

Université Bordeaux 1

IUFM d'Aquitaine

LADIST

Laboratoire de Didactique
des Sciences et des Techniques

**Etude d'une forme de contrôle
par les élèves eux-mêmes
de leurs connaissances numériques**

**LIRE ET COMPRENDRE
DES ENONCES DE PROBLEMES
au cycle des approfondissements (8 - 11 ans)**

FASCICULE 1

Réorganisation de données numériques

Pierre TEULE-SENSACQ

IUFM d'Aquitaine
LADIST

Gérard VINRICH

IUFM d'Aquitaine
LADIST

IREM - 1992

*"Pour un esprit scientifique, toute
connaissance est une réponse à une question.
S'il n'y a pas eu de question, il ne peut y avoir
connaissance scientifique.
Rien ne va de soi. Rien n'est donné.
Tout est construit."*

Bachelard
"La formation de l'esprit scientifique"
VRIN

SOMMAIRE

1ère Partie

LE CADRE DE L'ETUDE

1.1 EN GUISE D'INTRODUCTION	5
1.2 DANS LES PROGRAMMES ACTUELS	6
1.3 LE POINT SUR LES CARACTERISTIQUES D'UN PROBLEME	7
1.4 LE CADRE DE NOTRE ETUDE	10
1.5 NOTRE HYPOTHESE DE TRAVAIL	10
1.6 QUELLES SONT LES COMPETENCES PRIVILEGIEES ?	11
1.7 QUELLE TACHE POUR L'ELEVE ? QUELLE TACHE POUR LE MAITRE ?	13

2ème Partie

L'EXPERIMENTATION

2.1 LE CONTEXTE DE L'EXPERIMENTATION	15
2.2 MATERIEL DIDACTIQUE POUR NOTRE ETUDE	17
2.3 GRILLE DE DEPOUILLEMENT	21

3ème Partie

LES RESULTATS GLOBAUX

3.1 LES RESULTATS PAR NIVEAUX	23
3.2 LES RESULTATS A LA PREMIERE QUESTION	24
3.3 LES RESULTATS A LA DEUXIEME QUESTION	25

4ème Partie

LA REORGANISATION DES INFORMATIONS NUMERIQUES

4.1 LES RESULTATS DE LA REORGANISATION	27
4.2 QUELQUES TRAVAUX D'ELEVES	29
4.3 EXAMEN DES ESSAIS DES ELEVES	32
4.4 LES EFFETS SUR LA DEMARCHE A LA PREMIERE QUESTION	34
4.5 LES EFFETS SUR LA REUSSITE	36

5ème Partie

POUR CONCLURE

5 PERSPECTIVES	39
----------------------	----

1.1 - EN GUISE D'INTRODUCTION

Depuis fort longtemps, les problèmes (en tant que problèmes écrits) et les "*méthodes*" pour les résoudre ont joué un rôle important dans l'enseignement des mathématiques.

Une des difficultés de l'enseignement des mathématiques est d'assurer, au niveau de l'élève, la construction du "*sens*" des connaissances enseignées.

Pour G. BROUSSEAU le "*sens*" d'une connaissance mathématique se définit tout à la fois :

- par l'ensemble des situations où cette connaissance est réalisée en tant que théorie mathématique et non seulement en tant que moyen de solution ;
- et par l'ensemble des conceptions qu'elle rejette, des erreurs qu'elle évite, des économies qu'elle procure.

C'est pourquoi la notion de problème a subi un changement profond de signification et l'évolution peut être caractérisée par quatre phénomènes :

- L'introduction d'une plus grande variété de problèmes avec de nombreux contextes.
- La mise en évidence du rôle primordial du processus de résolution et non plus uniquement la solution.
- L'apparition du problème comme élément de mise en situation.
- La considération du processus de résolution en tant que modèle de l'activité mathématique.

En fait, la place accordée à l'activité de résolution de problèmes est caractéristique du choix d'une stratégie d'apprentissage. A cet effet, on peut distinguer schématiquement trois fonctions du problème :

- ① la première, relevant de ce que l'on appelle communément enseignement "*traditionnel*" dans lequel le problème apparaît uniquement comme critère du savoir;
- ② la seconde, qui fait référence aux méthodes dites "*actives*" dans lesquelles le problème est utilisé avant tout comme mobile de l'apprentissage ;
- ③ la troisième, pour laquelle c'est l'activité de résolution de problème qui est centrale dans le processus d'apprentissage et où le problème est tout à la fois source et critère du savoir.

1.2 - DANS LES PROGRAMMES ACTUELS

Quelle que soit la fonction du problème (voir ci-dessus) les enseignants savent que de nombreux élèves de l'école primaire... et aussi du collège éprouvent des difficultés face à la résolution d'un problème.

On sait que la lecture et (donc) la compréhension de l'énoncé joue un rôle très important (même si ce n'est pas le seul !) dans l'élaboration par l'élève d'une procédure de résolution.

Les compétences à acquérir dans ce domaine sont clairement explicitées dans les textes actuels ("*les cycles à l'école primaire*" : 1991).

a) Compétences d'ordre disciplinaire : Mathématiques (cycle 3)

Résolution de problème

Dans des situations variées, l'élève pourra :

- reconnaître, trier, organiser et traiter les données utiles à la résolution d'un problème ;
- formuler et communiquer sa démarche et ses résultats ;
- argumenter à propos de la validité d'une solution ;
- élaborer une démarche originale dans un véritable problème de recherche, c'est-à-dire un problème pour lequel on ne dispose d'aucune solution déjà éprouvée ;
- élaborer un questionnement à partir d'un ensemble de données.

b) Compétences transversales (cycle 3)

Traitement de l'information

L'élève doit, par son travail personnel ou en groupe, être capable de rechercher une information. Par exemple :

- savoir lire un graphique simple, un plan, une carte, un schéma, un tableau.

Il doit être capable d'analyser ou de synthétiser l'information ainsi recueillie, notamment :

- pouvoir retrouver les étapes essentielles d'un texte ;
- savoir sélectionner des informations utiles et les organiser logiquement ;

L'élève doit pouvoir, aussi bien à l'oral qu'à l'écrit, exposer l'information recueillie, argumenter ; en particulier :

- être capable de communiquer ses démarches.

Il demeure néanmoins une question majeure pour les enseignants :

Quel type d'activité et quel type d'exercice puis-je proposer pour construire, faire fonctionner et évaluer ces compétences ?

1.3 - LE POINT SUR LES CARACTERISTIQUES D'UN PROBLEME

Les divers "*constituants*" d'un problème peuvent être interprétés en terme de variables didactiques ce qui permet d'organiser, suivant les paramètres fixés, différents types d'activité.

1ère variable didactique : **LE SUPPORT**

On distinguera quatre types de support :
les problèmes faisant appel à l'interprétation :

- soit d'un tableau ;
- soit d'un graphique ;
- soit d'une image ;
- soit d'un énoncé-récit.

La capacité à utiliser ces divers modes d'organisation et à passer de l'un à l'autre est un des objectifs de la résolution de problème.

2ème variable didactique : **LE CONTEXTE**

En fait, on peut trouver sous cette terminologie plusieurs types de problèmes.

- Dans un premier temps, on distinguera les énoncés qui correspondent à des pratiques sociales de référence pour les élèves de ceux qui leur sont étrangers. Ainsi, suivant les problèmes, les élèves se trouvent confrontés

- soit à des contextes "*effectifs*", la situation décrite permettant une action ou une représentation concrète ;

- soit à des contextes "*décrits*" par le maître qui sont des évocations de pratiques sociales de référence pour l'élève ;

- soit à des simulations de pratiques sociales qui n'appartiennent pas à l'environnement familier de l'élève.

- Dans un deuxième temps, on distinguera les situations qui conduisent les élèves à des reconnaissances de cohérence par exemple au travers

- d'activités au cours desquelles il convient de retrouver des énoncés "*mêlés*" ;

- des situations qui visent à conduire l'élève à produire, à partir d'une image ou d'un graphique, un énoncé cohérent.

3ème variable didactique : **LES INFORMATIONS.**

Outre leurs supports, la nature des informations peut être :

- soit textuelle ;
- soit logique ;
- soit numérique.

C'est ici que se situent les activités qui visent à conduire les élèves à s'interroger sur la pertinence des informations par rapport à la résolution du problème proposé.

4ème variable didactique : **LES QUESTIONS**

Elles peuvent constituer un enjeu de l'activité. On pourra distinguer en effet quatre types de questions suivant la nature de la procédure de réponse :

- soit la réponse s'obtient par "simple" lecture de l'énoncé ou par vérification d'une information explicitement présente dans le texte ;
- soit la réponse s'obtient en "réfléchissant" sans calculer ;
- soit la réponse s'obtient en calculant ;
- soit la réponse est impossible par manque d'informations dans l'énoncé.

5ème variable didactique : **LE PROGRAMME DE CALCUL**

L'élève peut être engagé dans au moins trois types de situations :

- celles au cours desquelles il est conduit à effectuer un calcul nécessaire à la recherche d'un résultat ;
- celles au cours desquelles il devra élaborer un programme de calcul qui est une anticipation par rapport à l'obtention de la solution.

On retrouve ici les problèmes d'élaboration d'un programme de construction en géométrie ainsi que les activités numériques au cours desquelles les élèves doivent produire une solution à l'aide d'une écriture parenthésée.

- celles au cours desquelles l'élève doit prendre position par rapport à une solution élaborée par quelqu'un d'autre.

6ème variable didactique : **LA REPONSE**

La recontextualisation d'un résultat et en particulier l'identification de la nature de l'unité dans laquelle doit être donnée la réponse d'un problème numérique ainsi que d'un problème de mesure est un enjeu de travail.

7ème variable didactique : **LA COMMUNICATION DES RESULTATS.**

Celle-ci peut revêtir plusieurs formes.

Elle peut être écrite ou orale, être destinée à un élève, à un groupe d'élèves ou au maître.

8ème variable didactique : **LA PREUVE DE LA VALIDITE D'UN RESULTAT.**

Il convient de distinguer ici au moins une différence entre la nature de la preuve et les conditions de production de la preuve.

La théorie des situations élaborée par G. BROUSSEAU permet de préciser les conditions nécessaires à l'organisation de débats de preuve.

Cependant, on différenciera les situations qui s'appuient sur une preuve "matérielle" de celles qui reposent sur une preuve "formelle", comme par exemple le choix d'une opération, qui mettent en cause les représentations qu'ont les élèves de la connaissance.

1.4 - LE CADRE DE NOTRE ETUDE

L'étude porte sur la réorganisation d'informations numériques dans un énoncé-récit et sur l'interaction ainsi provoquée pour répondre aux questions posées.

A cet effet, les données ont été séparées du support de l'énoncé.

Remarquons qu'il ne suffit pas, à partir de n'importe quel énoncé, d'isoler les informations numériques pour pouvoir considérer toutes les situations comme équivalentes et pour mettre l'élève dans une situation interactive telle que nous l'avons étudiée.

Enoncé retenu

(la cohérence de la réorganisation des informations numériques conduit à une solution unique.)

18 22 25 33

On allume à h une bougie qui mesure cm de hauteur.

Le même jour, on éteint la bougie à h, elle ne mesure plus que cm.

1°) De combien la bougie a-t-elle diminué ?

2°) Quelle est la hauteur de cire consommée en une heure.

Exemple d'énoncé non retenu

(la cohérence de la réorganisation des informations numériques conduit à différentes solutions.)

7 12 25 35

Dans le car de transport scolaire, enfants montent au premier arrêt, au deuxième, au troisième. Devant l'école, descendent.

Le car va ensuite jusqu'au collège pour y déposer le reste des enfants.

Combien d'élèves du collège le car transportait-il ?

1.5 - NOTRE HYPOTHESE DE TRAVAIL

Lors de la résolution d'un problème, l'interaction provoquée par la remise en place préalable d'informations numériques permet à davantage d'élèves d'arriver au but, c'est-à-dire de comprendre l'adéquation entre les données et les questions.

1.6 - QUELLES SONT LES COMPETENCES PRIVILEGIEES ?

Rappelons que le cadre de cette étude vise à porter un regard sur l'énoncé de problème en tant que texte donné à lire et à étudier les rapports que les élèves nouent avec cet énoncé.

On connaît les grandes caractéristiques d'un énoncé de problème dont la particularité essentielle réside dans la présence de trois codes en interaction :

- *la langue naturelle*
- *le langage mathématique*
- *le symbolisme*

La résolution des problèmes requiert, selon les cas et selon la manière dont on a fixé les variables didactiques précédemment identifiées, des compétences d'un ordre tout à fait différent. Dans le cadre de cette étude, nous en repèrerons cinq en essayant de distinguer ce qui est à la charge de l'élève de ce qui est à la charge du maître.

1^{er} Type de compétence : **ANALYSER**

Comprendre un énoncé de problème, c'est tout à la fois

- *repérer les informations qui sont données et sur lesquelles on est susceptible de pouvoir agir ;*

- *identifier la nature de l'information que l'on cherche à obtenir.*

On regroupera dans ce chapitre toutes les activités qui relèvent

- d'un questionnement sur l'énoncé ;

- de la mise en oeuvre d'une reformulation ;

- de la nécessité d'une interprétation ;

- de la "traduction" à l'aide d'une représentation (dessin figuratif, tableau à double entrée, diagramme, opérateurs en chaîne...) ;

- de l'identification du rôle de l'information liée à la question par rapport au contexte du problème.

2^{ème} Type de compétence : **ORGANISER**

Il s'agit pour l'élève de trouver une démarche permettant de mettre en relation les informations données et conduisant à une réponse à la question posée.

On regroupe sous cette terminologie toutes les compétences relatives à l'énonciation d'un modèle mathématique adapté à la situation et/ou à l'utilisation d'un sous-ensemble d'informations adapté à la question.

3ème Type de compétence : **EXECUTER**

On intégrera dans cette rubrique tout à la fois

- *ce qui relève d'un traitement préalable des informations pour les rendre utilisables dans le cadre du problème (ex conversion d'unités) ;*

- *ce qui relève de la mise en oeuvre du programme de résolution de l'activité proposée.*

Celui-ci peut être tout aussi bien un programme de reproduction d'une figure géométrique qu'un programme de calcul faisant intervenir une "suite" d'opérations traduite à l'aide d'une écriture parenthésée.

On intégrera dans cette rubrique la capacité de l'élève à choisir son mode de calcul : MENTAL et/ou ECRIT et/ou MACHINE.

4ème Type de compétence : **COMMUNIQUER**

Il s'agit de repérer ici la capacité de l'élève à rendre compte d'une solution à un autre élève, à un groupe d'élèves à la classe ou au maître.

L'élève a à sa charge tout à la fois de présenter ses résultats et de structurer son argumentation.

5ème Type de compétence : **VALIDER**

On se situera ici dans un cadre où l'élève se trouve authentiquement engagé dans un débat de preuve.

Ce débat peut porter tout autant sur la recontextualisation des résultats obtenus que sur la validité du modèle mathématique utilisé.

Cette phase s'inscrit plus spécifiquement dans le cadre d'une dialectique de la validation dont la fonction essentielle est de donner de la consistance à l'argumentation.

1.7 - QUELLE TACHE POUR L'ÉLÈVE ? QUELLE TACHE POUR LE MAÎTRE ?

Il existe entre les compétences précédemment définies des inter-relations dont certaines conditionnent la possibilité pour l'élève de s'engager dans la résolution du problème et dans la production d'une réponse alors que d'autres relèvent des conditions didactiques que doit créer le maître pour conduire l'élève à un travail sur le modèle mathématique.

Au cours de la résolution "interne" de l'activité, l'élève est conduit, selon la nature du problème à mettre en oeuvre une ou plusieurs des compétences suivantes :

analyser, organiser, exécuter, communiquer.

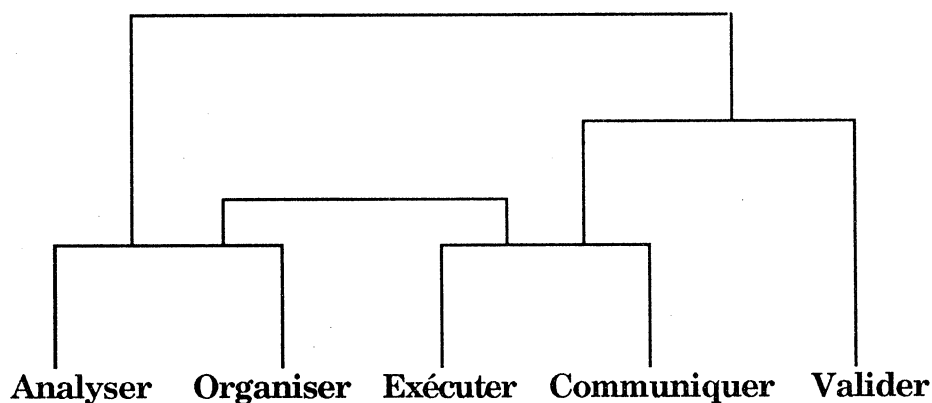
Toutefois, sa capacité à organiser sera dépendante de sa capacité à analyser et sa capacité à communiquer aura été conditionnée par sa capacité à exécuter.

On entend par résolution "interne" la tâche qui est à la charge de l'élève pour satisfaire au contrat de la situation.

Par contre, l'organisation du débat sur la preuve et la validité de la situation proposée relève de la responsabilité du maître. Pour argumenter et prouver la validité de son résultat, l'élève est conduit à mettre en rapport sa solution achevée avec les indices prélevés dans son analyse de la situation.

On peut distinguer un troisième niveau d'inter-relation lorsque le maître engage un débat portant sur l'identification du problème comme élément caractéristique d'une classe de problèmes et sur les représentations qui lui sont liées.

On peut différencier ces relations et les représenter à l'aide du diagramme ci-dessous :



L'énoncé retenu dont

- le *support* est un énoncé-récit faisant référence à un *contexte* décrit
- les *données* sont numériques

aura pour fonction de permettre d'estimer la **capacité** des élèves à **analyser** les informations fournies.

2.1 - LE CONTEXTE DE L'EXPERIMENTATION

L'expérimentation s'est déroulée principalement aux différents niveaux du cycle 3 (des approfondissements) de l'école élémentaire au cours du troisième trimestre de l'année scolaire 1990-91.

Des élèves de SES ont aussi participé à cette expérimentation

NIVEAU	EFFECTIF
CE2	99
CM1	83
CM2	126
SES	57

Nous tenons à remercier très vivement les enseignants et les élèves des écoles suivantes :

- Ecole Jules Michelet de Talence (**COREM**) - 33 -
- Ecole d'Hagetmau - 40 -
- Ecole de Mongaillard - 40 -
- Ecole Annexe de Mont de Marsan - 40 -
- Ecole Bretagne de Mont de Marsan - 40 -
- Ecole Jules Ferry de Saint Pierre du Mont - 40 -
- Ecole du Biarnès de Saint Pierre du Mont - 40 -
- Ecole Annexe d'Agen - 47
- Ecole Joseph Bara d'Agen - 47 -
- SES de Germillac à Marmande - 47 -
- SES de Théophile de Viau à Agen - 47 -

2.2 - MATERIEL DIDACTIQUE POUR NOTRE ETUDE

Fiche didactique

Commentaires

OBJECTIFS

- * Analyser et organiser des informations numériques en fonction
 - de leur vraisemblance
 - de la cohérence interne du texte
- * Valider une solution

MATERIEL

Pour chaque élève :

- une fiche de travail polycopiée (recto - verso)
- un stylo-bille non effaçable pour la recherche de la solution

Pour la classe :

- texte à trous au tableau
- 4 étiquettes nombre (mobiles)

DEROULEMENT PREVU

• DEVOLUTION

- Distribution des énoncés
- Lecture silencieuse de la fiche
- On retourne le texte ;

question du maître : "que faut-il faire ?" (ceci en vue de mettre en évidence l'existence de la **CONSIGNE** et du texte avec les données numériques misent "en vrac" au dessus de l'énoncé).

• ACTION

* Phase de recherche individuelle
(l'élève **N'EFFACE PAS** les essais infructueux, il les barre).

* A la fin de cette phase d'action, l'élève retourne la feuille et répond à la consigne si besoin.

* Recueil des travaux avec pour chacun, la durée approximative.

N.B : Les phases de communication et de validation de la solution feront l'objet d'un travail spécifique.

Fiche élève (recto)

NOM :

TEMPS :

Répondre aux questions posées dans le problème ci-dessous.

Attention !... Les nombres ont été déplacés et mis "en vrac" au dessus de l'énoncé.

25

18

33

22

On allume à h une bougie qui mesure cm de hauteur. Le même jour, on éteint la bougie à h, elle ne mesure plus que cm.

1°) De combien la bougie a-t-elle diminué ?

2°) Quelle est la hauteur de cire consommée en une heure.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Fiche élève (verso)

Si tu as "raturé" les nombres dans l'énoncé essaie d'expliquer à quel moment et pourquoi.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2.3 - GRILLE DE DEPOUILLEMENT

La grille ci-dessous permet de relever, pour chaque élève, la réorganisation des quatre informations numériques en tenant compte de son "premier coup" et le cas échéant de sa dernière rectification.

QUADRUPLET SOLUTION **18 - 22 - 33 - 25**

Les deux premiers nombres concernent la chronologie des heures dans la journée et les deux derniers concernent les hauteurs correspondantes de la bougie.

Dans la première colonne de la grille sont installés les 24 quadruplets possibles ("premier coup" de la réorganisation), que l'on retrouve dans la première ligne (dernière rectification de la réorganisation).

	18	18	22	22	18	18	25	25	18	18	33	33	22	22	33	33	22	22	25	25	33	33	25	25
	22	22	18	18	25	25	18	18	33	33	18	18	33	33	22	22	25	25	22	22	25	25	33	33
	33	25	33	25	22	33	22	33	22	25	22	25	18	25	18	25	18	33	18	33	18	22	18	22
	25	33	25	33	33	22	33	22	25	22	25	22	25	18	25	18	33	18	33	18	22	18	22	18
18;22;33;25	A																							
18;22;25;33	B																							
22;18;33;25	C																							
22;18;25;33		D																						
18;25;22;33																								
18;25;33;22																								
25;18;22;33																								
25;18;33;22																								
18;33;22;25																								
18;33;25;22																								
33;18;22;25																								
33;18;25;22																								
22;33;18;25																								
22;33;25;18																								
33;22;18;25																								
33;22;25;18																								
22;25;18;33																					E			
22;25;33;18																								
25;22;18;33																								
25;22;33;18																								
33;25;18;22																								
33;25;22;18																								
25;33;18;22																								
25;33;22;18																								

Exemples (cases de la grille)

- La case **A**, correspond aux élèves qui ont réussi la réorganisation des informations numériques “au premier coup”.
- La case **B**, correspond aux élèves qui ont réussi la réorganisation des informations numériques après rectification des hauteurs de la bougie.
- La case **C**, correspond aux élèves qui ont réussi la réorganisation des informations numériques après rectification de la chronologie des heures de la journée.

Finalement, dans la **première colonne** grisée de la grille, on retrouve les élèves qui ont réussi la réorganisation des informations numériques soit “au premier coup”, soit après rectification.

- La case **D**, correspond aux élèves qui ont rectifiés leur réorganisation au niveau des hauteurs de la bougie mais qui échouent sur la chronologie des heures de la journée.
- La case **E**, correspond aux élèves qui ont rectifiés leur réorganisation au niveau des hauteurs de la bougie mais qui ne tiennent pas compte du fait qu’il n’y a que 24 heures dans une journée.

Etc...

Signalons que dans la **diagonale** de la grille se situent les élèves qui ont réorganisé les informations numériques “au premier coup” (sans rectification visible sur leur fiche de travail).

3.1 - LES RESULTATS PAR NIVEAUX

 Les données recueillies et les codes

info concerne la remise en place des informations.

D₁ démarche correcte relative à la première question (procédure soustractive).

R₁ réussite à la première question.

Ø₂ absence de réponses à la deuxième question.

R₂ réussite à la deuxième question.

code 1 remise en place des informations correctes en un seul coup.

code 2 remise en place des informations correctes en plusieurs essais.

code 9a .. échec à la remise en place des informations en un seul coup.

code 9b .. échec à la remise en place des informations après plusieurs essais.

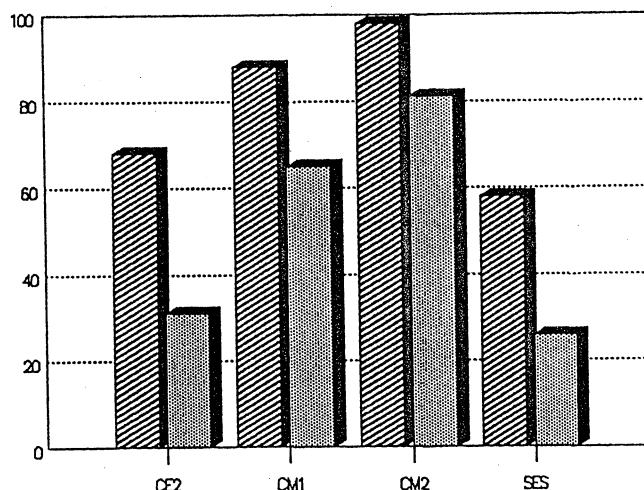
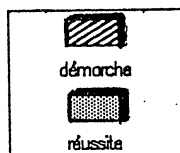
 Le tableau des résultats

	CE2					CM1					CM2					SES				
	info	D ₁	R ₁	R ₂	Ø ₂	info	D ₁	R ₁	R ₂	Ø ₂	info	D ₁	R ₁	R ₂	Ø ₂	info	D ₁	R ₁	R ₂	Ø ₂
c1	35	24	18	5	30	36	35	33	16	5	90	89	85	55	6	16	14	12	2	0
c2	12	11	9	2	10	24	20	18	9	2	20	20	17	3	6	6	4	3	0	3
c9a	40	26	3	2	37	10	6	2	0	10	6	5	0	0	0	21	9	0	0	7
c9b	12	7	1	0	0	13	12	1	0	13	10	9	0	0	2	14	6	0	0	3
Tot	99	68	31	8	77	83	73	54	25	30	126	123	102	58	14	57	33	15	2	13

3.2 - LES RESULTATS A LA PREMIERE QUESTION

Les résultats à la première question sur la démarche (procédure soustractive) et sur la réussite (8 cm) sont exprimés en pourcentages dans le tableau et visualisés à l'aide du diagramme ci-dessous.

	CE2	CM1	CM2	SES
D ₁	68 %	88 %	98 %	59 %
R ₁	31 %	65 %	81 %	26 %



On observe :

- les faibles pourcentages de réussite au CE2 et en SES;
- au CM1 le seuil de réussite demeure inférieur à deux enfants sur trois;
- la quasi totalité des élèves de CM2 reconnaît un problème soustractif.

👉 Les écarts entre démarche et réussite

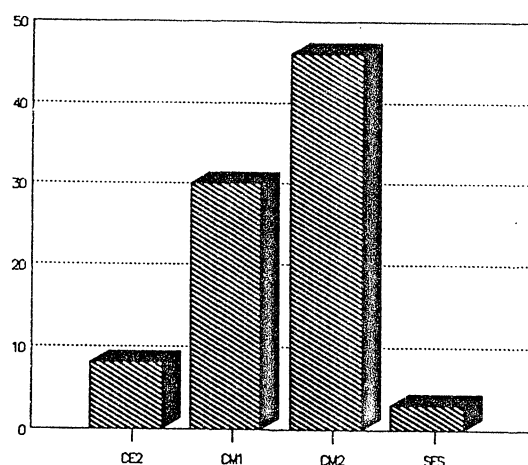
Les origines des écarts (relativement importants) entre le pourcentage des démarches (D₁) et le pourcentage des réussites (R₁) sont imputables :

- pour une **faible part** à des erreurs de calcul (ce qui n'est pas surprenant vue les "petits" nombres qui sont en jeu);
- pour une **forte part** à une réorganisation des informations numériques incorrecte.

3.3 - LES RESULTATS A LA DEUXIEME QUESTION

Les pourcentages de réussites à la deuxième question sont reportés dans le tableau ci-dessous et peuvent être visualisés à l'aide du diagramme ci-contre.

	CE2	CM1	CM2	SES
R2	8 %	30 %	46 %	4 %



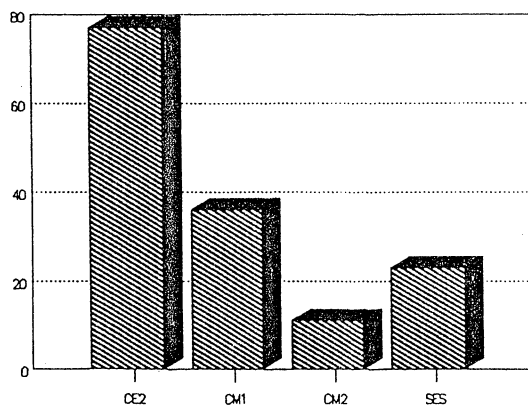
La réponse à cette question repose sur une mise en œuvre du concept de proportionnalité ce qui peut expliquer le très faible pourcentage de réussite au CE2 et en SES.

Il est important de noter un seuil de réussite inférieur à 50 % à la sortie de l'école élémentaire (fin du cycle 3 des approfondissements) sans que la complexité puisse être imputable à la grandeur des nombres puisque les calculs pouvaient être effectués mentalement à l'aide de la table de multiplication par 4.

Les absences de réponses à la deuxième question

Le dépouillement des résultats a suscité une interrogation dès lors qu'il était apparu qu'un très grand nombre d'élèves avait omis de répondre à la deuxième question et n'avait même pas appréhendé le problème, aucune trace de calcul ni aucune esquisse de justification ne figurant sur leur fiche de travail. Les pourcentages d'élèves ne traitant pas la question figurent dans le tableau et sont visualisés par le diagramme ci-dessous;

	CE2	CM1	CM2	SES
Ø2	77 %	37 %	11 %	22 %



4.1 - LES RESULTATS DE LA REORGANISATION

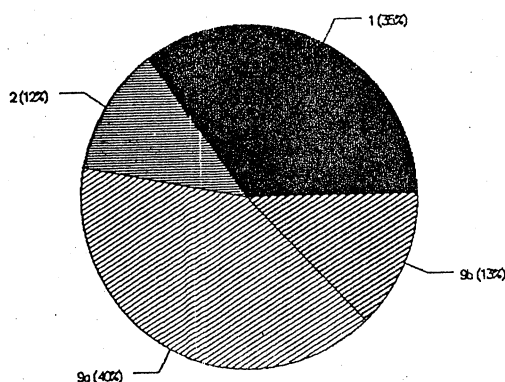
Les conditions didactiques de la résolution du problème ont permis d'apprécier les différents essais successifs des élèves dans la remise en place des informations puisque les essais étaient non effaçables.

Un premier regard conduit à observer la réorganisation des informations numériques en fonction des comportements déjà repérés, à savoir :

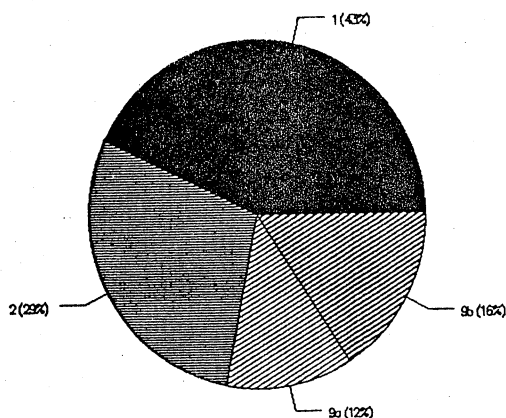
- bien remplacées / mal remplacées
- "au premier coup" / après rectification

Les résultats relevés, exprimés en pourcentages par rapport à l'effectif, se présentent de la manière suivante :

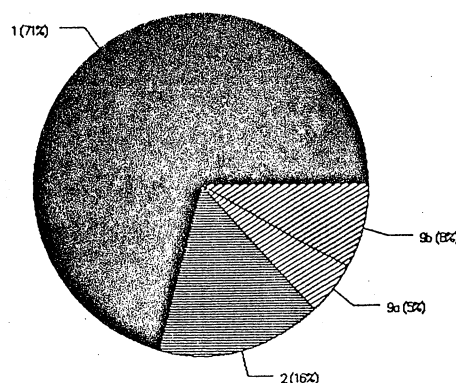
CE ₂	bien replacées	mal replacées
"au premier coup"	35 %	40 %
après rectification	12 %	13 %



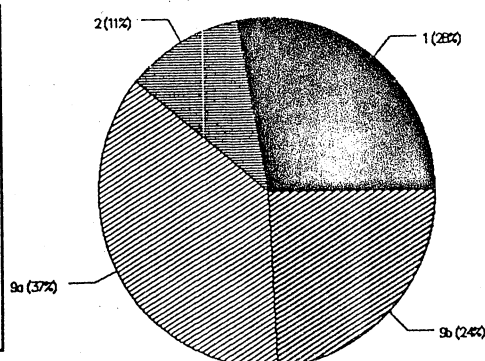
CM ₁	bien replacées	mal replacées
"au premier coup"	43 %	12 %
après rectification	29 %	16 %



CM ₂	bien replacées	mal replacées
"au premier coup"	71 %	5 %
après rectification	16 %	8 %



SES	bien replacées	mal replacées
"au premier coup"	28 %	37 %
après rectification	11 %	24 %



Les graphiques permettent de visualiser dans les comportements des élèves le "poids" de la rectification dans la réussite de la réorganisation des données.

La part de "gain d'information" est de 12 % au CE2 puis de 29 % au CM1 ce qui représente un poids très important. Certes, le pourcentage d'élèves de CM2 qui place correctement les données "au premier coup" est de 71 % mais le gain lié à la multiplication des essais y est encore de 16 %.

Réorganiser les informations passe par une recontextualisation des informations et une interprétation des rôles assignés aux quantités numériques.

Cette interprétation constitue un premier élément de réponse à l'hypothèse formulée page 10.

Les travaux d'élèves présentés ci-après permettent d'illustrer les raisons qui les ont conduit à changer leur première réorganisation des données.

4.2 - QUELQUES TRAVAUX D'ELEVES

Voici quelques explications d'élèves de CM1 et de CM2 concernant les "ratures" du premier essai.

A propos des heures de la journée ...

élève LEF - CM1

On allume à ~~22~~²⁰ 18 h une bougie qui mesure 33 cm de hauteur. Le même jour, on éteint la bougie à 22 h, elle ne mesure plus que 25 cm.

J'ai rayé le 1^{er} code parce que de 22 h à 18 h on change de jour.

élève CAZ - CM1

On allume à ~~22~~²⁰ 18 h une bougie qui mesure 33 cm de hauteur. Le même jour, on éteint la bougie à 22 h, elle ne mesure plus que 18 25 cm.

J'ai raté parce que de 22 h à 18 h ça existe pas alors j'ai raté pour mettre le contraire

élève WIL - CM1

On allume à 22 h une bougie qui mesure 33 cm de hauteur. Le même jour, on éteint la bougie à 25 18 h, elle ne mesure plus que 18 25 cm.

J'ai raté car j'avait mis 25 h et une journée ne fait que 24 heures.

On allume à

18
22

 h une bougie qui mesure

33

 cm de hauteur. Le même jour, on éteint la bougie à

18
22

 h, elle ne mesure plus que

25

 cm.

J'ai noté 22 dans la première case, car quand j'ai relu le texte + il y avait marqué même jour → donc j'ai suivi l'axe chronologique, j'ai mis 18 dans la première case et 22 dans la dernière.

On allume à

18
22

 h une bougie qui mesure

18
33

 cm de hauteur. Le même jour, on éteint la bougie à

22

 h, elle ne mesure plus que

25

 cm.

J'ai confondu le nombre par les nombres de cm. C'est au moment où j'étais en train d'écrire que j'ai vu ma faute. Je me suis dit que 33 n'est pas un nombre d'heure mais de cm. parce que la nuit s'arrête à 24h.

C'était pareil pour 25. Pour 18 je me suis dit que ça commençait à 18 et que ça finissait à 22 h.

 A propos de la hauteur de la bougie ...

élève BRU - CM1

On allume à h une bougie qui mesure cm de hauteur. Le même jour, on éteint la bougie à h, elle ne mesure plus que cm.

quand il ~~il~~ fallait répondre au dixième numéroté. Parce que à la fin il y a marqué plus que, alors ça redit que c'est moins au dixième et plus au deuxième.

élève CHA - CM2

On allume à h une bougie qui mesure cm de hauteur. Le même jour, on éteint la bougie à h, elle ne mesure plus que cm.

Parce que la bougie au début elle est grande et à la fin elle est petite.

élève DUC - CM2

On allume à h une bougie qui mesure cm de hauteur. Le même jour, on éteint la bougie à h, elle ne mesure plus que cm.

Je me suis trompé de mesure. Parce que j'ai vu que ce n'était pas possible que la bougie s'agrandisse quand elle est allumée.

4.3 - EXAMEN DES ESSAIS DES ELEVES

La grille de dépouillement décrite page 21 permet d'examiner minutieusement les essais des élèves.

Rappel : Les 24 quadruplets possibles sont du type ($t_1 ; t_2 ; h_1 ; h_2$)
 t_1 et t_2 les deux repères horaires dans la journée,
 h_1 et h_2 les deux hauteurs de la bougie.
 Quadruplet solution : (18 ; 22 ; 33 ; 25)

Le tableau ci-dessous fait apparaître la répartition des élèves suivant le quadruplet lié au premier essai et qui ont obtenu une réorganisation correcte des informations numériques.

Cohérence $h_1 > h_2 ; t_1 < t_2 ; t_i < 24$			$t_1 t_2 h_1 h_2$	CE2	CM1	CM2	SES
c	c	c	18;22;33;25	35	36	90	16
nc	c	c	18;22;25;33	5	7	7	4
c	nc	c	22;18;33;25	2	8	5	0
nc	nc	c	22;18;25;33	0	3	2	0
nc	c	nc	18;25;22;33	0	0	1	0
c	c	nc	18;25;33;22	2	1	0	0
nc	nc	nc	25;18;22;33	0	0	0	0
c	nc	nc	25;18;33;22	0	0	0	0
nc	c	nc	18;33;22;25	0	0	1	1
c	c	nc	18;33;25;22	1	2	0	0
nc	nc	nc	33;18;22;25	0	0	0	0
c	nc	nc	33;18;25;22	0	1	1	0
nc	c	nc	22;33;18;25	0	0	3	0
c	c	nc	22;33;25;18	0	0	0	0
nc	nc	nc	33;22;18;25	0	0	0	1
c	nc	nc	33;22;25;18	0	0	0	0
nc	c	nc	22;25;18;33	1	1	0	0
c	c	nc	22;25;33;18	0	1	1	0
nc	nc	nc	25;22;18;33	0	0	0	0
c	nc	nc	25;22;33;18	0	0	0	0
nc	nc	nc	33;25;18;22	0	0	0	0
c	nc	nc	33;25;22;18	0	0	0	0
nc	c	nc	25;33;18;22	0	0	0	0
c	c	nc	25;33;22;18	0	0	0	0

Commentaires

Sur les 239 élèves ayant réorganisé correctement les informations numériques, 62 d'entre-eux (26 %) n'avaient pas au premier essai réussi la réorganisation.

Seuls 8 d'entre-eux avaient proposé un quadruplet

[(18;25;33;22) - (18;33;25;22) - (22;25;33;18)]

respectant les deux cohérences sur les hauteurs et sur la chronologie (et non sur la contrainte de l'heure inférieure à 24).

Les 54 restants (23 %) avaient donc proposé un quadruplet présentant au moins une incohérence.

**On peut donc affirmer que la mise en œuvre
d'essais supplémentaires a permis à 23 % des
élèves du cycle 3 d'exercer un contrôle positif sur
la signification attachée aux données numériques.**

La grille permettrait sans doute une analyse beaucoup plus fine des différents essais des élèves (en particulier le premier et le dernier) sous réserve d'un effectif plus important.

On pourrait s'intéresser par exemple

- à l'effectif des cases de la diagonale qui concerne les enfants n'ayant pas modifié leur premier essai.

- aux effectifs des cases "autour" de la diagonale qui concerne les élèves qui ne procèdent à une rectification que sur une seule des grandeurs.

4.4 - LES EFFETS SUR LA DEMARCHE A LA PREMIERE QUESTION

L'étude globale a permis de constater que, tout au long du cycle des approfondissements, une assez forte proportion d'élèves a reconnu dans la première question une situation soustractive.

Pour affiner un peu cette analyse, il convient de pouvoir apprécier l'influence (si elle existe !) de la réorganisation préalable des informations numériques sur le choix de la stratégie opératoire à cette première question.

Dans le tableau ci-dessous on trouve, pour chaque niveau, les pourcentages de bonnes démarches par rapport aux effectifs des différents types de comportements lors de la réorganisation des informations numériques.

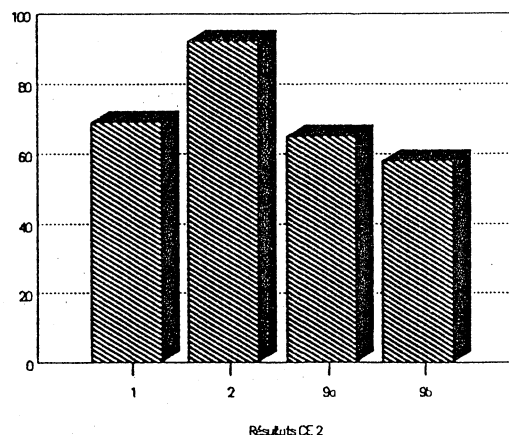
(voir page 23 rapport $\frac{D_1}{\text{info}}$)

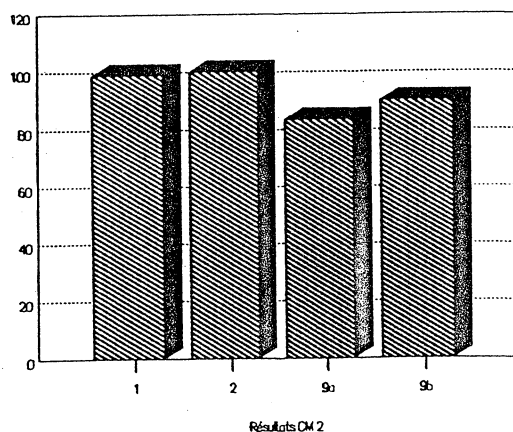
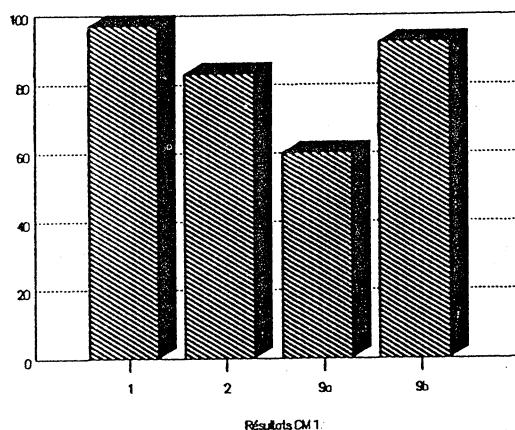
	CE2	CM1	CM2	SES
c1	69 %	97 %	99 %	88 %
c2	92 %	83 %	100 %	67 %
c9a	65 %	60 %	83 %	43 %
c9b	58 %	92 %	90 %	43 %

Les graphiques associés permettent de mieux visualiser ces résultats.

Remarques

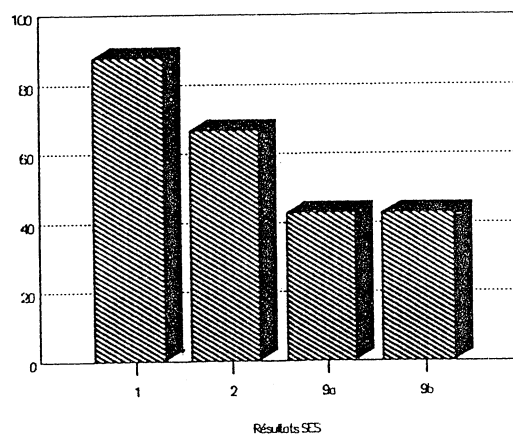
Au CE2, la proportion la plus élevée de bonnes démarches (92 %) correspond aux élèves ayant réussi la réorganisation des informations numériques après rectification.





Au CM1 et au CM2, la proportion des bonnes démarches parmi les élèves ayant échoué à la réorganisation des informations numériques est plus forte chez ceux qui ont procédé à une rectification (92 % et 90 %) que ceux ayant réorganisé ces mêmes informations "en un seul coup" (60 % et 83 %).

En ce qui concerne les élèves de SES, les pourcentages, calculés sur de plus faibles effectifs ne confirment pas les deux remarques précédentes faites au CE2 et au CM.



4.5 - LES EFFETS SUR LA REUSSITE

4.5.1 - Etude portant sur les réussites à la première question

Comme dans le § 4.3 précédent, une manière de tester notre hypothèse de travail du point de vue des réussites réside dans l'analyse des proportions de réussites calculées par rapport aux effectifs des différents types de comportements lors de la réorganisation des informations numériques.

(voir page 23 rapport $\frac{R_1}{\text{info}}$)

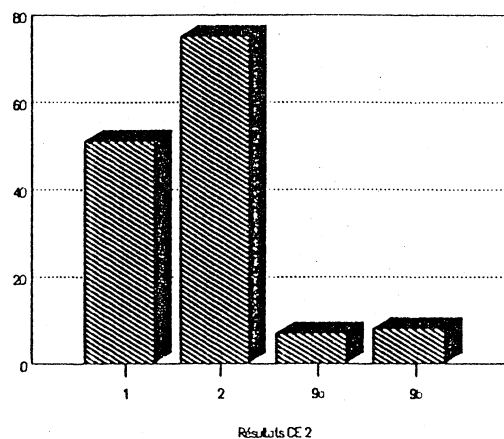
	CE2	CM1	CM2	SES
c1	51 %	92 %	94 %	75 %
c2	75 %	75 %	85 %	50 %
c9a	8 %	20 %	0 %	0 %
c9b	8 %	8 %	0 %	0 %

Il peut apparaître surprenant d'observer des réussites correspondant à des comportements de type 9a et 9b (échec à la remise en place des informations numériques) mais ils proviennent des réponses liées au quadruplet : (22, 18, 33, 25) qui est incorrect au niveau de la chronologie des heures.

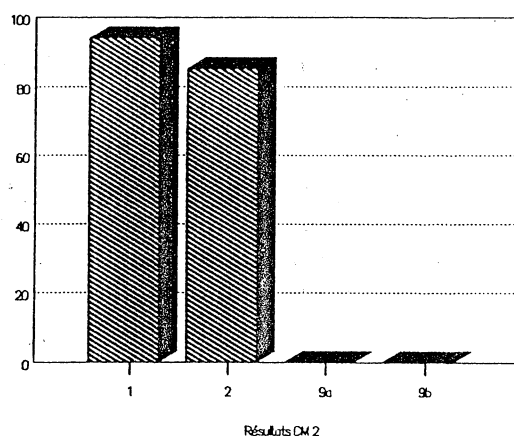
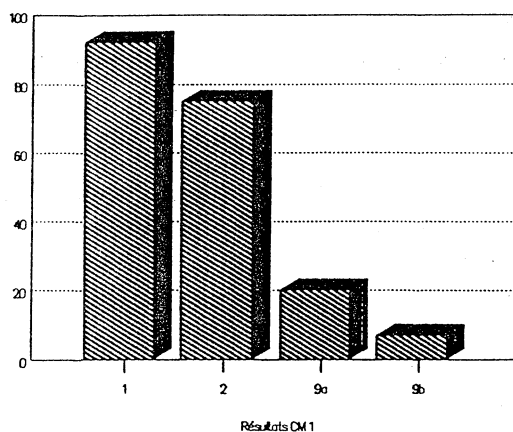
Les effectifs de SES sont trop faibles pour que l'on puisse interpréter les pourcentages de réussite de manière significative.

Remarques

- Comme précédemment, il est intéressant de remarquer qu'au CE2, le taux de réussite est meilleur chez les élèves qui ont procédé à une réorganisation correcte des informations numériques après rectification (75 %) que ceux qui ont bien replacé ces mêmes informations "au premier coup" (51 %).



- Chez les élèves de CM1 et de CM2, réussir à la réorganisation des informations numériques “au premier coup” implique une réussite à la première question dans plus de 90 % des cas.



- Constatons que, dans chacun des paliers du cycle 3, le taux de réussite à la première question chez les élèves qui ont procédé à une réorganisation correcte en “plusieurs coups” est supérieur à 75 %, taux que l’on peut considérer comme élevé et qui conforte l’hypothèse de travail.

4.5.2 - Etude portant sur les réussites à la deuxième question

4.5.2.1 - en fonction de la réussite à la réorganisation

Le tableau ci-dessous donne les proportions de réussites calculées par rapport aux effectifs des deux premiers types de comportements lors de la réorganisation des informations numériques.

(voir page 23 rapport $\frac{R_2}{\text{info}}$)

	CE2	CM1	CM2	SES
c1	14 %	44 %	61 %	13 %
c2	17 %	38 %	15 %	0 %

Remarque

Manifestement, cette deuxième question ne semble pas adaptée pour le début du cycle 3 (CE2). Le taux de réussite est très faible malgré une réorganisation correcte des informations numériques. L’obstacle essentiel rencontré par les élèves pour résoudre la question est la nécessité de faire fonctionner un raisonnement relevant de la proportionnalité.

4.5.2.2 - en fonction de la réussite à la première question

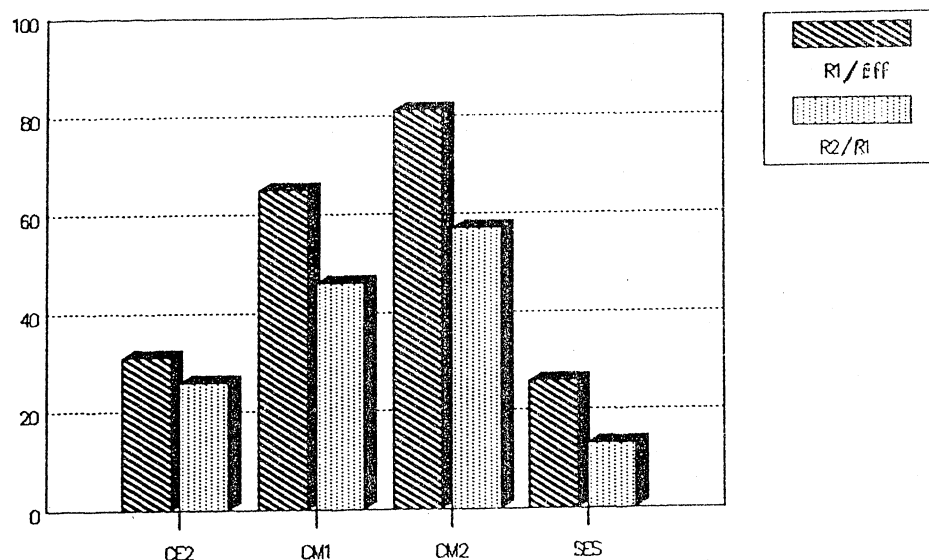
Le tableau ci-dessous donne les proportions de réussites à la deuxième question par rapport à la population qui a réussi à la première

(voir page 23 rapport $\frac{R_2}{R_1}$)

CE2	CM1	CM2	SES
26 %	46 %	57 %	13 %

Remarques

- On peut être frappé par la faible valeur de ces taux. Aussi le diagramme ci-dessous met en parallèle la proportion des réussites à la question 1 par rapport à l'effectif total et la proportion des réussites à la question 2 par rapport à la question 1.



- Nous avons ici la confirmation que la situation proposée est particulièrement pertinente "au milieu" du cycle 3 (fin CE2 - CM1 - début CM2).

5 - PERSPECTIVES

Cette étude a permis d'apprécier, à partir des seuls travaux d'élèves, l'influence sur la réussite de la réorganisation des données numériques dans le contexte d'un problème.

On peut affirmer que la contrainte didactique liée à la réorganisation des données numériques exerce sur l'élève une prégnance telle, qu'elle minimise le risque d'une réorganisation aléatoire des nombres.

La situation proposée a manifestement conduit les élèves à agir sur l'énoncé. Les rétroactions ont commandé d'éventuelles rectifications et l'on a pu voir ainsi l'influence positive sur la réussite notamment à la première question.

Il semble cependant opportun de ne pas circonscrire cette classe de problèmes dans le seul cadre d'une **dialectique de l'action**. Etudier, à cette occasion, la gestion de débats (dialectique de formulation et de validation) sur la pertinence des informations, représente un volet complémentaire qui devrait être éclairant sur le statut accordé par les élèves aux informations numériques.

On propose pour cela, d'observer des séquences de classe au cours desquelles :

- l'énoncé remis aux élèves sera dépourvu d'informations numériques.
- l'énoncé comportera explicitement des opérations dont l'élève devra retrouver le "sens" vis à vis de la situation exposée.

Observations et analyses prévues

Au cours du travail d'observation qui reste à conduire et qui fera l'objet du FASCICULE II il conviendra

- de faire une analyse assez fine des contextes des énoncés proposés ;
- d'étudier les différentes variables didactiques sur lesquelles le maître peut agir ;
- d'étudier les conditions de mise en oeuvre, en particulier les conditions de dévolution de l'activité ainsi que la nature du contrat didactique ;
- d'analyser les diverses stratégies utilisées par les élèves ;
- de voir si ces types de problèmes favorisent la compréhension et la résolution des problèmes qui se présentent d'une manière classique (énoncé et question dont la réponse s'obtient après un ou plusieurs calculs).
- etc...

