I.R.E.M. de BORDEAUX

NOUVEAU PROGRAMME 4°-3°

- A propos de Thalès
- Applications affines
- Gammes en 4ème
- Enquête sur les nouveaux programmes (mai 89)
- Enseignement des maths. et textes anciens.

MARS 1990

Groupe "Premier cycle Dordogne"
Groupe "Mathématiques et Réalité"

I.R.E.M. de BORDEAUX

NOUVEAU PROGRAMME 4°-3°

- A propos de Thalès
- Applications affines
- Gammes en 4ème
- Enquête sur les nouveaux programmes (mai 89)
- Enseignement des maths. et textes anciens.

MARS 1990

Groupe "Premier cycle Dordogne"
Groupe "Mathématiques et Réalité"

S O M M A I R E

****

/0. AVANT-PROPOS/ page 2

/I. A PROPOS DE THALES/ page 3

A) Progression page 4

B) Evaluation page 29

C) Agrandissement. Réduction page 37

/II. APPLICATIONS AFFINES/ page 51

/III. "GAMMES" EN QUATRIEME (Calcul numérique et littéral)/ page 69

A) Exercices avec corrigés page 70

B) "Entretien - Consolidation" page 85

/IV. ENQUETE SUR LES NOUVEAUX PROGRAMMES DE COLLEGE (mai 1989)/ page 100

/V. ENSEIGNEMENT DES MATHS. ET TEXTES ANCIENS/ page 120

N.B. : I.II : groupes "1er cycle Dordogne" et "Mathématiques et Réalité".

III.IV.V : groupe "1er cycle Dordogne".

AVANT - PROPOS

La partie I de cette brochure présente le compte-rendu de travaux menés dans le cadre de l'opération "SUIVI SCIENTIFIQUE 3°" (1988.1989).

La partie II, quant à elle, s'inscrit dans le cadre d'une opération émanant de la D.L.C. et intitulée "SUIVI DE L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES".

N.B. : Toute remarque, suggestion, critique relative à cette publication sera accueillie avec intérêt (écrire à l'I.R.E.M. de Bordeaux).

***
*

Remerciements :

Le groupe "Premier Cycle Dordogne" tient à remercier Monsieur le Directeur du C.D.D.P. de la Dordogne, ainsi que ses collaborateurs, de leur hospitalité au cours de l'année scolaire 1988-1989.

I. A PROPOS DE THALES

A. PROGRESSION

CE QUE DIT LE PROGRAMME

Enoncé de Thalès relatif au triangle, application à des problèmes de construction.

Des activités expérimentales, reliées à la pratique de la projection, permettront de dégager le théorème de Thalès relatif au triangle et sa réciproque : cette réciproque sera formulée en précisant dans l'énoncé les positions relatives des points.

Des activités de construction sur droites graduées contribueront à éclairer la correspondance entre nombres et points.
Construire les $\frac{9}{7}$ d'un segment, placer sur une droite graduée le point d'abscisse $\frac{2}{3}$....).

- *Connaître et utiliser dans une situation donnée le théorème de Thalès relatif au triangle :*
($\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC}$ *B' est sur la droite (AB), C' est sur la droite (AC) et sa réciproque.*

- *Connaître et utiliser dans la même situation la propriété :*

$$\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$$

- *Savoir construire une quatrième proportionnelle.*

On peut se procurer "Thalès de Milet, théorèmes et légendes" par Michel MINAULT et Gérard PRADALIER aux éditions Magnard (BD 1983).

.../...

PREMIERE PARTIE

Préambule

Le théorème de Thalès est étroitement lié à la proportionnalité : c'est donc une occasion de mobiliser des connaissances antérieures dans ce domaine et aussi de les consolider.

Activités préparatoires

- **Fiche 1** : * Activités numériques visant à rappeler et à faire fonctionner les équivalences : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} <=> ad = bc <=> \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ (l'utilisation du signe "<=>" est destinée aux...professeurs)

* partage d'un segment : fraction de longueur.

Note : cette fiche ne concerne pas directement le théorème de Thalès. Toutefois, un travail de mise au point sur les proportions s'est avéré, nous a-t-il semblé, efficace.

- **Fiche 2** : * activités basées sur la conservation du milieu par projection : approche de la proportionnalité des longueurs par projection.

- **Fiche 2 bis** : * démonstration du théorème de Thalès par les aires (assez difficile mais intéressante).

- **Fiche 3** : * nous avons fait le choix d'admettre le théorème de Thalès. En effet, en classe de quatrième (cf. brochure : nouveau programme 4°), nous l'avions implicitement (et sans le nommer) admis avant d'introduire le cosinus et les élèves se sont sentis en terrain connu.

* les exercices proposés sont des applications immédiates (dans lesquelles on insiste sur les conditions de validité du théorème). La fiche se termine par deux questions : "à quoi sert ce théorème ?", "quand peut-on l'utiliser ?" qui incitent à une synthèse sur l'utilité et les limites de ce nouvel outil.

.../...

/FICHE 1/

N° 1 : x et y sont deux nombres qui vérifient l'égalité : $\frac{x}{3} = \frac{y}{5}$.
Parmi les égalités ci-dessous entourer celles qui sont vraies :

$5x = 3y$; $\frac{x}{5} = \frac{y}{3}$; $3x = 5y$; $xy = 15$; $\frac{x}{y} = \frac{3}{5}$

Justifier la réponse.

N° 2 : a et b sont deux nombres non nuls qui vérifient l'égalité : $3a = 7b$. Ecrire les égalités de rapports que l'on peut en déduire.

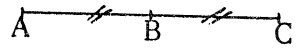
N° 3 : a, b, c, d sont quatre nombres non nuls tels que $ad = bc$. Ecrire toutes les égalités de rapports que l'on peut en déduire.

N° 4 : Résoudre les équations :

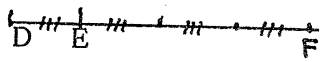
$$\frac{x}{3} = \frac{8}{5} \quad ; \quad \frac{2}{y} = \frac{9}{4} \quad ; \quad \frac{3}{9} = \frac{4}{z} \qquad \frac{4}{x+3} = \frac{3}{x}$$

N° 5 : a, b, c désignent quatre nombres non nuls tels que $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$
Exprimer chacun de ces nombres en fonction des trois autres.

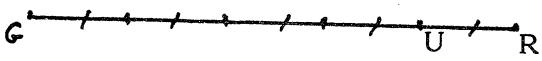
N° 6 : Dans chaque cas, compléter par une fraction :



$AB = \frac{\dots}{\dots} AC$; $\frac{AB}{AC} = \frac{\dots}{\dots}$



$\frac{DE}{DF} = \frac{\dots}{\dots}$; $\frac{DE}{EF} = \frac{\dots}{\dots}$; $EF = \frac{\dots}{\dots} DF$

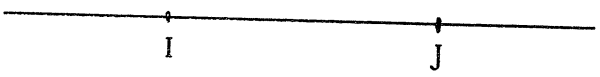


$\frac{GU}{GR} = \frac{\dots}{\dots}$; $\frac{RU}{RG} = \frac{\dots}{\dots}$; $\frac{UR}{UG} = \frac{\dots}{\dots}$

$\frac{PM}{PT} = \frac{\dots}{\dots}$; $MP = \frac{\dots}{\dots} MT$

MT = 2 PM

N° 7

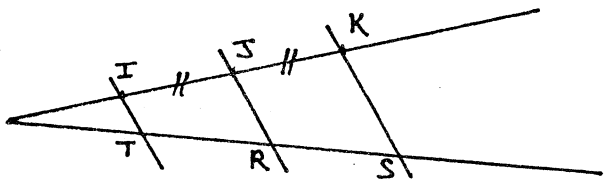


IJ = 5 cm.
Placer le point E du segement [IJ] tel que $\frac{IE}{IJ} = \frac{2}{5}$

Reprendre l'exercice en remplaçant segment [IJ] par droite (IJ).

/FICHE 2/

N° 1 :

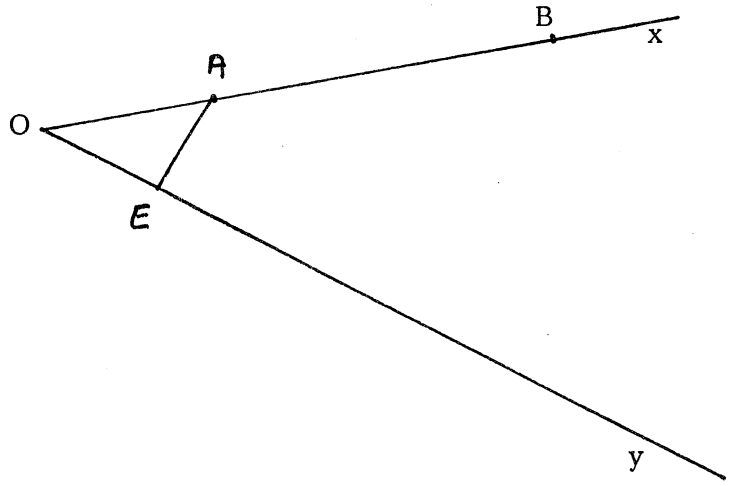


données :

- les droites (IT) ; (JR) et (KS) sont parallèles.
- J est le milieu de [IK]

Que peux-tu dire du point R ? Justifie ta réponse.

N° 2



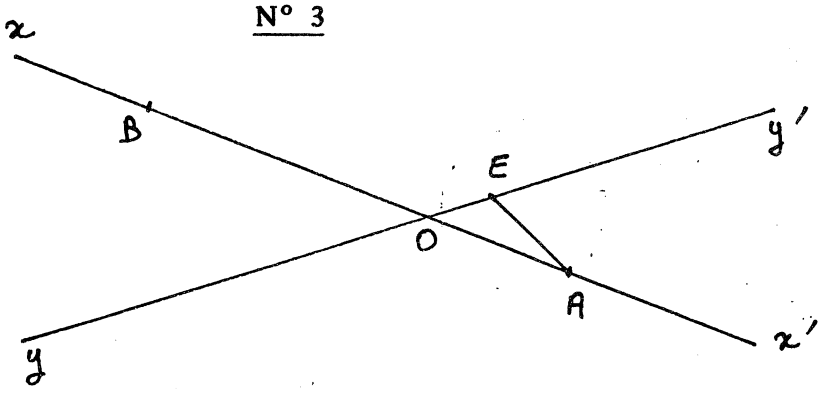
On sait que : $\frac{OA}{PB} = \frac{1}{3}$

Construis le point F, projeté de B sur [Oy] parallèlement à la droite (AE).

Que vaut le rapport $\frac{OE}{OF}$?

Justifie la réponse.

N° 3



Même exercice sachant que :

$OA = \frac{1}{2} OB$

N° 4

. Trace une demi-droite non parallèle à la droite (AB)
. Marque un point E sur [Ay)
. Construis le point F de [Ay) tel que $\frac{AE}{AF} = \frac{1}{5}$
. Projette E sur (AB) parallèlement à la droite (BF) : on obtient M.
. Prouve que $\frac{AM}{AB} = \frac{1}{5}$

N° 5

Sur une feuille non quadrillée, trace un segment [TP] de 10 cm, puis partage-le, sans mesurer, en 7 segments superposables.
Un conseil : inspire-toi de l'exercice précédent.

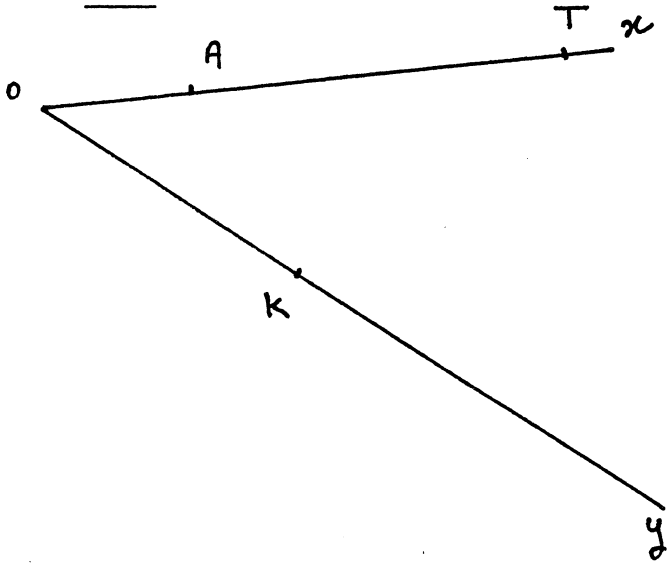
N° 6

. Construis (*) le point I du segment [LU] tel que :

$$\frac{LI}{LU} = \frac{5}{7}$$

(*) *"Construire" sous-entend que l'on ne mesure pas.*

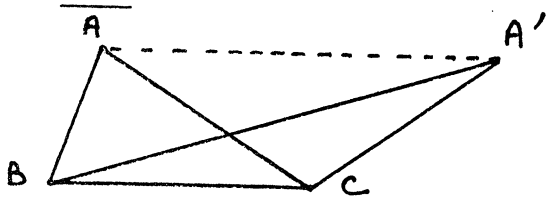
N° 7



OA = 2 cm
AT = 5 cm
OK = 4 cm
P est le projeté de T sur [Oy) parallèlement à (AK).
Construire P.
Que vaut KP ?
Explique.

/FICHE 2 BIS/

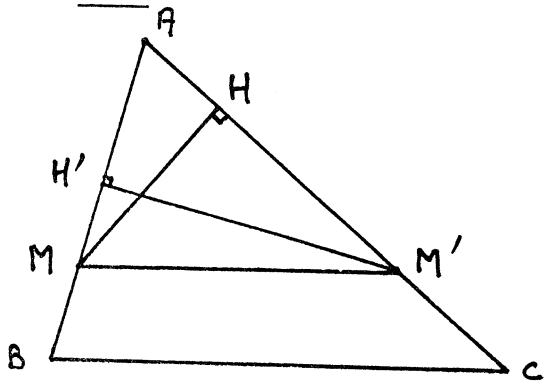
N° 1



(AA')//(BC)

Compare les aires des triangles ABC et A'BC. Justifie la réponse

N° 2



Données :

- ABC triangle
- M est un point du segment [AB]
- M' : projeté de M sur (AC) parallèlement à (BC)
- H : projeté orthogonal de M sur (AC)
- H' : projeté orthognal de M' sur (AB)

1°) Compare les aires des triangles BMC et BM'C. Justifie.

2°) On a : aire du triangle AMC aire de ABC - aire de MBC.
Ecris de même l'aire du triangle AM'B. Compare ces aires.

3°) Dans le triangle AMC, [MH] est la hauteur relative au côté [AC].

Donc aire (AMC) = $\frac{MH \times AC}{2}$

Ecris de même en utilisant M'H', l'aire du triangle AM'B.

4°) Justifie l'égalité : $\frac{AB}{AC} = \frac{MH}{M'H'}$

5°) Dans le triangle AMM', on connaît deux hauteurs. Lesquelles ? En utilisant ces deux hauteurs, écris l'aire du triangle AMM' de deux façons différentes.

Justifie l'égalité $\frac{MH}{M'H'} = \frac{AM}{AM'}$

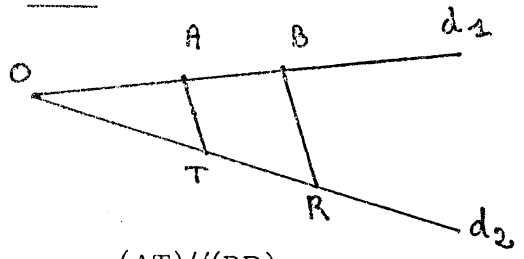
6°) En utilisant les résultats des questions 4 et 5, quelle égalité de rapports peux-tu écrire ?

.../...

/FICHE 3/

Théorème de Thalès (1ère forme) : Dans une projection de droite à droite, les longueurs des segments sont proportionnelles aux longueurs des segments projetés.

N° 1 :



(AT)//(BR)

En appliquant, le théorème de Thalès à la situation ci-contre, on peut ecrire un tableau de proportionnalité. Complète le ci-dessous :

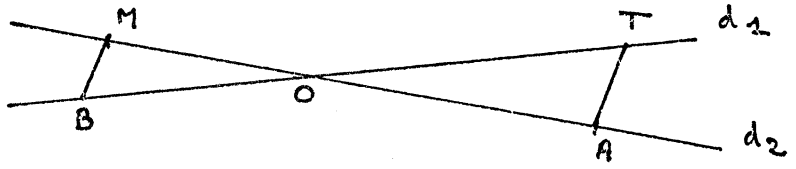
OA	OB	AB

("Segments" de d_1)

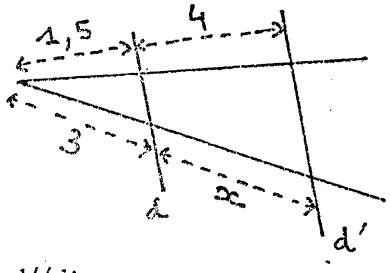
("Segments" projetés sur d_2)

N° 2 : Même exercice.

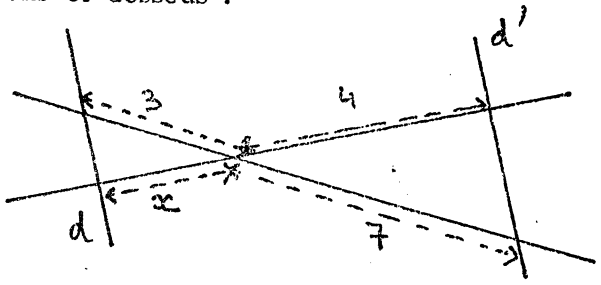
(AT)//(MB)



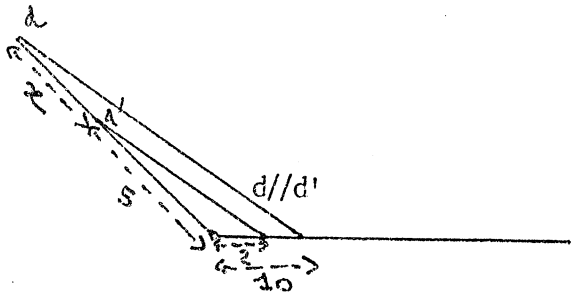
N° 3 : Calcule x dans chacune des situations ci-dessous :

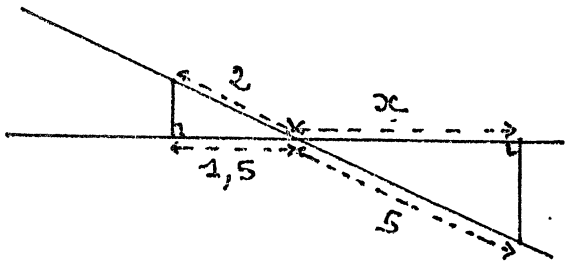


d//d'

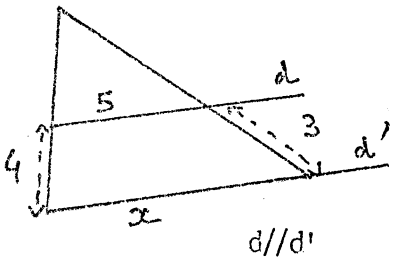


d//d'

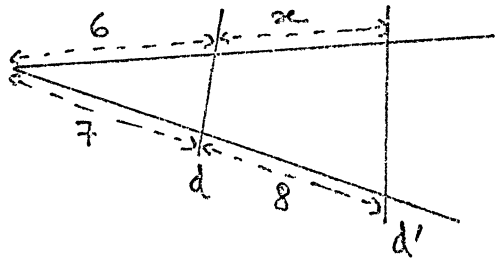




N° 4 : Calcule x si possible, dans chacune des situations ci-dessous :



d//d'



Vers une synthèse : a) A quoi sert ce théorème ?

b) Dans quelles conditions peut-on l'utiliser ?

DEUXIEME PARTIE

/FICHE 4/

(1) Pour passer de l'aspect "projection" du théorème de Thalès utilisé jusque là à l'aspect "homothétie" nécessaire pour étendre le théorème aux troisièmes côtés des triangles.

(2) Les élèves retrouvent aisément le théorème des milieux, vu en 4ème.

(3) De nombreux élèves pensent à appliquer deux fois le théorème des milieux.

(4) Certains élèves ont absolument besoin de mesurer pour émettre une conjecture.

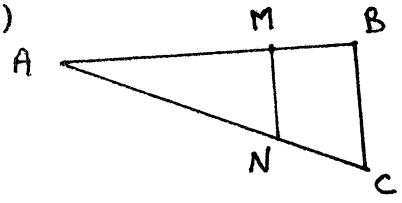
/FICHE 5/

Le théorème, démontré en fiche 4, pour le cas de triangles "en cornet" ( ) est admis pour le cas de triangles "en papillon" ( )

L'énoncé du théorème est suivi d'exercices d'application immédiate.

/FICHE 4/

(1)



(MN) // (BC)

Justifie l'égalité suivante :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$$

Indication : regarde la fiche 1.

(2) Dessine un triangle ABC ; M le milieu de [AB].
Par M, trace la parallèle à la droite (BC) : elle coupe (AC) en N.
Qu'est le point N pour le segment [AC] ? Justifie la réponse.
Compare les rapports $\frac{AM}{AB}$, $\frac{AN}{AC}$ et $\frac{MN}{BC}$.

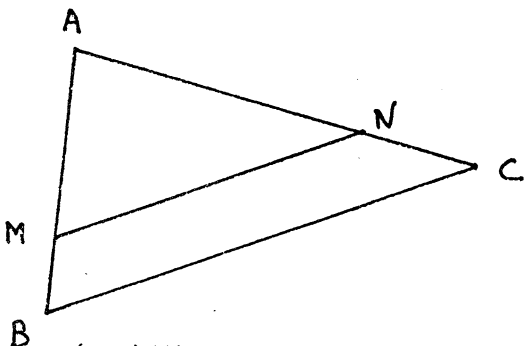
(3) Même exercice en prenant cette fois M sur le segment [AB] tel que

$$AM = \frac{1}{4} AB$$

(4) Construis le triangle ABC tel que AB = 5 cm ; AC = 7 cm et BC = 6 cm.
Place le point M sur le segment [AB] tel que AM = 3 cm.
Par M, trace la parallèle à (BC) : elle coupe (AC) en N.
Complète par une fraction : $\frac{AM}{AB} = \frac{\dots}{\dots}$
En déduire $\frac{AN}{AC}$.
Faire une conjecture pour le rapport $\frac{MN}{BC}$ (On peut mesurer).

(5) Recommence l'exercice 4 en prenant cette fois le point M sur la droite (AB) mais hors du segment [AB].

(6)



(MN)//(BC)

. Explique pourquoi l'on a :

$$\frac{AN}{AC} = \frac{AM}{AB}$$

. Soit K le projeté de N sur (BC) parallèlement à (AB).
Explique pourquoi l'on a :

$$\frac{AN}{BK} = \frac{AC}{BC} \text{ puis } \frac{AN}{AC} = \frac{BK}{BC}$$

. Quelle est la nature de MNKB ?
Que peux-tu dire de BK et MN ?

. Conclus.

/FICHE 5/

Théorème de Thalès relatif aux triangles : Soit un triangle ABC et M un point de la droite (AB). Par M on mène la parallèle à la droite (BC) : elle coupe (AC) en N.

Alors : les longueurs des côtés des triangles AMN et ABC sont proportionnelles ou, autrement dit, on a :

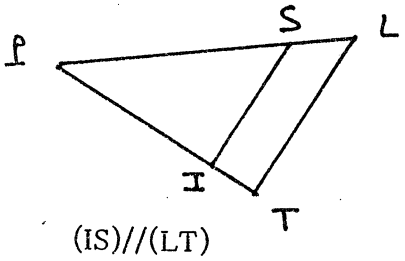
$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

N° 1 : Faire un dessin pour illustrer cet énoncé en prenant :

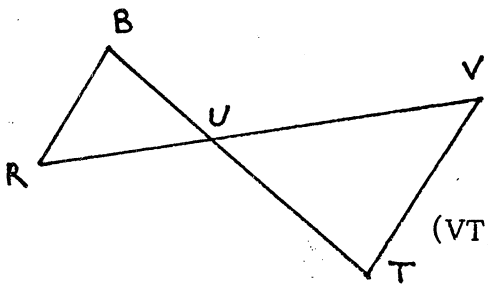
1) M entre A et B

2) M sur la demi-droite [BA) hors du segment [AB].

N° 2 : En appliquant ce théorème, quelles égalités de rapports peut-on écrire dans chacun des deux cas suivants ?

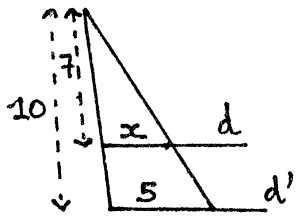


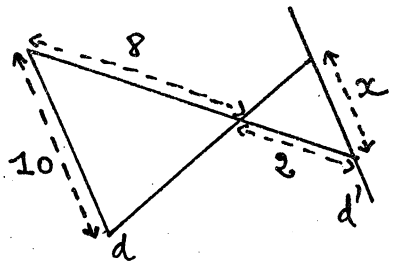
(IS)//(LT)

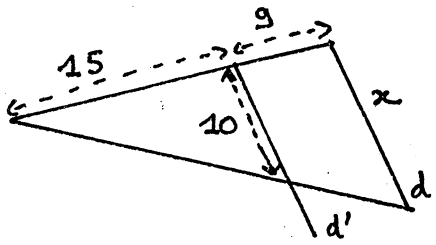


(VT)//(BR)

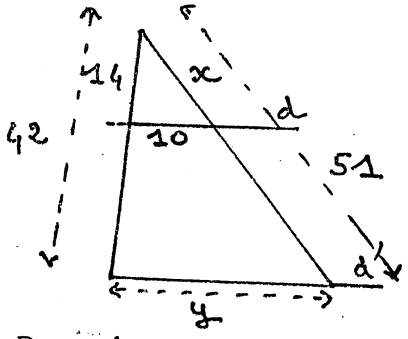
N° 3 : Calculer x dans chacune des situations ci-dessous :

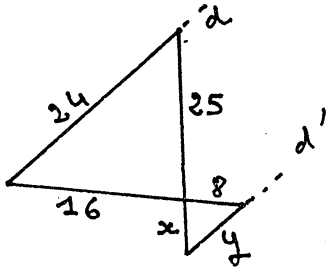


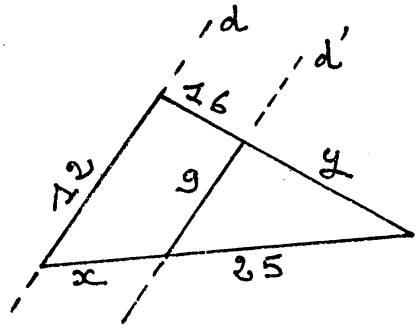




N° 4 : Calculer x et y dans chacune des situations ci-dessous :







Dans chaque cas, on a d // d'.

TROISIEME PARTIE

D'abord une discussion sur les mots "énoncé d'un théorème" et "réciproque" s'impose.

1er exemple : "Si M appartient à la médiatrice de [AB], alors MA = MB"

Enoncé réciproque : "Si MA = MB alors M appartient à la médiatrice de [AB]".

2ème exemple : Voici un énoncé : "Si $x > 7$ alors $x > 2$".

Quel est l'énoncé réciproque ? Est-il vrai ?

3ème exemple : "Si cet animal est un chien, alors c'est un animal à 4 pattes.

Quel est l'énoncé réciproque ? Est-il vrai ?

Après ce travail, les élèves avancent spontanément comme énoncé réciproque du théorème de Thalès "si les rapports des côtés des triangles sont égaux, on doit avoir 2 côtés parallèles".

/FICHE 6/

(1) On retrouve le deuxième théorème des milieux, vu en 4ème.

(6) Après l'exercice 5, certains élèves placent M en dehors de [AB] et N sur [AC] mais voyant que cela ne donne plus (MN) // (BC), ils recommencent leur dessin.

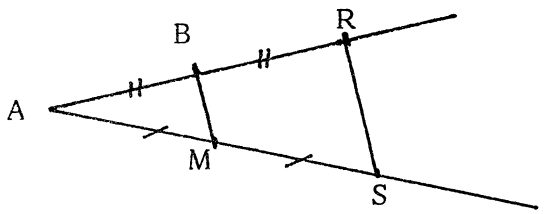
Le travail s'achève par une critique de l'énoncé avancé au départ et l'on ajoute les conditions supplémentaires nécessaires.

/FICHE 7/

Le théorème est admis. Dans certaines classes (de bon niveau) il a été démontré par l'absurde.

/FICHE 6/

N° 1 :

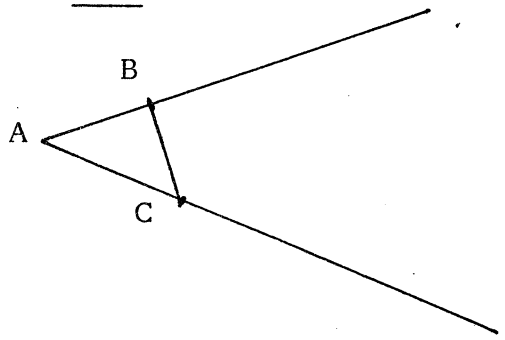


Quelle est la valeur des rapports :

$\frac{AB}{AR}$ et $\frac{AM}{AS}$?

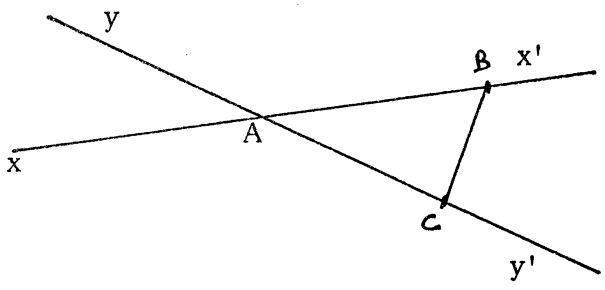
Que dire des droites (BM) et (RS) ?
Justifie.

N° 2 :



Construis le point M sur la demi droite [AB] tel que AM = 3 AB.
Construis le point N sur la demi-droite [AC] tel que AN = 3 AC.
Quelle est la valeur des rapports $\frac{AB}{AM}$ et $\frac{AC}{AN}$?
Comment semblent être les droites (BC) et (MN) ?

N° 3 :



Construis le point N de la demi-droite [Ax) tel que $AN = \frac{2}{3}$ AB et le point N de la demi-droite [Ay) tel que $AN = \frac{2}{3}$ AC
Quelle est la valeur des rapports $\frac{AN}{AB}$ et $\frac{AN}{AC}$?
Comment semblent être les droites (NN) et (BC) ?

N° 4 : Peux-tu faire une conjecture à partir de tes remarques sur les exercices précédents ?

N° 5 : Trace une droite d. Place un point E sur cette droite.
Place un point F à 3 cm de E. Y a-t-il plusieurs solutions ?

N° 6 : Construis le triangle ABC tel que AB = 5 cm ; AC = 4 cm ; BC = 3,5 cm.
Place un point M sur la droite (AB) tel que AM = 3 cm et un point N sur la droite (AC) tel que AN = 2,4 cm. Y a-t-il plusieurs solutions ? Si oui, fais plusieurs dessins.
Quelle est la valeur des rapports $\frac{AM}{AB}$ et $\frac{AN}{AC}$?
Comment semblent être les droites (MN) et (BC) ?

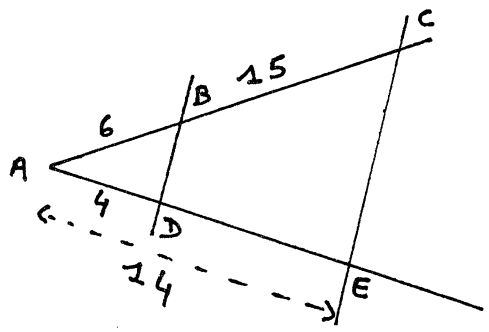
/FICHE 7/

Réciproque du théorème de Thalès relatif au triangle :

Soit un triangle ABC, M un point de la droite (AB), N un point de la droite (AC) tels que A, B, M et A, C, N soient dans le même ordre.

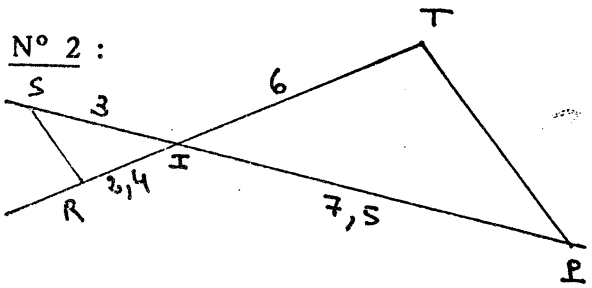
Si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ alors les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

N° 1 :



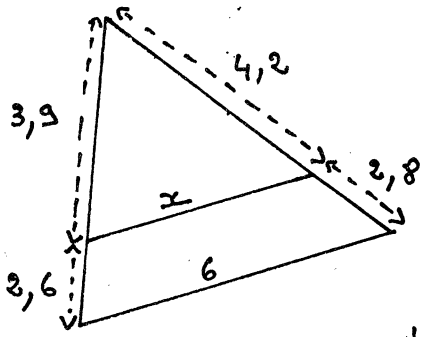
Les droites (BD) et (CE) sont-elles parallèles ? Justifier.

N° 2 :



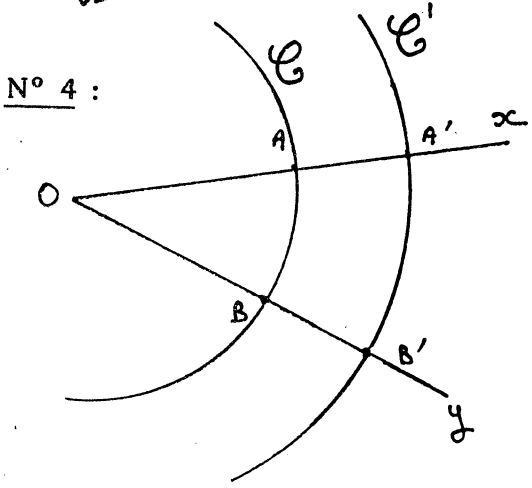
Même question pour les droites (SR) et (TP)

N° 3 :



Calculer x.

N° 4 :



(C) et (C') sont deux cercles de même centre O.

Les demi-droites [Ox) et [Oy) coupent (C) en A et B et (C') en A' et B'.

Démontrer que : (AB) // (A'B')

Vers une synthèse

a) A quoi sert de théorème ?

b) Quand peut-on l'utiliser ?

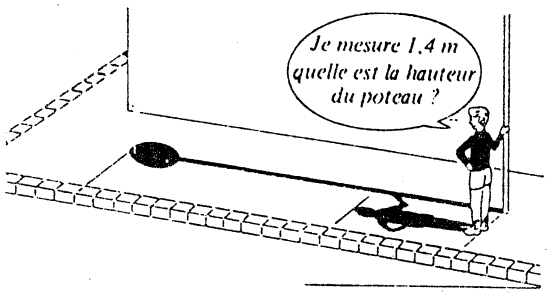
QUATRIEME PARTIE

Exercices : Certains (les premiers) ont été donnés au cours de la progression ; d'autres ont été posés tout au long de l'année pour aider les élèves à ne pas oublier ce nouvel outil. (Une "imprégnation" dans le temps n'est-elle pas souhaitable pour toute notion ?).

Remarque : Une série "vu au brevet" complète la collection d'exercices. Pour le dernier sujet (Clermont-Ferrand 87), les questions 4 et 5 font appel à la représentation graphique d'une application affine.

EXERCICES :

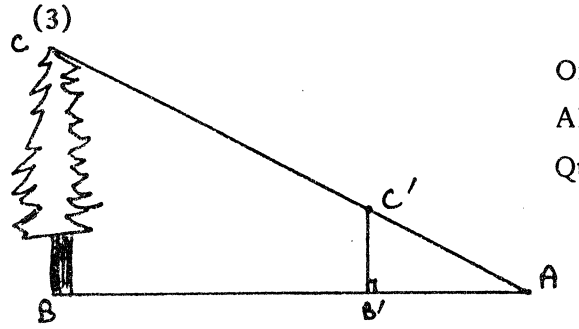
(1)



(d'après HATIER, Maths. 3°-1980)

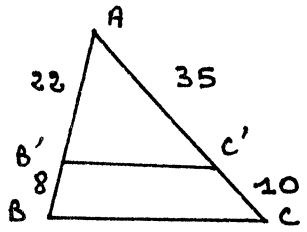
(2) Construire le triangle ABC tel que AB = 5 cm ; AC = 7 cm ; BC = 8 cm.
Sur le segment [BC], place le point D tel que BD = 2 cm.
Par D, trace la parallèle à (AB) qui coupe (AC) en M, puis la parallèle à (AC) qui coupe (AB) en N.
Calcule le périmètre du quadrilatère ANDM.

(3)



On sait que AB = 21 m ;
AB' = 2 m ; B'C' = 3 m.
Quelle est la hauteur de l'arbre ?

(4) Dans la figure ci-contre a-t-on (B'C') // (BC) ?
Si non, B' restant fixé, où faut-il placer C' pour que les droites soient parallèles ?



(5) Soit un triangle ABC tel que AB = 4,2 cm et AC = 6,3 cm. Soit M le point du segment [AB] tel que AM = 1,4 cm. Soit N la projeté de M sur (AC) parallèlement à (BC).
Calculer AN et NC.

(6) ABCD est un trapèze de bases [AB] et [CD] tels que : AB = 45 mm ; CD = 72 mm ; BC = 35 mm et DA = 4 cm.
On prolonge les côtés non parallèles : ils se coupent en I.
Calculer IA et IB.

.../...

(7) Tracer un segment [AB] de longueur 10 cm.

1) Construire (*) le point M du segment [AB] tel que $\frac{AM}{AB} = \frac{3}{7}$

2) Construire le point K de la droite (AB) hors du segment [AB] tel que $\frac{AK}{AB} = \frac{3}{7}$

3) Construire le point L de la demi-droite [AB) tel que $\frac{AL}{AB} = \frac{11}{7}$

(*) *Rappel : "construire" sous-entend que l'on ne mesure pas.*

(8) Tracer une droite graduée de repère (O,I).

Construire les points : A d'abscisse $\frac{2}{3}$

B d'abscisse $\frac{5}{3}$

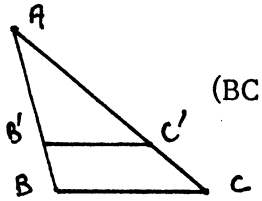
C d'abscisse $-\frac{2}{3}$

(9) Construis un segment de longueur 3,8 cm x $\frac{2}{7}$

(10) On pose a = 3 cm ; b = 5 cm ; c = 8 cm.
Construis 3 segments de longueurs respectives a, b, c, puis construis un segment de longueur x tel que $\frac{a}{b} = \frac{x}{c}$

(11) VRAI ou FAUX ?

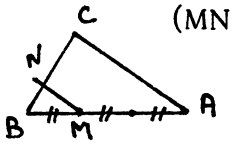
a)



(BC)//(B'C')

Les longueurs AB', BB', et B'C' sont proportionnelles aux longueurs AC', C'C et BC.

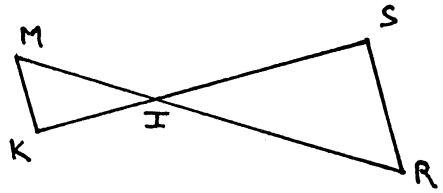
b)



(MN)//(AC)

$NB = \frac{NC}{2}$

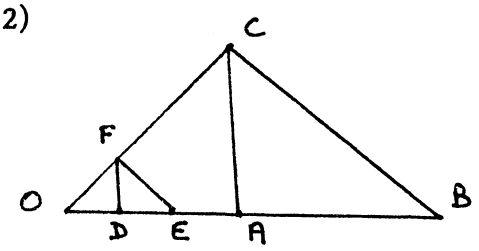
c)



(SR)//(MK)

- $\frac{IK}{SK} = \frac{IM}{MR}$
- $\frac{IR}{IS} = \frac{IK}{IM}$
- IR x IK = IM x IS

(12)



(FD) // (AC)

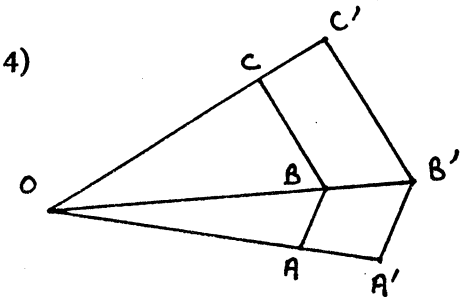
(FE) // (CB)

OD = 2 ; DE = 3 ; OA = 6.

Calculer AB.

(13) Soit (C) un cercle de centre O et de diamètre [AC] tel que AC = 10 cm. B est un point de (C) tel que AB = 7 cm ; M est le point du segment [AB] tel que AM = 2 cm. La perpendiculaire à (AB) passant par M coupe le segment [AC] en N. Calculer CN et MN.

(14)



(AB) // (A'B')

(BC) // (B'C')

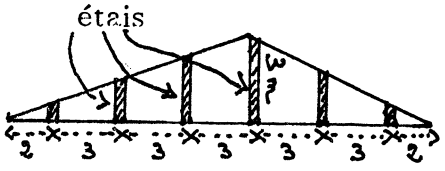
Que peut-on dire des droites (AC) et (A'C') ?

Démontrer la réponse.

(15) OAB est un triangle tel que AB = 22 cm ; AO = 15 cm et OB = 10 cm.
On prolonge [BO] d'une longueur OD = 3 cm.
Par D, on trace la parallèle à (AB) qui coupe (AO) en C.
(AD) et (BC) se coupent en F.

Calculer OC, CD, $\frac{FD}{FA}$

(16)



Dans cette coupe de toiture (qui n'est pas à l'échelle), les étais sont régulièrement espacés sauf aux extrémités.

Donner une valeur approchée au cm près de la longueur de chaque étai.

(17) Soit un triangle ABC et A' le milieu de [BC].
Une droite Δ parallèle à la droite (BC) coupe (AB) en M, (AA') en I et (AC) en N.

1°) Comparer les rapports $\frac{MI}{BA'}$ et $\frac{NI}{CA'}$

2°) En déduire que I est milieu de [MN]

.../...

(18) ABCD est un trapèze de bases [AB] et [CD] dont les diagonales se coupent en I. La parallèle menée par I à (BC) coupe (AB) en E et la parallèle menée par I à (AD) coupe (AB) en F.

Faire un schéma en coloriant les droites parallèles d'une même couleur. En utilisant le théorème de Thalès, écrire plusieurs égalités de rapports. En déduire que AE = FB.

(19) Monsieur DURAND a construit un abri de jardin contre la façade de sa maison. La figure 1 montre une vue de cet abri où la toiture n'a qu'un pan.

1°) Calcule les deux dimensions de la toiture.

2°) Construis une maquette de cet abri à l'échelle $\frac{1}{100}$

3°) Une tuile du toit s'est cassée. M. DURAND a répéré la fuite au sol au point E (figure 2).

Peux-tu calculer la distance AF sur le toit si tu connais la distance DE sur le sol ?

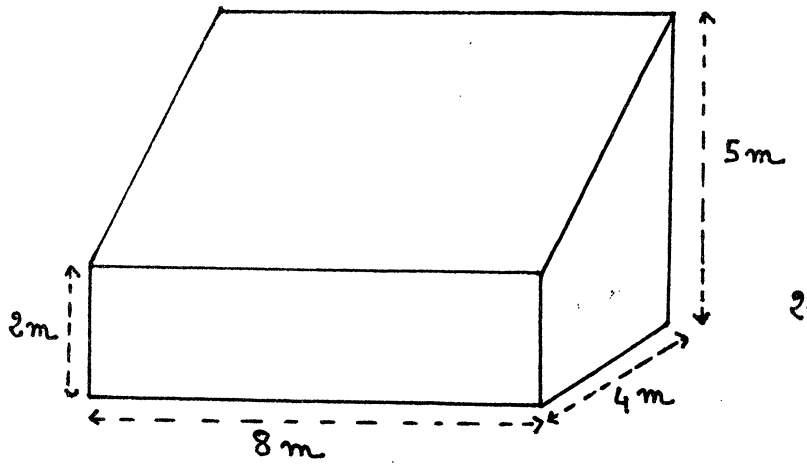


figure 1

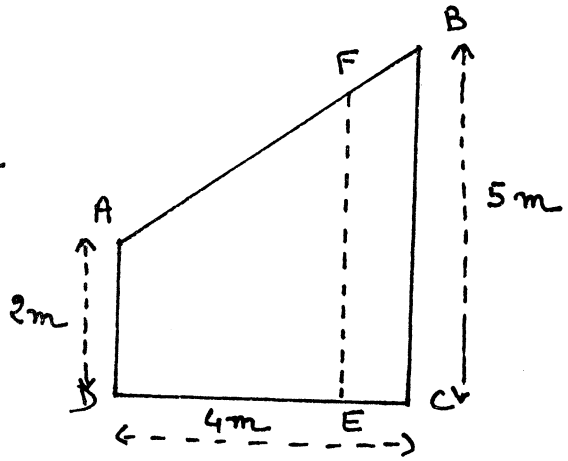
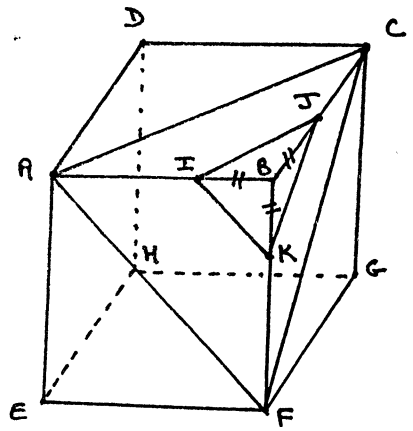


figure 2

(20)



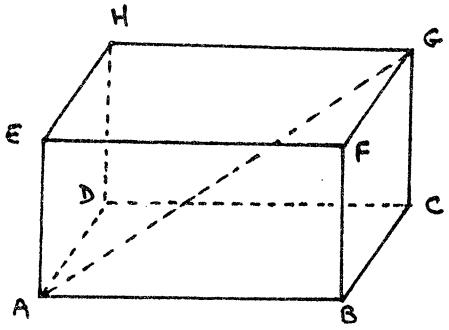
ABCD est un cube d'arête a.

Les points IJK sont tels que

BI = BJ = BK

Démontrer que le triangle IJK a ses côtés parallèles à ceux du triangle AFC.

(21)



La figure représente une salle de hauteur 3 m dont le sol est le rectangle ABCD de dimensions AB = 8 m et BC = 6 m.

1°) Quelle est la nature du triangle ACG ? Construire ce triangle en prenant 1 cm pour 1 m. Calculer AG.

2°) Soit I le point de [AG] tel que

$$\frac{GI}{GA} = \frac{1}{3}$$

La parallèle à (GC) passant par I coupe (AC) en I'. Calculer CI'.

(22) Soit une pyramide ABCDE à base carrée (BCDE) de 6 cm de côté et de centre O.

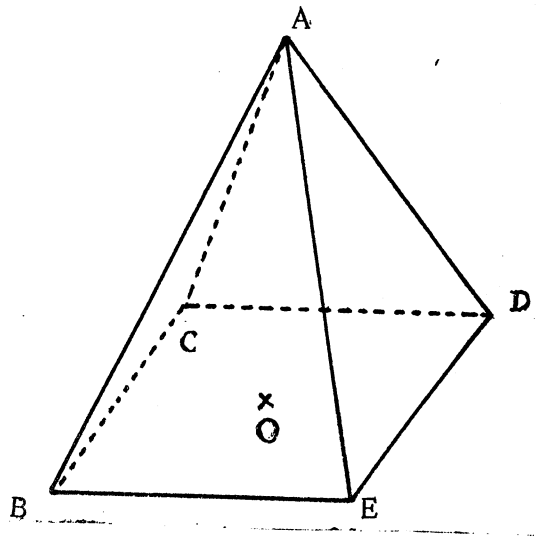
Les autres faces sont des triangles équilatéraux.

1) Calculer BD et BO

2) Montrer que le triangle BAD est rectangle

3) Calculer la hauteur OA de la pyramide.

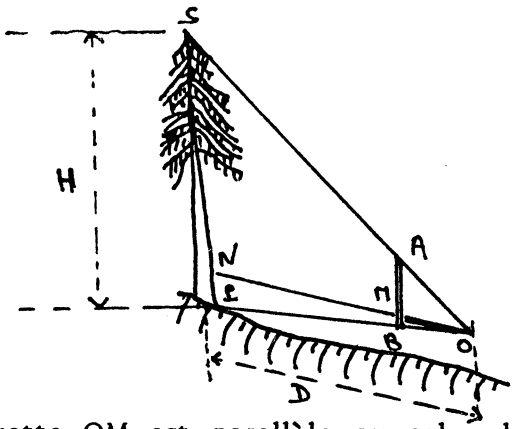
4) Soit U le point de [OA] tel que OU = 2,5 cm. Par U passe un plan parallèle à la base qui coupe les arêtes [AB], [AC], [AD], [AE] respectivement en I, J, K, L. Calculer AL.



(23) Lecture : cubage estimé d'un arbre.

Pour cuber un arbre sur pied, on n'a pas la ressource de mesurer effectivement le diamètre en n'importe quel point et la hauteur du tronc, comme on pourra le faire après abattage. En pratique, le cubage sur pied fait appel à une mesure précise : le diamètre ou la circonférence à 1,30 mètres du sol et à une mesure approximative, celle de la hauteur du tronc. Le diamètre à 1,30 mètre est mesuré avec une sorte de grand pied à coulisse que l'on appelle compas forestier, tandis que la hauteur est appréciée à l'oeil et avec un peu d'habitude l'erreur est faible. On peut avoir recours à l'emploi de la croix de bûcheron : on prend deux baguettes égales d'environ 20 centimètres, on en place une parallèlement au sol et en direction de l'arbre, une extrémité au-dessous de l'oeil. A l'autre extrémité on place l'autre baguette verticalement ; on s'approche alors ou s'éloigne de l'arbre à mesurer de façon à voir à la fois le pied de l'arbre dans le prolongement de l'extrémité inférieure de la deuxième baguette, et le sommet du tronc dans le prolongement de l'extrémité supérieure de la même baguette ; à ce moment on se trouve à une distance du pied de l'arbre égale à la hauteur du point visé au sommet du tronc.

.../...



La baguette OM est parallèle au sol ; la baguette AB est verticale. Quand on voit simultanément S dans le prolongement de OA et P dans celui de OB, la distance D de l'observateur à l'arbre est égale à la hauteur H de l'arbre.

En effet $\frac{OM}{ON} = \frac{AB}{SP}$, donc $\frac{OM}{AB} = \frac{ON}{SP}$; comme OM = AB, on a bien ON = SP.

Justifier les égalités $\frac{OM}{ON} = \frac{AB}{SP}$; $\frac{OM}{AB} = \frac{ON}{SP}$; ON = SP

VU AU BREVET

LYON (1987)

1. Construire un triangle EFG tel que

$\widehat{FEG} = 50°$; EF = 10 cm ; EG = 8,8 cm.

2. Placer le point M milieu du segment [EF] et le point N milieu du segment [EM].

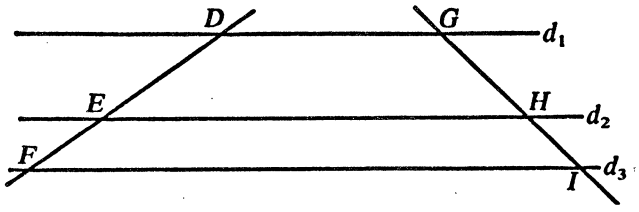
Tracer la parallèle à la droite (FG) passant par N, elle coupe la droite (EG) en P.

3. Calculer $\frac{EP}{EG}$ puis EP.

MONTPELLIER (1987)

d_1, d_2 d_3 sont trois droites parallèles. On donne DF = 4,8 cm, DE = 3 cm, GI = 4 cm.

Calculer GH. (On justifiera la méthode utilisée).



.../...

PARIS (1987)

Soit un triangle ABC quelconque, et un point M de la droite (BC) n'appartenant pas à la demi-droite (Bx) qui contient C. Par M, on trace la parallèle à la droite (AC) qui coupe la droite (AB) en N, et la parallèle à la droite (AB) qui coupe la droite (AC) en P.

Faire une figure.

1. Comparer les rapports $\frac{AP}{AC}$ et $\frac{BM}{BC}$, puis les rapports $\frac{AN}{AB}$ et $\frac{CM}{CB}$

2. Dans les questions suivantes, on suppose que B est le milieu du segment [CM]. Faire une figure.

Quelle est la nature du quadrilatère AMNC ?

Quelle est la position de A par rapport aux points P et C ?

3. Comment faut-il choisir le triangle ABC pour que le quadrilatère AMNC soit un losange ? Faire une figure.

Comment faut-il choisir le triangle ABC pour que le quadrilatère AMNC soit un carré ?

VU AU BREVET

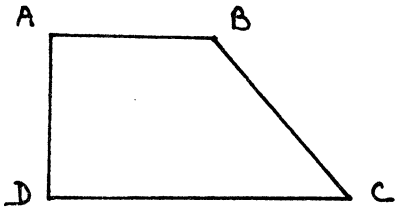
ROUEN (1987)

On considère un demi-cercle de centre O et de diamètre [AC] tel que AC = 10 cm.
ABC est le triangle rectangle inscrit dans ce demi-cercle, tel que $AB = \frac{AC}{2}$.

1. Faire une figure. Expliquer la construction du point B.
2. Montrer que OAB est un triangle équilatéral.
3. Calculer BC.
4. M est le point du segment [AB] tel que AM = 3,5 cm. La perpendiculaire à (AB) passant par M coupe [AC] au point N.
Calculer CN.

BORDEAUX (1986)

- On considère le trapèze rectangle ABCD tel que :



AB = 6 cm
AD = 6 cm
DC = 8 cm

H est le projeté orthogonal de B sur la droite (DC).

1°) Calculer l'aire du trapèze (ABCD).

2°) Calculer la longueur AC.

3°) On désigne par I le point d'intersection des droites (AC) et (BH).
Calculer la longueur AI.

.../...

VU AU BREVET

CLERMONT-FERRAND (1987)

Construire un triangle ABC tel que AB = 12, BC = 16 et CA = 8, l'unité de longueur étant le centimètre, (laisser les traits de construction).

1. E est le point de [AB] tel que AE = 9.
La parallèle à (BC) menée par E coupe [AC] en F. Calculer AF en expliquant la méthode utilisée.

2. Dans la suite du problème, le point E se déplace sur [AB] et on pose AE = x.

a) Donner un encadrement de x.

b) Calculer AF en fonction de x (ne pas redonner la justification de la méthode).

c) En déduire FC et exprimer également EB en fonction de x.

3. La parallèle à (AB) menée par F coupe [BC] en K.
Réaliser ce tracé sur la figure initiale.

a) On a toujours AE = x
Calculer BK en fonction de x.

b) Quelle est la nature du quadrilatère EFKB ? En déduire EF.

c) Soient P_1 le périmètre du triangle AEF et P_2 le périmètre du quadrilatère EFCP.
Montrer que $P_1 = 3x$ et $P_2 = -\frac{1}{3}x + 36$.

d) Pour quelle valeur de x a-t-on $P_1 = P_2$?
Quelle est alors la valeur commune de P_1 et P_2 ?

4. Dessiner dans un même repère orthogonal les représentations graphiques des applications P_1 et P_2 de R dans R définies par

$$P_1(x) = 3x \qquad P_2(x) = -\frac{1}{3}x + 36$$

en appliquant les consignes suivantes :

- l'axe des abscisses est pris sur la plus grande dimension de la feuille de papier millimétré ;
- échelle en abscisses : 1 cm pour une unité ;
- échelle en ordonnées : 0,25 cm pour une unité (soit 1 cm pour 4 unités).

5. Comment ce graphique permet-il de retrouver les résultats du 3. d) ?

B. EVALUATION

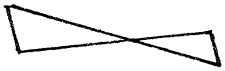
THALES : EVALUATION

Deux tests ont été passés, l'un immédiatement à la fin de la progression (novembre), l'autre plusieurs mois après (avril/mai). Ils ont concerné 224 élèves répartis en 9 classes, de niveau hétérogène.

Les deux tests ont été construits sur le même modèle :

. application immédiate dans les deux configurations que l'on peut rencontrer :

- en "cornet"

- en "papillon" 

ce qui correspond aux compétences exigibles du programme

. application simple, mais le parallélisme non donné en hypothèse doit être justifiée

. "piège" : le dessin (donné) rappelle une "situation de Thalès" mais il n'y a pas de droites parallèles et il faut utiliser une autre méthode.

. utilisation de la propriété de Thalès pour démontrer.

Dans le premier test, il y avait aussi une application immédiate de la propriété de Thalès dans une situation compliquée par quelques données inutiles : cela n'a pas semblé poser de problèmes aux élèves et nous n'avons pas jugé utile de la maintenir au second test.

Dans le deuxième, la dernière question porte sur la réciproque de la propriété de Thalès qui n'avait pas été étudiée dans toutes les classes lors du passage du premier test.

On trouvera en annexe les textes ainsi que les pourcentages de réussite par exercice.

Notre but était de déterminer ainsi le degré de maitrise de la propriété de Thalès par nos élèves :

1°) Connaissance de l'"objet" : propriété de Thalès.

2°) Connaissance des conditions de validité de ce théorème.

3°) Maîtrise suffisante pour l'utiliser sans que ce soit induit par la situation ("outil").

.../...

/BILAN/

1) Connaissance de l'objet :

Le pourcentage de réussite s'est très peu modifié entre les deux tests. On peut cependant noter une nette diminution des difficultés de nature algébrique : beaucoup moins d'élèves ont fait des erreurs dans la résolution de l'équation obtenue au 2ème test qu'au 1er (meilleure maîtrise des techniques algébriques en fin d'année sans doute).

Une grande majorité d'élèves, même plusieurs mois après, connaît le théorème puisque l'exercice est fait par tous et que 4 % seulement ne pensent pas au théorème de Thalès.

La situation en "papillon" est cependant moins bien maîtrisé puisque dans chacun des tests il y a un écart de 20 % entre les pourcentages de réussite : ces élèves semblent faire fonctionner la fausse règle suivante : les "nombres du haut" sur "les nombres du bas", qui est alors mise en défaut. Un peu moins de 2/3 des élèves (64 % pour le 1er test, 62 % pour le 2ème) réussissent les deux exercices.

2) Conditions de validité :

La comparaison entre les deux tests est plus difficile, les deux exercices -évidemment- ne pouvant être similaires.

On peut remarquer cependant que davantage d'élèves ont pensé à justifier le parallélisme pour le 2ème test que pour le 1er.

Quant à la situation "piège", 23 % des élèves pour le test 1 et 32 % pour le test 2, ont appliqué le théorème de Thalès. Un petit nombre d'entre eux, d'ailleurs, connaissent cependant les conditions de validité du théorème puisqu'ils commencent par justifier faussement le parallélisme dont ils ont besoin.

Environ, 1 élève sur 5 semble bien connaître les conditions d'application du théorème.

3) Utilisation de l'outil de démonstration :

Dans le premier test, l'exercice était très difficile, trop probablement, et de plus le test était long (il a été passé en 70 min. environ mais cela n'a pas forcément été suffisant). Peu d'élèves ont donc réellement eu la possibilité

de chercher : 12 % des élèves ont pensé à utiliser le théorème de Thalès, 4 % seulement ont mené la démonstration jusqu'au bout. Dans le deuxième test, où le temps n'a pas manqué à la plus grande partie des élèves, 40 % n'ont rien écrit, ce qui traduit sans doute surtout un manque total d'idées. Quelques élèves (10 %) ont "bricolé" une application du théorème pour écrire des rapports

$$(\frac{AM}{AB} = \frac{PQ}{BC})$$

amenant directement à ce qu'il fallait démontrer. 24 % ont fait un raisonnement correct, et 5 % ont bien appliqué le théorème de Thalès à la situation mais n'ont pas su aller plus loin.

4) **Utilisation de la réciproque** :

Cet exercice a eu un peu plus de succès que le précédent puisque 32 % des élèves seulement (!) ne l'ont pas fait.

30 % ont cherché à répondre sans faire aucune référence à Thalès. Pour ceux qui y ont pensé, un des écueils fut de savoir quels rapports il fallait calculer (16 % d'erreurs) : on retrouve ici sans doute la difficulté, le "problème" de la "configuration en papillon".

L'autre écueil (classique s'il en est, et qu'on retrouve lorsqu'il s'agit de rédiger une solution faisant par exemple intervenir la réciproque de Pythagore) est la présentation incorrecte de la solution :

- on part de l'égalité que l'on veut établir pour arriver à l'égalité "$\frac{2}{3} = \frac{2}{3}$" qui permet de conclure que l'égalité intiale est vraie.

(L'obstacle soulevé ici n'est pas propre à "Thalès" et mérite sûrement aussi une attention toute particulière dans le domaine numérique et littéral).

/Vers une "morale" !/

Les résultats de ces tests ouvrent quelques pistes pour la modification de notre progression :

- la phase d'apprentissage devra comporter un plus grand nombre de situations "en papillon" qui posent problème aux élèves.

- il conviendra aussi d'insister davantage sur les conditions de validité du théorème.

.../...

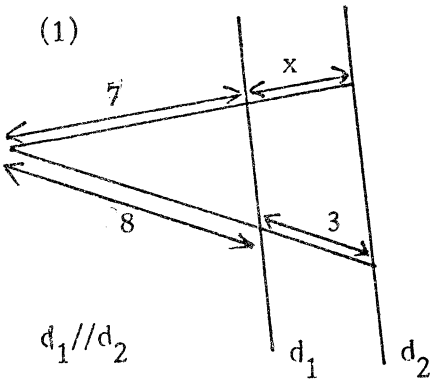
Notons que ce dernier point est indépendant du théorème de Thalès et concerne bien sûr n'importe quel théorème : "Avons-nous l'habitude en cours d'apprentissage, dans un contrôle, de proposer à nos élèves des situations où tel théorème a l'air de s'appliquer mais en fait ne s'applique pas ?"

Quoi de plus naturel pour un élève que de se laisser piéger s'il a intégré, non sans quelque raison, l'idée que "si on travaille sur Thalès, on ne peut que nous poser des exercices se résolvant avec Thalès" !

On entend souvent déplorer par les enseignants l'insuffisance voire l'absence d'esprit critique des élèves. Ne serions-nous pas parfois, sans bien nous en rendre toujours compte, un peu complices de cet état de fait ?

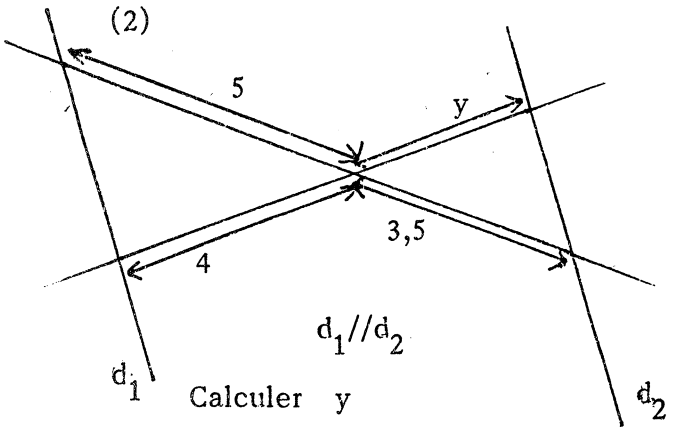
TEST N° 1

(1)



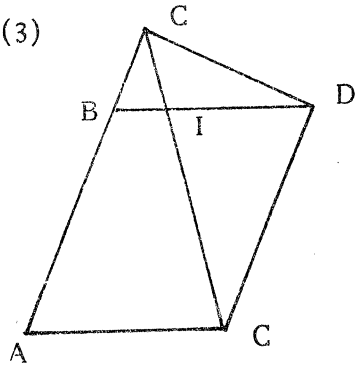
Calculer x

(2)



Calculer y

(3)

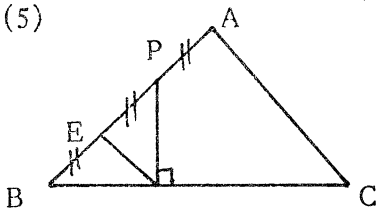


Les données	La question
(BD)//(AE)	
(AC)//(DE)	
AC = 12	Calculer CE
BC = 3	
CI = 2	
DI = 5	
CD = 6	

(4) Soit [AB] un segment de 9 cm de long, I son milieu et (C) le cercle de diamètre [AB]. On appelle P un point du cercle tel que AP = 4 cm, T un point du segment [AB] tel que BT = 3 cm, et T' le projeté orthogonal de T sur (BP).

Calculer TT'.

(5)



Hypothèses : ABC est un triangle

AB = 4,5 cm AC = 6 cm

E ∈ [AB], P ∈ [AB], BE = EP = PA

H : projeté orthogonal de P sur (BC)

Calculer HE.

(6) ABCD est un parallélogramme de Centre I.

E est le point de [AB] tel que AE = $\frac{1}{4}$ AB.

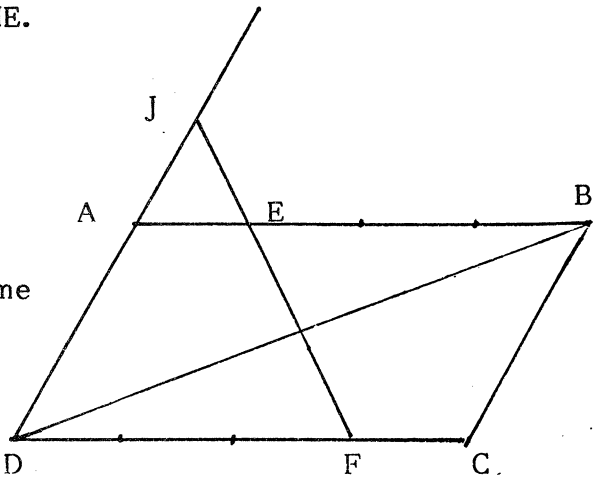
F est le point de [CD] tel que DF = $\frac{3}{4}$ DC

1°) Démontrer que BEDF est un parallélogramme

Montrer que I est le milieu de [EF]

2°) La droite (EF) coupe la droite (AD) en J.

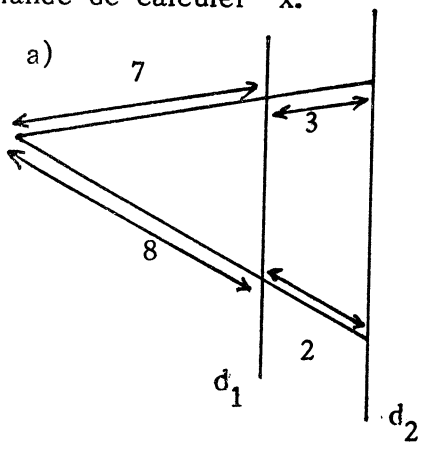
Démontrer que JE = EI = IF.



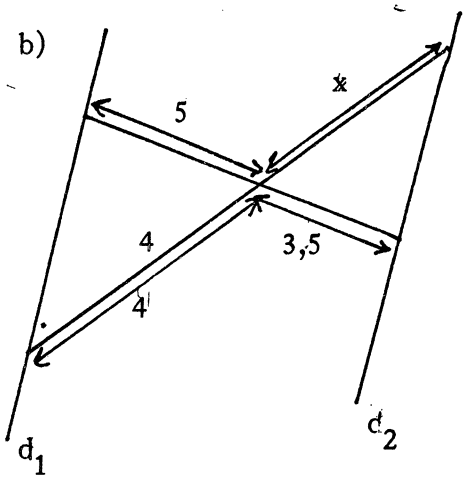
TEST N° 2

I. Dans chacun des cas ci-dessous, les droites d_1 et d_2 sont parallèles : on demande de calculer x.

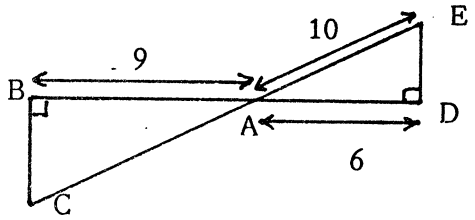
a)



b)

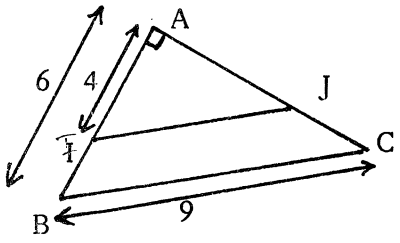


II.

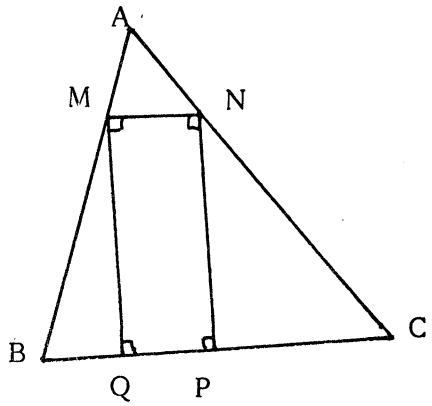


Les données sont codées sur la figure ci-contre.
Calculer BC.

III.

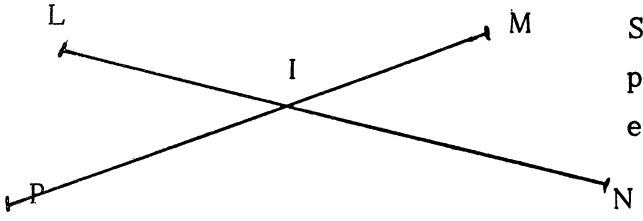


En utilisant les informations codées sur le schéma ci-contre, fait à main levée, et sachant en outre que AI = AJ, calculer IJ.
Calculer IJ.



Sachant que MNPQ est un rectangle (voir figure), prouver que :

AM x BC = AB x PQ



Si LI = 3 ; IN = 4,5 ; IM = 2,6 ; IP = 3,9 peut-on affirmer que le quadrilatère LMNP est sur trapèze ?
(Unité : le cm)

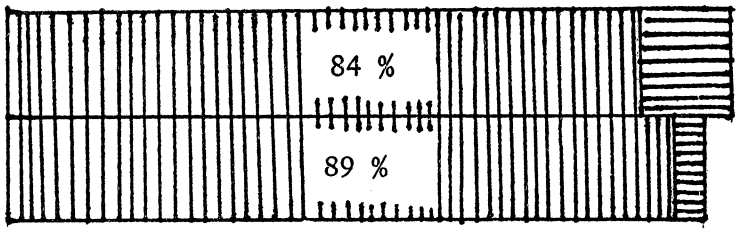
ANALYSE DES REPONSES

1. a) Application immédiate
Situation "en cornet"

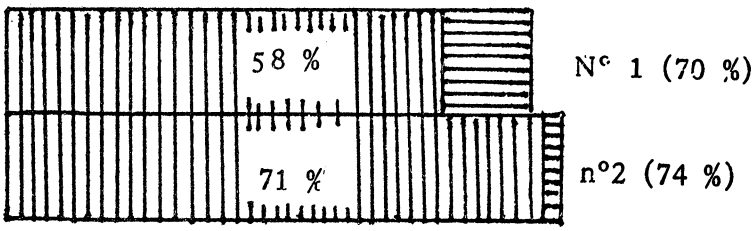
Test

réponse exacte

le théorème est bien appliqué mais l'équation obtenue est mal résolue.



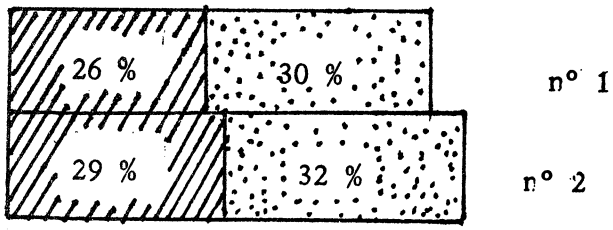
b) application immédiate
Situation "en papillon".
(même légende que ci-dessus)



2. Il faut au préalable démontrer que l'on a deux droites parallèles

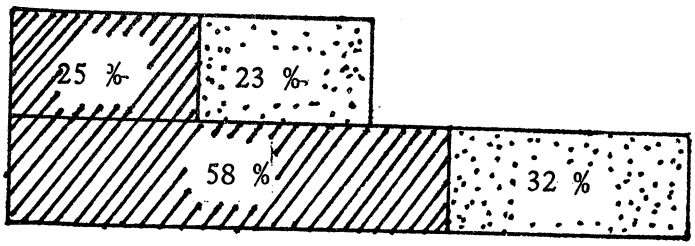
réponse exacte

application de la propriété sans prouver le parallélisme.

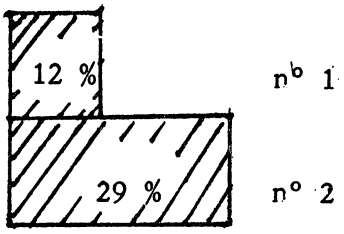


3. Appliquent faussement le théorème :

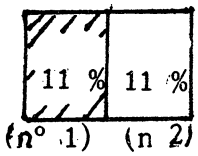
réussissent l'exercice :



4. Outil de démonstration



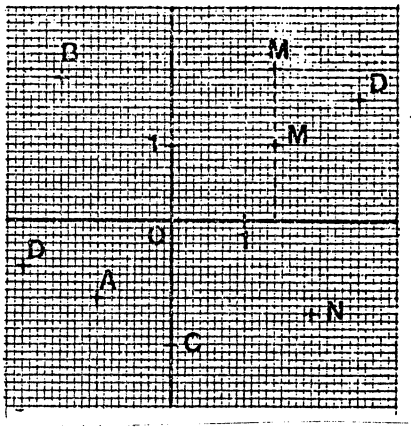
5. Réciproque.

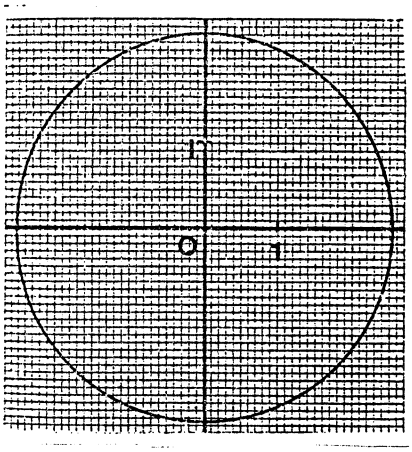


C. AGRANDISSEMENT. REDUCTION

AGRANDIR, REDUIRE, QU'EST-CE QUE CELA VEUT DIRE ?

1. a) A tout point M quelconque du plan, on associe (voir figure) le point M' ayant pour :
   . ordonnée la moitié de l'ordonnée de M
   . abscisse l'abscisse de M
   Placer les points A', B', C', D', N' associés aux points A, B, C, D, N.





b) On veut faire subir au cercle ci-contre (de centre O et de rayon 2,5 cm) la transformation définie au a).
1) Répondre **spontanément**, sans placer de point, à la question suivante : "**Quelle courbe va-t-on obtenir ?**"
2) Marquer une douzaine de points du cercle et construire leurs transformés.
3) Répondre à nouveau à la question 1.

c) Tracer un rectangle qui se transforme par ce procédé en un carré

.../...

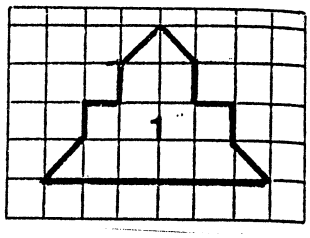
2. En langage BASIC, utilisé par certains ordinateurs, il existe une instruction qui permet d'"agrandir" les caractères : c'est l'instruction **ATTRB.** Plus précisément :

. **ATTRB (0,1)** permet de doubler la largeur d'un caractère et laisse inchangée sa largeur.

. **ATTRB (1,0)** permet de doubler la largeur d'un caractère et laisse inchangée sa hauteur.

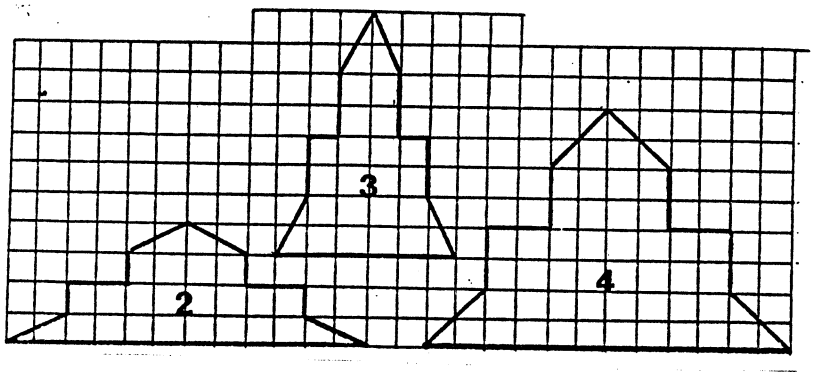
. **ATTRB (1,1)** permet de doubler la hauteur et la largeur d'un caractère.

Parmi les trois instructions précédentes, quelle(s) est(sont celle(s) qu'il faut choisir pour obtenir l'agrandissement d'un caractère à l'échelle 2 ?



3) a) Parmi les figures 2, 3 et 4 ci-dessous quelle est celle qui, selon vous, ressemble le plus à la figure 1 ?

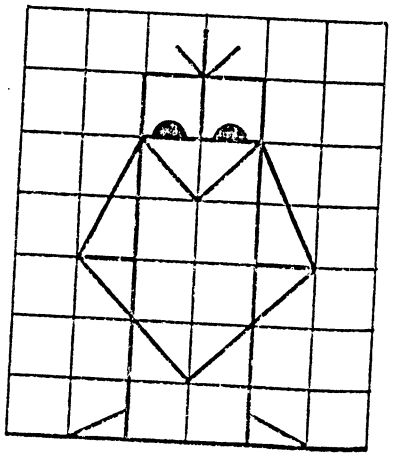
b) Préciser le procédé de construction qui a permis de passer de la figure 1 à chacune des figures 2, 3, 4.

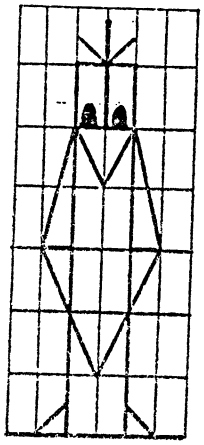


c) Comparer le périmètre et l'aire de la figure 1 et le périmètre et l'aire de chacune des figures 2, 3, 4 (côté du carreau : 1/2 cm).

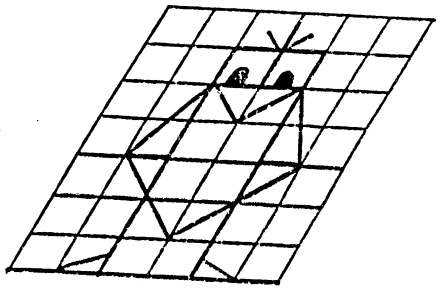
.../...

4) Chacun des dessins ci-dessous est-il une réduction de la figure ci-contre ?

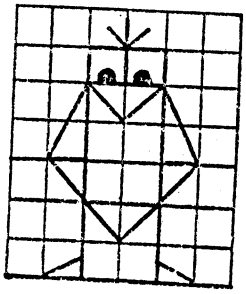




a)

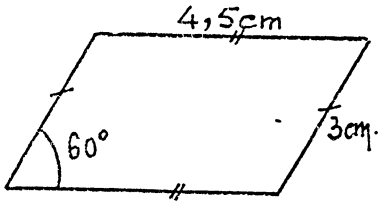


b)



c)

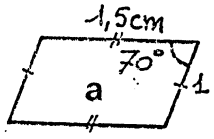
5)



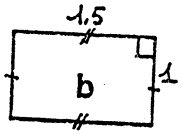
On avait demandé à des élèves d'une classe de cinquième de faire un dessin du parallélogramme ci-contre à l'échelle 1/3.

Voici les dessins de quatre d'entre eux.

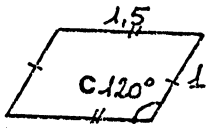
a) Frédéric



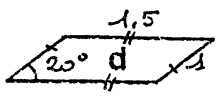
b) Olivier



c) Stéphane



d) Céline



Un seul de ces dessins est correct. Lequel ? (Le choix doit être assorti d'une preuve convaincante).

/SYNTHESE/

1. Dans l'agrandissement ou la réduction d'une figure polygonale :

- les angles sont conservés
- les dimensions sont multipliées par un même nombre.

Autrement dit :

Lorsqu'on passe d'une figure à une autre par agrandissement ou réduction :

- toutes les longueurs de l'une sont proportionneles aux longueurs correspondantes de l'autre ;
- tous les angles de l'une sont égaux aux angles correspondants de l'autre.

2. Dans l'agrandissement ou la réduction d'une figure, si les longueurs sont multipliées par k, alors :

- le périmètre est aussi multiplié par k
- l'aire est multipliée par k^2.

.../...

/AGRANDISSEMENT ET REDUCTION DES FIGURES USUELLES/

1. Le triangle

a) Triangle rectangle

ACTIVITE :

On considère un triangle ABC rectangle en A et un triangle EFG tel que EF = kAB, EG = kAC, FG = kBC (k désigne un nombre supérieur à 1).

1) Préciser la nature du triangle EFG.

2) Comparer les angles aigus des triangles ABC et EFG (indication : comparer les cosinus de ces angles).

3) Justifier l'affirmation suivante : "le triangle EFG est un agrandissement du triangle ABC à l'échelle k".

4) Que dire du triangle EFG si $0 < k < 1$?

b) Nous admettrons que le résultat précédent, établi dans le cas d'un triangle rectangle, est vrai quel que soit le triangle considéré :

PROPRIETE :

> En multipliant les trois côtés* d'un triangle par un même nombre -positif-, on obtient dans tous les cas un agrandissement ou une réduction de ce triangle.

2. Le rectangle :

a) L'agrandissement ou la réduction d'un rectangle est un rectangle dont les dimensions sont proportionnelles à celles du rectangle initial.

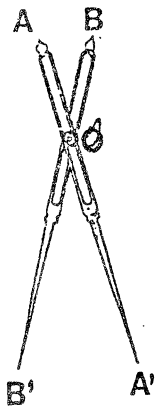
b) Il en résulte que l'on passe, dans tous les cas, d'un carré à un autre par agrandissement ou réduction.

3. Le cercle :

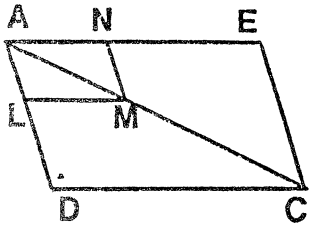
On passe toujours d'un cercle à un autre par agrandissement ou réduction : l'échelle est égale au rapport des rayons.

(*) Le mot "côté est utilisé ici au sens de "longueur de côté".

.../...

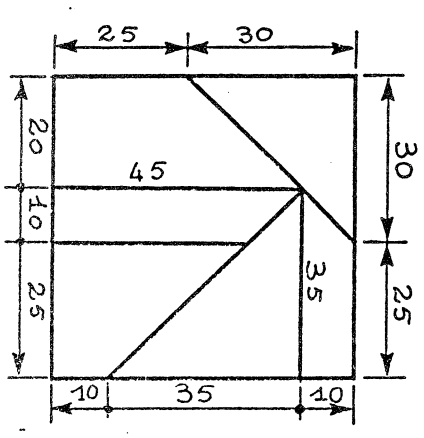


1. L'instrument ci-contre est constitué de deux branches AA' et BB' de même longueur.
Un dispositif de serrage permet d'articuler les deux branches en un point O -variable- de façon que OA = OB et OA' = OB'.
Cet instrument s'appelle un "compas de réduction".
Justifier sa dénomination. Serait-il légitime de l'appeler "compas d'agrandissement" ?



2. Les données : . ABCD est un parallélogramme
. L, M, N sont sur [AD], [AC], [AB]
. (LM)//(AB) et (MN)//(BC)

La question : Le triangle AMN est-il une réduction du triangle ADC ?



3. Fabriquer par équipes de trois (chacun faisant deux ou trois pièces) un puzzle semblable à celui représenté ci-contre en respectant la règle suivante : "un segment qui mesure 20 mm sur le modèle doit mesurer 35 mm sur le puzzle fabriqué".

(d'après une idée de Guy BROUSSEAU IREM de Bordeaux)

4. Les longueurs des côtés de deux triangles sont 7 cm, 8 cm, 12 cm et 20 cm, 30 cm, 17,5 cm.
L'un de ces triangles est-il un agrandissement de l'autre ?

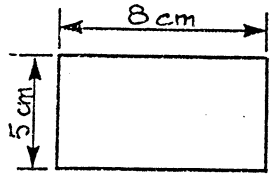
AGRANDISSEMENT OU NON ?

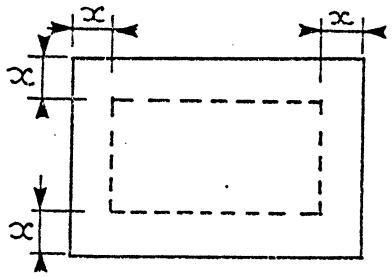
A - LES BANDES

Dans chacun des cas ci-dessous, la figure 2 a été obtenue en "rajoutant" à la figure 1 une bande de largeur x.

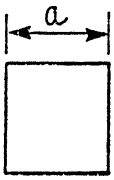
On demande si ce procédé permet d'obtenir un agrandissement de la figure initiale.

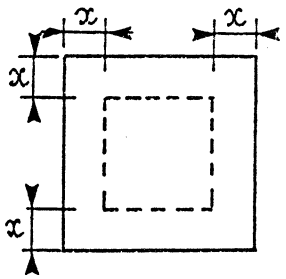
1. Rectangle (non carré)



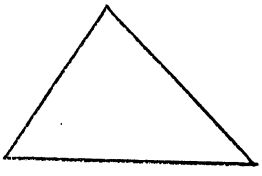


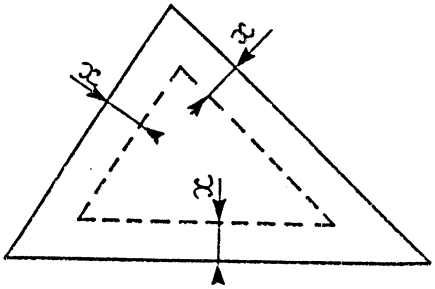
2. Carré





3. Triangle

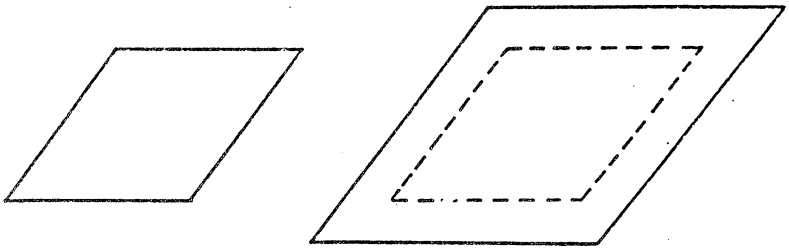




Indications : 1) Montrer que les droites (AA'), (BB') et CC') concourent au centre du cercle inscrit au triangle A'B'C'.

2) Prouver que $\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{A'C'}{AC}$

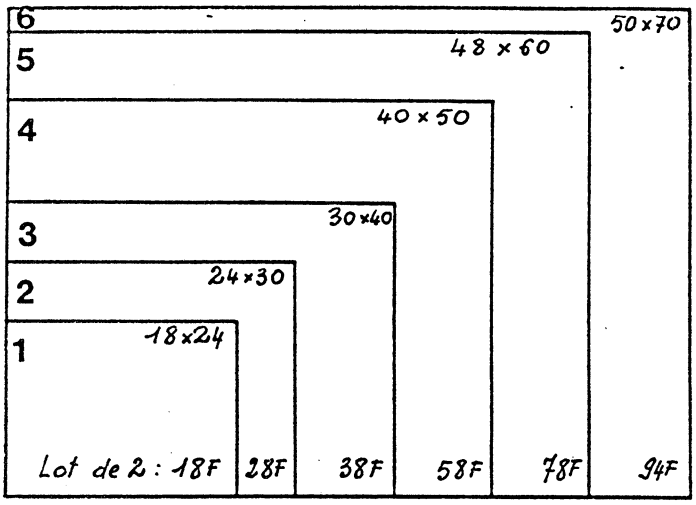
4. Losange (non rectangle)



Un conseil : s'inspirer de la méthode précédente.

.../...

B. ENCADREMENTS



Le schéma ci-contre, vu dans un magasin HABITAT, représente différents modèles de cadres (unité de longueur : le cm)

1.a) Parmi les rectangles n° 2, 3, 4, 5, 6, quels sont ceux qui sont des agrandissements du rectangle N° 1 ?

b) En déduire l'alignement des points A, B, D (on pourra munir le plan d'un repère judicieux).

2.a) Parmi les rectangles n° 3, 4, 5, 6, quels sont ceux qui sont un agrandissement du rectangle n° 2 ? En déduire l'alignement de quatre points.

3) Le prix des cadres est-il proportionnel à leur surface ?

4) Les dimensions des cadres sont en fait les dimensions de papiers photographiques.

Un photographe amateur qui tire un négatif 24 mm x 36 mm* sur l'un des six formats précédents obtient-il, dans chaque cas, un agrandissement...mathématique ?

(*) Le format 24 x 36 est couramment utilisé par les photographes amateurs.

. /...

C. AVEC UNE PHOTOCOPIEUSE.

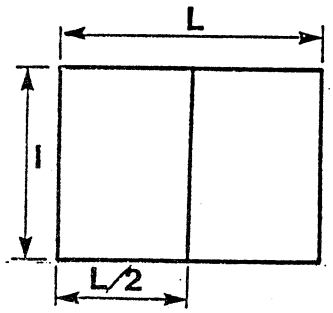
Sur certains photocopieurs :

. la sélection de la touche 141 % permet d'obtenir un agrandissement à l'échelle 2 ;

. la sélection de la touche 71 % permet d'obtenir une réduction à l'échelle 1/2.

Expliquer la signification de ces pourcentages.

D. LES FORMATS DE PAPIER



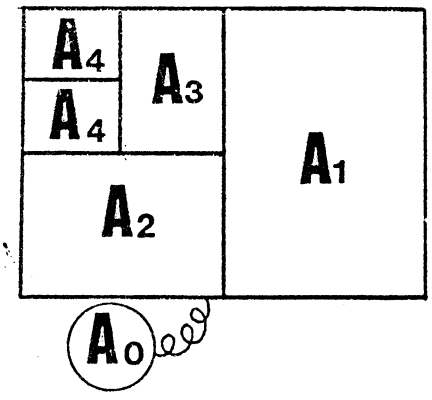
I. On considère des rectangles de longueur L et de largeur l tels que si on plie en deux, dans le sens de la largeur (cf. figure), on obtient une réduction du rectangle initial.

a) Montrer que dans ces conditions :

$L^2 = 2l^2$

b) En déduire la valeur du rapport L/l.

II. Le format de papier A_0 correspond à une feuille rectangulaire de 1 m^2 possédant la propriété ci-dessus.



a) Quelles sont les dimensions de cette feuille ?

b) En coupant une feuille A_0 en deux, on obtient deux feuilles de format A_1 ; en coupant cette dernière en deux, on obtient deux feuilles de format A_2, etc..... (cf. figure)

Déterminer les dimensions d'une feuille de format A_4.

N.B. : ces résultats expliquent les dimensions -a priori étonnantes- des feuilles de papier usuelles (format A_4).

VRAI OU FAUX ?

a) Dans une réduction d'un triangle, l'aire est multipliée par 0,25 : l'échelle est donc 1/2.

b) Dans une réduction d'un triangle, l'aire est multipliée par 0,9 : l'échelle est donc 3/10.

c) Dans une réduction à l'échelle 1/4, les aires sont diminuées de 84 %.

d) Dans une réduction à l'échelle 1/8, les aires sont diminuées d'environ 98,4 %.

e) Pour doubler l'aire d'un triangle, il suffit de :

- doubler la longueur d'un côté et conserver la hauteur correspondante ;
- doubler la longueur de chacun des trois côtés ;
- doubler la longueur de deux côtés ;
- doubler une hauteur et la longueur du côté correspondant ;
- multiplier par $\sqrt{2}$ les longueurs des trois côtés ;
- multiplier par $\sqrt{2}$ la longueur d'un côté et de la hauteur correspondante.

f) Pour augmenter l'aire d'un rectangle de 10 %, il suffit d'augmenter la longueur et la largeur de 10 %.

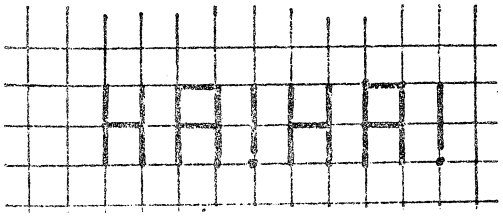
g) Si on augmente la longueur d'un rectangle de 10 % et si on diminue sa largeur de 10 %, l'aire augmente de 1 %.

h) Si on diminue la largeur d'un rectangle de 10 % et si on augmente la largeur de 10 %, l'aire diminue de 1 %.

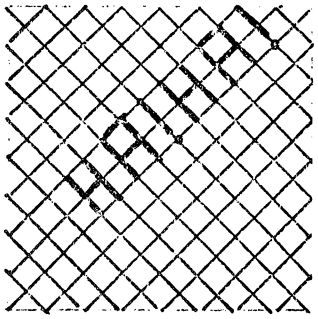
i) Le triangle de côtés $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$ est un agrandissement du triangle de côtés $\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\frac{\sqrt{5}}{4}$; $\frac{1}{\sqrt{2}}$

.../...

1. Avec un quadrillage



dessin n° 1



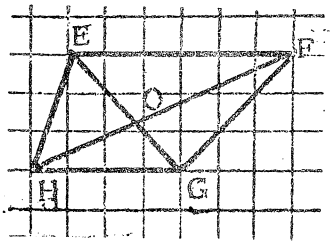
dessin n° 2

a) Montrer qu'à partir d'un quadrillage (cf. dessin n° 1), on obtient un nouveau quadrillage en traçant les "diagonales"(cf. dessin n° 2).

b) Le "HA ! HA !" n° 2 est une réduction du "HA ! HA !" n° 1. Quelle est l'échelle de réduction ?

2. Sur une carte routière au deux cent millième, la largeur d'une autoroute est-elle représentée à l'échelle ?

3.



a) Justifier l'affirmation suivante :
"Le triangle EOF est un agrandissement du triangle OHG".
Préciser l'échelle.

b) Montrer que les triangles EOH et FOG ont la même aire. Peut-on en déduire que le triangle FOG est une reproduction à l'échelle du triangle EOH ?

.../...

PERIMETRES ET AIRES

1. . On désigne par a, b, c les longueurs des côtés d'un triangle. Le triangle de côtés a + 4, b + 4, c + 4 est-il un agrandissement du triangle initial ? (Unité de longueur : le cm).

. Trois carrés $\mathscr{C}_1$, $\mathscr{C}_2$ et $\mathscr{C}_3$ sont tels que :

-> le périmètre de $\mathscr{C}_2$ est le quintuple de celui de $\mathscr{C}_1$

-> l'aire de $\mathscr{C}_1$ est égale au vingt-quatrième de celle de $\mathscr{C}_3$.

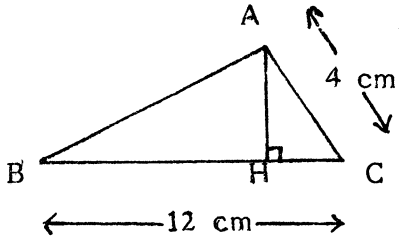
"Ranger" ces carrés du plus petit au plus grand.

2. . L'aire d'un triangle est 26,46 dm^2

On réduit ce triangle ; l'aire est alors 216 cm^2.

Quelle est l'échelle de réduction ? (on l'exprimera sous forme de fraction irréductible).

3.



. On sait qu'une réduction, à l'échelle $\frac{1}{3}$, du triangle représenté ci-contre a une aire de 2 cm^2. (dessin volontairement faux) Calculer AH, HC, BH, AB.

4. . De 1789 à 1989 la population de la France a, approximativement, doublé. Si l'on représente la population de la France en 1789 par un disque de 1 cm de rayon, quel est le rayon du disque représentant la population de la France en 1989 ?

5. . Chez le marchand de matériaux de construction

Le commerçant : "Monsieur, vous avez le choix entre deux modèles de dalles de même qualité. Les unes sont des carrés de 50 cm de côté et coûtent 3,70 F. pièce".

Le client : (silencieux mais calculant mentalement : "30 cm c'est les 3/5 de 50 cm ! 10 F. x 3/5 = 6 F. Donc à 3,70 F. pièce je fais une affaire". Au commerçant : "je prends les petites".

Le client fait-il vraiment une affaire ?

.../...

II. APPLICATIONS AFFINES

CE QUE DIT LE PROGRAMME.

Organisation et gestion de données. - Fonctions.

L'objectif essentiel est de gérer des situations concrètes, relevant en particulier des thèmes transversaux, à l'aide de tableaux, de diagrammes, de graphiques.

Dans les situations mettant en jeu des fonctions, on continue d'habituer les élèves à utiliser des expressions telles que "en fonction de", "est fonction de" ; on pourra introduire prudemment la notation f(x), mais toute définition de la notion de fonction ou d'application est exclue.

1. Applications affines ; représentation graphique d'une application affine.

Les travaux porteront sur les diverses parties du programme. On mettra en évidence la proportionnalité des accroissements. On pourra, à partir de situations simples, construire des tableaux de valeurs d'une fonction non affine mais aucune connaissance sur de telles fonctions n'est au programme.	- Déterminer une application affine par la donnée de deux nombres et de leurs images. - Savoir construire un tableau de valeurs d'une fonction affine. - Représenter graphiquement une application affine et exploiter cette représentation.

.../...

PRESENTATION ET COMMENTAIRES DES FICHES ELEVES

Fiches 1 à 4 : activités préparatoires

Fiche 1 : Pour se souvenir des applications linéaires.

* la justification de l'alignement des points est ici le théorème admis en 4ème : "la représentation graphique d'une application linéaire est une droite passant par l'origine du repère".

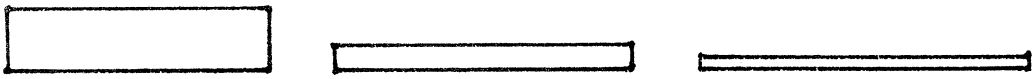
Fiche 2 : Démonstration des théorèmes admis en 4ème.

Prérequis : le théorème de Thalès.

* 1er exercice : pour douter de ce que l'on voit (raisonnement délicat pour un élève)
* 2me exercice : on peut préférer la notation (x_A, y_A) si les élèves y sont habitués.

Fiche 3 : Découverte d'une application affine et de ses propriétés.

* la valeur O du côté pose problème : quel est le périmètre d'un rectangle aplati" ? On peut visualiser à l'aide d'une ficelle



* le mot "augmentation", plus familier aux élèves, est ici préféré au mot "accroissement".
* la dernière partie est difficile (on peut ne pas la traiter)

Remarques : 1) Si les équations de droites ont été préalablement étudiées, le "problème" est quasiment "réglé".

2) Si l'on décide de ne pas admettre le résultat, on pourra préférer l'utilisation de la translation permettant de "passer" de la représentation graphique de l'application linéaire $x \longmapsto ax$ à celle de l'application affine : $x \longmapsto ax + b$.

Fiche 4 : Découverte d'une application non affine.

Commentaire : A l'issue de ces activités, il va de soi qu'une synthèse -l'institutionnalisation- s'impose.

Fiches 5 et 6 : Exercices d'application mettant en jeu les savoir-faire définis dans les compétences exigibles.

.../...

Fiches 7 à 11 : Problèmes.

Fiche 9 : des exercices de physique (empruntés au livre de Physique 3° édité par Hachette)

Fiche 10 : Exercices d'entretien sur les applications linéaires et la proportionnalité qui peuvent être proposés à n'importe quel moment de l'année.

.../...

/FICHE 1/

ACTIVITE 1 :

* Sur une feuille de papier quadrillé, coupe une bande de 3 cm de large.

* Enroule la bande autour de ton doigt puis déroule lentement : on s'intéresse à l'aire du rectangle qui apparaît.

Dans ce rectangle, qu'est-ce qui varie ? Qu'est-ce qui ne change pas ?

* Construis un tableau de valeurs.

Mesure du côté variable en cm	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	x
mesure de l'aire du rectangle (en cm)										

Quelle remarque peux-tu faire à propos de ce tableau ?

* Quelle relation existe-t-il entre le côté variable et l'aire du rectangle ?
Définis l'application associée à cette situation.
Que peux-tu dire de cette application ?

* Dans un repère orthogonal, place les points dont l'abscisse est un nombre de la 1ère ligne et l'ordonnée le nombre correspondant de la 2ème ligne. Que peux-tu dire des points obtenus ? Justifie ta réponse.

/FICHE 2/

ACTIVITE 2 :

1. Dans un repère orthonormal, place les points M(0,4 ; 1,2) et N(3,4 ; 10).

a) Les points O,M et N semblent-ils alignés ?

b) On appelle M' et N' les projetés orthogonaux de M et N sur l'axe des abscisses.

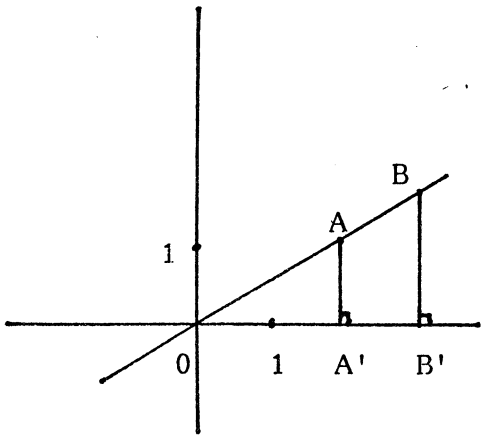
. Si les points O,M et N sont réellement alignés, montrer que l'on devrait avoir :

$\frac{MM'}{NN'} = \frac{2}{17}$ (indication : appliquer la propriété de Thalès)

. Vérifier que : $\frac{MM'}{NN'} = \frac{3}{25}$

. Les points O,M et N sont-ils réellement alignés ?

2. Le but de l'exercice ci-dessous est de démontrer le résultat suivant que tu as admis en 4ème : *si deux points sont alignés avec l'origine du repère, alors leurs coordonnées sont proportionnelles.*



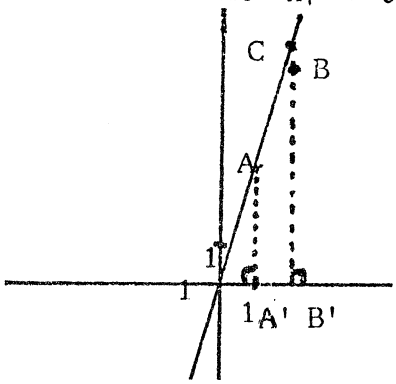
Données : O, A, B alignés

- A' projeté orthogonal de A sur l'axe des abscisses
- B' projeté orthogonal de B sur l'axe des abscisses

On désigne par (a, m) les coordonnées de A et par (b, p) les coordonnées de B.

En t'inspirant de l'exercice précédent, démontre que $\frac{m}{a} = \frac{p}{b}$

3. Cette fois, tu vas démontrer que la réprésentation graphique de l'application linéaire $x \longmapsto 3x$ est une droite passant par l'origine.



Le point A d'abscisse 1 et le point B d'abscisse x sont deux points de la représentation graphique de $x \longrightarrow 3x$.

Quelle est l'ordonnée de A ?

Quelle est en fonction de x, l'ordonnée de B ?

On appelle A' et B' les projetés orthogonaux de A et de B sur l'axe des abscisses et on appelle C le point de la droite (OA) qui a la même abscisse que B.

En utilisant le résultat précédent, calcule l'ordonnée de C.

Que peux-tu en déduire par les points B et C ? Pour les points O, A et B ?

.../...

/FICHE 3/

ACTIVITE 3 :

1) * Reprends la bande de papier de l'activité 1 : on s'intéresse cette fois au périmètre du rectangle obtenu.

2) * Construis un tableau de valeurs :

mesure en cm du côté variable	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
Augmentation du périmètre en cm									

Est-ce un tableau de proportionnalité ?

3) * Fais une représentation graphique.

Comment semblent être les points obtenus ?

4) * En utilisant les valeurs du tableau précédent, complète le tableau ci-dessous :

Augmentation de la mesure du côté en cm	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
Augmentation du périmètre en cm								

Est-ce un tableau de proportionnalité ?

5) * Ecris le périmètre du rectangle en fonction de la valeur x du côté variable. Définis l'application associée.

6) * Tu vas maintenant démontrer que la représentation graphique de cette application est une droite.

a) K, A et B sont trois points de cette représentation graphique d'abscisses respectives 0, 1 et x.

Quelle est l'ordonnée de K ? Celle de A ? Et celle de B en fonction de x ?

Soit C le point de la droite (KA) qui a la même abscisse que B. On désigne par y l'ordonnée de C.

Soit d la parallèle à l'axe des abscisses passant par K et A' et C' les projetés orthogonaux de A et de C sur cette droite.

.../...

Calculer AA' puis exprimer CC' en fonction de x.
Que peut-on en déduire pour les points B et C ? Pour les points K, A et B ?

b) Réciproquement, montrer que tout point M(x, y) de la droite (KA) appartient à la représentation graphique de f.

.../...

/FICHE 4/

ACTIVITE 4 :

* On prend un élastique et on construit un carré de côté variable. On s'intéresse à l'aire de ce carré.

* Construis un tableau de valeurs :

Mesure du côté du carré en cm	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	x
Mesure de l'aire du carré en cm^2									

Est-ce un tableau de proportionnalité ?

* Fais une représentation graphique.
Les points obtenus semblent-ils alignés ?

* En utilisant les valeurs du tableau précédent, complète le tableau ci-dessous :

Augmentation de de la mesure du côté en cm	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5
Augmentation de l'aire du carré en cm^2							

Est-ce un tableau de proportionnalité ?

.../...

/FICHE 5/

EXERCICE 1 : Pour les nombres entiers compris entre -3 et +3, effectue le programme suivant, à l'aide de ta calculatrice.

x ——— [x3.8] ———> y

Reporte tes résultats dans un tableau de valeurs.

Ecris la "sortie" y en fonction de l'"entrée" x.

Obtiens-tu une application linéaire ? Une application affine ? Une application non affine ?

Peux-tu dire, sans la tracer, si la représentation graphique est une droite passant par l'origine ? Une droite ne passant pas par l'origine ? Constituée de points non alignés ?

EXERCICE 2 : Refais le même exercice avec les programmes suivants :

a) x ——— [x7] — [+2] ———> y

b) x ——— [x(-2)] ———> y

c) x ——— [x2] — [-3] ———> y

d) x ——— [x3] — [+5] — [-4] ———> y

e) x ——— [x^2] — [x5] ———> y

f) x ——— [√] ———> y

g) x ——— [+5] — [x16] — [+9] ———> y

EXERCICE 3 : VRAI ou FAUX ?

a) les applications linéaires font partie des applications affines

b) les applications affines font partie des applications linéaires

c) quand on représnte graphiquement une situation (quelle qu'elle soit) on obtient toujours une droite.

EXERCICE 4 :

a) Pour construire la représentation graphique d'une application linéaire, combien de couples de coordonnées de points dois-tu calculer (ou connaître ?).

b) Même question pour une application affine non linéaire.

c) Même question pour une application non affine.

.../...

/FICHE 6/

EXERCICE 5 :

Dans le plan rapporté à un repère (O, I, J), construire la représentation graphique de chacune des applications affines suivantes :

$f_1 : x \longmapsto -4x + 3$ $\quad f_2 : x \longmapsto 3x$ $\quad f_3 : x \longmapsto \frac{1}{2}x + 2$

$f_4 : x \longmapsto -n + 1$ $\quad f_5 : x \longmapsto -\frac{2}{3}$ $\quad f_6 : x \longmapsto 7 - 3x$

EXERCICE 6 :

1) Complète le tableau ci-dessous :

x	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
sin x										

2) Le représenter graphiquement (Unités : 1 cm pour 10° sur l'axe des abscisses, 10 cm pour 1 sur l'axe des ordonnées).

L'application affine $x \longmapsto \sin x$ est-elle affine ? Pourquoi ?

EXERCICE 7 :

Le tableau de valeurs ci-dessous correspond-il à une application affine ?

Si oui, définir cette application et la représenter graphiquement.

x	0	1	2	3	4	5
g(x)	-3	-1	1	3	5	7

EXERCICE 8 :

1) Dans chacun des cas suivants, définir les applications affines f, g, h telles que :

a) $f(0) = 3$ et $f(1) = 8$

b) $g(2) = 5$ et $g(-1) = 2$

c) $h(0) = \frac{1}{2}$ et $h(3) = \frac{7}{2}$

2) Représenter graphiquement f, g et h.

.../...

/FICHE 7/

EXERCICE 1 :

Voici les tarifs de deux taxis :
Taxi A : 8 F. par kilomètre.
Taxi B : 6 F. par kilomètre. Prise en charge : 15 F.

1) Calculer le prix de revient d'une course de 5 km dans chaque cas. Quel est le taxi le plus avantageux ?

2) Même question pour une course de 20 km.

3) Ecrire en fonction du nombre n de kilomètres parcourus le prix f(n) de la course avec le taxi A et le prix g(n) de la course avec le taxi B.
Y-a-t'il dans chaque cas proportionnalité entre le prix de la course et le nombre de kilomètres parcourus ?

4) Faire une représentation graphique dans chaque cas (un seul dessin).
Utiliser le graphique pour trouver la solution la plus avantageuse suivant le nombre de kilomètres parcourus.

EXERCICE 2 :

Deux représentants de commerce sont ainsi payés :

* Alain gagne 4 600 F. par mois plus 8 % du total de ses ventes du mois.
* Bernard gagne 5 800 F. par mois plus 5 % du total de ses ventes du mois.

1) Calculer le salaire de chacun si le total de leurs ventes s'élève à 10 000 F.

2) Même question pour un total de 50 000 F., de xF.

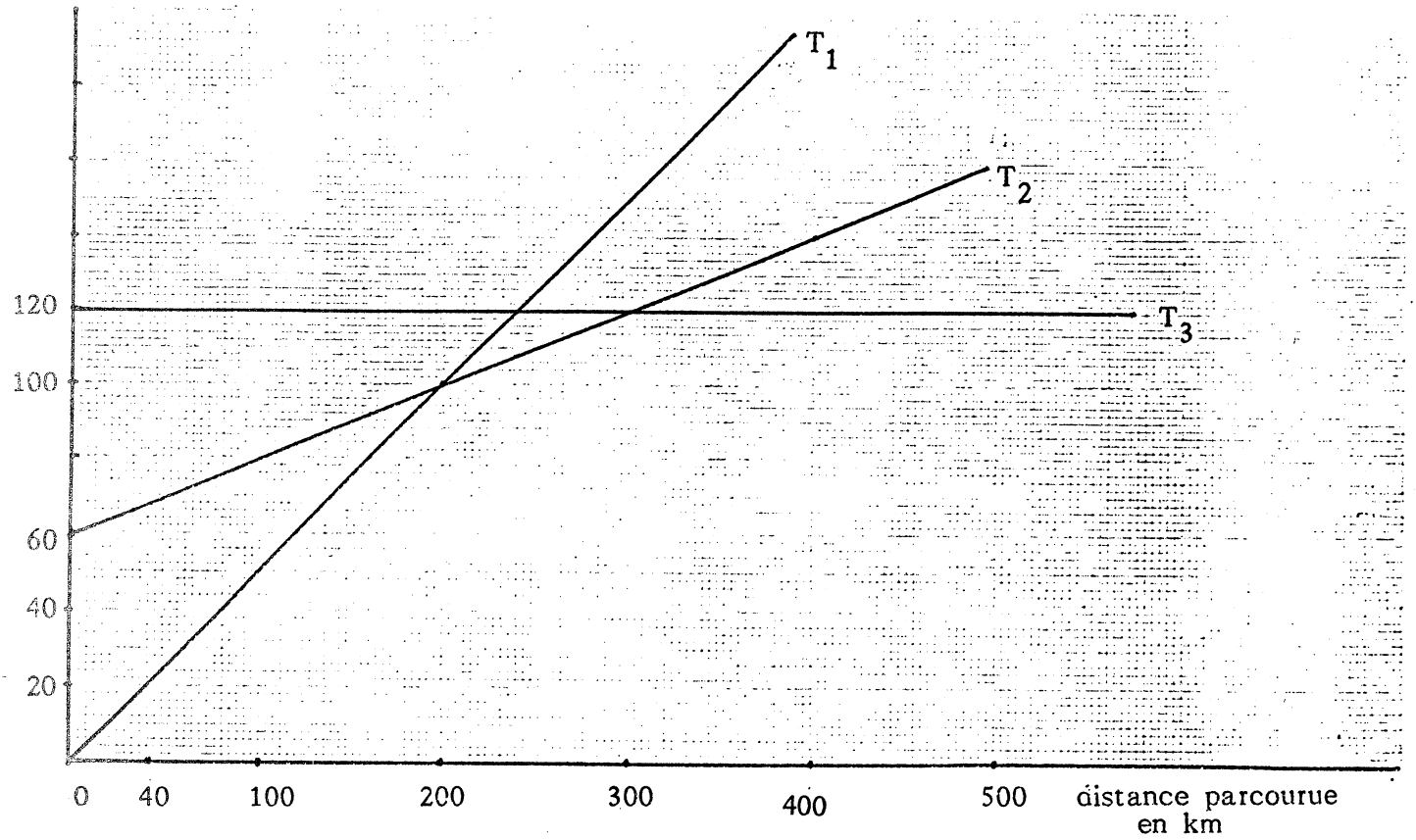
3) Représenter graphiquement, dans un même repère, les salaires de Bernard et d'Alain en fonction du montant de leurs ventes.

4) Déterminer graphiquement puis par le calcul le meilleur salaire (plusieurs cas sont à distinguer).

.../...

FICHE 8

1) Un voyageur a le choix entre trois tarifs T_1, T_2, T_3 donnés par le graphique ci-dessous :



a) Indiquer, suivant le tarif choisi :

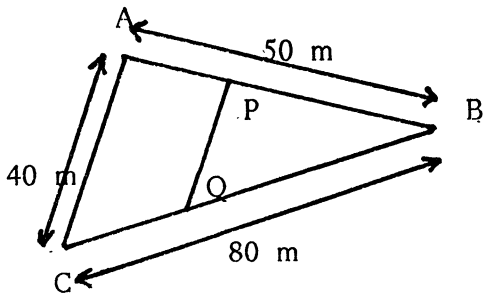
- les sommes à payer pour un parcours de 100 km
- les sommes à payer pour un parcours de 400 km

Indiquer la longueur du parcours pour lequel les tarifs T_1 et T_2 sont les mêmes.

b) Repasser en rouge les parties du graphique correspondant au tarif le plus intéressant. Pour quelle(s) distance(s) est-il plus avantageux de choisir le tarif T_1 ? le tarif T_2 ? le tarif T_3 ?

.../...

2)



Un jardin a la forme d'un triangle ABC de dimensions 80 m, 50 m et 40 m (voir dessin).
Entre les deux arbres P et Q une clôture est parallèle au côté [AC].
On appelle la distance BP.

a) Calculer en fonction de x le périmètre p(x) de la parcelle APQC.

b) Représenter graphiquement p(x) en fonction de x.

c) On veut que la clôture QP partage le jardin en deux parallèles de même périmètre. A quelle distance du sommet A doit se trouver l'arbre P ?

d) Lire sur le graphique une valeur approchée de x de façon que p = 40 m, puis calculer la valeur exacte de x.

.../...

/FICHE 9/

"VU EN PHYSIQUE"

1) La cuisson de 500 g. de légumes nécessite 10 minutes avec un four micro-ondes de puissance 1000w. Avec un four électrique de 2000w. il faut 45 minutes.

Calculer la différence de prix de revient si le KWh vaut 0,75 F.

Rappel : E (énergie électrique (en KWH)) = P (puissance (en W)) x t (durée de passage du courant (en H))

2) Une barre de fer mesure 2 m. de long à la température de 10°C. Quand la température augmente, la barre se dilate proportionnellement à l'accroissement de la température.

Sachant que cette barre a une longueur de 2,01 m. à la température de 20°C, quelle est sa longueur aux températures suivantes :

10°C ? 0°C ? 5°C ? 15°C ? 45°C ? 100°C ?

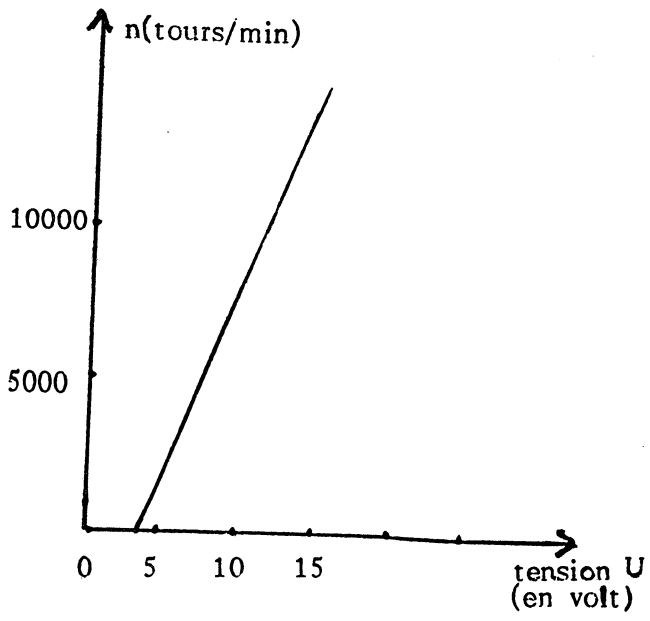
3) La courbe ci-contre représente les variations de la vitesse de rotation d'un moteur de perceuse en fonction de la tension qui lui est appliquée.

a) Quelle est la tension minimale pour que le moteur tourne ?

b) On règle la tension appliquée sur 12 V. Quelle est la vitesse de rotation du moteur ?

c) Quelle doit être la valeur de la tension pour que le moteur tourne à la vitesse de 6 000 tours par minute ?

(note : V. est une abréviation de Volt)



FICHE 107

1. Une carte est réalisée à l'échelle $\frac{1}{100000}$. Compléter le tableau suivant :

Distance sur le terrain	1 m	230 km	...m	...km	x(en m)	...(en km)
Distance sur la carte	cm	mm	9cm	41mm	..(en mm	y(en cm)

2. Sur une carte routière 10 km sont représentés par 5 mm.

a) Quelle est l'échelle de cette carte ?

b) La largeur d'une route est-elle représentée à l'échelle ?

3. Au cours de l'année 1988, les prix de certains produits ont augmenté de 8 %.

a) Compléter le tableau suivant et faire une représentation graphique.

Prix au 1.1.88	25 F	...F.	853 F	...F.	10 000 F
Prix au 1.1.89	... F.	599,40 F	...F.	864 F	...F.

b) Si les prix de ces produits augmentent de 5 % en 1989, auront-ils augmenté de 13 % du 1.1.88 au 1.1.89 ?

4. a) 23 % des livres de la bibliothèque sont neufs. Il y a 600 livres. Combien sont neufs ?

b) "15 chevaux sur 38 sont accidentés"
Quel est le pourcentage de chevaux accidentés ?

c) 35 % de ces livres sont reliés. J'ai 133 livres reliés. combien ai-je de livres ?

5. Partager une somme de 2 100 F. entre trois enfants âgés respectivement de 9, 12 et 14 ans de façon que la somme reçue par chacun soit proportionnelle à son âge.

.../...

6. Les tableaux ci-dessous correspondent-ils à des applications linéaires ?

a)

x	$\sqrt{2}+1$	$3+2\sqrt{2}$
f(x)	$\sqrt{2}-1$	1

b)

x	-7	56	20	$\frac{2}{5}$
g(x)	$\frac{21}{2}$	-84	$-\frac{63}{2}$	$-\frac{3}{5}$

.../...

III. "GAMMES" EN QUATRIEME

(Calcul numérique et littéral)

A. EXERCICES ET CORRIGES

/I. EXERCICES AVEC CORRIGES/

Les fiches présentées dans cette partie proposent des exercices de technique sur le calcul numérique (nombres en écriture décimale, fractionnaire) et le calcul littéral.

Leur particularité -d'où leur éventuel intérêt- réside dans le fait qu'elles sont accompagnées de "corrigés".

Elles ont été utilisées en 88/89 dans des classes de quatrième de deux façons :

1. En classe, au cours de séances "travaux dirigés".

La règle du jeu proposés aux élèves était la suivante :
"Si vous ne trouvez pas le résultat indiqué dans le corrigé, cherchez votre erreur ; si vous ne décelez pas votre erreur, faites appel au professeur".

Ce type de fonctionnement, pas forcément habituel pour un élève, demande un apprentissage : en effet, dans un premier temps, certains élèves se contentaient de barrer leur résultat erroné et passaient à la suite. Il faut parvenir à convaincre les élèves que chercher l'origine d'une erreur, c'est aussi (et c'est peut-être même essentiel) travailler et apprendre.

Il est à remarquer que quelques erreurs -involontaires- dans les corrigés ont été des stimulants pour certains élèves : pour ceux-là, "dénicher" les erreurs du professeur devenait un jeu intéressant qui amenait naturellement à des vérifications, à un regard critique sur leur propre production et sur celle de l'enseignant, bien souvent considéré comme infaillible.

Cette "méthode" a également permis aux élèves de travailler à leur rythme, le professeur pouvant davantage se consacrer aux élèves en grande difficulté.

2. En travail à la maison.

Dès que les élèves ont été à l'aise dans ce type d'exerices, les fiches ont pu être proposées en travail hors-classe. La fastidieuse séance de correction, bien souvent "dévoreuse de temps" et d'une efficacité parfois douteuse, était remplacée par une correction à la demande qui permettait de mieux cerner la non-compréhension des élèves.

.../...

Remarques :

1) Ces exercices ne font preuve d'aucune originalité : ce sont des exercices de technique pure.

Il nous a cependant paru intéressant de faire profiter nos collègues de notre long et fastidieux travail préalable de correction qui favorise, nous a-t-il semblé, la maîtrise du calcul numérique et littéral et permet aux élèves plus lents de poursuivre, seuls, chez eux, leur entraînement avec le garde-fou du corrigé.

2) Il est évident que ce travail n'est qu'un appui technique, nécessaire selon nous, mais non suffisant à l'apprentissage de l'algèbre. Il doit être absolument précédé, accompagné et suivi d'activités portant sur le sens. (Pour ce type d'activités, on pourra utilement se reporter au bulletin inter-IREM : Suivi Scientifique 4ème ou à d'autres publications IREM : Poitiers, etc...).

.../...

MULTIPLICATION DES RELATIFS

(1) Calculer :

A = 5 x (- 4) + 3 ; B = 6 + 4 x (- 5) ; C = 7 x (- 3) - 4 x 5 ;

D = 1 - 2 x 3 - 3 x 4 ; E = 4 x [5 + 2 x (- 3]

(2) Calculer :

F = 5 x (- 3) x (- 2) ; G = (4 x 5) x (- 3) ; H = $(- 5)^2$; I = $(- 4)^2 - 3^2$;
J = (-1) x 1 ; K = (-14,32) x (372,48 x 522,703 - 51 x 7) x (3 x 4 - 12) x (-773,46 - 292,58).

(3) Calcule la valeur numérique de :

abc ; 3 x (ab) ; ab - c ; a + b - c ; ab + 2c ; - 3a - 2b ; - (- a - 2c) ;

(a + bc) x (c - ab) ; pour a = - 2 ; b = 3 ; c = - 5.

(4) Ecrire sans parenthèse puis réduire si possible :

A = 2(a - 5) ; B = 3(- 4 + b) ; C = (- 4) x (a + 3) ; D = 3(x + 1) - (x + 2) ;

E = 5(x - 7) + 3(2x + 1) ; F = 5(- 3 - a) G = (4 + a) x (- 2) ; H = (- 3) x (5a) ;

I = - 4(- 3 + b) + 7 ; J = 4 - 5(a + 3) ; K = - (3a + 7) + (- 2) (4 + a) ;

L = - 3 x [2(a + 15) + 3(- 10 + a)] + 15a ; M = - 4 x (3a) ;

CORRIGE

(1) $A = - 17 ; B = - 14 ; C = - 41 ; D = - 17 ; E = 4$

(2) $F = 30 ; G = - 60 ; H = 25 ; I = 7 ; J = - 1 ; K = 0$

(3)

$- 2 \times 3 \times (- 5) = 30$	$- 2 \times 3 + 2 \times (- 5) = - 16$
$3 \times (= 2 \times 3) = - 18$	$- 3 \times (- 2) - 2 \times 3 = 0$
$- 2 \times 3 - (- 5) = - 1$	$- (2 - 2 \times (- 5) = - 12$
$- 2 + 3 - (- 5) = 6$	$(-2 + 3x(- 5))(-5 -(-2) \times 3) = - 17 \times 1 = -17$

(4) $A = 2a - 10 ; B = - 12 + 3b ; C = - 4a - 12 ;$

$D = 3x + 3 - x - 2 = 2x + 1$

$E = 5x - 35 + 6x + 3 = 11x - 32$

$F = - 15 - 5a ; G = - 8 - 2a ; H = - 15a$

$I = 12 - 4b + 7 = 19 - 4b$

$J = 4 - 5a - 15 = - 11 - 5a$

$K = - 3a - 7 - 8 - 2a = - 5a - 15$

$L = - 3(2a + 30 - 30 + 3a) = - 15a + 15a = 0$

$M = - 12a$

DISTRIBUTIVITE

(5) Factoriser :

$A = 5 \times (-4) + 5 \times a$; $B = (-4) \times (-3) + (-4) \times b$; $C = 4a - 16$;

$D = -15x + 3y$; $E = 5a + 5$; $F = -3a - 3b$; $G = 5a - 5b$;

$H = 2ab - 3a$; $I = a^2 - a$; $J = -3a + 9$; $K = -8a^2 - 20a$.

(6) Calculer mentalement

$A = (-36{,}492) \times 35 + (-36{,}492) \times 65$;

$B = (0{,}25 \times 343{,}528) \times 4$;

$C = (-392) \times (-517{,}48) + (-517{,}48) \times (-608)$

$D = 371 \times \frac{57}{293 + 78}$; $E = (-48{,}48 - 51{,}52) \times (53{,}5)^2 \times (2 \times 3 - 6)$

"Un calcul ne s'exécute pas, il se médite".
A. REVUZ

(7) Vrai ou faux ?

. $(-45\,123\,456) \times (-391\,478) + 8 = 17\,664\,515\,507\,975$

. $-4 - 5 = 9$. $-x + 3 + y = 3 + y - x$. $-4(x + 5) = -4x + 5$

. $4 + (y + 3) = 4y + 12$. $5x(ab) = 5 \times a \times 5 \times b$. $-a - a = 0$

. $\frac{3}{15} = \frac{0}{5}$. $-4(xy) = -4xy$. $x^2 = -x^2$. $y^2 = (-y)^2$

. $5 - 6 + 3 = -4$. $5 - 6 \times 3 = -3$. $51 \times \frac{3}{51} + 3x(-1) = 0$

CORRIGE

(5) $A = 5(-4 + a)$; $B = (-4)(-3a + b)$;

$C = 4(a - 4)$; $D = -3(5x - y)$; $E = 5(a + 1)$;

$F = -3(a + b)$; $G = 5(a - b)$; $H = a(2b - 3)$

$I = a(a - 1)$; $J = 3(-a + 3)$; $K = 4a(2a + 5)$

(6) $A = (-36{,}492) \times 100 = -3649{,}2$

$B = 343{,}528$

$C = (-517{,}48)(-392 - 608) = 517\,480$

$D = 57$; $E = 0$

.../...

ECRITURES FRACTIONNAIRES

(1) Calcule les produits ou les quotients suivants :

(Résultat sous forme de fraction irréductible)

a) $\frac{2}{3} \times (-\frac{1}{3})$; $\frac{12}{5} : (\frac{-1}{15})$

b) $(-\frac{1}{2}) \times (\frac{-8}{7})$; $\frac{2}{5} \times (\frac{-3}{-8})$

c) $\frac{3}{7} \times (-\frac{42}{11})$; $(-\frac{2}{3}) : (\frac{-1}{10})$

d) $(-\frac{2^2}{3})$; $(\frac{-2}{-5})^2$

e) $(\frac{-6}{7}) : (\frac{-7}{-6})$; $\frac{49}{25} \times (\frac{1}{-1})$

f) $\frac{-11}{13} \times \frac{-156}{-77}$; $\frac{128}{-25} ; \frac{96}{-175}$

(2) Calcule chacune des sommes algébriques suivantes :

(fraction irréductible)

a) $\frac{2}{3} + \frac{5}{6} - 1$; $\frac{2}{7} - \frac{13}{3} - \frac{5}{21}$; $\frac{2}{7} + \frac{1}{3} - \frac{1}{21}$

b) $\frac{11}{3} + \frac{1}{4} - 3$; $\frac{1}{5} + \frac{1}{3} - \frac{7}{15}$; $\frac{3}{9} + \frac{1}{6} - \frac{3}{2}$

c) $\frac{1}{9} + \frac{1}{3} - \frac{1}{18}$; $\frac{7}{4} + \frac{1}{5} + \frac{3}{20}$; $\frac{5}{9} - \frac{5}{6} + \frac{1}{2}$

d) $\frac{2}{7} - \frac{3}{5} + \frac{6}{35}$; $\frac{12}{5} - \frac{1}{10} + \frac{1}{15}$; $\frac{11}{3} - \frac{1}{6} - \frac{1}{12}$

(3) Effectue chacune des opérations suivantes :

(fraction irréductible)

a) $(\frac{1}{2} + \frac{5}{6} - \frac{1}{3}) \times \frac{10}{7}$

b) $(\frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{1}{3}) \times \frac{12}{5}$

c) $(\frac{5}{6} - \frac{4}{9} + \frac{1}{3}) \times \frac{24}{7}$

d) $(\frac{1}{2} - \frac{3}{4} + \frac{3}{8}) \times \frac{32}{3}$

e) $(\frac{7}{4} - \frac{1}{8} - \frac{5}{6}) \times \frac{18}{5}$

f) $(\frac{1}{10} + \frac{7}{5} + \frac{2}{3}) \times \frac{75}{2}$

g) $(\frac{8}{3} - \frac{5}{6} + \frac{7}{4}) \times \frac{24}{7}$

h) $(\frac{9}{10} + \frac{1}{8} - \frac{4}{5}) \times \frac{16}{21}$

k) $(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}) : (\frac{1}{3} + \frac{1}{4})$

l) $(\frac{1}{5} + \frac{1}{2}) \times (\frac{2}{3} + \frac{1}{2})$

m) $(\frac{2}{3} + \frac{7}{6}) : (\frac{1}{3} - \frac{3}{2})$

n) $(\frac{1}{4} + \frac{3}{8}) \times (\frac{5}{3} - \frac{7}{5})$

o) $(\frac{3}{10} - \frac{7}{2}) : (\frac{1}{10} + \frac{6}{5})$

p) $(\frac{10}{3} - \frac{1}{7}) \times (\frac{5}{2} - \frac{10}{3})$

q) $(\frac{1}{2} - \frac{7}{8}) \times (\frac{1}{3} + \frac{8}{9})$

r) $(\frac{7}{16} - \frac{3}{2}) : (\frac{2}{15} - \frac{3}{10})$

/...

CORRIGE

(1) a) $-\frac{2}{9}$; -36

b) $\frac{4}{7}$; $\frac{3}{20}$

c) $-\frac{18}{11}$; $\frac{20}{3}$

d) $\frac{4}{9}$; $\frac{4}{25}$

e) $-\frac{36}{49}$; $-\frac{49}{25}$

f) $\frac{12}{7}$; $\frac{28}{3}$

(2) a) $\frac{1}{2}$; $-\frac{30}{7}$; $\frac{4}{7}$

b) $\frac{11}{12}$; $\frac{1}{15}$; -1

c) $\frac{7}{18}$; $\frac{21}{10}$; $\frac{2}{9}$

d) $-\frac{1}{7}$; $\frac{71}{30}$; $\frac{41}{12}$

(3) a) $\frac{10}{7}$

b) $\frac{23}{5}$

c) $\frac{52}{21}$

d) $\frac{4}{3}$

e) $\frac{57}{20}$

f) $\frac{325}{4}$

g) $\frac{86}{7}$

h) $\frac{6}{35}$

k) $\frac{10}{7}$

l) $\frac{77}{36}$

m) $-\frac{11}{7}$

n) $\frac{1}{6}$

o) $-\frac{32}{13}$

p) $-\frac{335}{126}$

q) $-\frac{11}{24}$

r) $-\frac{51}{8}$

.../...

MULTIPLICATION DES RELATIFS
DEVELOPPEMENTS

(1) Calculer :

-3×4 ; $7 + 5 - 13$; $3 - 8 \times (-5)$; $7 + 12 \times (-3)$; $(-5)^2$; $3 \times (-2)^2$; -3×2^2 ; $7 \times (-3) - 2 \times (-5)$; $-7 \times 25 \times (-3) \times (-4)$; $13 - 7 \times 2$; $-7 \times 3 - 7 \times (-2) + 7$; $-8 + 7 - 5$; $9 - 15 + 1$; $7 \times 3 - 8 \times (-5)$; $6 \times (5 - 7) - 3(8 - 9)$; $8 \times (-3)^2 - 5 \times (-3) + 1$.

(2) $f(x) = 3x^2 - 5x + 1$. Calculer $f(2)$; $f(-4)$; $f(-1)$.

(3) $A = (3a - 2b)(-a + 5b)$.

Calculer A . pour $a = 2$; $b = 1$; . $a = -2$, $b = 5$; . $a = 3$ $b = -1$

. $a = -3$ $b = -2$. $a = o$ $b = -5$

(4)

Développer : $(x - 3)(x + 7)$; $(x - 5)^2$; $(2x - 1)(5 - 3x)$; $(-x - 4)^2$; $(-x + 3)(2x - 7)$; $(8 - x)^2$; $(-x + 7)(x + 7)$; $(3x - 1)^2$; $(-2x + 5)(3x - 1)$; $(2x - 5)(5 - 2x)$.

CORRIGES DES EXERCICES :

(1) -12 ; -1 ; 43 ; -29 ; 25 ; 12 ; -12 ; -11 ; -2100 ; -1 ; 0 ; -6 ; -5 ; 61 ; -9 ; 88.

(2) $f(2) = 3$; $f(-4) = 69$; $f(-1) = 9$

(3) 12 ; -432 ; -88 ; 35 ; -250

(4) $x^2 + 4x - 21$; $x^2 - 10x + 25$; $6x^2 + 13x - 5$; $x^2 + 8x + 16$; $2x^2 + 13x - 21$; $x^2 - 16x + 64$; $-x^2 + 49$; $9x^2 - 6x + 1$; $-6x^2 + 17x - 5$; $-4x^2 + 20x - 25$

AUTO-CONTROLE : 1) $f(x) = -2x^2 + 5x - 3$. Calculer $f(3)$ et $f(-2)$

2) Développer : $A = (3x - 5)(x + 2)$; $B = (2x - 1)(x - 5)$

CORRIGE :

1) $f(3) = -6$; $f(-2) = -21$

2) $A = 3x^2 + x - 10$; $b = 2x^2 - 11x + 5$

Si les résultats de l'auto-contrôle ne sont pas bons, refaire les exercices.

CALCUL LITTERAL - EQUATIONS

1°) Développer :

$A = 5(x - 3) + (x + 3)(2x - 1) - (3x + 1)$

$B = (2x + 1)^2 - 5(x^2 - 3x + 2)$

$C = (5x - 3)(3x + 1) - (x - 1)(x + 2)$

$D = (3x + 1)(7x - 2) + (x - 2)^2 - 3(2x + 1)$

$E = (x + 1)(x + 2)(x + 3)$

$F = (3x - 2)^2 - (x - 4)^2$

2°) Factoriser :

$G = 4x^2 y + 12x y^2$; $H = x^3 + 7x^2 + x$;

$I = (x + 1)(x - 3) + (x + 1)(3x - 1)$

$J = (x - 2)(x + 3) - (x - 2)(2x + 1)$

$K = (x - 4)^2 - (x - 4)(2x + 3)$

$L = (x + 3)(x - 5) - (x + 3)$

3°) Résoudre les équations :

$3x - 4 = 2x + 9$; $3x - 1 - (3 + 2x) = 5x - 12$;

$\frac{2}{3}x - 1 = 3x + \frac{1}{2}$; $5(x - 3) - 2(x + 4) = (x - 3) + 4(x - 1)$

$5 - (x - 3) = 2x + (3x + 8)$; $7x = 14$.

4°) On considère : $A = (x + 3)(2x + 1) - (x + 3)^2$

a) développer A.

b) factoriser A

c) calculer A pour $x = 2$ puis pour $x = \frac{2}{3}$

QUELQUES SOLUTIONS

1°) $A = 2x^2 + 7x - 19$; $B = -x^2 + 19x - 9$; $C = 14x^2 - 5x - 1$;

$D = 22x^2 - 9x - 1$; $E = x^3 + 6x^2 + 11x + 6$; $F = 8x^2 - 4x - 12$.

2°) $J = (x - 2)(-x + 2)$; $K = (x - 4)(-x - 7)$;

$K = (x + 3)(x - 6)$

3°) $x = 13$; $x = 2$; $x = -\frac{9}{14}$; $x = -8$; $x = 0$; $x = 2$.

CALCUL LITTERAL

(1) Peut-on réduire : $3x + 1$? ; $5x^2 + 2x$? ; $7x + 3x$? ; $8x + x$? ; $9x - 7$?; $3x^3 - 3$?

(2) Réduire $3a + 7 - 5a + 1$; $2a - 1 + 3a + 5$; $3x^2 - x^2$; $5x + x$.

(3) Enlèverles parenthèses puis réduire : $12 - (a - b) + (8 - b)$; $(6 - a) + (9 + b)$; $- (b - 2a) + (- 2a + b)$; $(- 3a + 5) + (7 - a) - (12 + a)$.

(4) Développer et réduire : $3(2x + 1) + 5(x - 3)$; $- 2(x + 5) + 3(2x - 1)$; $3(2x + 4) - 5(x - 5)$; $a(a - 2) - a(3 + a)$; $(2x - 3) - 2(- 5 + x)$.

(5) Développer et réduire : $(2x + 1)(x + 3)$; $(x - 4)(x + 5)$; $(2x + 3)(x - 2)$;

(6) Développer et réduire : $(3x + 5)^2 + (x + 1)(x - 2)$; $4(x + 3) - (x - 5)$; $(2x + 1)(x - 2) - 3(x^2 - 2x - 1)$; $(x - 5)(x + 5) - (2x + 1)(x - 3)$; $3(x - 2)(x + 1)$; $(a - 3)(b - 4) - (a + 3)(b + 4)$; $(x - 5)^2 - (x + 3)^2$.

(7) Factoriser : $15a + 5b - 5$; $2ab - 3a$; $- 6a^3 + 3a^2 - 9ab$; $26 + 13a$.

CORRIGES DES EXERCICES :

(1) N - N - 0 - 0 - N - N.

(2) $- 2a + 8$; $5a + 4$; $2x^2$; $6x$.

(3) $20 - a$; $15 - a + b$; 0 ; $- 5a$.

(4) $11x - 12$; $4x - 13$; $x + 37$; $- 5a$; 7.

(5) $2x^2 + 7x + 3$; $x^2 + x - 20$; $2x^2 - x - 6$.

(6) $10x^2 + 29x + 23$; $3x + 17$; $- x^2 + 3x + 1$; $- x^2 + 5x - 22$; $3x^2 - 3x - 6$; $- 6b - 8a$; $- 16x + 16$.

(7) $5(3a + b - 1)$; $a(2b - 3)$; $3a(- 2a^2 + a - 3b)$; $13(2 + a)$.

AUTO-CONTROLE : 1) Développer et réduire : $A = 5(2x + 1) - 3(x - 5) - (5x + 2)$

$B = (3x + 1)(x - 5) + (x - 1)(2x - 3)$

$C = (x + 2)^2 - 3(x - 1)(x - 2)$

2) Factoriser : $D = 7x^2 - 14xy + 7x$.

CORRIGE : 1) $A = 2x + 18$; $B = 5x^2 - 19x - 2$; $C = - 2x^2 + 13x - 2$.

2) $D = 7x(x - 2y + 1)$.

.../...

1. Soit $A = 3x^2 - 2xy + 5y^2 - 7$.
   Calculer la valeur de A pour $x = 3$ et $y = -2$ puis pour $x = -4$ et $y = -3$.

2. Pour chacune des écritures ci-dessous, réduis quand c'est possible :
   $A = 3x - 2 + 5x - 3$; $B = 4x + 2y - 6$; $C = 5x^2 - 3x + 2x^2$;
   $D = 4a - 3 - 5a + 7$; $E = -6a + 3b + 2a$; $F = 5a - 7 - 8b + 3$;
   $G = -3x^2 + 2x^3 + 5$; $H = 8x + 7x^2 + 1$.

3. Développer puis réduire si possible : $(x + 3)(x + 2)$; $(x + 3)(2x + 4)$;
   $(x - 5)(3x + 7)$; $(5x - 4)(1 - 2x)$; $(a - 2b)(3a + 5)$; $(-5a + 1)(a - 3)$;
   $(-x - 2)(x + 3)$; $(9 - x)(9 + x)$; $3(x - 2)(x + 3)$; $(5x + 1)^2$; $(x - 7)^2$;
   $(x - 1)(x - 2)(x - 3)$.

4. Développer puis réduire :
   $A = (5x + 1)(3x + 2) + (5 + 2x)(x + 1)$; $B = 7(x + 3) + (5 + x)(3x + 2)$;
   $C = -4(x - 2) + (3 - x)(x + 5)$; $D = 5(x + 3) - (3x + 1)(x + 4)$;
   $E = -(5x + 3) + 3(x + 5)$; $F = (x + 1)^2 - (x + 3)(x - 3) + 5(x + 4)$.

5. On considère : $P = (3x + 1)^2 - (x + 5)(2x + 3) - 7(x^2 - x + 2)$
   Calculer P pour $x = -2{,}51$ puis pour $x = \frac{17}{53}$

6. Réduire si possible : $\frac{3}{2}x + \frac{5}{3}x$; $\frac{3}{4}x - \frac{1}{2}x$; $3x - \frac{2}{5}x$; $x + \frac{7}{3}$.

7. Développer et réduire si possible : $-\frac{5}{7}(2x + \frac{3}{5})$; $\frac{2}{3}x(-3x - \frac{5}{3})$;
   $(\frac{a}{2} - 1)(\frac{2a}{3} + 2)(\frac{1}{2} + 3a)$; $(\frac{2}{3}x + \frac{3}{5})^2$

CORRIGES (non garantis).

1. Pour $x = 3$; $y = -2$ $A = 52$; pour $x = -4$ et $y = -3$: $A = 62$

2. $A = 8x - 5$; $B = 4x + 2y - 6$; $C = 7x^2 - 3x$; $D = -a + 4$; $E = -4a + 3b$;
   $F = 5a - 8b - 4$; $G = -3x^2 + 2x^3 + 5$; $H = -8x + 7x^2 + 1$.

3. $x^2 + 5x + 6$; $2x^2 + 10x + 12$; $3x^2 - 8x - 35$; $-10x^2 + 13x - 4$;
   $3a^2 - 6ab + 5a - 10b$; $-5a^2 + 16a - 3$; $-x^2 - 5x - 6$; $81 - x^2$;
   $3x^2 + 3x - 18$; $25x^2 + 10x + 1$; $x^2 - 14x + 49$; $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$.

4. $A = 17x^2 + 20x + 7$; $B = 3x^2 + 24x + 31$; $C = -x^2 - 6x + 23$;
   $D = -3x^2 - 8x + 11$; $E = -2x + 12$; $F = 7x + 30$.

5. Dans les deux cas $P = -28$.

6. $\frac{19}{6}x$; $\frac{1}{4}x$; $\frac{13}{5}x$.

7. $-\frac{10}{7}x - \frac{3}{7}$; $-2x^2 - \frac{10}{9}$; $\frac{a^2}{3} + \frac{a}{3} - 2$; $-2a^2 - \frac{28}{3}a - \frac{3}{2}$;
   $\frac{4}{9}x^2 + \frac{4}{5}x + \frac{9}{25}$.

1°) Développer :

$A = 2(a + 3) + 5(b - 4)$; $B = -3(3 - a) + 4(3 - b)$

$C = 3(x - 5) - 2(x - 4)$; $D = (2x - 3) - 2(- 5 - x)$

$E = a(a - 2) - a(3 + a)$; $F = 5(a + 8) - a(a - 5)$

2°) Factoriser :

$G = 11 \times 2 + 11 \times a$; $H = 2,7 \times 3 - 3a$;

$I = 26 + 13a$; $J = 15a + 5b - 5$; $K = 9a^2 - 3a$;

$L = 2ab - 3a$; $M = ac - ab + a^2$

3°) Résoudre les équations ci-dessous :

$2x = 14$; $x + 4 = 5$; $3x + 7 = x - 2$;

$2x - 3 = 5x + 6$; $3x + 1 = 5 - 2x$

4°) Développer :

$N = (a + 3)(a + 2)$; $P = (x + 5)(3x - 2)$;

$Q = (3x - 1)(3x + 1)$; $R = (a - 2b)(2a - b)$;

$S = (a + 1)(a - 2) + (2a + 1)(3a - 5)$

5°) Factoriser :

$T = 5(a + 4) - 3b(a + 4)$; $U = a(a - 2) + 3(a - 2)$;

$V = (5 + x)(x + 3) + (x - 4)(x + 3)$

$W = (3x + 2)(x - 5) + (3x + 2)(2 + x)$.

QUELQUES SOLUTIONS :

1°) $A = 2a + 5b - 14$; $B = 3a - 4b + 3$; $C = x - 7$; $D = 4x + 7$;

$E = - 5a$; $F = - a^2 + 10a + 40$

3°) $x = 7$; $x = 1$; $x = -\frac{9}{2}$; $x = - 3$; $x = \frac{4}{5}$

4°) $N = a^2 + 5a + 6$; $P = 3x^2 + 13x - 10$; $Q = 9x^2 - 1$;

$R = 2a^2 - 5ab + 2b^2$; $S = 7a^2 - 8a - 7$.

.../...

(1) Calculer : $A = (\frac{5}{7} - \frac{4}{3}) : (\frac{4}{5} - \frac{2}{7})$; $B = 5 \times (3 - \frac{2}{3}) + 4 \times \frac{5}{6} - (10 - \frac{1}{2})$;

$$C = \frac{7 + \frac{1}{2}}{7 - \frac{3}{4}} \quad ; \quad D = 7 - (3 + \frac{1}{4}) \times \frac{2}{3} + \frac{3}{4} : \frac{3}{5}$$

(2) Calculer : $S = x - y - z$ et $P = \frac{xy}{Z}$

pour $x = -3$; $y = 7$; $z = -24$

pour $x = \frac{2}{3}$; $y = -\frac{9}{4}$; $z = -\frac{5}{2}$

(3) a) Un triangle ABC est tel que $\widehat{B} = \frac{2}{3}\ \widehat{A}$ et $\widehat{C} = \frac{5}{6}\ \widehat{A}$.

Ecrire $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C}$ sous forme d'une fraction de l'angle $\widehat{A}$.

b) Calculer les trois angles du triangle.

(4) Dans un collège, $\frac{3}{4}$ des élèves sont externes et il y a 15 % d'internes.

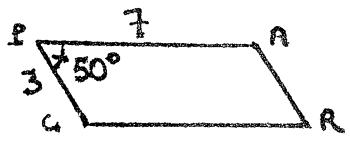
Quelle fraction de l'effectif du collège représentent les demi-pensionnaires ?

(5) Dans un collège, $\frac{3}{4}$ des élèves sont externes et $\frac{2}{3}$ des externes sont des filles.

Quelle fraction de l'effectif total représentent les filles externes ?

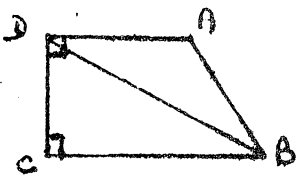
(6) Une entreprise exporte les $\frac{2}{3}$ de sa production. Les $\frac{3}{5}$ de ce qui reste sont vendus dans la région parisienne. Quelle fraction de la production est vendue en province ?

(7)



Calculer l'aire de ce parallélogramme.

(8)



DC = 3,5
DB = 7
$\overset{\frown}{DBA} = 60°$

Construis le quadrilatère ABCD en vraie grandeur.
Quelle conjecture peux-tu faire ?
La démontrer...

CORRIGE :

(1) $A = -\frac{65}{54}$; $B = \frac{11}{2}$; $C = \frac{6}{5}$; $D = \frac{73}{12}$

(2) a) S : 14 P : $\frac{7}{8}$ b) S : $\frac{65}{12}$ P : $\frac{3}{5}$

(3) a) $\frac{5}{2}\,\hat{A}$ b) 48° ; 72° ; 60°.

(4) $\frac{1}{4}$ (5) $\frac{1}{2}$ (6) $\frac{2}{15}$

(7) environ 16 cm^2

(8) ABCD est un rectangle.
Pour le prouver, il suffit de démontrer qu'il a 3 angles droits et donc de calculer l'angle $\widehat{CBD}$ en utilisant les cosinus dans le triangle BCD.

Attention : Il faut avoir une valeur exacte pour $\widehat{CBD}$.

.../...

"EQUATIONS"

1. Résoudre les équations suivantes : vérifier ensuite le résultat en remplaçant x par sa valeur dans l'équation proposée :

a) $7x - 15 = 13$
b) $12,5x = 29 + 5,25x$
c) $x + x - 1 + x - 2 + x - 3 = 54$
d) $8x - 11 + 5x - 13 = 15$
e) $7x + 5 + 4x - 50 = 65$
f) $9x + 15 = 14x - 35$
g) $5x = 26 - 8x$
h) $1,65\ x = 1,75x - 7$
i) $6x - 36 + 21x = 18$
j) $17x - 8 + 14x + 18 = 72$
k) $15 + 0,25x - 7 + 1,45x = 42$
l) $7 + 5x = 7x - 13$

2. Résoudre les équations suivantes : vérifier ensuite le résultat :

a) $(x + 1) - (x - 9) + (x + 3) = (x + 4) + (x + 2) - (11 - x)$
b) $(3x - 2) + (2x - 3) + (4x + 5) = (x - 5) + (3x + 35)$
c) $4(3x - 2) - 3(x - 4) = 7x + 20$
d) $4(2x + 1) + 5(2x - 7) = 3(1 - 2x) + 14$
e) $5(2x - 1) + 4(2 - x) = 2(x + 3) + 5(5 - 2x)$
f) $(x + 3)(x + 5) = (x + 1)(x + 9)$
g) $5(x - 5) + 3(x + 2) = 2(2x + 7) + 3$
h) $2(4x + 2) + 2(x - 1) = 3(4x + 1) - (x + 1)$
i) $5(x - 7) + 2(7 + x) = 4(2x - 7)$
j) $6(x - 3) + 3(5 + x) = 4(x + 8) + 2x + 10$
k) $5(8x - 3) - 4(3x + 19,25) = 4(x - 2) + 12$
l) $7(2x + 3) - 4(x - 0,75) = 6x + 40$
m) $5(3x + 4) - 2(x + 5) = 5(x - 2) + 4(5 + x)$

CORRIGES

1) a $x = 4$ b) $x = 4$ c) $x = 15$ d) $x = 3$ e) $x = 10$ f) $x = 10$
g) $x = 2$ h) $x = 70$ i) $x = 2$ j) $x = 2$ k) $x = 20$ l) $x = 10$

2) a) $x = 9$ b) $x = 6$ c) $x = 8$
d) $x = 2$ e) $x = 2$ f) $x = 3$
g) $x = 9$ h) $x = 0$ i) $x = 7$
j) $x = 15$ k) $x = 4$ l) $x = 4$
m) $x = 0$

.../...

B. "ENTRETIEN - CONSOLIDATION"

1. Calcul rapide :

8 - 3	- 4 - 6	- 7 + 9	21 - 30	6 - 9
- 6 + 9	16 - 25	17 - 4	27 - 91	9 - 7
- 8 + 12	- 9 + 4	- 7 + 6	- 7 - 6	18 - 9
9 + (- 18)	(- 14) + 7	- 24 + (- 4)	- 3 + 3	- 12 + (- 3)
12 + (- 3)	- 16 - (- 3)	39 - (+ 57)	- 15 - 3	4 - (- 10)
8 - 3 - (+ 5)	4 - 5 - 6	7 -(+ 3) + (- 5)	4 -(- 2) + (+ 4)	- 7 - 3 +(- 7)
(- 4,1) + (+ 2) + (- 3,9)		- 3 -(4 - 7)	5 + (- 3 + 5)	

2. Parmi les nombres suivants, quels sont ceux qui sont

a) égaux ?

A = (- 10,2) + (- 8,75) + (+ 3,55)

C = (- 8,75) + [(- 10,2) + (+ 3,55)]

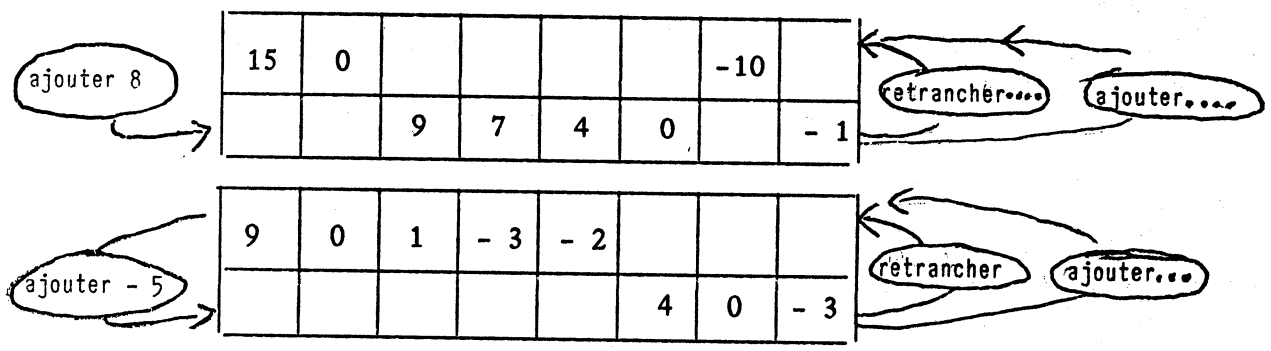
E = (- 10,75) + (+ 3,55) + (- 8,2).

b) opposés ?

B = (- 3,55) + (+ 8,75) + (+ 10,2)

D = (- 3) + (- 0,55) + (+ 8) + (+ 0,75) + (+ 10,2)

3. Compléter les tableaux ci-dessous



4. Trouver les entiers relatifs par les symboles :

9 + ▱ = 15

- 3 +△ = - 8

7 + □ = 4

- 2 + △ = - 1

+ 8 = 0

? + 14 = - 4

- 9 + □ = 0

7 = - 7 +

5. a) Ranger par ordre croissant : 15,3 ; - 5,31 ; - 3,42 ; 0 ; + 8,11 ; - 3,41 ; - 5,4.

b) Ranger par odre décroissant : 9,81 ; - 6,015 ; - 2,54 ; + 2,5 ; 3, 41 ; - 2,5 ; - 6,2 ; 3,6

6. Parmi les inégalités suivantes, certaines sont incorrectes, lesquelles ?

a) - 2,21 ⩽ - 2,201 ? b - 2,91 ⩾ - 3,2 ? c) - 8,34 ⩽ - 8,4 ? d) - 3,5 ⩽ - 1 ?

e) + 3,55 ⩾ + 3,504 ? f) -5,43 ⩽ - 4,99 ? g) 4,03 ⩽ 4,1 ?

.../...

(1) Calculer : $a = 2 - 5 - 3 + 4$

$b = (2 - 5) - (3 + 4)$

$c = 2 - (5 - 3) + 4$

$d = 2 - ((5 - 3) + 4)$

(2) Simplifier les expressions suivantes :

$A = - 12 + x + 3 + y - 8$

$B = 16 + x - 26$

$C = x - 20 + 35$

$D = - 3,5 + x + 13 - y - 20,8$

(3) $S = (a - 3) - (5 - a) + (- a - 2)$

a) Calculer la valeur de S pour $a = 2$ (en utilisant l'expression précédente).

b) Calculer la valeur de S pour $a = - 4$.

c) Simplifier l'écriture de S.

d) Recommencer les calculs demandés en a) et b) en utilisant l'écriture simplifiée de S. Quel est le procédé de calcul le plus performant ?

(4) Simplifier l'écriture des expressions ci-dessous :

$E = 2 - (a - 3)$

$F = (a - 5) - (- b + 3) + (7 - b)$

$G = - (a + 3) + (- a - 4) + (a - 5)$

$H = - 17 - (- a + 17) - (- 4 + y) - (- y - t)$

$I = 13 - (9 - x - y) + (y - 13 - t) - (x - t + 1)$

$J = 14 - [6 - (7 + y) + (5 - y)] - (3 - a)$

$K = - (8 + [- 6 - (6 - a)] - [- a - (9 - a)]$

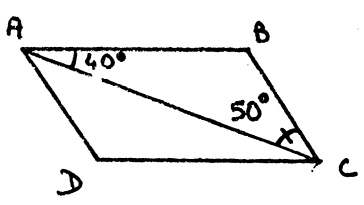
(5) On sait que $a - b + 3,9 = 12,8$

Quelle est la valeur de $- b + a + 3,9$? De $3,9 + a - b$? De $- a + b - 3,9$? De $b - a - 3,9$?

(6) $u = a + b - 2$; $v = - a + b - 3$; $w = a - b + 5$; $t = 4 - a - b$.

Calculer le plus rapidement possible la valeur de $u - v - w + t$ pour $a = 12,235$ et $b = - 24,7158$.

(7)

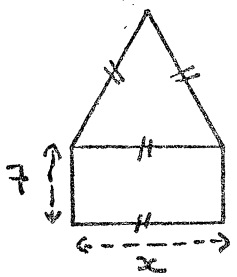


Le schéma ci-contre représente un parallélogramme ABCD.

a) Faire une figure en respectant les indications concernant les angles.

b) Emettre une conjecture. La prouver.

.../...

(8) 

a) Ecris en fonction de x le périmètre du triangle équilatéral et celui du rectangle.

b) Trouve x de façon que les deux périmètres soient égaux.

(9) Un pavé droit a pour largeur 3 cm, pour hauteur 5 cm. On appelle L sa longueur.

a) Ecrire en fonction de L le volume de ce pavé.

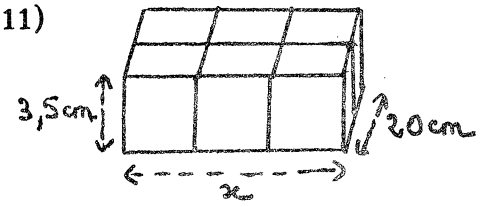
b) Calculer L pour que ce volume soit égal à 165 cm^3.

(10) Un triangle isocèle IJK est tel que $\widehat{IJK} = 110°$.

a) Quels sont les côtés de même longueur ? Justifier la réponse.

b) Calculer $\widehat{IKJ}$ et $\widehat{KIJ}$.

c) On sait de plus que ce triangle est inscrit dans un cercle de 5 cm de rayon. Construire le triangle IJK.

(11) 

a) Ecrire en fonction de x la longueur de ficelle utilisée.

b) Sachant qu'on a utilisé 4,76 m de ficelle, calculer x.

(12) Soit ABC un triangle, de hauteur [AH] et M le milieu de [BC].
On donne : $\widehat{ABC} = 45°$, BH = 3 cm et AM = 4 cm. Construire ce triangle.

(13) ABC est un triangle isocèle en A, E est un point de segment [BC].
La parallèle à (AC) passant par E coupe (AB) en F, et la parallèle à (AB) passant par E coupe (AC) en G.
Démontrer que :

1) $\widehat{BAC} = \widehat{FEG}$

2) FEB est isocèle

3) GEC est isocèle

4) Le périmètre de AGEF est égal à AB + AC.

.../...

DISTRIBUTIVITE DE LA MULTIPLICATION SUR L'ADDITION ET LA SOUSTRACTION

$k \times (a + b) = k \times a + k \times b$	$e \times f + e \times g = e \times (f + g)$
$k \times (a - b) = k \times a - k \times b$	$x \times y - z \times x = x(y - z)$

(1°) Vrai ou faux ?

a) $5(x + 3) = 5x + 15$

b) $4 \times (a\ b) = 4 \times a \times 4 \times b$

c) $(b + d) \times 4 = 4(b + d)$

d) $x(x + 1) = x^2 + x$

e) $6a + 6 = 6 \times a + 6 \times 1$

f) $4 \times (a + 7) = 4 \times a + 7$

g) $(a - 3) \times 7 = a - 21$

h) $5a \times 5b = 5(ab)$

i) $5a + 5 = 5(a + 1)$

j) $6a^2 + 3a = (3a) \times 2 + (3a) \times 1$

(2°) Développer ou factoriser, selon le cas :

$A = 5(y + 4)$ $\quad B = 4a + 4b$ $\quad C = (5 + 2y) \times 3$

$D = a(3 + a)$ $\quad E = 6a^2 + 3a$ $\quad F = 5ab - 3b$

$G = 11 + 121\ c$ $\quad H = 0{,}5(2b + 3)$ $\quad I = 2(3x + 5)$

$J = 24\ k + 144$ $\quad K = (3x - 4) \times 5$ $\quad L = 5x(4x + 3)$

(3°) Simplifier les expressions suivantes :

$A = 4a + a$ $\quad B = 5x + 3x$ $\quad C = 7y - y$

$D = 9y - y + 3y$ $\quad E = 5(x + 2) - (4x - 3)$

$E = 7a + 3b - 3a + b$ $\quad F = -4 + (a - 3) - (a - 5)$

$G = 3b + 4a - 3a - b$ $\quad G = 7(a + 3) + 3(a - 7)$

.../...

/1/ Dans une classe, la moitié des élèves est née en 1965, le quart en 1966, le sixième en 1964 et le reste soit 3 élèves en 1967. Combien cette classe comprend-elle d'élèves ?

/2/ J'ai lu un livre de 250 pages en 5 jours. Chaque jour, j'ai lu 10 pages de plus que la veille. Combien de pages avais-je lu le premier jour ?

/3/ 36 % des élèves d'une classe sont externes, 44 % sont demi-pensionnaires ; il y a de plus 5 internes. Combien la classe compte-t-elle d'élèves ?

/4/ Un homme de 40 ans a un fils de neuf ans. Dans combien de temps l'âge du père ne sera-t-il plus que le double de l'âge du fils ?

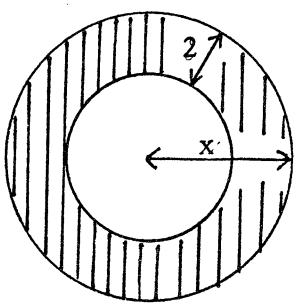
/5/ Un grossiste achète un article, et le revend 4 800 F. Ce faisant il réalise un bénéfice de 20 % sur le prix d'achat. A quel prix avait-il acheté cet article ?

/6/ Sur les voitures, il y a une TVA de 33 %. Quel serait le prix hors TVA d'une Renault Super 5 valant 54 000 F. ?

/7/ Au 1er janvier 1981, un ouvrier et une ouvrière qualifiés gagnaient respectivement 181 % et 137 % du SMIC. L'ouvrière gagnait 1 000 F. de moins que l'ouvrier. Quel était le montant du SMIC ?

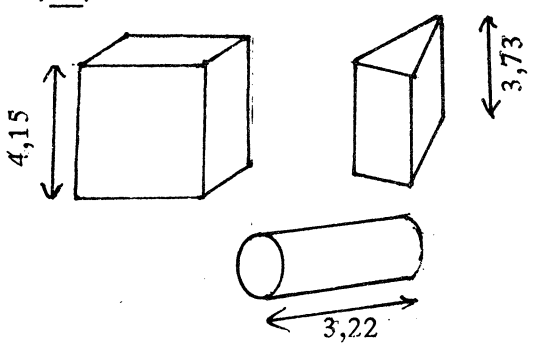
/8/ Eric et Michel réunissent leurs fortunes pour acheter un ballon. Après l'avoir payé, il leur reste 7 F. Eric possédait les trois quarts du prix et Michel les deux tiers. Combien ont-ils payé le ballon ?

/9/



Calculer l'aire de la couronne en fonction de x.

/10/



Les 3 boîtes représentées sur la figure ont une base de même aire.

La somme des volumes de ces 3 boîtes est de 444 cm^3

En utilisant les dimensions*portées sur la figure, calculer le volume de chaque boîte. (*Unité : le cm)

I. CALCUL RAPIDE (Sans calculatrice et sans puissances de 10)

A = 5,3 x 100 =

B = 4,561 x 0,01 =

C = 10 000 x 100 =

D = 0,01 x 0,01 =

E = $(0,3)^2$ =

F = $(\frac{1}{10})^2$ =

G = $\frac{1}{100}$ x 10000 =

H = $(0,01)^3$ =

I = 10 : 0,1 =

J = $\frac{0,01}{100}$ =

K = $\frac{100}{100000}$ =

L = $\frac{0,1}{0,001}$ =

M = $\frac{1}{100}$ x 0,01 =

N = 45,123 x 0,001 =

P = 0,00043 x 100 =

II. COMPLETER PAR L'ECRITURE DECIMALE CONVENABLE

10^0 = ...	10^3 = ...	10^6 = ...	10^{-1} = ...	10^{-4} = ...
10^1 = ...	10^4 = ...	10^7 = ...	10^{-2} = ...	10^{-5} = ...
10^2 = ...	10^5 = ...	10^8 = ...	10^{-3} = ...	10^{-6} = ...

III. REMPLACER LES ECRITURES SUIVANTES EUES SUR UNE CALCULATRICE SCIENTIFIQUE PAR L'ECRITURE DECIMALE CONVENABLE

$\boxed{1^{12}}$ ->...

$\boxed{45^{03}}$ ->...

$\boxed{1^{-03}}$ ->...

$\boxed{30^{-4}}$ ->...

$\boxed{0.2^{-3}}$ ->...

$\boxed{-5^{-02}}$ ->...

IV. VRAI OU FAUX ?

. 1) 534000 = 5340 x 10^2 = 5,3400 x 10 = 0,534 x 10^6 = 5,34 x 10^5

. 2) 0,00428 = 428 x 100000 = 428 x 10^{-5} = 0,428 x 0,01

. 3) 0,5310 = 531 x 10^{-3}

. 4) 51,78 x 10^4 = 51,7800

. 5) 0,01 x 527 x 0,1 = 0,527

. 6) 7,09 x 10^{-1} = - 70,9

. 7) 2^3 = 2000

. 8) 5^{-4} = 0,0005

.../...

V. $1234567890 \approx 1{,}2 \times 10^{\cdots}$

$9876543210 \approx 9{,}8 \times 10^{\cdots}$

. En déduire un ordre de grandeur de 1234567890 x 9876543210

. Taper à la calculatrice :

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 |x| 9 8 7 6 5 4 3 2 1 0 |=|

VI. TAPER A LA CALCULATRICE

0.4 ; 0.03 ; 0.005 ; 0.00066 ; 0.04 |x| 0.006

Remarques ?

.../...

(1) $A = 3(a + y)$

Parmi les expressions ci-dessous, quelles sont celles qui sont une autre écriture de A ?

$B = (a + y) \times 3$; $C = 3a + y$; $D = 3a + 3y$; $E = a + 3y$;

$F = a \times 3 + y \times 3$; $G = 3y + 3a$; $H = 3(ay)$

(2) Jean devait factoriser des expressions. Voici ses réponses. Qu'en penses-tu ?

$A = 3 \times a + 3 \times 7$; $B = 3x^2 - 5x + 1$; $C = (a + y) \times 4$;

$D = 3(x^2 + x)$.

(3) Développer :

$A = -3(x + 4)$; $B = -5(x - 5)$; $C = 3(2x - 1)$;

$D = 4(-2x - 3y)$; $E = -3(4x + y)$; $F = -3(2a - 1)$;

$G = -5(-2a - 3)$; $H = -a(4 - b)$; $I = 2a(3a + 5)$.

(4) Réduire :

$A = 3x - 2 - 4x + 1$; $B = 5a - 3 + 7a - 2$;

$C = 4y + 3 - 5y$; $D = -a + 3a$; $E = -a - a$;

$F = 3a - 5 + 1$; $G = -4x - 1 + 5x + 3$.

(5) Développer puis réduire

$A = 4(3x - 1) + 5(2x - 3)$; $B = -3(x + 7) - (-x + 3)$;

$C = 2(3a + 1) - 4(5a + 2) + 3(6a - 4)$

$D = -(5a - 3) - 6(a - 2)$; $E = 3(x - 5) - 2(-x + 3)$.

(6) Factoriser :

$A = 7x + 7y$; $B = 6x + 18$; $C = x^2 + 7x$;

$D = 15x + 15$; $E = 3x^2 + 2x$; $F = -4x^2 + x$;

$G = 21x + 14y + 7z$; $H = 6x + 6y$;

$I = 12x - 24y + 36$; $J = 33x + 22y - 44$; $K = 5x^3 + x^2$.

(7) Calculer rapidement :

$A = -11 \times 17 - 11 \times (-19) - 11 \times 3$

$B = -2,3 \times 1,917 + 2,3 \times 0,917$.

.../...

(1) Soit $f(x) = (3x - 4)^2 - (3x + 1)(5 - 2x) - 2x(x - 3)(1 - x)$

Calculer $f(0)$; $f(3)$; $f(-2)$; $f(\frac{2}{3})$

(2) Factoriser :

$A(x) = (5x + 1)(3x - 4) + (3x - 4)^2$

$B(x) = (7x + 3)(4 - 5x) - (7x + 3)(3 - x)$

$C(x) = (5x + 2)^2 - 3x(5x + 2) + (x + 7)(5x + 2)$

$D(x) = 3(x + 5)(3 - x) + (3x + 4)(x + 5)$

$E(x) = (7x - 3)(4 - 3x) + 14x - 6$

$F(x) = 3(9x - 6) - 5x(3x - 2)$

$G(x) = 7x - 21 - (5 - 3x)(x - 3)$

$H(x) = (3x - 2)^2 + 2 - 3x$

$I(x) = (7x + \frac{1}{3})(1 - 5x) - (21x + 1)(4x - 3) + 42x + 2$

(3) Résoudre :

a) $\frac{x}{4} + 7 = \frac{9x}{8}$ b) $\frac{x}{6} + 3 = \frac{20x}{12} - 6$

c) $3 + \frac{6x}{4} - 9 = \frac{x}{8} + 5$ c) $7 - \frac{x}{5} = \frac{2x}{3} - 6$

d) $(5x - 1)^2 - 3(x + 2) = -(3 - 5x)(x - 4) - 5x - 7$

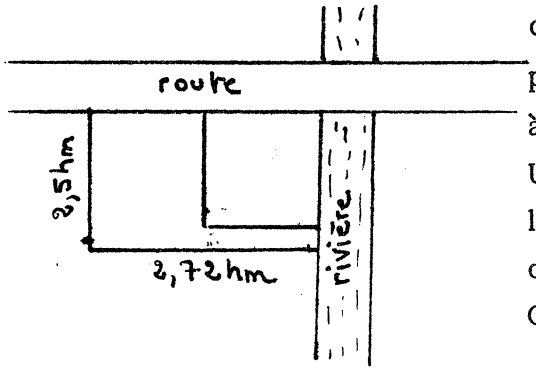
e) $\frac{2x - 4}{5} - \frac{x - 2}{3} = 3 - \frac{1 - x}{2}$

(4) Un champ a la forme d'un trapèze : son aire est 1337,6 m^2 et sa hauteur mesure 15,2 m.

Sachant que l'une des bases a 43 m de plus que l'autre, trouver la longueur des deux bases.

.../...

(1) Lors d'un héritage, un champ rectangulaire est partagé suivant le schéma ci-contre (afin de permettre pour chaque parcelle un accès à la route et un accès à la rivière).



Une des parcelles est un carré, quelle est la longueur de son côté sachant que les deux parcelles ont la même aire ?
Que penses-tu des périmètres ?

(2) Sur un tas de blé de 21 mesures, le paysan doit donner au Pharaon une part égale au cinquième de la sienne. Que lui reste-t-il ?

(3) Pour chacune des lignes suivantes, écris une égalité et trouve les nombres inconnus :

a) J'ajoute 17 à un nombre, je multiplie le résultat par 2 et je trouve 48.

b) Je multiplie un nombre par 5,1 ; au résultat, je retranche 12,5 ; je trouve 3,7.

c) Le triple d'un nombre augmenté de son double donne 175.

d) J'ajoute 3,1 à un nombre, au résultat j'enlève 5, je multiplie le nouveau résultat par 7. Je trouve 8.

(4) Les pommes coûtent deux fois plus cher que les pommes de terre. J'ai acheté 2 kg de pommes et 5 kg de pommes de terre. J'ai payé 11,25 francs. Quel est le prix de chaque kilogramme ?

(5) Dans une classe, la moitié des élèves sont nés en 1974, le quart en 1973, le sixième en 1972, le reste en 1975. Le nombre total d'élèves est 36.
Combien y en a-t-il nés en 1975 ?

(6) Une somme de 9 600 F. doit être partagée entre quatre personnes de sorte que la première ait 300 F. de plus que la deuxième, la deuxième 350 F. de plus que la troisième et la trosième 200 F. de plus que la quatrième.
Quelle est la part de chacun ?

(7) Un rectangle a pour longueur 4 cm. J'ajoute 5 cm à sa longueur, l'aire du rectangle est alors 26,4 cm^2. Quelle était la largeur du rectangle initial ?

(8) Sur un rayon de bibliothèque se trouvent côté à côte des livres. Les uns ont 3 cm d'épaisseur et les autres 5 cm. Ils occupent toute la largeur du rayon : 1,50 m. Combien peut-il y avoir de livres de chaque sorte ?

Extrait de : Calcul littéral (IREM de Poitiers).

"DE TETE"

1) Un crayon coûte 0,50 F. Quels sont les prix de x crayons ? 3 x crayons ?

2) Un réservoir contient x dal d'eau ; combien de litres contient-il ?

3) Combien y a-t-il de litres de vin dans x bouteilles qui contiennent chacune 0,75 litre ?

4) J'ai 100 F., je reçois x F., je possède alors....F.

5) J'ai 100 F., je donne x F, je possède alors....F.

6) Je suis âgé de 13 ans ; dans x années, mon âge sera.... ans.

7) Je dois parcourir 15 km, j'ai déjà parcouru x km. Il me reste à parcourir ... km.

8) Un sac contient x kg de farine ; on ajoute 10 kg de farine ; le sac contient alors ... kg de farine.

9) Le salaire horaire d'un ouvrier est x francs ; l'apprenti gagne par heure 2 F. de moins que l'ouvrier et le contremaître 1,75 F. de plus que l'ouvrier. Quels sont les salaires respectifs de l'apprenti et du contremaître ?

10) La somme de deux nombres est 120 ; l'un de ces nombres est x ; quel est l'autre ?

11) La somme de deux nombres est 3 x ; l'un de ces nombres est x ; quel est l'autre ?

12) x est un nombre entier. Nommer les cinq nombres entiers qui le suivent ?

13) x est un nombre pair. Nommer le nombre pair qui le précède, le nombre pair qui le suit, le nombre impair qui le précède, le nombre impair qui le suit.

14) La longueur d'un rectangle est représentée par x mètres. Calculer le périmètre de ce rectangle dans les cas suivants :

1°) la largeur a 15 mètres de moins que la longueur ;

2°) la largeur est $\frac{1}{3}$ de la longueur.

15) Le prix d'achat d'une trousse est représenté par x francs; le bénéfice est 0,85 F. Quels sont les prix de vente respectifs d'une trousse et d'une douzaine de trousses ?

.../...

1) J'achète un livre et un stylomine. Je désigne par x le prix du livre et je sais que le stylomine coûte 2,25 F. de plus que le livre.

   1°) Exprimer en fonction de x le prix du stylomine et la dépense totale.

   2°) Je paye 16,75 F. en tout. Quel est le prix du livre ?

2) La longueur d'un champ rectangulaire est triple de la largeur ; le périmètre est 380 m. Quelle est la largeur ?

3) Dans un autobus il y a quatre fois plus de places assises que de places debout. L'autobus a 40 places. Combien y a-t-il de places debout ?

4) On pargage en trois coupons une pièce d'étoffe de 30 mètres. Le premier coupon est le triple du trosième, le troisième est la moitié du second. Quelle est la longueur du troisième coupon ?

5) Un vigneron a vendu le même nombre de pièces de vin rouge et de vin blanc. Le vin rouge est vendu 128 F. la pièce, le vin blanc 152 F. la pièce. Le vigneron a reçu 1 680 F. Calculer le nombre de pièces de chaque sorte.

6) Un vigneron a vendu un certain nombre de pièces de vin rouge à 105 F. la pièce et un nombre triple de pièces de vin blanc à 123,50 F. la pièce. Il a encaissé 1 426,50 F. Combien de pièces de vin rouge a-t-il vendues ?

7) Dans la boutine d'un fruitier, il y a des pêches, du raisin et des poires, en tout 520 kg de fruits. Le poids du raisin est le double de celui des poires et le poids des pêches est le quintuple de celui des poires. Combien de kilogrammes de poires y a-t-il ?

8) Un automobiliste a voyagé à la même vitesse, le lundi pendant 7 heures, le mardi pendant 4 heures. Il a parcouru le lundi 240 km de plus que mardi. Quelle était sa vitesse ?

9) Deux sacs contiennent le même nombre de pièces de 0,50 F. et de 1 F. La différence des valeurs des contenus des deux sacs est 16 F. Combien de pièces y a-t-il dans chaque sac ?

10) On multiplie respectivement les nombres 15 et 12 par un même nombre. La différence de ces deux produits est 221. Quel est ce nombre ?

11) Un libraire reçoit deux caisses qui contiennent l'une des livres à 8,25 F. pièce, l'autre des livres à 6,75 F. pièce. Il y a le même nombre de livres dans chaque caisse et le libraire paye en tout 900 F. Que lest le nombre des livres contenus dans chaque caisse ?

12) Un fruitier répartit des oranges suivant leur grosseur, dans quatre corbeilles ; il met le même nombre d'oranges dans chaque corbeille. Il vend le contenu de la première corbeille avec un bénéfice de 0,20 F. par orange, le contenu de la deuxième corbeille avec un bénéfice de 0,10 F. par orange, le contenu de la troisième avec un bénéfice de 0,05 F. par orange et le contenu de la dernière avec une perte de 0,15 F. par orange. Son bénéfice total est 20 F. Combien d'oranges y a-t-il dans chaque corbeille ?

13) Un marchand de bicyclettes achète des bicyclettes d'homme à 180 F. l'une et des bicyclettes d'enfant à 112 F. l'une. Il paye en tout 2 496 F. ; le nombre des bicyclettes d'homme est égal à quatre fois le nombre des bicyclettes d'enfant. Combien de bicyclettes de chaque sorte y a-t-il ?

14) On achète un buffet, une table et six chaises pour 1 320 F. Le prix du buffet est égal à trois fois le prix de la table et le prix de la table est égal à quatre fois le prix d'une chaise. Que est le prix d'une chaise ?

15) En fin de quinzaine un patron a besoin de 2 250 F. pour payer son personnel ; le comptable touche 900 F. ; les trois autres employés ont des salaires égaux, mais l'un d'eux a déjà reçu un acompte de 210 F. et un autre un acompte de 240 F. Quel est le salaire d'un employé ?

16) Le périmètre d'un pré rectangulaire est 344 m. La différence entre la longueur et la largeur est 65 m. Calculer les dimensions et l'aire de ce pré, ainsi que son prix à 300 F. l'are.

17) Partager 380 F. en quatre parts inégales : chaque part diffère de la suivante de 30 F. (inconnue : la plus petite part).

18) Un lingot d'or au titre de 0,850 pèse 1 000 g. Quel poids d'or pur faut-il lui ajouter pour obtenir un lingot au titre de 0,900 ?

19) Une ménagère va au marché avec 10 F. ; elle achète une demi-douzaine d'oeufs à 0,30 F. pièce, une daurade et un kilogramme de raisin. La daurade coûte 0,50 F. de plus que le raisin. La ménagère rentre à la maision avec 3,20 F. Calculer le prix de la daurade et celui du kilogramme de raisin.

20) Deux tonneaux contiennent ensemble 452 litres de vin. Si l'on retire 73 litres du premier et 24 litres du second, il reste la même quantité de vin dans les deux tonneaux. Quelle est la capacité de chacun ?

21) Un terrain a la forme d'un trapèze ; son aire est 20 ares, sa hauteur 25 mètres et la différence des bases 28,50 m. Calculer les longueurs des deux bases.

.../...

22) Dans une usine, travaillent 35 ouvriers et 12 ouvrières. Le salaire journalier d'une ouvrière est inférieur de 4,30 F. à celui d'un ouvrier. La paye pour 12 jours de travail est 5 754 F. Calculer le salaire journalier d'un ouvrier et celui d'une ouvrière.

23) Un fût contient 56 litres d'huile ; avec cette huile, on emplit trois bonbonnes ; la première contient 5 litres de plus que la deuxième et la contenance de celle-ci est double de la contenance de la troisième. Quelle est la contenance de chaque bonbonne ?

.../...

IV. ENQUETE SUR LES NOUVEAUX PROGRAMMES DE COLLEGE (MAI 1989)

PREAMBULE

Dans le cadre d'une opération ministérielle intitulée "Suivi de l'enseignement des mathématiques", le groupe "Premier cycle-Dordogne" s'était engagé à apporter sa contribution sur le thème : "Evaluation en fin de cycle d'observation 6ème/5ème".

Afin d'avoir une première idée -nécessairement limitée et réductrice- de la réalité de la mise en application des nouveaux programmes de sixième et de cinquième, il nous a paru intéressant de recueillir les points de vue des professeurs de quatrième ayant accueilli une "nouvelle" génération d'élèves au début de l'année scolaire 88/89.

C'est ainsi qu'au mois de mai 1989, un questionnaire a été adressé à tous les professeurs de l'Académie de Bordeaux enseignant les mathématiques en 4ème.

Les réponses ont été plutôt nombreuses (183 précisément) et souvent accompagnées de longs commentaires témoignant de l'intérêt porté par nos collègues aux nouveaux programmes.

Cet intérêt nous a, avouons-le, encouragés lors du lourd travail de dépouillement dont on trouvera quelques résultats dans les pages suivantes.

Est-il besoin de préciser que les résultats de cette enquête n'ont pas de valeur scientifique ? Le groupe "Dordogne" n'avait pas les moyens d'avoir une telle ambition. Considérons-les comme une "prise de température" au sein de la communauté des professeurs de mathématiques de quatrième au terme -ou presque- d'une année scolaire ayant vu la mise en application des nouveaux programmes.

Sans doute, certains collègues modifieront-ils leurs appréciations au fil des mois et des années ?

N'est-il pas en effet légitime de penser, à l'instar de cette collègue (qui avait assorti ses réponses de quelques observations) que "*toute évaluation, alors que la première année d'application n'est pas terminée, doit être examinée avec des réserves. Un programme doit être rôdé*".

Remarque : De nombreuses questions concernaient les différentes rubriques du programme.

On doit cependant déplorer une lacune...impardonnable : "l'espace", qui occupe une place de choix dans les nouveaux programmes, a malencontreusement disparu de la version définitive du questionnaire. (Signalons cependant que dans les réponses aucun commentaire n'a été enregistré à ce sujet).

I. "ETAT DES LIEUX" EN SEPTEMBRE 88

Remarque préliminaire : Certaines questions sont restées sans réponse : on n'atteint donc pas systématiquement un "total" de 100 %.

A. Estimation des compétences sur les "nouveautés" (*) des programmes de 6° et 5° :

- Raisonnement déductif

Les nouveaux programmes prévoient une initiation progressive du raisonnement déductif dès la classe de 6ème.

Dans ce domaine, avez-vous trouvé les "nouveaux" élèves en début de quatrième ?

- **Plus à l'aise : 37 %**
- **Sans changement : 49 %**
- **Moins à l'aise : 3 %**

Deux explications sont avancées pour cette absence de changement enregistrée par un professeur sur deux.

1. Cette initiation n'a pas forcément eu lieu : elle dépend en fait du niveau de la classe ;

2. elle n'est réellement profitable que pour les "bons" élèves qui sont eux plus à l'aise que par le passé, tandis que les autres -la majorité- ne semblent pas avoir davantage de compétences.

- Ecritures fractionnaires

Les écritures fractionnaires sont désormais introduites dès la classe de sixième. Dans ce domaine, avez-vous enregistré chez les nouveaux élèves, en début de quatrième, des compétences ?

- **Beaucoup plus nombreuses : 8 %** } 54 %
- **Plus nombreuses : 46 %** }
- **Un peu plus nombreuses : 33 %**
- **Sans changement : 11 %**

(*) Rappel : aucune question n'avait trait à l'espace.

.../...

Les professeurs n'ayant pas eu de 5ème l'année précédente, sont plus nombreux (20 % au lieu de 8 %) à avoir observé, chez leurs élèves, des compétences beaucoup plus nombreuses.

- Transformations

Certaines transformations (symétrie orthogonale et centrale) ont été introduites en 6ème et 5ème.

Avez-vous utilisé ces outils au cours du premier trimestre de quatrième ?

- Fréquemment : 30 % } 78 %
- Parfois : 48 % }
- Rarement : 14 %
- Jamais : 2 %

B. Notions introduites auparavant en 6°-5° et repoussées désormais en 4ème.

L'étude de certaines notions (multiplication des relatifs, puissances notamment) a été repoussée en 4ème.

Cela vous a-t-il géné ?

- Beaucoup : 3 %
- Un peu : 27 %
- Pas du tout : 70 %

Si oui, pourquoi ?

- Cela surcharge le programme de 4ème, alors que ces notions passaient bien en 5ème.
- Les puissances de 10 manquent en physique.
- Le calcul algébrique se trouve repoussé dans l'année et l'assimilation est trop peu étalée dans le temps.

Remarque : Les puissances de 10 peuvent, en fait, être introduites en début de 4ème.

.../...

C. Notions ayant totalement disparu des programmes :

- Arithmétique :

Dans les nouveaux programmes de collège, ne figure plus l'étude systématique de l'arithmétique

a) Cette disparition vous a-t-elle gêné dans votre enseignement en 4ème ?

. Beaucoup 7 %
. Un peu 34 %
. Pas du tout 55 %

b) Certaines de ces notions était-elles connues de vos élèves en début de quatrième ?

. Oui : 16 %

c) Avez-vous éprouvé le besoin d'introduire certaines de ces notions en 4ème ?

. Oui : 27 %

40 % des professeurs sont peu ou prou, gênés par la disparition de l'arithmétique. Parmi les notions "introduites", on peut distinguer :

- celles qui relèvent des actuels programmes de CM ou de 6ème :

. multiples et diviseurs, critères de divisibilité.

(Il ne s'agit pas en fait d'une introduction "illégale").

- PPCM - PGCD - Nombres premiers (et décomposition)

(Cette gêne serait-elle due comme le signale un collègue "à la difficulté de changer nos habitudes" ? A-t-on vraiment besoin de connaissances théoriques pour simplifier ou ajouter des fractions...."fréquentables" ?)

- Notions ensemblistes :

Dans les nouveaux programmes de collège, ne figure plus l'étude systématique de notions ensemblistes (applications-bijections notamment).

.../...

a) Cette disparition vous a-t-elle gêné dans votre enseignement en 4ème ?.

. **Beaucoup : 4 %**
. **Un peu : 27 %**
. **Pas du tout : 64 %**

b) Certaines de ces notions étaient-elles connues de vos élèves en début de quatrième ?

. **Oui : 7 %**

c) Avez-vous éprouvé le besoin d'introduire certaines de ces notions en 4ème ?

. **Oui : 17 %**

- **Notions introduites :**

$\cap$, U, { }

(Le signe "$\in$" est cité, mais son utilisation est prévue dans les programmes).

- **Les notations usuelles des ensembles de nombres N, Z, D, Q.**
- **application ; bijection ; relation ; image ; antécédent ; f^{-1}.**

(Un professeur se déclare gêné "d'utiliser un objet sans en donner le nom").

.../...

II. "ANCIENS" ET "NOUVEAUX" ELEVES : VERS UNE COMPARAISON DES COMPETENCES.

Pour chacune des rubriques ci-dessous, pensez-vous qu'en cette fin d'année (mai 89), les élèves de 4ème sont dans l'ensemble plus, moins ou aussi à l'aise que par le passé ?

a) Ecritures fractionnaires :

. Technique (+ ; - ; x ; :)

- . Plus : 44 %
- . Moins : 8 %
- . Sans changement : 46 %

. Résolution de problèmes

- . Plus : 46 %
- . Moins : 3 %
- . Sans changement : 48 %

b) Proportionnalité

- . Plus : 56 %
- . Moins : 2 %
- . Sans changement : 35 %

c) Relatifs Technique (+ ; - ; x ; :)

- . Plus : 16 %
- . Moins : 27 %
- . Sans changement : 55 %

Si les élèves apprennent plus tard la multiplication des relatifs, ils semblent parvenir, selon 3 professeurs sur 4, à un niveau au moins aussi convenable que par le passé.

d) Calcul littéral

. Technique (développement, réduction,...)

- . Plus : 8 %
- . Moins : 58 %
- . Sans changement : 33 %

.../...

On retrouve ici, très logiquement, les effets d'un apprentissage reculé dans le temps. Il sera intéressant d'observer les capacités des élèves en fin de 3ème.

. Traduction d'un problème en utilisant des lettres

. Plus :	44 %
. Moins :	10 %
. Sans changement :	40 %

Les nouveaux programmes privilégient le sens au "détriment" de la technique, ce qui explique sans doute les résultats obtenus ici. Ne s'agit-il pas là d'un premier constat plutôt prometteur ?

e) Equations

. Technique

. Plus :	22 %
. Moins :	23 %
. Sans changement :	55 %

. Résolution de problèmes (mise en équation)

. Plus :	51 %
. Moins :	3 %
. Sans changement :	45 %

f) Raisonnement déductif

. Plus :	52 %
. Moins :	7 %
. Sans changement :	38 %

A noter que 37 % seulement avaient trouvé les "nouveaux" élèves plus à l'aise en début d'année : sans effet miraculeux, il semble tout de même que l'imprégnation étalée dans le temps, conduise à une certaine amélioration.

.../...

g) Résolution de problème (de toutes natures)

- **Plus :** **41 %**
- **Moins :** **4 %**
- **Sans changemen** **50 %**

Il faut noter ici un certain décalage entre les opinions des professeurs n'ayant pas eu de 5ème en 87-88 et les autres : 54 % des premiers trouvent les élèves plus performants (les autres : 38 %).

h) Utilisation de la calculatrice

- **Plus :** **86 %**
- **Moins :** **1 %**
- **Sans changement :** **13 %**

Sans doute aurait-il été pertinent de demander aux professeurs dans quelle mesure ils avaient modifié la place de la calculatrice dans leur enseignement ?

.../...

III . OPINION DES PROFESSEURS SUR LES NOUVEAUX PROGRAMMES.

Selon vous, peut-on dire que le changement de programme est :

. dans le contenu :

. Très important :	12 %	87 %
. Important :	75 %	
. Peu important :	12 %	

. dans l'esprit :

. Très important :	47 %	95 %
. Important :	48 %	
. Peu important :	4 %	

. dans le manuel que vous utilisez

. Très important :	35 %	88 %
. Important :	53 %	
. Peu important :	8 %	

Ce changement vous a-t-il demandé un gros effort d'adaptation ?

. Oui :	29 %
. Non :	67 %

Avez-vous le sentiment d'avoir modifié votre façon d'enseigner ?

. Beaucoup :	7 %
. Plutôt beaucoup :	34 %
. Un peu :	52 %
. Pas du tout :	5 %

A noter, ici aussi, un décalage : les professeurs n'ayant pas eu de 5ème en 87-88 sont plus nombreux (plus de la moitié) à avoir le sentiment d'avoir plutôt beaucoup modifié leur façon d'enseigner.

../...

Avez-vous modifié votre façon d'évaluer les élèves ?

- Beaucoup : 5 %
- Plutôt beaucoup : 9 %
- Un peu : 51 %
- Pas du tout : 32 %

Si oui, précisez les modifications :

- le plus fréquemment cité : prise en compte des compétences exigibles pour élaborer un contrôle.

- et aussi : prise en compte séparée de "l'idée et de la forme" d'un raisonnement.

- également : notation des devoirs à la maison, modification de la façon de calculer la moyenne, prise en compte des progrès accomplis.

(En ce qui concerne ce dernier point, indépendant au sens strict des nouveaux programmes, on peut se demander s'il n'est pas lié à la réflexion générale actuelle concernant l'évaluation).

Utilisez-vous les commentaires accompagnant les nouveaux programmes ?

. pour préparer vos cours :

- Souvent : 54 %
- Parfois : 39 %
- Rarement : 5 %
- Jamais : 1 %

. pour préparer les contrôles

- Souvent : 32 %
- Parfois : 41 %
- Rarement : 15 %
- Jamais : 12 %

En ce qui concerne les résultats chiffrés des élèves, pensez-vous qu'ils sont (par rapport aux années précédentes) dans l'ensemble plutôt ?

- Supérieurs : 22 %
- Analogues : 62 %
- Inférieurs : 10 %

.../...

Veuillez préciser ci-dessous les aspects qui, selon vous, paraissent les plus positifs et les plus négatifs dans la mise en application des nouveaux programmes.

Aspects positifs	Aspects négatifs
- la géométrie (22 %) considérée comme plus intéressante	- la lourdeur des programmes (19 %) surtout en 6° et 4°
- l'aspect concret (32 %) : beaucoup de constructions, de manipulations, d'activités ; moins de théorie, de technique pure	- le manque d'approfondissement en algèbre (16 %) qui est souvent lié au manque de temps et qui handicape surtout les élèves qui assimilent lentement.
- la progressivité des notions (10 %) et leur reprise d'année en année.	
Et aussi :	
Pour souligner ce qu'un collègue appelle "l'hétérogénéité des interprétations (ces dernières réponses sont sporadiques : moins de 5 % de l'ensemble).	
- programme plus court	- trop de résultats admis, manque de démonstrations
	- géométrie trop difficile
- programme plus modeste	- programme plus ambitieux
	- retour au faux concret
- abandon du formalisme des notions ensemblistes	- abandon des notations, absence de notions ensemblistes
- simplification, clarté	- manque de rigueur
	- aucune cohérence
- utilisation de la calculatrice	- utilisation de la calculatrice
- c'est mieux pour les bons	- favorise les bons
- géométrie plus accessible aux moyens	
- intérêt plus grand des élèves	
- meilleure réussite des élèves	- baisse le niveau

.../...

Parmi les professeurs qui ont modifié beaucoup ou plutôt beaucoup leur façon d'évaluer les élèves, un peu plus du tiers seulement(*) obtiennent des résultats chiffrés supérieurs à ceux des années précédentes. Quant à ceux qui n'ont pas du tout modifié leur façon d'évaluer, 2 sur 3 obtiennent des résultats analogues, 9 % des résultats supérieurs.

(*) Remarque : On aurait pu s'attendre à ce qu'une évaluation davantage centrée sur les capacités exigibles (qui ne sont pas très ambitieuses) soit source d'une plus grande "réussite chiffrée" des élèves : cela n'apparaît pas nettement.

Est-ce à dire, -comme l'évoque André Antibi (IREM de Toulouse) dans un article consacré à la "constante macabre" (voir en annexe)- que pour un contrôle, "les enseignants font en sorte, plus ou moins consciemment, que les notes soient étalées convenablement" (c'est nous qui soulignons) ?

Pensez-vous que les élèves manifestent vis à vis des mathématiques ?

- **Davantage d'intérêt : 35 %**
- **Ni plus ni moins d'intérêt : 61 %**
- **Moins d'intérêt : 1 %**

On peut noter que les professeurs ayant modifié de façon sensible leur façon d'évaluer sont beaucoup plus nombreux (50 %) à considérer que leurs élèves manifestent davantage d'intérêt.

Trouvez-vous ce nouveau programme plus adapté aux possibilités des élèves ?

- **Oui : 73 %**
- **Non : 19 %**

Ce changement de programme vous semble-t-il ?

- **Globalement positif : 80 %**
- **Globalement négatif : 5 %**
- **Sans opinion : 15 %**

.../...

ANNEXES

I. Le questionnaire.

II. Une suggestion pour combattre la "constante macabre" (Anatole ANTIBI)

ANNEXE 1

LE QUESTIONNAIRE

1. a) Aviez-vous une 5ème l'an dernier ? oui ☐ non ☐

   b) Aviez-vous déjà enseigné dans une classe de 4ème ? oui ☐ non ☐

   c) Aviez-vous assisté aux réunions d'information sur les nouveaux programmes ? Sinon, avez-vous eu des compte-rendus ?

Réunions d'informations	6° : oui ☐	non ☐		compte-rendus	: oui	non ☐
" "	5° : oui ☐	non ☐		" "	: oui	non ☐
" "	4° : oui ☐	non ☐		" "	: oui	non ☐

d) Aviez-vous en début d'année une connaissance précise des nouveaux programmes de 6° et 5° ? oui ☐ non

2. Les nouveaux programmes prévoient une initiation progressive du raisonnement déductif dès la classe de 6ème.

Dans ce domaine, avez-vous trouvé les "nouveaux" élèves en début de quatrième ?

plus à l'aise ☐ sans changement ☐ moins à l'aise ☐ autre (à préciser) ☐

3. Les écritures fractionnaires sont désormais introduites dès la classe de sixième. Dans ce domaine, avez-vous enregistré chez les nouveaux élèves, en début de quatrième, des compétences ?

beaucoup plus nombreuses ☐, plus nombreuses ☐, un peu plus nombreuses ☐, sans changement ☐

4. L'étude de certaines notions (multiplication des relatifs, puissances notamment) a été repoussée en 4ème.

Cela vous a-t-il géné ? beaucoup ☐ un peu ☐ pas du tout ☐

Si oui, pourquoi ?

5. Certaines transformations (symétrie orthogonale et centrale) ont été introduites en 6ème et 5ème.

Avez-vous utilisé ces outils au cours du premier trimestre de quatrième ?

Fréquemment ☐ parfois ☐ rarement ☐ jamais ☐

8. a) Selon vous, peut-on dire que le changement de programme est :

. dans le contenu : très important ☐, important ☐, peu important ☐

. dans l'esprit : très important ☐, important ☐, peu important ☐

. dans le manuel que vous utilisez : très important ☐, important ☐, peu important ☐

b) Ce changement vous a-t-il demandé un gros effort d'adaptation ?

oui ☐ non ☐

c) Avez-vous le sentiment d'avoir modifié votre façon d'enseigner ?

beaucoup ☐, plutôt beaucoup ☐, un peu ☐, pas du tout ☐

d) Utilisez-vous les commentaires accompagnant les nouveaux programmes ?

. pour préparer vos cours : souvent ☐, parfois ☐, rarement ☐, jamais ☐

. pour préparer les contrôles : souvent ☐, parfois ☐, rarement ☐, jamais ☐

e) Avez-vous modifié votre façon d'évaluer les élèves ?

beaucoup ☐, plutôt beaucoup ☐, un peu ☐, pas du tout ☐

Si oui, précisez les modifications :

f) Trouvez-vous ce nouveau programme plus adapté aux possibilité des élèves ?

oui ☐ non ☐

g) Pensez-vous que les élèves manifestent vis à vis des mathématiques ?

davantage d'intérêt ☐, ni plus ni moins d'intérêt ☐, moins d'intérêt ☐

h) En ce qui concerne les résultats chiffrés des élèves, pensez-vous qu'ils sont (par rapport aux années précédentes) dans l'ensemble plutôt ?

supérieurs ☐ analogues ☐ inférieurs ☐

9. a) Ce changement de programme vous semble-t-il ?

globalement positif ☐, globalement négatif ☐, sans opinion ☐

b) Souhaiteriez-vous des modifications de ce programme ? oui ☐, non ☐

Si oui, lesquelles ?

c) Veuillez préciser ci-dessous les aspects qui, selon vous, paraissent les plus positifs et les plus négatifs dans la mise en application des nouveaux programmes.

Aspects positifs	Aspects négatifs

d) Observations complémentaires (éventuellement).

6. Dans les nouveaux programmes de collège, ne figure plus l'étude systématique l'arithmétique et de notions ensemblistes (applications-bijections notamment).

a) Cette disparition vous a-t-elle gêné dans votre enseignement en 4ème ?

. en arithmétique : beaucoup ☐, un peu ☐, pas du tout ☐

. dans le domaine "ensembliste" : beaucoup ☐, un peu ☐, pas du tout ☐

b) Certaines de ces notions étaient-elles connues de vos élèves en début de quatrième ?

. en arithmétique : oui ☐ non ☐

Si oui, lesquelles :

. domaine "ensembliste" : oui ☐ non

si oui, lesquelles :

c) Avez-vous éprouvé le besoin d'introduire certaines de ces notions en 4ème ?

. en arithmétique : oui ☐ non ☐

Si oui, lesquelles :

. domaine "ensembliste" : oui ☐ non ☐

Si oui, lesquelles :

PARTIE DESTINEE AUX PROFESSEURS AYANT DEJA ENSEIGNE EN 4EME

7. Pour chacune des rubriques ci-dessous, pensez-vous qu'en cette fin d'année (mai 89), les élèves de 4ème sont dans l'ensemble plus, moins ou aussi à l'aise que par le passé.

a) Ecritures fractionnaires :			
. Technique (+ ; - ; x ; :)	plus ☐	moins ☐	sans changement ☐
. Résolution de problèmes	plus ☐	moins ☐	sans changement ☐
b) Proportionnalité	plus ☐	moins ☐	sans changement ☐
c) Relatifs Technique (+ ; - ; x ; :)	plus ☐	moins ☐	sans changement ☐
d) Calcul littéral			
. Technique (développement, réduction,...)	plus ☐	moins ☐	sans changement ☐
. Traduction d'un problème en utilisant des lettres	plus ☐	moins ☐	sans changement ☐
e) Equations			
. Technique	plus ☐	moins ☐	sans changement ☐
. Résolution de problèmes (Mise en équation)	plus ☐	moins ☐	sans changement ☐
f) Raisonnement déductif	plus	moins ☐	sans changement ☐
g) Résolution de problème (de toutes natures)	plus	moins ☐	sans changement ☐
h) Utilisation de la calculatrice	plus	moins ☐	sans changement ☐

ANNEXE 2

Une suggestion pour combattre la "constante macabre" (*)

(Bulletin APMEP n°369)

par André ANTIBI,
I.R.E.M. de Toulouse

Dans notre enseignement, les élèves sont les principales victimes de la "constante macabre". De quoi s'agit-il exactement ? Lorsqu'un enseignant prépare un sujet de contrôle de connaissances et lorsqu'il choisit un barême, il fait en sorte, plus ou moins consciemment, que les notes soient étalées convenablement : il faut qu'il y ait toutes sortes de notes, des bonnes, des moyennes, des mauvaises; et cela quel que soit le programme du contrôle, la qualité de l'enseignant, le niveau de la classe. A ceux qui seraient surpris par une telle affirmation, je demande simplement d'imaginer un instant le cas d'un professeur de math, d'une classe de seconde par exemple, qui ne mettrait à aucun élève une note inférieure à 12 sur 20. Que se passerait-il ? La première fois, on pourrait, dans le meilleur des cas, penser tout simplement que c'est un accident, la seconde fois, que le sujet était vraisemblablement trop simple et certaines collègues intrigués commenceraient déjà à se poser des questions. Si cette situation se reproduisait à tous les contrôles, notre malheureux collègue passerait probablement dans son établissement pour un professeur trop gentil, un peu démagogue même, qui ne traite peut-être pas le programme convenablement. On aurait même quelques inquiètudes pour les élèves qui, dans un tel contexte, seraient orientés, en fin d'année, vers des sections scientifiques. Mais pratiquement personne ne penserait que, tout simplement, le niveau des notes peut être dû, par exemple, à la compétence du professeur, à son aptitude à motiver ses élèves.

Ainsi, à tous les niveaux, on peut dire qu'il y a dans notre manière d'évaluer les élèves, une sorte de constante : la proportion de mauvaises notes. Il est clair que, tant que nous ne nous débarrasserons pas de cette constante, profondément enfouie dans notre esprit, il y aura toujours des élèves en situation d'échec.

.../...

Des allégements de programme, par exemple, n'y feront rien. On doit reconnaître que l'existence d'une telle constante "macabre" (pour beaucoup d'élèves en tout cas), traduit une certaine forme d'injustice de notre système d'évaluation qui semble destiné davantage à classer les élèves qu'à évaluer réellement leurs connaissances.

Comment essayer de modifier cette situation ? Au cours d'un stage IREM de deux jours, en janvier 88, à Toulouse, j'ai proposé aux stagiaires le type d'évaluation suivant : pour chaque contrôle de connaissances, la moitié de l'épreuve environ serait constituée par des exercices tout à fait analogues à ceux du contrôle précédent, l'autre moitié portant sur la partie du programme traitée entre les deux contrôles. Les élèves, bien sûr, seraient prévenus. Les collègues ont été d'accord pour expérimenter ce type d'évaluation dans leurs classes et pour en faire un bilan au cours de la seconde réunion du stage en mars. Cette expérimentation a été effectuée dans deux classes de quatrième, cinq classes de seconde, deux classes de première S, deux classes de L.E.P.

Signalons les points essentiels apparus lors de notre réunion de mars :

- amélioration des notes (ceci était prévisible) ;
- mise en confiance des élèves : ils sont moins stressés, plus sécurisés ;
- amélioration des relations professeurs-élèves : le professeur n'apparaît plus comme quelqu'un qui cherche à mettre des mauvaises notes ; au contraire il semble tout à fait disposé à encourager, à motiver et à récompenser, avec une règle du jeu précise, sans pièges. Les élèves sentent qu'on s'intéresse à eux dans le sens favorable ;
- certains élèves découragés ont eu une sorte de déclic et leur niveau en math, en dehors de la note de contrôle, s'est amélioré ;
- intérêt pédagogique : le professeur a la possibilité de revenir plusieurs fois dans des contrôles sur des notions importantes. Quant à l'élève, si, par manque de temps, il n'a pas pu assimiler une notion nouvelle, il peut le faire pour le contrôle suivant.

Ajoutons deux réactions. Un collègue est particulièrement satisfait du changement de relation entre lui et ses élèves : "les élèves ont senti que je m'intéressais à eux et ils me le rendent bien". Un autre professeur fait part de l'enthousiasme de son proviseur pour ce type d'évaluation.

.../...

Signalons toutefois quelques réserves apparues au cours de notre discussion :

- la liaison avec le reste de l'établissement : qu'adviendra-t-il pour l'élève si, l'année suivante, le professeur n'adopte pas la même méthode d'évaluation ?

- les professeurs qui, à la suite d'un tel type d'évaluation, ont mis de boennes notes à un contrôle, ont tendance à culpabiliser. Dans le contexte actuel, il leur a fallu un certain courage pour tenter ce type d'expérimentation.

Quoiqu'il en soit, il apparaît clairement que ce type d'évaluation offre beaucoup d'avantages et qu'il peut être un moyen simple et efficace pour combattre la fameuse "constante macabre", sans pour autant abaisser le niveau de l'ensemble des élèves, au contraire.

.../...

V. ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES ET TEXTES ANCIENS

Les textes suivants sont extraits

d'un manuel datant de 1936.

GEOMETRIE

du brevet élémentaire

par A. Marijon

Librairie Hatier

Note : il est précisé, en page 3, que l'ouvrage est conforme au programme de 1920.

TEXTES CITES EN REGARD DU PROGRAMME OFFICIEL

"L'enseignement de la géométrie à l'Ecole primaire supérieure a pour but de classer et de préciser les notions acquises pour l'observation, d'en déduire d'autres et de montrer leurs applications à des problèmes qui se posent dans la vie. On doit donc partir du réel pour aboutir au réel.

Il est recommandé aux maîtres de relier à l'enseignement de la géométrie les exercices de dessin et de travail manuel. Ils permettent d'exécuter des mesures et des tracés précis. Beaucoup de vérités géométriques essentielles peuvent être mises en évidence au moyen des exercices de géométrie expérimentale, figurant au programme des travaux manuels. On ne manquera pas de les faire constater par les élèves ; la démonstration rigoureuse des théorèmes qui les traduisent se trouvera ensuite fort simplifiée. Mais cette démonstration ne fera pas défaut : si élémentaire et limité qu'il soit, le savoir de l'écolier doit être un savoir sûr et précis ; il importe que l'élève prenne de plus en plus conscience de la certitude mathématique. Pour être concret et pratique, l'enseignement de la géométrie n'en doit pas moins être celui qui convient à une science exacte".

(Instructions officielles du 30.09.1920)

***

"On peut avoir trois principaux objets dans l'étude de la vérité : l'un, de la découvrir quand on la cherche ; l'autre de la démontrer quand on la possède ; le dernier de la discerner d'avec le faux quand on l'examine.... La géométrie excelle en ces trois genres"..

(Pascal, Pensées)

***

..."Si les premiers auteurs de mathématiques ont présenté leurs découvertes en théorèmes, ça a été sans doute pour donner un air plus merveilleux à leurs productions, ou pour éviter la peine de reprendre la suite des idées qui les avaient conduits dans leurs recherches...

.../...

On me reprochera peut-être, en quelques endroits de ces Eléments, de m'en rapprter trop au témoignage des yeux et de ne m'attacher pas assez à l'exactitude rigoureuse des démonstrations. Je prie ceux qui pourraient me faire un pareil reproche, d'observer que je ne passe légèrement que sur des propositions dont la vérité se découvre, pour peu qu'on y fasse attention. J'en use de la sorte surtout dans les commencements, où ils se rencontre plus souvent des propositions de ce genre, parce que j'ai remarqué que ceux qui avaient de la disposition à la Géométrie se plaisaient à exercer un peu leur esprit ; et qu'au contraire ils se rebutaient lorsqu'on les accablait de démonstrations pour ainsi dire inutiles...

Euclide avait à convaincre des sophistes obstinés, qui se faisaient gloire de se refuser aux vérités les plus évidentes... Mais les choses ont changé de face. Tout raisonnement qui tombe sur ce que le bon sens seul décide d'avance, est aujourd'hui en pure perte, et n'est propre qu'à obscurcir la vérité et à dégoûter le lecteur".

(Clairaut, préface des Eléments de Géométrie)

***

"Les progrès d'Emile dans la Géométrie vous pourraient servir d'épreuve et de mesure certaine pour le développement de son intelligence ; mais...il importe d'user de beaucoup de ménagement et d'art pour l'amener aux études spéculatives.

..."J'ai dit que la Géométrie n'était pas à la portée des enfants, mais c'est notre faute. Nous ne sentons pas que leur méthode n'est point la nôtre et que ce qui devient pour nous l'art de raisonner ne doit être pour eux que l'art de voir..."

"Au lieu de nous faire trouver des démonstrations, on nous les dicte : au lieu de nous apprendre à raisonner, le maître raisonne pour nous, et n'exerce que notre mémoire".

(Rousseau, Emile)

***

.../...

INTRODUCTION

Un fait domine les difficultés qu'éprouvent les maîtres de l'enseignement primaire supérieur dans leurs leçons de Géométrie : c'est le peu d'intérêt apporté aux questions théoriques, et aux démonstrations rigoureuses, par les élèves de 1ère année. Il semble prouvé, en effet, qu'ils sont trop jeunes d'un an, au moins, pour appliquer utilement leur esprit aux méthodes de la logique Euclidienne. L'expérience faite de 1902 à 1925 dans les classes de 5° B de notre enseignement secondaire ; celle des établissements étrangers du 2ème degré, où l'on commence la Géométrie plus tôt que chez nous ; celle enfin qui se poursuit à l'heure actuelle dans les Cours complémentaires et les Ecoles primaires supérieures, montrent qu'à l'âge moyen de nos élèves de 1ère année, l'étude des deux premiers livres d'Euclide dépasse et décourage la majorité de ces élèves, alors qu'un an plus tard, elle peut être entreprise avec profit.

Or, c'est précisément en 1ère année, devant des enfants que leur manque de maturité rend rebelles à l'effort d'assimilation exigé par des raisonnements abstraits et délicats, qu'on a pris l'habitude d'entasser impitoyablement d'inutiles théorèmes, et d'accabler le programme de complications sans intérêt. Les professeurs ont des raisons trop sérieuses de se plier à l'usage établi pour que nous leur en fassions un reproche : les exigences de certaines examinateurs les obligent à déborder le plan d'études. On a vu des élèves refusés à l'examen des Bourses (3° série), après cinq mois de Géométrie, pour avoir ignoré le cas particulier du théorème de Thalès relatif aux milieux des côtés d'un triangle, ou n'avoir pas su utiliser certaines inégalités entre longueurs, dont le programme ne souffle mot.

Quels que soient les inconvénients auxquels ces regrettables précédents paraissent exposer nos maîtres, nous estimons qu'ils doivent être négligés devant le danger de donner aux élèves un enseignement qui les rebute. Il ne faut pas, sous prétexte que des questions mal choisies ont été posées naguère, condamner la majorité de nos classes de 1ère année à l'incompréhension et au dégoût de la Géométrie.

.../...

A notre avis, le professeur de Géométrie de 1ère année se sera acquitté de toutesa tâche lorsqu'il aura donné à ses élèves, avec l'habitude d'un vocabulaire précis, la connaissance de quelques vérités évidentes relatives aux perpendiculaires, aux parallèles, aux triangles et aux cercles, et qu'il leur aura montré, sur un petit nombre d'exemples bien choisis, ce qu'est une démonstration. Il ne doit pas craindre d'admettre certaines propositions, même parmi celles que nous démontrons dans ce livre.

C'est en faisant résoudre beaucoup de problèmes très simples, et en demandant, pour quelques-uns, une solution rédigée en bon français, que l'on apprendra aux débutants à voir, à raisonner, et à s'exprimer correctement. Nous donnons, surtout dans les premiers chapitres, un très grand nombre d'énoncés susceptibles de guider les maîtres dans le choix de ces exercices d'application. Si simples que soient nos questions, nous sommes convaincus qu'il en est beaucoup qu'il faudra simplifier encore pour les mettre à la portée de tous les élèves.

Sur deux ou trois pints, nous avons légèrement modifié l'ordre du programme officiel notamment en rejetant après la Géométrie plane les notions sur les Projections (prévues pour le 1er trimestre en 1ère année) et en renvoyant à la fin du livre les notions de Trigonométrie de 2ème année. Comme ces notions peuvent être laissées de côté chez les jeunes filles, nous n'avons pas voulu les intercaler hors de leur place naturelle. Il sera loisible aux maîtres d'en parler quand il le voudront. Nous avons, d'autre part, évité de faire jouer aux mesures d'arcs le rôle qu'on leur attribue parfois. L'introduction des arcs complique plus qu'elle ne la simplifie, la mesure des angles. Un rapporteur à contour rectangulaire serait d'un usage tout aussi commode qu'un rapporteur en demi-cercle, et ce n'est nullement par l'intermédiaire des arcs qu'on évalue les angles pratiquement. Enfin, et bien que le programme officiel consacre cette complication désuète qui consiste à mesurer deux angles inscrits, et l'arc qu'ils interceptent, pour constater que ces angles sont égaux, nous avons étudié les propriétés de l'angle inscrit sans parler de sa mesure. Les élèves ne s'en plaindront pas, et leur formation ne peut qu'y gagner.

.../...

Un chapitre spécial a été consacré aux translations, aux rotations, et aux symétries, dont le plan d'études ne parle pas. Leur emploi est, en effet, indispensable pour faire acquérir aux élèves l'intuition géométrique, et leur permettre d'embrasser d'un coup d'oeil certaines démonstrations. Il ne faut pas s'en occuper trop tôt, car les débutants s'y perdent vite ; mais, au moment des révisions du cours de 1ère année, leur étude apportera un précieux appoint aux connaissances déjà acquises.

En ce qui concerne la forme de nos démonstrations, on observera que nous avons renoncé à répéter, après chaque énoncé, l'expression séparée de l'hypothèse et de la conclusion. La pratique a montré que cette répétition alourdissait le raisonnement, sans jamais empêcher la confusion, si coutumière aux élèves, de ce qu'on donne et de ce qu'on demande. Il vaut beaucoup mieux insister sur l'hypothèse, et sur l'hypothèse seule, en marquant de signes visibles, sur la figure, l'indication des égalités qui traduisent cette hypothèse.

D'autre part, nous nous sommes abstenus d'introduire de nouveaux signes de relation. Il est permis aux élèves d'adopter, pour leurs cahiers de brouillons, telle ou telle convention permettant d'abréger l'écriture de mots comme parallèle ou perpendiculaire. Mais on ne doit pas leur laisser croire que de pareils hiéroglyphes ont cours dans une rédaction, ou dans une copie d'examen. L'un des buts de l'enseignement de la géométrie est, suivant Pascal, d'apprendre aux hommes à démontrer la vérité quand ils la possèdent ; et la démonstration doit être faite non pas au moyen d'un langage convenu, et de signes plus ou moins étranges, mais en bonne langue française.

.../...

Les textes suivants sont extraits d'un ouvrage publié en 1889 et intitulé :

"MATHEMATIQUES ET MATHEMATICIENS"

Pensées et curiosités
recueillis par A. Rebière

Librairie Nony (Paris)

Note : quelques citations sont hélas ! anonymes.

ENSEIGNEMENT

Nous estimons que l'étude complète de toute science devrait comprendre une période préparatoire ou d'amorce, une période théorique ne portant que sur les parties à la fois importantes et simples et une période complémentaire où la discussion s'aiguiserait et se généraliserait.

*
**

Les premières notions de mathématiques doivent faire partie de l'éducation des enfants. Les chiffres et les lignes parlent plus qu'on ne croît à leur imagination naissante et c'est un moyen sûr de l'exercer sans l'égarer.

Condorcet

*
**

La longue formation de l'humanité recommence en chaque petit enfant...

Le premier calculateur n'a pas débuté par les règles abstraites qu'on trouve dans les livres d'école. Il est assez évident qu'il a dû se trouver d'abord en présence de problèmes pratiques, dont il n'a pu se tirer qu'en tendant tous les ressorts de son intelligence pour créer la règle, et qu'il n'a pas fait de l'art pour l'art. Faire débuter l'enfant par la règle abstraite, et lui poser ensuite les probèmes à résoudre, c'est aller au rebours de la marche de l'esprit humain, qui en est chez lui au point où il en était dans l'enfance de l'espèce.

Alors, qu'arrive-t-il ? C'est que son intelligence ainsi brusquée, se refuse à l'abstraction qui se présente avant l'heure, et que sa mémoire seule entre en jeu pour se charger douloureusement de mots et de pratiques dont le sens lui échappe.

La vraie méthode est donc ici de le replacer dans les conditions du commencement, et de le faire assister en quelque sorte à la création de l'arithmétique.

J. Macé

*
**

Nous concevons la possibilité d'un enseignement gradué de la géométrie élémentaire, conduit, à tous ses degrés, d'après un plan unique et invariable, toujours soumis aux règles de la plus sévère logique, et où les difficultés ne se montreraient qu'à mesure que les esprits seraient préparés à les aborder.

Pour cela, l'étude de la géométrie devrait être reprise à divers points de vue, correspondant aux divers degrés d'initiation des élèves. Pour les commençants, il s'agit avant tout de se familiariser avec les figures et leurs dénominations, d'apprendre des faits, d'entrevoir leurs applications les plus simples et les plus immédiates, celles surtout qui se rapportent aux usages de la vie ordinaire.

On devra donc au début multiplier les axiomes, employer, au lieu de démonstrations, les vérifications expérimentales, l'analogie, l'induction, en ne laissant jamais oublier que ce mode d'expcsition est essentiellement provisoire. On exercera l'élève aux tracés graphiques, à la solution de divers problèmes de levé des plans et d'arpentage, à la construction des figures en relief... Le maître saura proportionner au degré de développement intellectuel de l'élève la part plus ou moins grande qu'il devra faire au raisonnement dans cette première ébauche des études géométriques.

Le premier enseignement sera donc exclusivement expérimental, et peu à peu on fera voir à l'élève comment toutes les vérités n'ont pas besoin d'être séparément constatées par l'expérience, et comment elle sont les conséquences d'un certain nombre d'entre elles, nombre que l'on restreindra de plus en plus, à mesure que l'on avancera dans l'étude de la science, jusqu'à ce qu'on soit arrivé aux axiomes fondamentaux, dont le nombre ne peut plus être réduit.

Houel

*
**

.../...

J'ai dit que la géométrie n'était pas à la portée des enfants ; mais c'est notre faute. Nous ne sentons pas que leur méthode n'est point la nôtre, et que ce qui devient pour nous l'art de raisonner ne doit être pour eux que l'art de voir. Au lieu de leur donner notre méthode, nous ferions mieux de prendre la leur ; car notre manière d'apprendre la géométrie est bien autant une affaire d'imagination que de raisonnement. Quand la proposition est énoncée, il faut en imaginer la démonstration, c'est-à-dire trouver de quelle proposition déjà sue celle-là doit être une conséquence, et, de toutes les conséquences qu'on peut tirer de cette proposition, choisir précisément celle dont il s'agit.

De cette manière, le raisonneur le plus exact, s'il n'est inventif, doit rester court. Aussi qu'arrive-t-il de là ? Qu'au lieu de nous faire trouver les démonstrations, on nous les dicte ; qu'au lieu de nous apprendre à raisonner, le maître raisonne pour nous, et n'exerce que notre mémoire.

Faites des figures exactes, combinez-les, posez-les l'une sur l'autre, examinez leurs rapports ; vous trouverez toute la géométrie élémentaire en marchant d'observation en observation, sans qu'il soit question ni de définitions, ni de problèmes, ni d'aucune autre forme démonstrative que la simple superposition. Pour moi, je ne prétends point apprendre la géométrie à Emile, c'est lui qui me l'apprendra ; je chercherai des rapports et il les trouvera, car je les chercherai de manière à les lui faire trouver. Par exemple, au lieu de me servir d'un compas pour tracer un cercle, je le tracerai avec une pointe au bout d'un fil tournant sur un pivot. Après cela, quand je voudrai comparer les rayons entre eux, Emile se moquera de moi, et il me fera comprendre que le même fil toujours tendu ne peut avoir tracé des distances inégales.

Si je veux mesurer un angle de soixante degrés, je décris du sommet de cet angle, non pas un arc mais un cercle entier ; car avec les enfants il ne faut jamais rien sous-entendre. Je trouve que la portion de cercle comprise entre les deux côtés de l'angle est la sixième partie du cercle. Après cela, je décris du même sommet un

.../...

autre plus grand cercle, et je trouve que ce second arc est encore la sixième partie de son cercle. Je décris un troisième arc concentrique sur lequel je fais la même épreuve ; et je la continue sur de nouveaux cercles, jusqu'à ce qu'Emile, choqué de ma stupidité, m'avertisse que chaque arc, grand ou petit, compris par le même angle, sera toujours la sixième partie de son cercle...

Nous voilà tout à l'heure à l'usage du rapporteur.

Pour prouver que les angles de suite sont égaux à deux droits, on décrit un cercle ; moi, tout au contraire, je fais en sorte qu'Emile remarque cela premièrement dans le cercle, et puis je lui dis : si l'on ôtait le cercle, et qu'on laissât les lignes droites, les angles auraient-ils changé de grandeur ? etc... On néglige la justesse des figures, on la suppose, et l'on s'attache à la démonstration. Entre nous, au contraire, il ne sera jamais question de démonstration ; notre plus importante affaire sera de tirer des lignes bien droites, bien justes, bien égales ; de faire un carré parfait, de tracer un cercle bien rond. Pour vérifier la justesse de la figure, nous l'examinerons par toutes ses propriétés sensibles ; et cela nous donnera l'occasion d'en découvrir chaque jour de nouvelles. Nous plierons par le diamètre les deux demi-cercles ; par la diagonale, les deux moitiés du carré : nous comparerons nos deux figures pour voir celle dont les bords conviennent le plus exactement et par conséquent la mieux faite ; nous distinguerons si cette égalité de partage doit avoir toujours lieu dans les parallélogrammes dans les trapèzes, etc...On essaiera quelquefois de prévoir le succès de l'expérience avant de la faire, on tâchera de trouver des raisons, etc...

La géométrie n'est pour mon élève que l'art de se bien servir de la règle et du compas.

J.J. Rousseau

*
**

.../...

2°) Laisser de côté les nombres négatifs, $\frac{o}{o}$, $\frac{m}{o}$ et les imaginaires.

Ces symboles sont délicats à comprendre et il faut les réserver pour une étude approfondie de l'algèbre. Composez, en conséquence, des exercices et problèmes ne présentant pas d'impossibilités arithmétiques.

3°) Supprimer les discussions.

Ces examens à fond des questions, de toutes leurs particularités et de toutes leurs exceptions, supposent des esprits aiguisés. Reportons-les aussi, sans hésiter, à la seconde période d'enseignement.

4°) Dès le début, de petits problèmes résolus à l'aide de x.

Vous amorcez ainsi le nouveau sujet à l'aide d'un chapitre, pour ainsi dire complémentaire de l'arithmétique. Le calcul algébrique ne vient qu'ensuite.

5°) Glisser sur la théorie du calcul algébrique.

Ce sujet est assez aride ; il est, du reste, peu important pour le moment. C'est la pratique qui importe, en évitant les opérations trop longues. Insister sur le carré d'un binôme et passer sous silence la division des polynômes.

6°) Raisonner directement des problèmes gradués.

La méthode des équations s'accuse ainsi d'elle-même plus clairement qu'en la formulant a priori.

7°) Equations abstraites

Nous pouvons maintenant passer aux équations séparées des problèmes concrets leur servant de supports. On n'a qu'à reprendre des raisonnements déjà faits, mais en les présentant d'une façon plus générale. Se borner à énoncer les principes qui sont presque évidents.

*
**

.../...

Il est temps d'entrer dans le vif de la question pédagogique : Comment convient-il d'étudier une figure avec les commençants ? Vous m'excuserez si je numérote les parties successives de la réponse.

1°) Avant tout, montrez le modèle matériel, faites-le circuler et manier, puis, dessinez-le au tableau et que toute la classe vous imite.

2°) Faites dégager la propriété capitale de la figure, celle qui servira de définition. Cette propriété est jointe à d'autres, simples aussi, et il faudra parfois aider un peu l'enfant.

3°) L'essentiel de la figure étant connu, prononcez son nom, pour la première fois. On s'empresse autour de vous d'écrire le nom sur la chose. Vous demandez des exemples familiers, etc..

4°) Vous invitez un élève à formuler la définition. Elle est un peu embarrassée, cette définition ; vous la rectifiez et vous la dictez, pour qu'elle soit apprise par coeur. La définition se borne ainsi à résumer nettement ce qui est déjà su.

5°) Il faut ensuite connaître la figure plus en détail. Faites deviner ou remarquer les autres propriétés, sans les démontrer, c'est-à-dire sans les déduire de la propriété fondamentale. Les nouvelles propriétés son seulement constatées et vérifiées.

6°) Terminez enfin par les constructions et les problèmes simples, se rattachant à la figure soumise à vos investigations.

*
**

On peut enseigner d'abord une algèbre modeste et pour ainsi dire préliminaire où les règles découlent d'exemples particuliers et non de raisonnements généraux et abstraits. Voici des indications principales pour un enseignement dirigé dans cet esprit.

1°) Généraliser lentement.

Je ne saurais trop le répéter, l'esprit se refuse aux abstractions brusquement imposées. C'est graduellement qu'on passe d'une de ces idées à la suivante : trois chevaux, le nombre trois en général, un nombre quelconque représenté par a ou par x.

.../...

La Géométrie est peut-être, de toutes les parties des mathématiques, celle que l'on doit apprendre la première ; elle me paraît très propre à intéresser les enfants, pourvu qu'on la leur présente principalement par rapport à ses applications, soit sur le papier, soit sur le terrain. Les opérations de tracé et de mesurage ne manqueront pas de les occuper agréablement, et les conduiront ensuite, comme par la main, au raisonnement.

Les éléments de Géométrie de Clairaut, ordonnés suivant la méthode des inventeurs, sont les plus convenables pour diriger le maître dans cette circonstance...

Lacroix

*
**

Aujourd'hui, la partie philosophique de la science est très négligée ; les moyens de briller dans un examen ou concours marchent en première ligne ; sauf de rares exceptions, les professeurs songent beaucoup plus à familiariser les élèves avec le mécanisme du calcul qu'à leur en faire sonder les principes. Je ne sais, en vérité, si l'on ne pourrait pas dire de certaines personnes qu'elles emploient l'analyse comma la plupart des manufacturiers se servent de la machine à vapeur, sans se douter de son mode d'action. Et qu'on ne prétende pas que cet enseignement vicieux soit un sacrifice obligé à la passion dominante de notre époque, à la rage d'aller vite en toute chose.

Arago

*
**

Sommes-nous revenus au système de Ptolémée ?

Je me souviens d'un fort habile homme qui, sur la lecture du premier volume d'un de nos plus savants traités d'astronomie, voyant l'auteur toujours parler des mouvements du soleil, des cercles qu'il parcourt, de sa révolution diurne, de ses mouvements annuels, progrès, stations et rétrogradation, croyait, d'après cet exposé, que l'Académie des sciences était revenue au système de Ptolémée.

Pourquoi commencer par décrire longuement et minutieusement à l'élève des apparences dont il apprendra ensuite la fausseté ? Pourquoi ne pas lui dire tout de suite et franchement ce qui en est ?

Gratry

*
**

J'ai abandonné la distinction d'usage entre la Géométrie plane et la Géométrie dans l'espace. Outre qu'elle n'est pas dans la réalité des choses, puisque la nature ne nous offre que des figures dans l'espace, elle met un long intervalle entre la théorie de la ligne droite et celle du plan, dont chacune cependant est nécessaire à la parfaite intelligence de l'autre ; elle nécessite même une interruption dans l'étude de la ligne droite. Enfin, elle est encore plus nuisible dans l'enseignement professionnel, car la pratique des Arts réclame bien plus la connaissance des principales combinaisons de droites et de plans, que celle de propositions théoriques comme les propriétés des sécantes du cercle. Ces inconvénients m'ont paru surpasser de beaucoup les avantages que cette méthode peut avoir comme artifice didactique ; si elle divise et aplanit un peu les premières difficultés de la Géométrie, on ne peut nier qu'elle soit pour beaucoup dans la lenteur que mettent les élèves à acquérir la faculté de lire dans l'espace.

C. Méray

*
**

Toute science de raisonnement repose sur un petit nombre de propositions simples, irréductibles à d'autres plus simples, appelées axiomes, et sur les définitions. Ces éléments, convenablement mis en oeuvre par le raisonnement, conduisent aux propositions les plus complexes, qui ne sont donc, en définitive, que des composés logiques de ces éléments. Dans la géométrie élémentaire, l'arithmétique, la statistique et plus généralement dans toutes les sciences où l'on fait usage de la méthode synthétique, en allant du simple au composé, on prend pour point de départ ces éléments, axiomes ou définitions, et on s'élève de proche en proche, jusqu'aux propositions les plus complexes...

Frappé de cette difficulté que les élèves éprouvent à saisir l'ensemble et les déductions du Cours, j'ai souvent employé avec succès un mode d'exercice, que j'appelle la recherche des antécédents d'une proposition, et qui n'est en quelque sorte que l'analyse d'une proposition trouvée d'abord par la synthèse... On prend une proposition

.../...

quelconque et l'on relève toutes les propositions antécédentes (lemmes, théorèmes, corollaires), toutes les définitions et tous les axiomes invoqués dans la démonstration. On a ainsi une première analyse de la proposition donnée. On reprend ensuite chacune des propositions antécédentes invoquées, on les analyse à leur tour et l'on continue de la sorte jusqu'à ce que l'on arrive à n'avoir plus que des axiomes et des définitions.

Jablonski

*
**

"Allez en avant, a dit d'Alembert, la foi vous viendra". Le remarquable morceau qui suit est un commentaire de ce conseil parfois contesté.

*
**

Quoique les vérités mathématiques se déduisent, dans un ordre rigoureux, d'un petit nombre de principes réputés évidents, on ne parvient point à les posséder pleinement, en en suivant pas à pas les déductions, en allant toujours dans le même sens du connu à l'inconnu, sans jamais revenir en arrière sur un chemin où l'on n'a rien laissé d'obscur. Le sens et la portée des principes échappent au débutant, qui saisit mal la distinction entre ce qu'on lui demande d'accorder et les conséquences purement logiques des hypothèses ou des axiomes : parfois, la démonstration lui paraît plus obscure que l'énoncé ; c'est en vain qu'il s'attarderait dans la région des principes pour la mieux connaître, il faut que son esprit acquière des habitudes qu'il n'a pas, qu'il aille en avant sans trop savoir ni où il va, ni d'où il part ; il prendra confiance dans ce mode de raisonnement auquel il lui faut plier son intelligence, il s'habituera aux symboles et à leurs combinaisons. Revenant ensuite sur ses pas, il sera capable de voir, du point de départ et d'un seul coup d'oeil, le chemin parcouru : quelques parties de la route resteront pour lui dans l'ombre, quelques-unes mêmes seront peut-être entièrement obscures, mais d'autres sont vivement éclairées ; il sait nettement comment on peut aller de cette vérité à cette autre ; il sait où il doit porter son attention ; ses yeux mieux exercés parviennent à voir clair dans ces

.../...

passages difficiles dont il n'aurait jamais pu se rendre maître, s'il ne les avait franchis ; il est maintenant capable d'aller plus loin ou de suivre une autre direction ; il entre en possession des vérités nouvelles qui s'ajoutent aux vérités anciennes et qui les éclairent ; il s'étonne parfois des perspectives inattendues qui s'ouvrent devant lui et lui laissent voir, sous un aspect nouveau, des régions qu'il croyait connaître entièrement ; peu à peu les ombres disparaissent et la beauté de la science, si une dans sa richediversité lui apparaît avec tout son éclat.

Ce qui se passe dans l'esprit de celui qui étudie les mathématiques n'est que l'image de ce qui s'est passé dans la création et dans l'organisation de la science ; dans ce long travail, la rigueur déductive n'a pas été seule à jouer un rôle. On peut raisonner fort bien et fort longtemps sans avancer d'un pas, et la rigueur n'empêche pas un raisonnement d'être inutile. Même en mathématiques, c'est souvent par des chemins peu sûrs que l'on va à a découverte. Avant de faire la grande route qui y mène, il faut connaître la contrée où l'on veut aller ; c'est cette connaissance même qui permet de trouver les voies les plus directes ; c'est l'expérience seule qui indique les points où il faut porter l'effort ; ce sont les difficultés parfois imprévues qui se dressent devant les géomètres qui les forcent à revenir au point de départ, à chercher une route nouvelle qui permette de tourner l'obstacle. S'imagine-t-on, par exemple, les inventeurs du calcul différentiel et intégral s'acharnant, avant d'aller plus loin, sur les notions de dérivée et d'intégrale définie ?

J. Tannery

*
**

Voulez-vous simplifier une théorie, une méthode, inscrivez-la dans les programmes.

Les professeurs se chargeront de l'éclairer et de la réduire à sa plus simple expression.

*
**

.../...

Je me défie un peu des démonstrations trop élégantes, trop symétriques, reposant sur une heureuse notation. Elles empêchent parfois de réfléchir au fond des choses, elles persuadent plus qu'elles n'éclairent.

⁂

Poisson et Coriolis demandaient l'admission des infiniment petits dans les mathématiques élémentaires.

⁂

Il importe de bien comprendre l'importance de la condition nécessaire et suffisante ou de la réciprocité des conditions ou, comme on dit encore, de la propriété caractéristique. Combien de raisonnements faux ou incomplets entraîne une analyse imparfaite !

La démonstration des réciproques -lorsqu'elles sont vraies- est trop négligée.

Pour établir un lieu géométrique, il faut deux propositions dont la seconde est, à volonté, la réciproque ou la contraire de la première.

◊◊◊◊◊
◊8◊