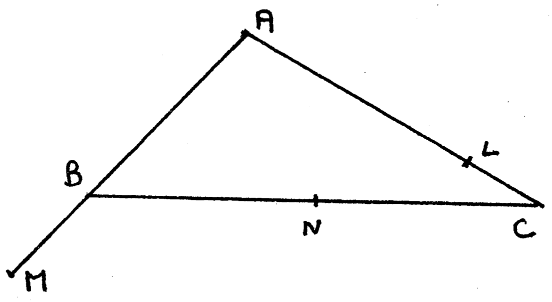
3ème méthode : Se placer dans le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$.

❼ ABC est un triangle

L le point tel que $\overrightarrow{CL}=\frac{1}{4}\overrightarrow{CA}$,

M le point tel que $\overrightarrow{AM}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$,

N le milieu de $[BC]$.



On veut démontrer que les points L,M et N sont alignés.

1ère méthode : Soit B' le milieu de $[AC]$. Montrer que $(BB')//(LN)$ puis $(BB')//(LM)$.

2ème méthode : Exprimer $\overrightarrow{LM}$ puis $\overrightarrow{LN}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

3ème méthode : Se placer dans le repère $(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$.

FONCTIONS

FONCTIONS

Un élève entrant en seconde doit savoir :

- Lire et exploiter un tableau de nombres ;
- mettre en oeuvre la proportionnalité sur des grandeurs ;
- traduire une situation de proportionnalité par une application linéaire ;
- représenter graphiquement une application linéaire et exploiter cette représentation ;
- déterminer une application linéaire connaissant un nombre non nul et son image, ou à partir de la lecture d'un graphique ;
- traduire une situation par une application affine ;
- représenter graphiquement une application affine et exploiter cette représentation ;
- déterminer une application affine connaissant deux nombres et leurs images ;
- déterminer une application affine par différents procédés.

Ce qui est nouveau pour un élève de seconde :

- Le mot : fonction ;
- décrire des fonctions à l'aide de situations aussi variées que : tracés graphiques, algorithmes de calcul, relations de dépendances issues de la géométrie, de la mécanique, des sciences physiques et biologiques...
- construction d'une courbe représentative ;
- notions fondamentales concernant les fonctions :
    . courbe représentative
    . parité et symétrie
    . extrémums
- programmation d'une fonction (éventuellement).

FICHE 1 **3ème**

Objectifs :

Donner du sens aux lettres en mathématiques en s'appuyant sur des figures de géométrie

Pré-requis : Cette fiche n'a pas à être liée au travail sur les fonctions.
Les deux derniers exercices utilisent le théorème de Thalès.

Durée : 1 h 30 à 2 h.

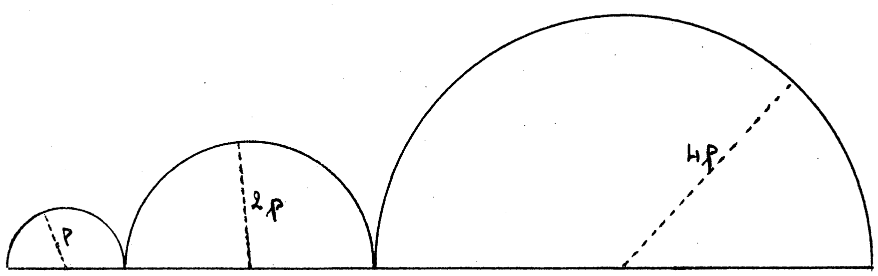
Remarques sur le déroulement :

- On peut être amené à rappeler les formules de calcul de la longueur d'un cercle (exercice 1) et de l'aire du trapèze (exercice 4) ;
- dans les exercices 2 et 3, les élèves ont des difficultés pour trouver 2 méthodes de calcul. Il faut leur suggérer de découper.

FICHE 1

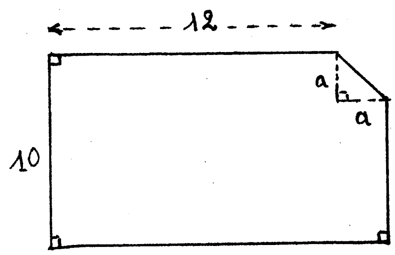
Exercice 1 :

☞ Ecrire en fonction de p la longueur totale des 3 demi-cercles. Donner l'écriture la plus simple possible.



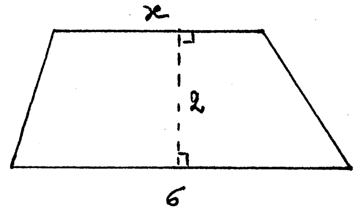
Exercice 2 :

☞ Ecrire l'aire de cette figure de 2 façons. Montrer par le calcul que ce sont 2 écritures qui représentent un même nombre.



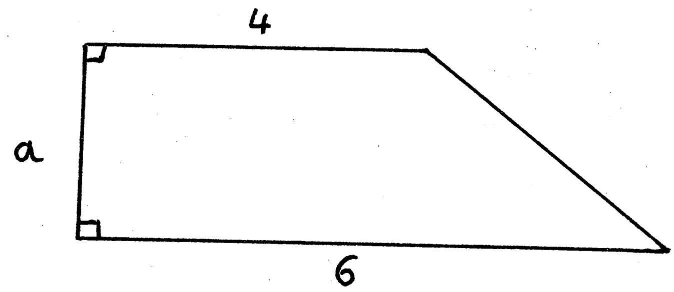
Exercice 3 :

☞ Même exercice pour la figure ci-contre.



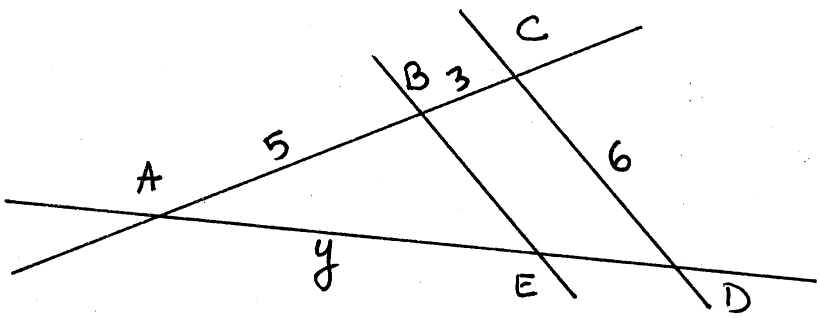
Exercice 4 :

☞ Calculer, en fonction de a , le périmètre du trapèze ci-dessous.



Exercice 5 :

☞ Calculer DE en fonction de y .
Calculer le périmètre du trapèze $BEDC$ en fonction de y .



$(BE) // (DC)$

Exercice 6 :

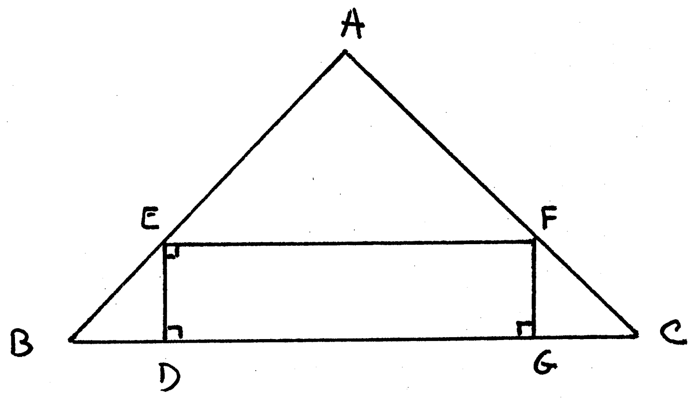
☞ ABC est un triangle rectangle isocèle en A . $DEFG$ est un rectangle inscrit dans ABC . On sait que $BC = 12\ cm$ et que $BD = a$.

a) Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$?

b) Quelle est la nature des triangles EDB et FGC ?

c) Exprimer en fonction de a , ED et DG .

d) Calculer l'aire du rectangle $EFGD$ en fonction de a .



FICHE 2 **3ème**

Objectifs :

- Savoir lire et interpréter une courbe, un graphique.
- Reconnaître une situation de proportionnalité, lien avec application linéaire.
- Introduire, à partir d'un exemple concret et par lecture d'une courbe, le vocabulaire *"maximum* ; *minimum* ; *croissant* ; *décroissant"*.

Pré-requis : Le programme des années antérieures à la 3ème (lecture et construction de graphiques ; vitesse et proportionnalité ; application linéaire).

Durée : 2 heures.

Remarques particulières sur le déroulement :

Exercice 1 :

- Pour certains élèves, le graphique de Francis n'était pas possible car *"commençant en haut"*. L'explication est venue de leurs camarades.
- Pour le graphique de Gaston, le mot *"ubiquité"* n'a apporté aucune aide car inconnu (même dans les classes de latinistes...).

Exercice 2 :

Pour certains élèves, la fonction ne peut être croissante que sur un intervalle où elle est positive.
C'est la seule difficulté rencontrée.

Exercice 3 :

Beaucoup de bonnes réponses données de façon *"intuitive"*.

Exercice 4 :

Aucune difficulté.

Ce qui a été institutionnalisé :

Rappels : Vitesse et situation de proportionnalité ;
coefficient de proportionnalité ;
application linéaire et sa représentation graphique.

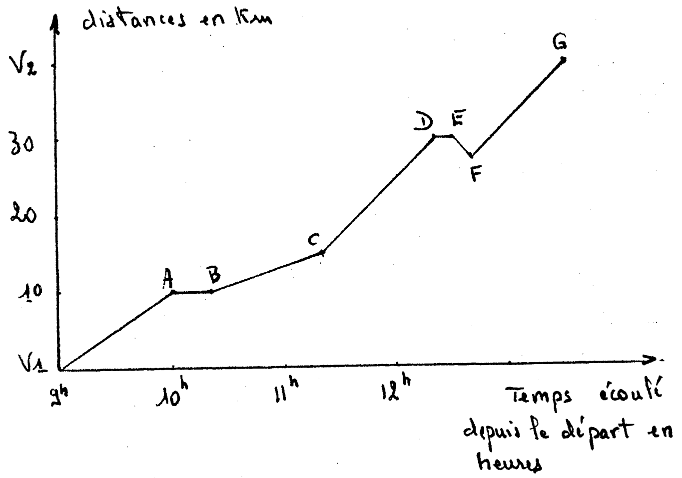
Remarques : L'exercice 1 est tiré des annales du Brevet.
L'exercice 3 est tiré de l'évaluation du ministère en début de seconde (septembre 1992).

FICHE 2

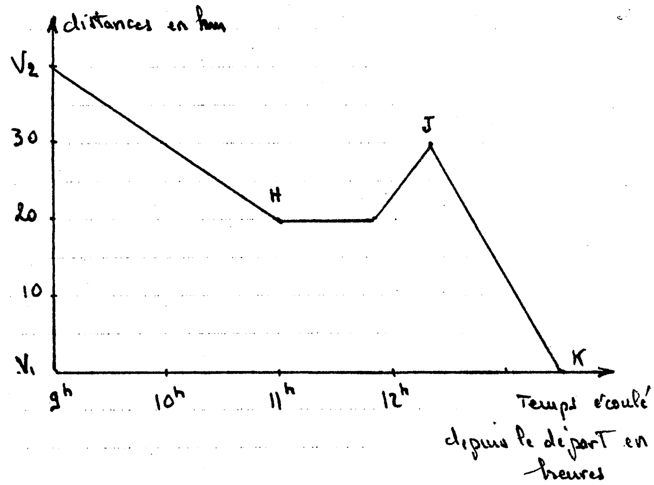
1ère partie :

Trois amis, Ernest, Francis et Gaston participent à un jeu qui consiste à rallier deux villes V1 et V2 en suivant impérativement un graphique indiquant les différentes modalités du parcours :

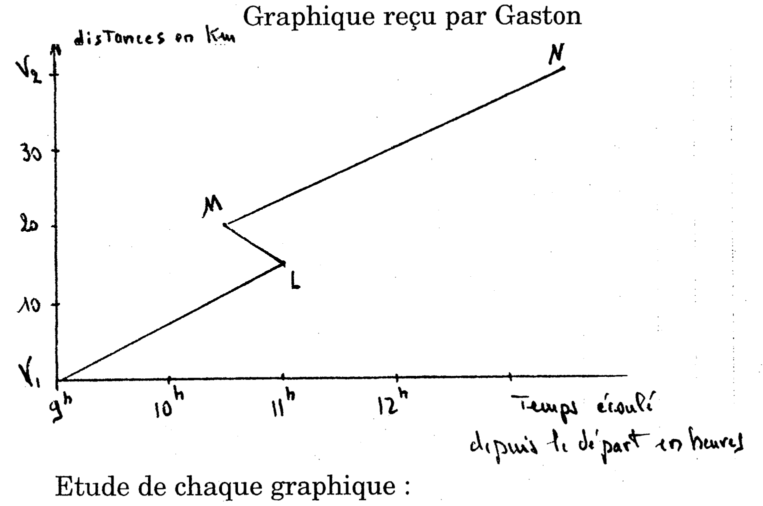
Graphique reçu par Ernest :



Graphique reçu par Francis



Graphique reçu par Gaston



Etude de chaque graphique :

Vous répondrez aux questions posées par des lectures graphiques appropriées. Aucune mise en équation, aucun calcul n'est demandé dans cet exercice. Les réponses de ❶ et ❷ seront portées dans le tableau ci-dessous (préciser les unités) :

❶ Indiquez à Ernest, qui part de la ville V1 à 9 h., juché sur sa bicyclette, comment il doit réaliser son parcours V1 V2.

Pour chacun des trajets : *V1A – AB – BC – CD – DE – EF – FG* , vous préciserez : (*) leur durée ; (*) leur longueur ; (*) la vitesse constante qu'Ernest doit maintenir.

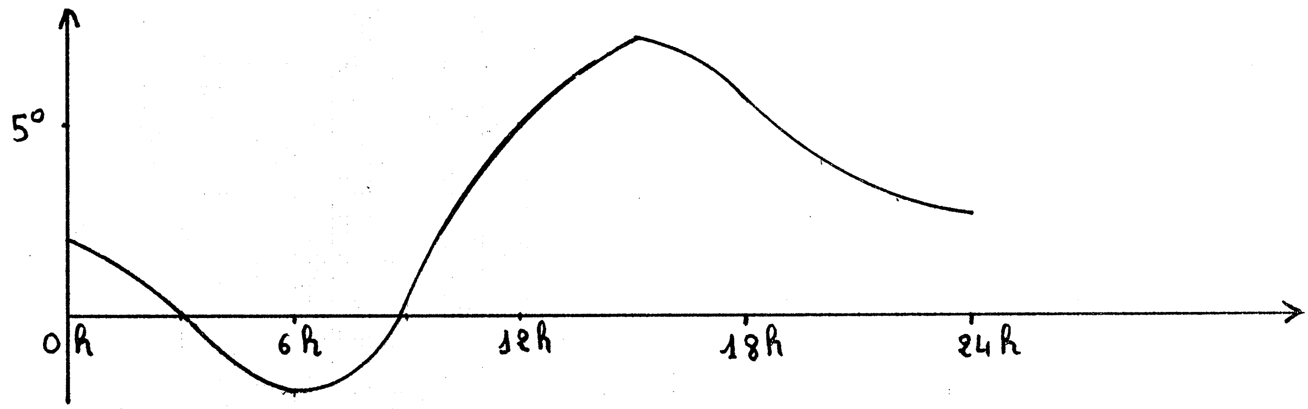
❷ Indiquez à Francis le même type de renseignements, sachant que ce dernier quitte V2 à 9 h. et qu'il se dirige vers V1 à cyclomoteur. Vous envisagerez les portions de trajet : *V2H – HI – IJ – JK*.

Trajet	*V1A*	*AB*	*BC*	*CD*	*CE*	*EF*	*FG*	*V2H*	*HI*	*IJ*	*JK*
Durée											
Longueur											
Vitesse											

❸ Gaston est fort déçu, car un premier coup d'oeil jeté à son graphique indique qu'il lui est impossible de le suivre scrupuleusement...Expliquez pourquoi (il est bien entendu que Gaston n'est pas doué d'ubiquité !).

2ème partie :

Voici une courbe de températures enregistrées au cours d'une journée. En abscisses 1 cm représente 2 h. et en ordonnées 1 cm représente 2 degrés.



Observer la courbe pour répondre aux questions suivantes :

(1) Quelle était la température à 6 h. ? A 12 h. ? A 8 h. ? A 17 h. ?

(2) A quelle(s) heure(s) faisait-il 5° ? 0° ? 8° ?

(3) Entre quelles heures de la journée la température a-t-elle été supérieure à 5° ?

Entre quelles heures a-t-elle été inférieure à 8° ?

(4) Entre quelles heures de la journée la température a-t-elle été positive ?

(5) Entre quelles heures de la journée la température a-t-elle été croissante ?

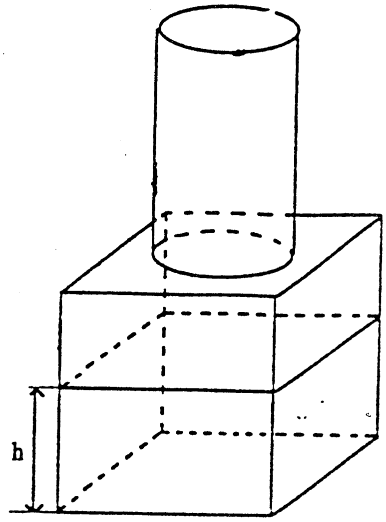
(6) Entre quelles heures de la journée la température a-t-elle été négative ?

Entre quelles heures de la journée la température a-t-elle été décroissante ?

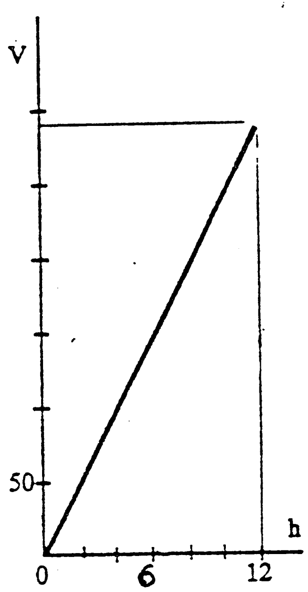
(7) A quelle heure a-t-on enregistré la température maximale ? Et la température minimale ?

3ème partie :

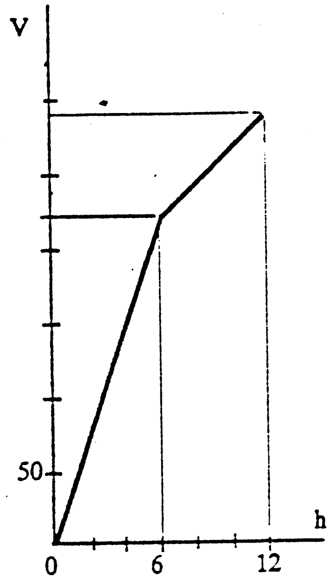
Exercice 1 :



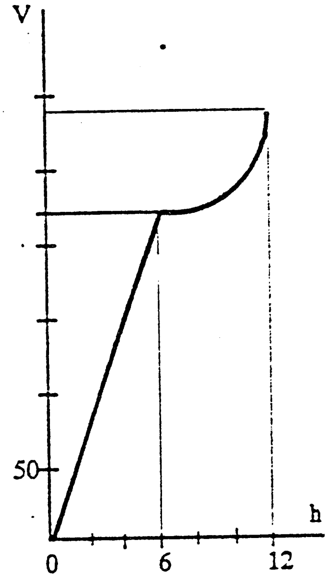
Une bouteille est formé d'un cube d'arête 6 cm et d'un cylindre de hauteur 6 cm.
Soit h la hauteur en cm du liquide dans une bouteille $(O \leq h \leq 12)$.
Sur un des graphiques suivants, on a porté la hauteur h (en cm^3) correspondant en ordonnée.



Graphique 1



Graphique 2



Graphique 3

Quel est le graphique qui correspond au remplissage de la bouteille ci-dessus ? (Evaluation à l'entrée en seconde 1992).

Exercice 2 :

Paul fait une promenade à bicyclette. Il part de la ville A pour se rendre à la ville B. Il part à 9 h. Il a roulé pendant 50 min. et a parcouru 20 km quand une roue crève. Il s'arrête et sa réparation dure 40 min.
Sa bicyclette à nouveau en bon état, il repart et parcourt en 1 heure les 40 km restants pour parvenir à la ville B.
Construire le graphique illustrant la promenade de Paul. (On représentera les distances parcourues en fonction du temps).

FICHE 3 3ème

Cette fiche est constituée de 3 problèmes, extraits des annales du brevet.

Il s'agit, à partir de situations concrètes, de définir une fonction, de la représenter graphiquement, puis d'exploiter ces représentations graphiques.

Ce travail se situe après le cours sur les applications affines.

On peut traîter en classe un seul de ces problèmes, et donner les autres en travail à la maison.

PROBLEME N° 1

Objectifs :

Prendre conscience que toutes les fonctions ne sont pas affines et que toutes les représentations graphiques ne sont pas des droites.

Pré-requis : Théorème de Thalès

Durée : 1 heure.

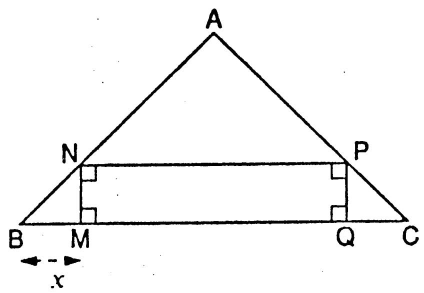
FICHE 3

PROBLEME N° 1

Sur la figure suivante, le triangle ABC est rectangle isocèle en A. On donne $BC = 8{,}4\ cm$. Le point M appartient au segment $[BC]$.
Le quadrilatère $MNPQ$ est un rectangle.

❶ a) Donner la valeur de l'angle $\widehat{ABC}$.

b) En déduire la nature du triangle BMN et celle du triangle CQP .



❷ On pose $BM = 1{,}5\ cm$.
Calculer MQ et l'aire du rectangle $MNPQ$.

❸ On pose $BM = x$.

a) Exprimer les dimensions MQ et MN en fonction de x .
b) En déduire que l'aire du rectangle $MNPQ$, notée A , s'écrit :

$$A = 8{,}4\,x - 2x^2$$

❹ a) Recopier et compléter le tableau suivant à l'aide de la question 3.b) et de la question 2.

x en cm	1	1,5	3	4
A en cm^2				

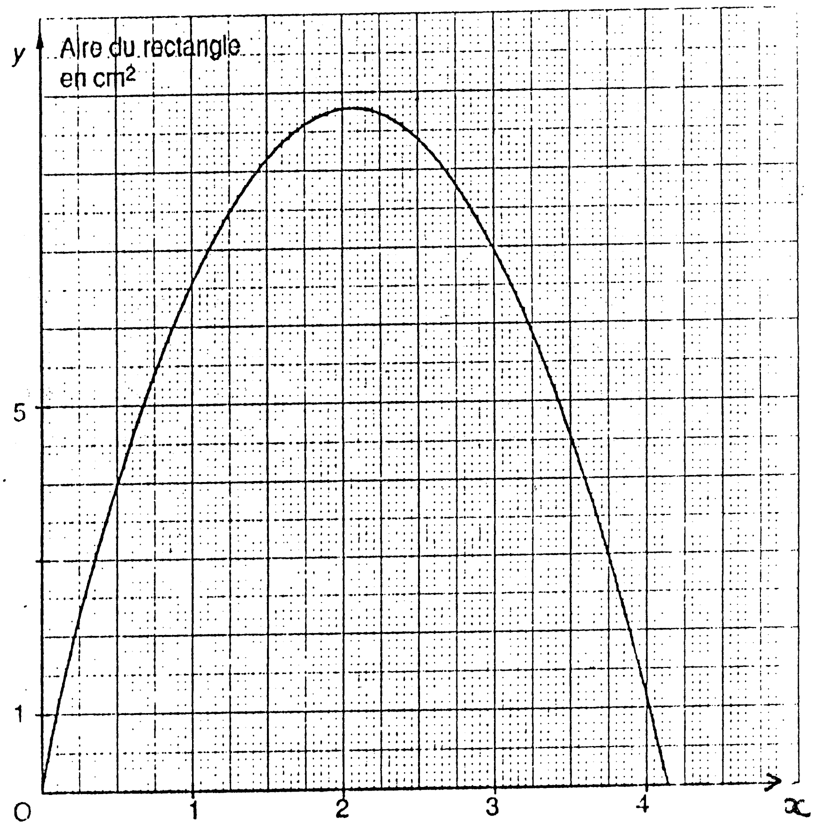
b) Sur le graphique ci-dessous, on a tracé la représentation de l'aire du rectangle en fonction de x.

Placer sur ce document les points dont on a obtenu les coordonnées dans la question 4.a).

❺ Par lecture du graphique, déterminer :

a) Pour quelles valeurs de x, l'aire du rectangle est 4,9 cm^2.

b) Pour quelles valeurs de x, l'aire du rectangle est maximale.



FICHE 3 **3ème**

PROBLEME 2 :

Objectifs de la fiche :

Utilisation d'une application affine.

Mathématisation d'une situation concrète.

Pré-requis :

Etude des applications affines.

Durée :

1/2 heure pour les plus rapides.

1 heure avec de l'aide pour certains.

Remarques :

• Trop peu d'élève réussisseent seuls les calculs en fonction de x .

• Certains élèves (et pas les plus en difficultés) demandent encore pour le graphique ce qu'on met en abscisse et en ordonnée.

• le graphique peu soigné par certains élèves donne des réponses erronées. Il faut la résolution par le calcul pour qu'ils admettent qu'ils se sont trompés et qu'ils refassent le graphique.

FICHE N° 3

PROBLEME 2

Dans une salle de cinéma, le prix du billet pour assister à une projection est de 40 F. L'exploitant propose deux types d'abonnements annuels possibles.
Abonnement A : après avoir acheté 100 F. une carte d'adhésion, le client bénéficie d'une remise de 25 % sur le prix de chaque billet.
Abonnement B : après avoir acheté 300 F. une carte d'adhésion, le client paie chaque billet moitié prix.

❶ **a)** Quel est le prix du billet que devra acquitter à chaque séance un spectateur ayant choisi l'abonnement A ?
b) Répondre à la même question pour un spectateur ayant choisi l'abonnement B.

❷ Monsieur Gérard, Mademoiselle Julie et Madame Paulette ont déjà assisté cette année à treize séances de cinéma.
a) Monsieur Gérard n'avait pas pris d'abonnement. Combien a-t-il payé au total ?
b) Mademoiselle Julie avait choisi l'abonnement A. Combien a-t-elle payé au total ?
c) Madame Paulette avait choisi l'abonnement B. Combien a-t-elle payé au total ?

❸ On désigne par x le nombre de séances auxquelles Monsieur Gérard, Mademoiselle Julie ou Madame Paulette vont assister cette année.
Exprimer en fonction de x, la somme que chacune des personnes aura dépensé au total. On notera $f(x)$, $g(x)$ et $k(x)$ la somme dépensée respectivement par M. Gérard, Mle Julie et Mme Paulette.

❹ Le plan est rapporté à un repère orthogonal avec : en abscisses 1 cm pour une unité, en ordonnées 1 cm pour 50 unités. (L'origine est prise en bas et à gauche de la feuille).
a) Tracer dans ce repère les représentations graphiques des sommes f, g et k dépensées en fonction de x.
b) En utilisant le graphique : indiquer le choix du tarif le plus avantageux, si on assiste pendant l'année à :

- 5 séances de cinéma,
- 13 séances de cinéma,
- 22 séances de cinéma

Dire à partir de combien de séances l'abonnement B est le plus intéressant.

FICHE N° 3 3ème

PROBLEME 3

Objectifs :

- déterminer deux applications affines à partir d'une situation concrète ;
- représenter graphiquement ces deux applications affines puis exploiter leurs représentations.

Rappel des compétences exigibles :

- connaître et utiliser les formules de volume pour un prisme droit et un cylindre.

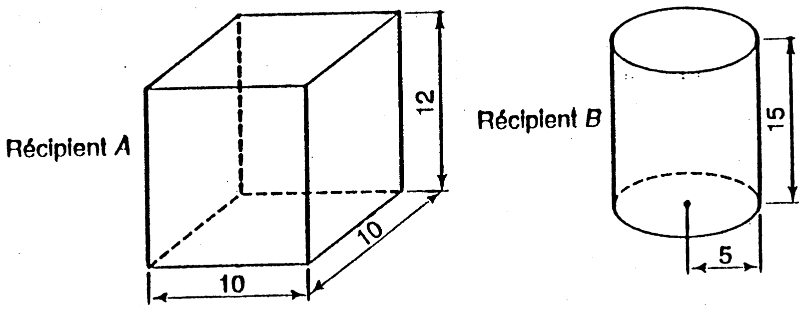
Durée : Une bonne heure.

Remarques :

- la première question (calcul numérique sur les 2 variables Volume et Masse) est bien réussie ; elle a l'avantage de mettre en condition les élèves. Le mot *"Masse"* a cependant surpris quelques uns d'entre eux ;
- la deuxième question *"écrire en fonction de..."* se fait alors tout naturellement. L'écriture un peu lourde $M_A(x)$ et $M_B(x)$ pourraient se réduire à $m(x)$ et $M(x)$ par exemple ;
- dans le b) certains élèves éprouvent des difficultés à traduire l'équilibre d'une balance par une égalité des masses ;
- les unités étant données, la réalisation des graphiques ne pose pas de problème particulier ; les élèves sont cependant lents dans cette activité ;
- la lecture graphique est bien réussie.

PROBLEME 3

Dans ce problème, l'unité de longueur est le centimètre, l'unité de volume est le centimètre cube et l'unité de masse est le gramme.



Les figures représentent deux récipient. Les dimensions indiquées sont les dimensions intérieures.
Le récipient A est un parallélépipède rectangle. Vide sa masse est 100 g.
Le récipient B est un cylindre de révolution. Vide sa masse est 150 g.
Dans le récipient A on verse de l'alcool. La masse de 1 cm^3 d'alcool est 0,8 g.
Dans le récipient B, on verse de l'huile. La masse de 1 cm^3 d'huile est 0,6 g.

❶ **a)** Calculer le volume intérieur de chacun des récipients A et B. (On arrondira le résultat concernant le récipient B au nombre entier le plus proche).

b) On verse 200 cm^3 d'alcool dans le récipient A ; calculer la masse totale de ce récipient.

c) La masse totale du récipient B est 450 g ; quel volume d'huile y a-t-on versé ?

❷ On verse un volume x d'alcool dans le récipient A et le même volume x d'huile dans le récipient B.

a) Exprimer en fonction de x la masse totale $M_A(x)$ du récipient A ainsi que $M_B(x)$ masse totale du récipient B.

b) On place le récipient A sur l'un des plateaux d'une balance et le récipient B sur l'autre. Pour quelle valeur de x la balance est-elle en équilibre ?

❸ Le plan est rapporté à un repère orthonormal. (On placera l'origine en bas à gauche d'une feuille de papier millimétré et on choisira sur chacun des axes 1 cm pour représenter 50 unités).

a) Tracer dans ce repère les représentations graphiques des applications affines $M_A(x)$ et $M_B(x)$ en fonction de x .

b) Quelles sont les coordonnées du point E commun aux deux représentations graphiques ?

Que représentent ces coordonnées par rapport aux masses des deux récipients ?

c) Comment retrouver sur le graphique le résultat de la question 1c) ?

FICHE 4 3ème

Objectifs :

- à partir de sa représentation graphique, déterminer une application affine ;
- manipuler le vocabulaire *"l'image de...est..."* *"le nombre qui a pour image..."* *"écrire en fonction de..."*

Durée : Environ 40 min.

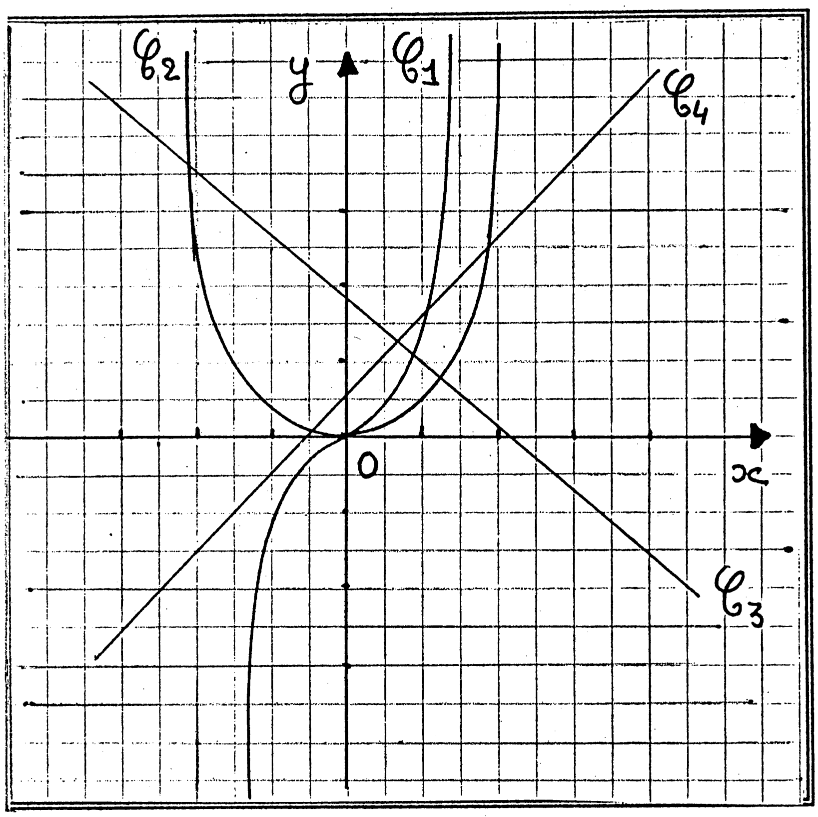
Commentaires :

La progression des questions *"quelle est l'image de..."* *"écrire en fonction de..."* puis dans l'exercice 4 *"calculer f(...)"* sans connaître l'application affine facilite la démarche des élèves qui manipulent assez bien les calculs.

- Par contre, dans l'exercice suivant, les élèves s'attachent à vérifier les calculs donnés et en oublient la définition d'une application affine. Nombreux sont ceux qui tombent alors dans le *"piège"*.

Remarque : Les exercices 3 et 4 sont extraits de *"évaluation du programme de mathématiques, fin de 3ème"* A.P.M.E.P.

Exercice 1 :



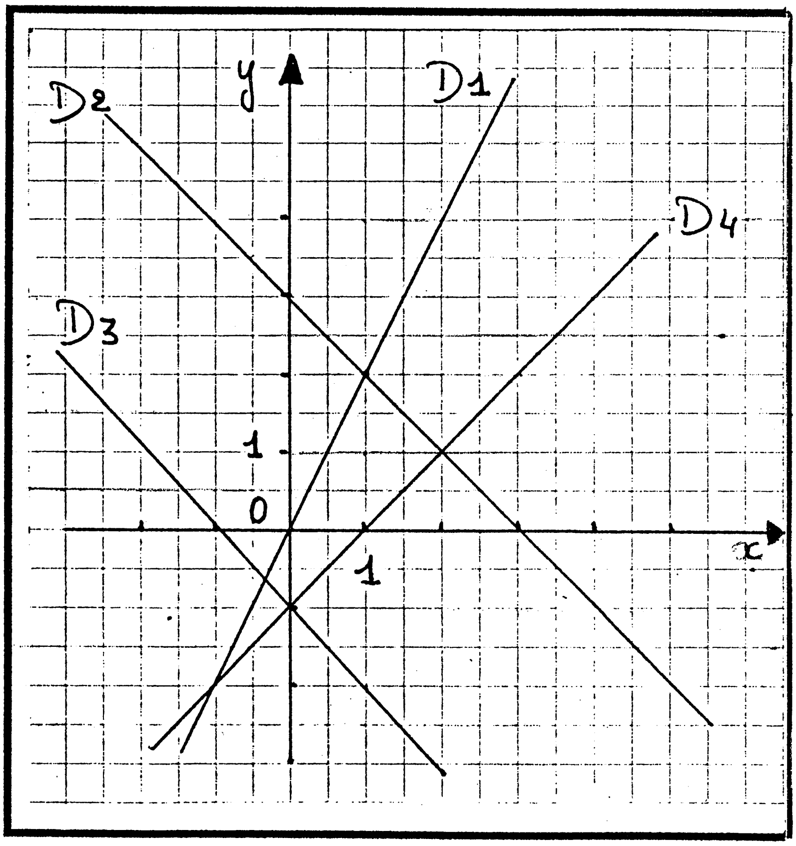
$C1$, $C2$, $C3$ *et* $C4$ sont les courbes représentatives de 4 applications notées $f1$, $f2$, $f3$ et $f4$.
Ces applications sont-elles des applications linéaires.

Réponse :

Exercice 2

Retrouver pour chacune des applications, la représentation graphique correspondante :

$A(x) = 3 - x$ $F(x) = 2x^2$
$B(x) = x + 3$ $G(x) = 2x$
$C(x) = x + 1$ $H(x) = x^2 + 1$
$D(x) = x - 1$ $I(x) = - 2x$
$E(x) = - x - 1$



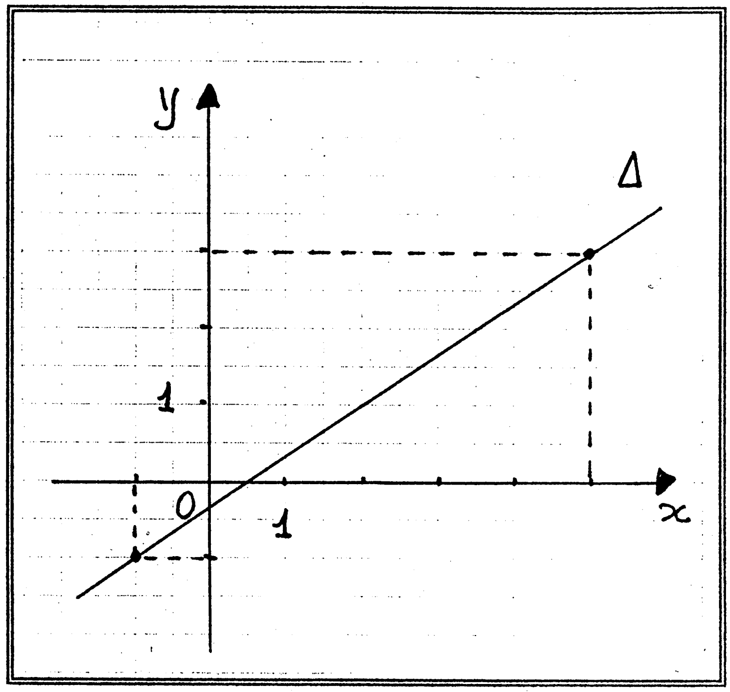
Réponse :

Exercice 3 : La droite Δ est la représentation d'une application affine f.

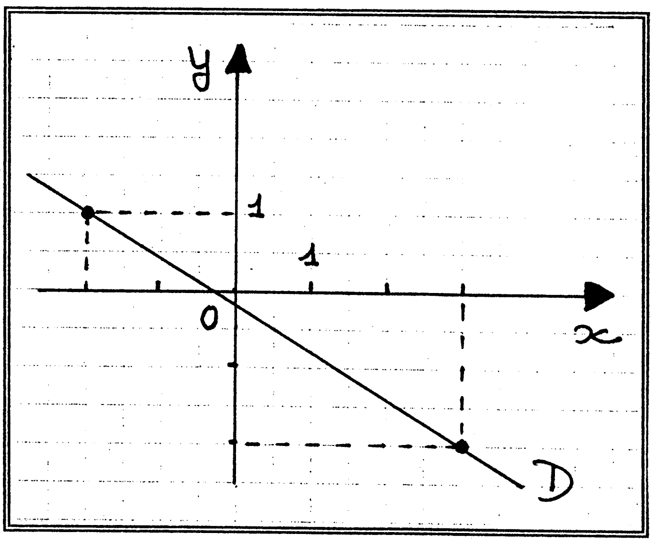
a) Mettre en évidence sur le graphique :

- l'image du nombre 4 par l'application f.
- le nombre dont l'image par f est 2.

b) Pour tout nombre x écrire $f(x)$ en fonction de x.



Exercice 4 : La droite D est la représentation graphique d'une application affine f.



Calculer :

$f(-30)$; $f(210)$; $f(\frac{2}{7})$

Exercice 5 : On considère l'application f définie par :

$$f(x) = (x - 2)^2 - 3$$

Commenter le travail de cet élève :

"$f(-1) = (-1 - 2)^2 - 3 = 9 - 3 = 6$

$f(1) = (1 - 2)^2 - 3 = 1 - 3 = -2$

Donc la représentation graphique de f *est la droite passant par les points* $A(-1\,;6)$ *et* $B(1\,;-2-)$"

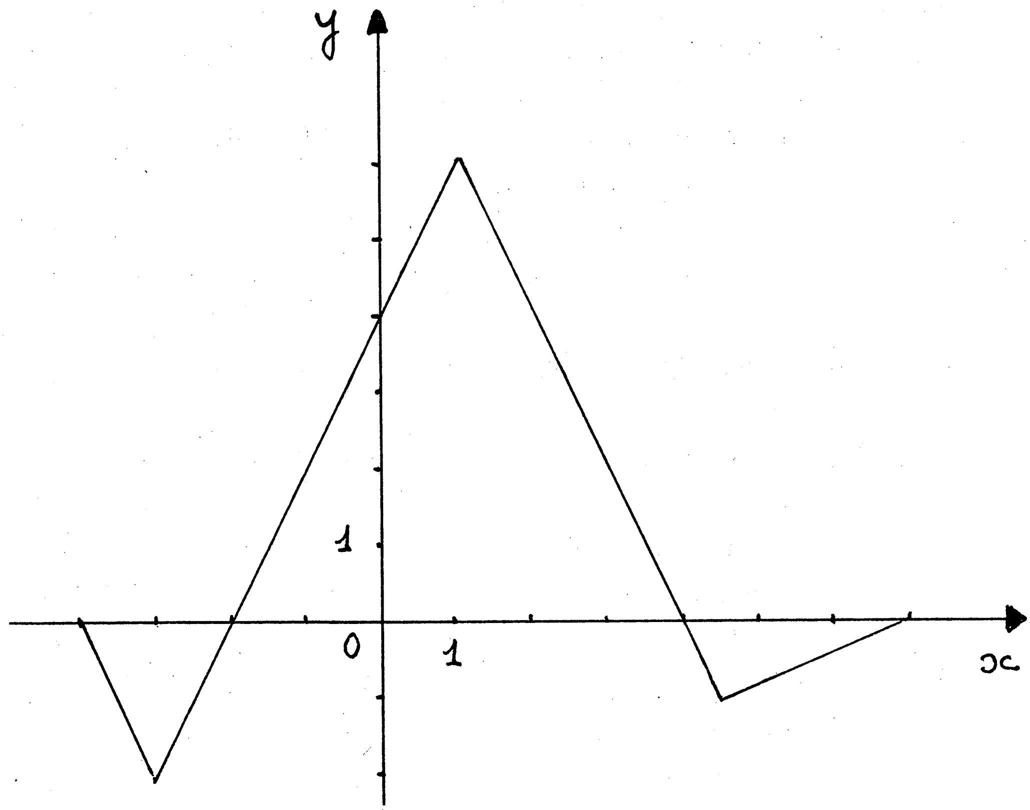
CONTROLE

❶ Voici une représentation graphique :

Quelle est l'image du nombre 3 ?

Donner un nombre ou les nombres qui ont pour image 2.

Pour quelle valeur de x la valeur de y est-elle maximale ?



❷ On donne $AB = 6$

$AC = 5$

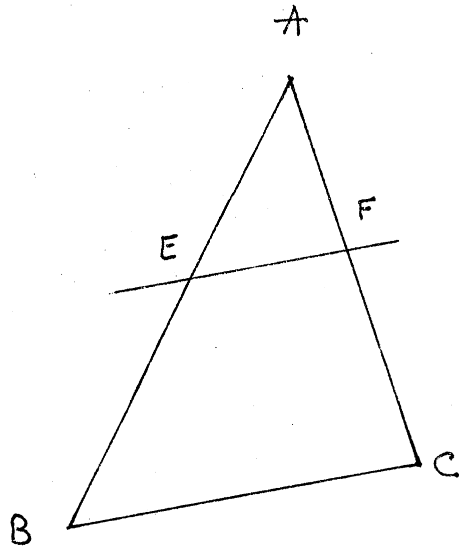
$BC = 3$

$BE = x$

$(BC) // (EF)$

a) Exprimer AE en fonction de x .

b) Exprimer EF en fonction de x .



❸ On donne l'application : $f(x) = -\frac{x}{2} + 3$

Construire sa représentation graphique

FONCTIONS AFFINES

Bilan du contrôle 3ème

Contrôle effectué en fin d'année scolaire avec 93 élèves.

Exercice 1 :

❶ Image du nombre 3.

Codage :			Résultats :		
	1	réponse exacte 2		1	60 %
	3	réponse -0,5 ou 2,5		3	1 %
	9	autres réponses		9	19 %
	0	pas de réponse		0	20 %

❷ Nombres ayant pour image 2.

Codage :			Résultats :		
	1	réponse exacte -1 et 3		1	23 %
	2	réponse -1 ou 3		2	6 %
	3	réponse 4 (image de 2)		3	15 %
	9	autres réponses		9	32 %
	0	pas de réponse		0	24 %

❸ Valeur de x pour laquelle y est maximale.

Codage :			Résultats :		
	1	réponse exacte 1		1	61 %
	3	réponse 6 (valeur de y)		3	8,5 %
	9	autres réponses		9	8,5 %
	0	pas de réponse		0	22 %

Exercice 2 :

1. Exprimer AE en fonction de x .

Codage :			Résultats :		
	1	réponse exacte $6-x$		1	58 %
	3	réponse : AE = 2,8 cm (mesure		3	2 %
	9	autres réponses		9	26 %
	0	pas de réponse		0	14 %

2. Exprimer EF en fonction de x

Codage :			Résultats :		
	1	réponse exacte $6-x$		1	16 %
	2	bonne méthode mais erreur de calcul		2	35,5 %
	3	mauvais rapport utilisé		3	14 %
	9	autres réponses		9	19 %
	0	pas de réponse		0	15,5 %

Exercice 3 : Représentation graphique.

Codage :			Résultats :		
	1	juste		1	31 %
	9	fausse		9	42 %
	0	non faite		0	27 %

SECONDE

Certaines des fiches 3ème ont été reprises en classe de seconde : il s'agit de la fiche 2 (2ème et 3ème partie), du problème n° 1 de la fiche 3, et de la fiche 4.

FICHE 2

Durée : environ 1 h., en module.

Pré-requis : aucun

Ce module a eu lieu avant tout cours et rappels sur les fonctions.

Remarques sur le déroulement :

2ème partie : Le seul problème de lecture rencontré concernait la 5ème question. Un élève refusait que la température soit croissante entre 6 h. et 9 h. parce qu'elle est alors négative.

3ème partie : Réactions totalement différentes dans les deux groupes de modules.

Dans le premier, le graphique 3 a été éliminé parce qu'une représentation de fonction est forcément une droite ou un segment de droite (!).

Dans le second, l'argument a porté sur la forme du flacon, qui se remplit *"régulièrement"*, contrairement à ce qui se serait passé avec un cône.

FICHE 4

Objectifs :

- reconnaître des fonctions linéaires ou affines par leurs représentations graphiques ;
- déterminer une fonction affine par la donnée de deux points et de leurs images.

Durée : 1 heure par groupe (travaux dirigés).

Remarques :

- Plus de difficultés qu'en 3ème, en particulier pour les exercices 2, 3 et 4 ;
- bonne réussite pour la lecture graphique ;
- exercice 5 : presque tous les élèves se sont contentés de vérifier les calculs, et ont conclu à l'exactitude du travail proposé.

ANNEXE

IREM DE BORDEAUX
Groupe "DU COLLEGE AU LYCEE" mars 1993

QUESTIONNAIRE PROFESSEURS DE 3ème ou/et Sde

PREAMBULE

a) "Fabrication" du questionnaire (*Annexe* 1)

- la première partie reprenait un certain nombre de compétences exigibles du programme de 3ème.

- la deuxième partie comportait à la fois des tests extraits des évaluations APMEP* de fin de 3ème (EVAPM3 - Juin 1990) et de fin de 2nde (EVAPM2 - Juin 1991).

Il convient de préciser que dans cette partie, certains des exercices proposés ne font pas partie des savoir-faire exigibles en 3ème, comme par exemple :

– *écrire une expression sans radical au dénominateur* ;

– *effectuer des factorisations quand le facteur commun n'est pas évident.*

b) Codage

Les consignes de codage sont rappelées dans l'annexe 1.

c) Nombre de réponses

Le nombre assez élevé de réponses 53, au total, soit un tiers environ des enseignants contactés, témoigne de l'intérêt porté par nos collègues de collège et de lycée à une liaison 3ème-2nde.

Toutefois, ce nombre est trop restreint pour servir de "base" à une analyse statistique ; il convient donc d'être prudent quant aux généralisations que l'on pourrait être tenté de faire.

* Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public.

.../...

LES GRANDES TENDANCES

1) Comparaison des opinions des professeurs de 3ème et de 2de.

De façon générale, les professeurs de 3ème ont plus d'exigences vis à vis de leurs élèves que n'en ont les professeurs en début de 2de.

Un exemple significatif concerne la compétence :

"Savoir déterminer la médiane d'une série statistique", dont la somme des taux de réponse (code 1 et code 2) sont de 10 % pour les professeurs de 2de et de 76 % pour les professeurs de 3ème.

Hormis des notions liées à la statistique et à la géométrie de l'espace, qui sont, on le ...sait, des domaines souvent "négligés" en 2de, on trouve "en queue de peloton" (2de) :

- *Construire l'image d'une figure par une rotation*

Profs. de 2de	Code 1 : 10 %	Code 2 : 15 %
Profs. de 3ème	Code 1 : 36 %	Code 2 : 18 %

- *Utiliser les formules de volume pour les solides usuels*

Profs. de 2de	Code 1 : 20 %	Code 2 : 25 %
Profs. de 3ème	Code 1 : 56 %	Code 2 : 32 %

- *Ecrire sans radical au dénominateur*

Profs. de 2de	Code 1 : 15 %	Code 2 : 35 %
Profs. de 3ème	Code 1 : 12 %	Code 2 : 52 %

Pour les professeurs de 3ème, tout -ou presque- doit être maîtrisé par un élève en fin de 3ème pour qu'il ait quelque chance de réussite en 2de.

Ainsi, le "score" le plus bas concerne l'item (qui, rappelons-le, est hors programme en 3ème) : "*Ecrire sans radical au dénominateur*" que 64 % des professeurs de 3ème considèrent comme une notion devant être au moins familière à l'élève (sa maîtrise est même jugée indispensable par 12 % des professeurs de collège).

Dans l'ensemble, les professeurs de 2de n'attendent pas forcément de leurs élèves la maîtrise des notions au programme de 3ème ; ils souhaitent plutôt, en général, qu'elles leur soient familières : rares sont les items qui atteignent un "score" (code 1) supérieur à 90 %.

Citons le "quarté" gagnant :

- *Résoudre une équation-produit* (100 %) ;
- *Calculer la valeur d'une expression pour* $x=3$ (100 %) ;
- *Tracer une droite dont on connaît l'équation* (95 %) ;
- *Effectuer une factorisation quand le facteur commun est évident* (90 %).

.../...

- Une grande majorité de professeurs de 2de jugent sans incidence sur la future scolarité des élèves sortant de 3ème une absence de savoir(s) ou de savoir-faire sur les points suivants :

* rotation **(code 3 :** 75 %)
* médiane **(code 3 :** 90 %)
* écrire sans radical au dénominateur (c'est plus partagé)

Professeurs de 3ème **(code 3 :** 32 % seulement alors que c'est hors programme).

Professeurs de 3ème/2de **(code 3 :** 63 %)

2) Réinvestissement en classe de seconde.

Il convient de noter que nombre de notions au programme de 3ème sont "reprises" en 2de. On peut faire l'hypothèse qu'un certain nombre d'enseignants de 2de réservent à ce niveau l'exigence d'une bonne maîtrise.

On trouve dans ce cas :

– *la réciproque du théorème de Thalès*
code 1 : 30 % **code 2** : 55 % **réinvestissement** : 63 %

– *la résolution d'équations de la forme* $x^2=a$
code 1 : 30 % **code 2** : 60 % **réinvestissement** : 71 %

On trouve également des notions dont la maîtrise n'est pas jugée indispensable en fin de 3ème, mais qui ne sont pas, pour autant, réinvesties en 2de, comme (et cela mérite certainement d'être creusé) :

– *Construire une image par rotation*
code 1 : 10 % **code 2** : 15 % **code 3** : 75 % **réinvestissement** : 13 %

– *Connaître les formules de volume des solides usuels*
code 1 : 20 % **code 2** : 25 % **code 3** : 50 % **réinvestissement** : 0 %
Sic !

(Cela signifie peut-être que les formules de volume sont néanmoins utilisées, sans qu'elles soient connues "par coeur" ; ce point méritera lui aussi d'être éclairci).

Parmi les notions fortement réinvesties en 2de, et ce n'est pas une surprise, on trouve :

– *les vecteurs* ;
– *le calcul analytique* ;
– *la réciproque de Thalès* ;
– *les factorisations et les équations se ramenant à des équations-produits.*

En revanche, les notions suivantes sont faiblement réinvesties :

– *rotation* ;
– *formules de volume* ;
– *géométrie dans l'espace* ;
– *statistique.*

.../...

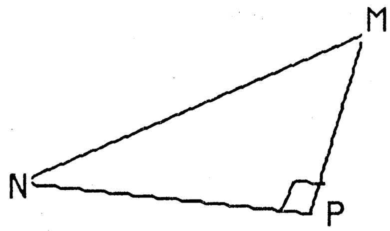
Par ailleurs, on peut s'étonner -et cela mériterait d'être étudié plus à fond- des opinions des professeurs de seconde relativement aux deux domaines suivants, dont une grande maîtrise n'est pas attendue en 2de, et qui, de surcroît, ne font pas l'objet d'un réinvestissement important :

– l'effet d'un agrandissement sur une longueur (**Code 1** : 55 % , **Code 2** : 30 %, **Code 3** : 15 % *n'est considéré comme fortement réinvesti que par* 25 % *des professeurs de seconde et, plus surprenant peut-être,* 25 % *des enseignants considèrent que cette notion n'est pratiquement pas réinvestie. L'approche préconisée par les nouveaux programmes de collège n'est-elle pourtant pas un travail préparatoire à l'étude de l'homothétie* ?

- *la trigonométrie*, pour laquelle les professeurs de 2de ne semblent pas attendre une grande maîtrise, sans que, pour autant, elle fasse l'objet d'un réinvestissement important.

Rappelons les items et les réponses des professeurs de seconde.

1er cas **Code 1** : 40 % **Réinvestissement** : $\boxed{+ 42\ \%}$; $\boxed{- : 13\ \%}$



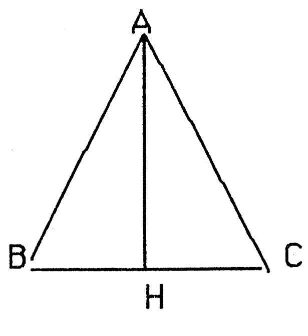
MNP est un triangle rectangle en *P*.

On donne $PN = 5{,}7\ cm$

$\widehat{PMN} = 43°$

Calculer *MN* à 1 mm près.

2ème cas **Code 1** : 6 % Réinvestissement $\boxed{+ : 38\ \%}$; $\boxed{- : 17\ \%}$



Le triangle *ABC* est tel que $AB = AC = 7\ cm$ *et* $BC = 5\ cm$.

Calculer à un degré près les angles de ce triangle.

Pour essayer d'expliquer ce constat, on peut faire la double hypothèse qu'il conviendra de vérifier :

- la "trigo" est souvent traitée en fin d'année de seconde ;

- son importance est plus grande pour les professeurs de physique que pour ceux de maths.

ECART ENTRE IMPORTANCE ACCORDEE A UNE NOTION PAR LES PROFESSEURS ET TAUX DE REUSSITE DES ELEVES A EVAPM3 OU/ET EVAPM2.

Il est intéressant également de confronter les attentes des professeurs - qu'ils soient de 3ème ou de 2de- aux performances des élèves telles qu'elles ont été évaluées par l'APM.

Certaines notions ou savoir-faire, dont la maîtrise, en fin de troisième, est jugée très importante par les professeurs, voient un taux de réussite médiocre aux tests APM.

Exemples :

– Factorisation avec facteur commun évident

Rappel item : *Factoriser* $(x+1)(x-2) - 5(x-2)$

Code 1 (dans l'ordre : profs de 2de, de 3ème/2de, de 3ème)

90 % 100 % 100 %

Réussite EVAPM3 : 50 % (non réponse : 19 %)

Il nous paraît intéressant, à propos de cette compétence, de citer le commentaire d'EVAPM 3, relatif aux items correspondants :

Les résultats obtenus à la question seront sans doute considérés comme faibles si on se réfère à ce que l'on attendait auparavant d'un élève de troisième. Bien sûr, nous aimerions que la quasi–totalité des élèves soient en mesure de maîtriser de tels calculs. Il faut toutefois souligner que ces questions se trouvent en fin de questionnaire et que les non–réponses sont de l'ordre de 20 %. Il faut aussi remarquer que des questions analogues proposées dans des évaluations antérieures obtenaient en fait de plus mauvais résultats.

– Equations–produits

Rappel item : Résoudre $(2x+3)(x-4) = o$

Code 1 100 % 100 % 100 %

EVAPM3 : 59 %

EVAPM2 : 62 %

Il est frappant de constater qu'on enregistre très peu de progrès chez les élèves entre la fin de 3ème et la fin de seconde.

– Puissances

* Ecrire sous la forme a^b		Taux de réussite	
1°) $3^2 \text{ x } 3^4$	$5^5 \text{ x } 5^{-2}$	**EVAPM3** : 60 %	**EVAPM2** : 79 %
2°) $\frac{5^6}{5^2} : \frac{2^2}{2^3}$		**EVAPM3** : 46 %	**EVAPM2** : 72 %
		(**Code 1 + 2** : 3ème : 100 % ; 2nde : 95 %)	

* Compléter :

$\left(\frac{4}{3}\right)^8 \text{ x } \left(\frac{3}{4}\right)^9 = 2^{\cdots} \text{ x } 3^{\cdots}$

EVAPM3 : non évalué **EVAPM2** : 18 %

(**Code 1 + 2 :** 3ème : 92 % ; 2de : 65 %

EN GUISE DE CONCLUSION
...QUELQUES QUESTIONS

La bêtise consiste à vouloir conclure
(G. Flaubert)

1) On peut se demander si certaines réponses auraient été identiques si l'on n'avait pas questionné les professeurs sur la seule réussite en mathématiques. En effet :

Certaines notions, faiblement réinvesties en maths, le sont beaucoup plus dans d'autres disciplines, par exemple :

– *Trigo, application affine en Physique* ;

– *Graphiques en Géographie, Bio, Eco, ...*

2) Dans l'ensemble, et de façon particulièrement nette, (cf annexe 1), les notions jugées "peu importantes" à l'issue de la 3ème, ou faiblement réinvesties en 2de, sont les notions nouvelles des nouveaux programmes de Collège.

Ce constat mériterait une étude plus approfondie qui permettrait de déceler si (est-il inconvenant de faire quelques hypothèses ?) :

- certains acquis des élèves de 3ème sont sous-exploités (voire non exploités) en 2de ;

- certains professeurs de seconde ont une connaissance superficielle des programmes de Collège ou/et considèrent qu'un certain nombre de notions nouvelles présentent peu d'intérêt pour l'enseignement des mathématiques en Lycée.

ANNEXE I

QUESTIONNAIRE DESTINE AUX PROFESSEURS DE MATHEMATIQUES ENSEIGNANT EN 3EME ET OU SDE

RAPPEL DES CONSIGNES DE CODAGE

☞ *Professeurs de 3ème et de Sde :*

Pour chacun des savoirs ou savoir–faire proposés, il s'agit d'indiquer l'importance qu'a selon vous, son acquisition par un élève, en fin de 3ème, pour réussir en seconde.

- **CODE 1**

  Cette notion fait partie du minimum indispensable et doit être maîtrisée par un élève en fin de 3ème pour réussir en Seconde.

- **CODE 2**

  Cette notion, sans être encore maîtrisée, doit toutefois être familière à l'élève dès la fin de 3ème, pour qu'il ne soit pas "dépassé" en seconde.

- **CODE 3**

  L'acquisition -ou la non acquisition- de cette notion en fin de troisième a peu d'influence sur la réussite en seconde.

- **CODE 0**

  Sans opinion.

☞ *"Spécial" profs de Sde"*

Pour chaque notion proposée, et à côté de chaque petite case, ajouter un :

$\boxed{+}$ si la notion est fortement réinvestie en seconde ;

$\boxed{-}$ si la notion n'est pratiquement pas réinvestie en seconde.

QUESTIONNAIRE PROFESSEURS 3EME-2DE

• Nombre de professeurs

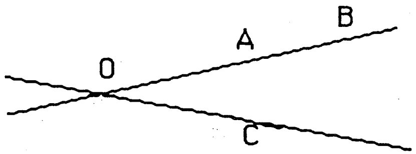
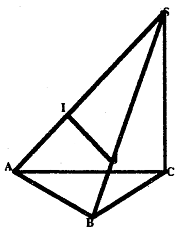
3ème $\boxed{25}$ Sde $\boxed{20}$ 3ème et Sde $\boxed{8}$ Total $\boxed{53}$

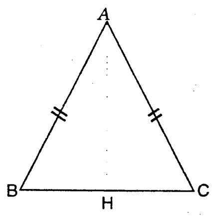
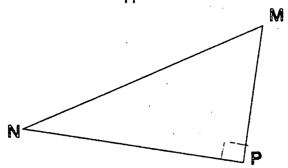
• Réponses brutes (voir consignes de codage au verso)

CAPACITES EXIGIBLES	CODE 1			CODE 2			CODE 3			Réinvestissement en Sde.	
	3me	3°/2°	2de	3me	3°/2°	2de	3me	3°/2°	2de	+	-
➡ Connaître et utiliser dans une situation donnée : • le théorème de Thalès relatif au triangle,	88%	100%	85 %	12 %	0%	15 %	0%	0%	0%	79 %	4%
• la réciproque du théorème de Thalès appliqué au triangle	76 %	38 %	30 %	24 %	50 %	55 %	0%	13 %	15 %	63 %	8 %
• la propriété $\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$	80 %	100%	60 %	16 %	0 %	30 %	4 %	0 %	10 %	67 %	8 %
➡ Construire l'image d'une figure par : • une symétrie axiale ou centrale	96 %	88 %	60 %	4 %	13 %	40 %	0%	0%	0%	50 %	17 %
• une translation	92 %	63 %	60 %	8 %	38 %	40 %	0%	0%	0%	54 %	13 %
• une rotation	36 %	13 %	10 %	48 %	38 %	15 %	16 %	50 %	75 %	13 %	38 %
➡ Utiliser le théorème de Pythagore dans l'espace (longueur de la diagonale d'un parallélépipède rectangle, rayon d'une section plane d'une sphère, hauteur d'une pyramide régulière)	76 %	88 %	20 %	24 %	13 %	45 %	0%	0%	35 %	17 %	42 %
➡ Connaître et utiliser les formules de volume pour les solides usuels	56 %	38 %	20 %	32 %	38 %	25 %	12 %	25 %	50 %	0%	75 %

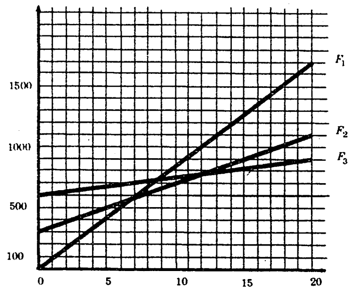
CAPACITES EXIGIBLES	CODE 1			CODE 2			CODE 3			Réinvestissement en Sde.	
	3me	3°/2°	2de	3me	3°/2°	2de	3me	3°/2°	2de	+	-
➨ Résoudre un système d'inéquations du premier degré à une inconnue, à coefficients numériques.	36 %	0 %	40 %	60 %	50 %	40 %	4 %	50 %	20 %	54 %	21 %
➨ Résoudre un système de 2 équations du premier degré, à deux inconnues, à coefficients numériques	92 %	63 %	55 %	8 %	38 %	40 %	0 %	0 %	0 %	75 %	4 %
➨ Savoir que si a désigne un nombre positif, $\sqrt{a}$ est le nombre positif dont le carré est a.	92 %	100%	80 %	8 %	0 %	15 %	0 %	0 %	5 %	75 %	4 %
➨ Résoudre, sur des exemples numériques, $x^2 = a$ (a pouvant être positif ou négatif).	64 %	38 %	30 %	36 %	63 %	60 %	0 %	0 %	10 %	71 %	4 %
➨ Déterminer une application affine par la donnée de deux nombres et de leurs images	60 %	25 %	10 %	28 %	38 %	80 %	8 %	38 %	10 %	50 %	13 %
➨ Construire un tableau de valeurs pour une application affine	88 %	63 %	55 %	12 %	25 %	35 %	0 %	13 %	10 %	54 %	17 %
➨ Résoudre un problème d'échelles	56 %	38 %	30 %	32 %	38 %	40 %	12 %	25 %	30 %	4 %	63 %
➨ Calculer la moyenne d'une série statistique	52 %	25 %	15 %	40 %	38 %	35 %	8 %	38 %	45 %	8 %	46 %
➨ Déterminer la médiane d'une série statistique	28 %	0 %	5 %	48 %	13 %	5 %	24 %	88 %	90 %	8 %	46 %
➨ A partir de données statistiques : • calculer les effectifs et les fréquences	60 %	13 %	5 %	40 %	50 %	50 %	0 %	38 %	45 %	8 %	42 %
• présenter les résultats dans un tableau	76 %	25 %	20 %	24 %	50 %	40 %	0 %	25 %	40 %	8 %	42 %
• tracer un diagramme circulaire, ou un diagramme en bâtons	80 %	13 %	20 %	20 %	63 %	30 %	0 %	25 %	50 %	8 %	42 %

CAPACITES EXIGIBLES	CODE 1			CODE 2			CODE 3			Réinvestissement en Sde.	
	3me	3°/2°	2de	3me	3°/2°	2de	3me	3°/2°	2de	+	-
➡ Savoir relier l'égalité vectorielle au parallélogramme	92 %	100%	75 %	8 %	0 %	20 %	0 %	0 %	0 %	96 %	0 %
➡ Savoir que $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$	92 %	88 %	70 %	8 %	13 %	25 %	0 %	0 %	0 %	96 %	0 %
➡ Relier la construction de $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ à celle du parallélogramme	64 %	63 %	55 %	36 %	38 %	35 %	0 %	0 %	0 %	83 %	0 %
➡ Lire sur un graphique les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$	80 %	75 %	70 %	20 %	0 %	30 %	0 %	13 %	0 %	71 %	8 %
➡ Connaissant les coordonnées de A et B, • calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$	88 %	63 %	70 %	12 %	38 %	30 %	0 %	0 %	0 %	88 %	0 %
• calculer la distance AB	96 %	50 %	65 %	4 %	50 %	35 %	0 %	0 %	0 %	71 %	4 %
➡ Tracer une droite • donnée par son équation	100%	75 %	95 %	0 %	25 %	5 %	0 %	0 %	0 %	88 %	0 %
• donnée par son coefficient directeur et un point	68 %	38 %	65 %	32 %	63 %	35 %	0 %	0 %	0 %	75 %	0 %
➡ Déterminer l'équation d'une droite définie : • par deux points	96 %	63 %	35 %	4 %	38 %	65 %	0 %	0 %	0 %	79 %	0 %
• par son coefficient directeur et un point	92 %	38 %	40 %	8 %	63 %	60 %	0 %	0 %	0 %	71 %	4 %
➡ Savoir reconnaître à l'aide des coefficients directeurs, le parallélisme ou l'orthogonalité de deux droites	84 %	50 %	45 %	16 %	38 %	50 %	0 %	13 %	5 %	67 %	8 %

ITEMS	CODE 1			CODE 2			CODE 3			Réinvestissement en Sde.	
	3me	3°/2°	2de	3me	3°/2°	2de	3me	3°/2°	2de	+	-
➠ Les points O, A, B et C sont disposés comme le montre la figure: Construis un point M de la droite (OC) tel que $\frac{OA}{OB} = \frac{OC}{OM}$.  EVAPM3	60 %	38 %	45 %	40 %	38 %	50 %	0 %	25 %	5 %	50 %	8 %
➠ Cette figure représente une pyramide en perspective. On coupe cette pyramide par un plan parallèle au plan du triangle ABC. La section obtenue contient le segment $[IJ]$ marqué sur la figure. a) Compléter la figure donnée en achevant de dessiner cette section en perspective. On donne les dimensions suivantes : $AB = 6\ cm$; $BC = 9\ cm$; $AC = 12\ cm$; $IJ = 4\ cm$. b) Tracer cette section en vraie grandeur ("à plat"). *Note* : le dessin comportait des erreurs, d'où un fort pourcentage de non-réponses  EVAPM3	a)48 % b)36 %	13 % 13 %	0 % 0 %	32 % 28 %	50 % 38 %	45 % 30 %	8 % 12 %	38 % 50 %	40 % 60 %	13 % 8 %	50 % 50 %

ITEMS	CODE 1			CODE 2			CODE 3			Réinvestissement en Sde.	
	3me	3°/2°	2de	3me	3°-2°	2de	3me	3°-2°	2de	+	-
➠ André possède un ballon sphérique. En soufflant dans ce ballon, il parvient à multiplier le diamètre par 2,5. a) Par quel nombre le rayon du ballon est-il alors multiplié ?	52 %	38 %	55 %	36 %	38 %	30 %	12 %	25 %	15 %	25 %	25 %
b) Par quel nombre l'aire du ballon est-elle alors multipliée ?	24 %	13 %	30 %	60 %	63 %	30 %	16 %	25 %	40 %	17 %	38 %
c) Par quel nombre le volume du ballon est-il alors multiplié ? EVAPM3	24 %	13 %	20 %	64 %	63 %	35 %	12 %	25 %	45 %	13 %	38 %
 Le triangle ABC est tel que $AB = AC = 7\ cm\ et$ $BC = 5$ cm Calculer à un degré près les angles de ce triangle.	80 %	50 %	40 %	20 %	38 %	50 %	0 %	13 %	10 %	38 %	17 %
 MNP est un triangle rectangle en P. On donne $PN = 5{,}7$ cm $\widehat{PMN} = 43°$ Calculer MN à 1 mm près. EVAPM3	88 %	63 %	60 %	12 %	25 %	35 %	0 %	13 %	5 %	42 %	13 %
➠ Un magasin solde des chemises et des pantalons. Toutes les chemises sont vendues au même prix unitaire. Tous les pantalons sont vendues au même prix unitaire. Jean a payé 570 F. pour 7 chemises et 3 pantalons. Sophie a payé 730 F. pour 3 chemises et 7 pantalons. Quel est le prix d'une chemise ? d'un pantalon ? EVAPM3 et EVAPM2	80 %	100%	40 %	20 %	0 %	55 %	0 %	0 %	5 %	63 %	8 %

ITEMS	CODE 1			CODE 2			CODE 3			Réinvestissement en Sde.	
	3me	3°/2°	2de	3me	3°-2°	2de	3me	3°-2°	2de	+	-
➠ Ecrire sous la forme a^b : 1° $3^2 \times 3^4$ $5^5 \times 5^{-2}$	92 %	88 %	75 %	8 %	13 %	15 %	0 %	0 %	0 %	63 %	4 %
2° $\frac{5^5}{5^2}$ $\frac{2^2}{2^3}$ EVAPM3 et EVAPM2	80 %	75 %	65 %	2 0 %	25 %	30 %	0 %	0 %	0 %	58 %	4 %
➠ Compléter : EVAPM2 $\left(\frac{4}{3}\right)^8 \times \left(\frac{3}{4}\right)^9 = 2^{\cdots} \times 3^{\cdots}$	32 %	38 %	30 %	60 %	38 %	35 %	8 %	25 %	35 %	54 %	8 %
➠ Compléter : 1°) $\sqrt{\frac{49^2}{121^2}} =$	84 %	75 %	80 %	12 %	25 %	20 %	4 %	0 %	0 %	58 %	8 %
EVAPM3 2°) $\frac{5}{\sqrt{7}} = \sqrt{}$	40 %	25 %	25 %	48 %	63 %	60 %	12 %	13 %	5 %	38 %	21 %
EVAPM3 ➠ Ecrire sous la forme $a\sqrt{b}$, b étant un nombre et entier EVAPM2 le plus petit possible : $\sqrt{180} - \sqrt{20} + \sqrt{125}$	84 %	50 %	60 %	16 %	38 %	40 %	0 %	13 %	0 %	54 %	8 %
EVAPM2 ➠ Ecrire sans radical au dénominateur : $\frac{3}{\sqrt{5+2}}$	12 %	0 %	15 %	52 %	25 %	35 %	32 %	63 %	50 %	29 %	21 %
➠ Soit A la valeur prise par l'expression : $2x^2 + 3x - 2$ pour $x = \sqrt{3}$. 1°) Donner, sous forme simplifiée, la valeur exacte de A.	100%	88 %	100%	0 %	13 %	0 %	0 %	0 %	0 %	63 %	4 %
2°) Donner une valeur de A arrondie au centième près. EVAPM3	88 %	88 %	60	8 %	13 %	40 %	4 %	0 %	0 %	46 %	8 %
➠ Par quel nombre faut-il multiplier $\sqrt{10\,445\,044\,401}$ pour obtenir $\sqrt{104\,450\,444\,010}$? EVAPM 3	28 %	13 %	20 %	52 %	63 %	40 %	20 %	13 %	25 %	17 %	42 %

ITEMS	CODE 1			CODE 2			CODE 3			Réinvestissement en Sde.	
	3me	3°/2°	2de	3me	3°-2°	2de	3me	3°-2°	2de	+	-
➡ Factoriser : • $(x+1)(x-2)-5(x-2)$ EVAPM 3	100%	100%	90 %	0 %	0 %	10 %	0 %	0 %	0 %	92 %	0 %
• $(4x-3)^2+(4x-3)(x+3)$ EVAPM 3	100%	88 %	80 %	0 %	13 %	20 %	0 %	0 %	0 %	88 %	0 %
• $(2x+5)^2-(x+3)^2$ EVAPM 3	68 %	75 %	55 %	28 %	25 %	45 %	4 %	0 %	0 %	79 %	0 %
• $x^2(x+1)-4(x+1)$ EVAPM 3	44 %	13 %	40 %	48 %	88 %	50 %	8 %	0 %	10 %	79 %	4 %
➡ Résoudre : $(2x+3)(x-4)=0$ EVAPM 3	100%	100%	100%	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	92 %	0 %
$(x-2)^2=(4x+1)^2$ EVAPM 3	40 %	38 %	35 %	52 %	50 %	60 %	8 %	13 %	0 %	79 %	0 %
$4x^2-20x+25=0$ EVAPM 3	52 %	25 %	40 %	44 %	50 %	40 %	4 %	25 %	20 %	58 %	13 %
➡ Coût global en F.  Nombre de spectacles EVAPM 3 Un centre d'action culturel le présente 20 spectacles dans l'année et propose trois tarifs différents, notés F1, F2 et F3. Pour chaque tarif, le coût global correspondant à un nombre de spectacles compris entre 0 et 20 peut être lu sur le graphique. Utilise le graphique pour donner le nombre minimum de spectacles à partir duquel : a) Le tarif F2 est plus avantageux que le tarif F1. b) Le tarif F3 est plus avantageux que le tarif F1. c) Le tarif F2 est plus avantageux que le tarif F3.	84 %	50 %	40 %	12 %	38 %	40 %	4 %	13 %	20 %	50 %	21 %

PROFESSEURS DE SECONDE

Calculer la valeur de A pour $x=\sqrt{3}$	100 %	0 %	100 %
Equation produit	100 %	0 %	100 %
Tracer une droite connue par son équation	95 %	5 %	100 %
Factoriser quand facteur commun évident	90 %	10 %	100 %
Th. de Thalès dans un triangle	85 %	15 %	100 %
Compléter $\sqrt{a^2} =$	80 %	20 %	100 %
Factoriser quand facteur commun évident mais au carré	80 %	20 %	100 %
Lire coordonnées de $\overrightarrow{AB}$	70 %	30 %	100 %
Calculer coordonnées de $\overrightarrow{AB}$	70 %	30 %	100 %
Calculer longueur AB (dans un repère)	65 %	35 %	100 %
Tracer une droite (coeff. directeur + 1 point)	65 %	35 %	100 %
Construire une image par symétrie	60 %	40 %	100 %
Construire une image par translation	60 %	40 %	100 %
Ecrire sous la forme $a\sqrt{b}$	60 %	40 %	100 %
Donner un arrondi au centième	60 %	40 %	100 %
Factoriser une différence de carrés	55 %	45 %	100 %
Trouver équation d'une droite (coeff. + 1 pt)	40 %	60 %	100 %
Trouver équation d'une droite (2 pts)	35 %	65 %	100 %
Définition de $\sqrt{a}$	80 %	15 %	95 %
Résoudre un système d'équations	55 %	40 %	95 %
Résoudre un problème à 2 inconnues	40 %	55 %	95 %
Relier parallélogramme et somme de vecteurs	75 %	20 %	95 %
Relation de Chasles	70 %	25 %	95 %
Quotient de puissances	65 %	30 %	95 %
Utiliser le sinus	60 %	35 %	95 %
Justifier droites parallèles ou perpendiculaires	45 %	50 %	95 %
Construire la 4ème proportionnelle	45 %	50 %	95 %
Equation : égalité de carrés de sommes	35 %	65 %	95 %
Produit de puissances	75 %	15 %	90 %
Règle du parallélogramme pour somme vecteurs	55 %	35 %	90 %
Calculer des valeurs pour application affine	55 %	35 %	90 %
Trigonométrie dans triangle isocèle	40 %	50 %	90 %
Factoriser : deux étapes	40 %	50 %	90 %
Déterminer application affine	10 %	80 %	90 %
Triangles homothétiques	60 %	30 %	90 %
Résoudre $x^2 = a$	30 %	60 %	90 %
Effet agrandissement sur longueur	55 %	30 %	85 %
Réciproque du théorème de Thalès	30 %	55 %	85 %

Compléter $a=\sqrt{\ }$	25 %	60 %	85 %
Résoudre un système d'inéquations	40 %	40 %	80 %
Equation : devel d'un produit remarquable	40 %	40 %	80 %
Lecture de graphique	40 %	40 %	80 %
Résoudre un problème d'échelle	30 %	40 %	70 %
Utiliser le th. de Pythagore dans l'espace	20 %	45 %	65 %
Calcul de puissances plus compliqué	30 %	35 %	65 %
Présenter un tableau de résultats (stat.)	20 %	40 %	60 %
$\sqrt{10\,445\,044\,401} \text{ x } ? = \sqrt{104\,450\,444\,010}$	20 %	40 %	60 %
Effet agrandissement sur aire	30 %	30 %	60 %
Effet agrandissement sur volume	20 %	35 %	55 %
Calculer effectifs, fréquence	5 %	50 %	55 %
Tracer des diagrammes	20 %	30 %	50 %
Calculer la moyenne d'une série statistique	15 %	35 %	50 %
Ecrire sans radical au dénominateur	15 %	35 %	50 %
Connaître les formules de volume	20 %	25 %	45 %
Dessin en perspective	0 %	45 %	45 %
Dessiner une section en vraie grandeur	0 %	30 %	30 %
Construire une image par rotation	10 %	15 %	25 %
Déterminer la médiane d'une série stat.	5 %	5 %	10 %

ANNEXE 2

PROFESSEURS DE TROISIEME

	Code 1	Code 2	Code 1 +2
Tracer une droite connue par son équation	100 %	0 %	100 %
Calculer la valeur de A pour $x=\sqrt{3}$	100 %	0 %	100 %
Factoriser quand facteur commun évident	100 %	0 %	100 %
Factoriser quand facteur commun évident mais au carré	100 %	0 %	100 %
Equation-produit	100 %	0 %	100 %
Construire une image par symétrie	96 %	4 %	100 %
Calculer longueur AB (dans un repère)	96 %	4 %	100 %
Trouver équation d'une droite (2 pts)	96 %	4 %	100 %
Construire une image par translation	92 %	8 %	100 %
Relier parallélogramme et somme de vecteurs	92 %	8 %	100 %
Relation de Chasles	92 %	8 %	100 %
Trouver équation d'une droite (coeff + 1 pt)	92 %	8 %	100 %
Résoudre un système d'équations	92 %	8 %	100 %
Définition de $\sqrt{a}$	92 %	8 %	100 %
Produit de puissances	92 %	8 %	100 %
Th. de Thalès dans un triangle	88 %	12 %	100 %
Calculer coordonnées $\overrightarrow{AB}$	88 %	12 %	100 %
Calculer des valeurs pour application affine	88 %	12 %	100 %
Utiliser le sinus	88 %	12 %	100 %
Justifier droites parallèles ou perpendiculaires	84 %	16 %	100 %
Ecrire sous la forme $a\sqrt{b}$	84 %	16 %	100 %
Lire les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$	80 %	20 %	100 %
Tracer des diagrammes	80 %	20 %	100 %
Trigonométrie dans triangle isocèle	80 %	20 %	100 %
Résoudre un problème à 2 inconnues	80 %	20 %	100 %
Quotient de puissances	80 %	20 %	100 %
Réciproque du th. de Thalès	76 %	24 %	100 %
Utiliser le th. de Pythagore dans l'espace	76 %	24 %	100 %
Présenter un tableau de résultats (stat)	76 %	24 %	100 %
Tracer une droite (coeff. directeur + 1 point)	68 %	32 %	100 %
Règle du parallélogramme pour somme vecteurs	64 %	36 %	100 %
Résoudre $x^2=a$	64 %	36 %	100 %
Calculer effectifs, fréquence	60 %	40 %	100 %
Construire la 4ème proportionnelle	60 %	40 %	100 %
Triangles homothétiques	80 %	16 %	96 %
Factoriser une différence de carrés	68 %	28 %	96 %

Donner un arrondi au centième	88 %	8 %	96 %
Compléter $\sqrt{a^2} =$	84 %	12 %	96 %
Lecture de graphique	84 %	12 %	96 %
Equation : devel d'un produit remarquable	52 %	44 %	96 %
Résoudre un système d'inéquations	36 %	60 %	96 %
Calculer la moyenne d'une série statistique	52 %	40 %	92 %
Equation : égalité de carrés de sommes	40 %	52 %	92 %
Factoriser : deux étapes	44 %	48 %	92 %
Calcul de puissances plus compliqué	32 %	60 %	92 %
Connaître les formules de volume	56 %	32 %	88 %
Résoudre un problème d'échelle	56 %	32 %	88 %
Déterminer application affine	60 %	28 %	88 %
Effet agrandissement sur longueur	52 %	36 %	88 %
Compléter $a = \sqrt{\ }$	40 %	48 %	88 %
Effet agrandissement sur volume	24 %	64 %	88 %
Construire une image par rotation	36 %	48 %	84 %
Effet agrandissement sur aire	24 %	60 %	84 %
Dessin en perspective	48 %	32 %	80 %
$\sqrt{10\,445\,044\,401} \times ? = \sqrt{104\,450\,444\,010}$	28 %	52 %	80 %
Déterminer la médiane d'une série stat.	28 %	48 %	76 %
Dessiner une section en vraie grandeur	36 %	28 %	64 %
Ecrire sans radical au dénominateur	12 %	52 %	64 %