I R E M

UNIVERSITÉ DE BORDEAUX I

MATH - CP

EDITION REMANIÉE 1984

"Quand l'épistémologie aura davantage retenu l'attention des philosophes, on se rendra compte que l'ordre des idées dynamise les idées et que c'est par l'ordre et la composition des idées plus que par l'analyse des idées que la pensée peut préparer des découvertes".

(BACHELARD : Les intuitions atomistiques)

ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES AU CYCLE PREPARATOIRE : AIDES PEDAGOGIQUES

(Programmes et instructions complémentaires du B.O du 31 mars 1977)

ÉDITION REMANIÉE 1984

Gérard DERAMECOURT
Eliette OLEJNICZAK
Francette MARTIN

Nous remercions :

Maryvonne BALDACCHINO

Nicole BERGEROT

Joëlle COURBIN

Françoise DEL MORAL

Pierre NOBY

qui ont permis la réalisation de ce document.

.../..

S O M M A I R E

A. DIFFÉRENTES CONCEPTIONS DE L'APPRENTISSAGE DES MATHÉMATIQUES.....p. 3

B. LE PROGRAMME DU C.P.....p. 52

B_1. ANALYSE DES OBJECTIFS .....p. 55

B_2. UNE SUITE DE SÉQUENCES POUR LA CLASSE.....p. 103

C. BIBLIOGRAPHIE .....p. 479

* * *
*

.../...

A. DIFFÉRENTES CONCEPTIONS DE L'APPRENTISSAGE DES MATHÉMATIQUES.

I.1 - LES METHODES D'APPRENTISSAGE

I.1.1 - Méthodes centrées sur le programme.... p. 5

I.1.2 - Méthodes centrées sur les activités de l'enfant.....p. 12

I.1.3 - Méthodes centrées sur la construction de la connaissance par l'enfant.....p. 17

I.2 - CARACTERES DES APPRENTISSAGES SCOLAIRES

I.2.1 - Situations d'apprentissage scolaire....p. 23

I.2.2 - Caractère nécessaire des situations d'apprentissage scolaire :.....p. 24

A. Les activités relevant de l'action..p. 26

B. Les activités relevant de la formulation.....p. 29

C. Les activités relevant de la validation.....p. 33

I.2.3 - Enchaînement des situations didactiques

A. Manifestation des obstacles dans l'acquisition des concepts.....p. 39

B. Correction des erreurs.....p. 42

C. Les franchissements des obstacles ; les étapes ; les liaisons.....p. 45

I.3 - CONCLUSION.....p. 48

B.I - LE PROGRAMME DU C.P ANALYSE DES OBJECTIFS

L'ANALYSE DES OBJECTIFS

1. LES OBJECTIFS GENERAUX : ANALYSE ET CRITIQUE..... p. 57

2. LES OBJECTIFS SPECIFIQUES..... p. 62

2.1. Buts de l'analyse..... p. 62

2.2. Précisions sur les exemples d'activités proposés après chaque analyse..... p. 63

2.3. Limites de l'analyse..... p. 64

2.4. Aanalyse d'objectifs et exemples d'activitésp. 64

MANIPULER ET CONNAITRE LES OBJETS ET LES COLLECTIONS D'OBJETS

CLASSER ET RANGER

1. CLASSER

1.1. Analyse des objectifs..... p. 67

1.2. Exemples d'activités permettant d'observer les comportements attendus..... p. 68

2. RANGER

1.1. Analyse des objectifs..... p. 70

1.2. Exemples d'activités permettant d'observer les comportements attendus..... p. 71

CONNAITRE LE NOMBRE - CALCULER SUR LES NOMBRES - GÉNÉRALITÉS

CONNAITRE LE NOMBRE

c) COMPARER LES NOMBRES

c.1. ANALYSE DES OBJECTIFS

c.1.1. Utiliser les signes =,≠,<,>..... p. 73

c.1.2. Ecrire une suite de nombres dans l'ordre croissant ou décroissant..... p. 75

c.2. EXEMPLES D'ACTIVITES PERMETTANT D'OBSERVER LES COMPORTEMENTS ATTENDUS

c.2.1. Utiliser les signes =,≠,<,>..... p. 76

c.2.2. Ecrire une suite de nombres dans l'ordre croissant ou décroissant.....p. 77

CALCULER SUR LES NOMBRES..... p. 78

a) SOMME, ADDITION

a.1. ANALYSE DES OBJECTIFS..... p. 79

a.1.1. Analyser, reconnaître et représenter les situations faisant intervenir la somme de deux nombres, puis de plus de deux nombres. Utilisation du signe +. Addition..... p. 80

a.1.2. Elaborer la table d'addition ; l'utiliser et se familiariser avec les résultats en vue de leur mémorisation. Elaborer une technique opératoire de l'addition..... p. 83

a.1.3. Calcul mental. Signification et utilisation des parenthèses..... p. 85

a.2. EXEMPLES D'ACTIVITES PERMETTANT D'OBSERVER LES COMPORTEMENTS ATTENDUS

a.2.1. Analyser, reconnaître et représenter les situations faisant intervenir la somme de deux nombres, puis de plus de deux nombres Utilisation du signe +. Addition..... p. 86

a.2.2. Utilisation de la table d'addition écrite Technique opératoire de l'addition ..... p. 88

a.2.3. Utilisation de la table d'addition mémorisée, calcul mental, utilisation des parenthèses..... p. 89

SE SITUER DANS L'ESPACE ET L'ORGANISER..... p. 91

a) SE SITUER

a.1. ANALYSE DE L'OBJECTIF ..... p. 93

a.1.1. Positions relatives d'objets par rapport à soi-même, par rapport à un ou plusieurs repères ou les uns par rapport aux autres.. p. 94

a.1.2. Déplacements, itinéraires, parcours selon les conventions..... p. 95

a.1.3. Utilisation de quadrillages et tableaux : repérage..... p. 96

a.2. EXEMPLES D'ACTIVITES PERMETTANT D'OBSERVER LES COMPORTEMENTS ATTENDUS

a.2.1. Positions relatives d'objets par rapport à soi-même, par rapport à un ou plusieurs repères ou les uns par rapport aux autres... p. 97

a.2.2. Déplacements, itinéraires, parcours selon les conventions..... p. 99

a.2.3. Utilisation de quadrillages et tableaux : repérage..... p. 101

B_2 LE PROGRAMME DU C.P.

UNE SUITE DE SÉQUENCES POUR LA CLASSE

	Nombre de séquences	Nombre cumulé de séquences	Pages
* Désignation - Egalité	....	....	123
Désignation d'ensembles et d'objets	3	....	127
Partition d'un ensemble d'objets	2	....	134
Egalité à propos d'ensembles et d'objets	3	....	139
E Repérage sur quadrillage	2	....	144
* Calcul mental	....	....	149
Classement d'ensembles - Les premiers nombres	5	....	154
* Rangement	....	....	163
Rangement d'objets, d'ensembles	3	....	167
E Reconnaissance de formes	2	....	176
A Atelier (1)	....	20.	180
Rangement de classes d'ensembles, des nombres de 1 à 6 (signes < et >)	2	....	183
Comparaison de collections : correspondance terme à terme	3	....	187
* Introduction et comparaison de certains nombres	....	....	196
Le nombre 9	2	....	200
E Positions relatives d'objets dans le plan	4	....	204
Les nombres 12 et 13	4	....	211
Les nombres entre 6 et 9	2	....	217
Comparaison de collections : correspondance partie à partie	2	....	220
A Atelier (2)	....	39.	226

.../...

* Ecriture additive et comparaison de nombres	....	....	232
Ecriture de nombres sous forme additive (1)	1	....	237
L'ordinal - les nombres de 1 à 9	1	....	241
Egalités à propos de nombres - Répertoire. Dictionnaire des nombres	3	....	247
Comparaison de nombres écrits sous forme additive (1)	1	....	252
Le nombre d'élèves de la classe 25 (ou 24...)	2	....	254
E Représentation plane de l'espace (1)	3	50	258
Contrôle 1er trimestre	1	....	263
Le nombre 10	3	....	265
Le nombre 11	1	....	270
L'ordinal. Les nombres de 1 à 13	1	....	273
Ecriture de nombres sous forme additive (2)	2	....	276
A Ateliers (3)	....	58	280
Comparaison de nombres écrits sous forme additive (2)	4	....	286
E Puzzle - Tangram	4	....	285
Les nombres de 1 à 15. Ajouter 1. Le suivant	5	....	305
* L'addition	....	....	314
Calcul de sommes (sommes inférieures ou égales à 15) Répertoire	3	....	318
Le nombre 18	2	....	326
Les nombres entre 15 et 18	1	....	330
A Ateliers (4)	....	77	333
Le nombre 19	1	....	336
Les nombres de 0 à 19. Comparaison	2	....	338
Le nombre 20	2	....	341
E Pavages	3	....	346
Ecritures de 20. Comparaison de nombres écrits sous forme additive (3)	2	....	351
Organisation et emploi du répertoire	3	....	356
* Numération	....	....	361
Ecriture de nombres sous la forme a+a+a+....+a+b ; b < a	3	....	365
Ecriture du type a+a+...+a+b équivalente à une écriture usuelle ou additive quelconque	3	....	371
A Atelier (5)	....	96	372
Ecriture de nombres sous la forme n @ b, b < a	2	....	381
Contrôle 2ème trimestre	1	....	388
E Pliage-découpage-géométrie sur quadrillage (1)	3	....	390
Comparaison de nombres écrits sous la forme a+a+...+a+b, b < a et/ou sous la forme n @ b	3	....	395
Numération parlée (1). Signification du zéro	4	....	400
Problèmes (1) et calcul de sommes (nombres de 2 chiffres)	4	....	405
E Frises et rosaces	3	....	412
A Atelier (6)	....	110	416
La suite des nombres (1). Ecriture usuelle	2	....	423
Numération parlée (2)	3	....	429
Problèmes (2) et calcul de sommes	3	....	433
La suite des nombres (2) écriture usuelle	2	....	437
E Pliage-découpage-géométrie sur quadrillage (2)	3	....	440
Recherche de termes inconnus d'une somme	4	....	444
Utilisation des parenthèses	2	....	452
A Atelier (7)	....	135	455
La suite des nombres. (3) Ecriture usuelle	3	....	458
La suite des nombres et l'addition	4	....	461
E Représentation plane de l'espace (2)	3	145	469
Contrôle 3ème trimestre et fin d'année	2	....	475

.../...

PRÉSENTATION DU DOCUMENT

A. *DIFFERENTES CONCEPTIONS DE L'APPRENTISSAGE DES MATHEMATIQUES.*

Cette première partie concerne d'abord une réflexion sur trois méthodes de l'apprentissage des mathématiques qui sont le plus couramment rencontrées dans les classes de l'enseignement élémentaire. Il faut noter que si dans une classe donnée, une des méthodes est plus particulièrement utilisée, elle n'en est pas cependant en général la composante unique de l'apprentissage en mathématiques.

Dans cette première partie sont développés ensuite des caractères nécessaires des situations d'apprentissage , simultanément des moyens d'analyser les situations pédagogiques sont abordés. La réflexion conduite a pour but de favoriser la compréhension de la pratique sous-jacente aux leçons décrites dans la partie B.

B. *LE PROGRAMME DU C.P.*

B_1 Anälyse de certains objectifs du programme

Une analyse de chacun des points du programme a été conduite (Document IREM de BORDEAUX : "MATH CP 77" Tome 1), mais seule l'analyse des points jugés les plus caractéristiques a été retenue dans le présent document.

Une telle analyse a pour objet en premier lieu, de préciser les attentes formulées par les textes officiels, quant aux comportements des élèves à propos des savoir-

.../...

faire à acquérir au C.P. D'autre part cette analyse indépendante de la pratique pédagogique cherche à décrire les liaisons entre les objectifs proposés.

B_2 Une suite de séquences pour la classe.

Les situations décrites sont proposées depuis plusieurs années à l'école Michelet de Talence. Les recherches en cours nécessitent les modifications de certaines situations. De nécessaires mises au point ne permettent pas actuellement une diffusion de ces modifications.

Les séquences considérées dans cette partie B_2 illustrent par leur contenu et leur enchaînement la réflexion abordée en A. Cependant les positions relatives de certaines leçons ne sont pas impératives, notamment celles des leçons relatives à l'espace.

Des points communs entre différentes classes (programme, âge des élèves, ...) permettent la reproduction aisée de certaines leçons présentées, par contre des différences : niveau génétique, structure de classe... exigent des adaptations, des suppressions. Afin de faciliter les modifications pertinentes des situations proposées, des réflexions sur des situations particulières sont proposées. Elles sont placées dans le document juste avant les séquences qui relèvent de ces situations pour la première fois.

.../...

dont il construit sa connaissance. Par exemple : l'élève est invité à employer des procédures définitives, qu'il n'a pas nécessairement intégrées dans un processus d'évolution lui faisant apparaître le bénéfice de ces procédures relativement à d'autres moins élaborées. De ce fait, il ne peut non plus se rendre compte que des procédures plus élémentaires qu'il est capable de construire peuvent lui permettre de résoudre des problèmes sans utiliser ces procédures définitives.

C'est ce type de Construction - où la structure logico-mathématique est extérieure à l'élève - qui est le plus souvent rencontré dans les manuels scolaires.

x

x x

En résumé, l'enseignement intuitif fondé sur la psychologie sensualiste empiriste (jeux de même structure de Diénès, constellations de Lay, représentations...) vise la mise en place de notions par l'impression dans l'esprit d'une suite d'images bien organisée, et ne permet qu'accidentellement la construction personnelle nécessaire à l'acquisition.

Ce type de pédagogie de plus, recherchant l'acquisition des structures, des propriétés pour elles-mêmes, indépendamment de leur utilité, de leurs avantages relatifs, ne se soucie pas de la signification que l'élève est susceptible de leur apporter et de la façon dont il réagit aux problèmes ; les nombreuses connaissances qu'il donne l'impression de faire acquérir rapidement, jointes à un sentiment de relative simplicité dans la mise en oeuvre, lui confèrent un aspect rassurant pour le maître, et contribuent à la préférence que lui accorde souvent ce dernier.

.../...

I.1.2. METHODES CENTREES SUR LES ACTIVITES DE L'ENFANT.

Par réaction contre cette conception de l'élève en tant que "table rase", que matière à informer, ou encore comme lieu de conditionnement, se définissent les "méthodes actives" ou "nouvelles", où l'enfant est considéré comme ayant ses besoins propres, ses intérêts(1), sa logique, où enseigner, c'est d'abord permettre à l'enfant de se former par lui-même.

Nous retrouvons ici des idées de Rousseau. L'élève est perçu comme étant capable, si des conditions favorables sont réunies, d'accéder lui-même à de nouveaux modèles cognitifs et de les développer selon son rythme propre(2).

Le maître est ici centré sur l'élève : il est attentif à ses besoins, utilise sa "tendance au jeu" [10], sa curiosité. Il organise le milieu scolaire de façon que l'enfant ait toujours à sa disposition un matériel lui permettant d'être actif dans le processus d'acquisition, d'apprendre en agissant : réaliser un aquarium, fabriquer un manuel sous forme de fichier... Le maître aide l'enfant à disposer du matériel éducatif, à l'utiliser, répond aux demandes d'explication ; à ce propos - tenant compte du respect du développement individuel - il donne les informations in-

.../...

(1)"L'enfant est le point de départ, le centre, le but. L'idéal c'est son développement, sa croissance. Cela seul fournit une méthode pédagogique... L'idéal n'est pas que l'enfant accumule des connaissances, mais développe ses capacités". Dewey [17]

(2)"L'enfant, bien loin de se contenter de ne connaître que ce qui serait suffisant à la satisfaction de ses besoins du moment, désire au contraire en savoir toujours davantage, questionne, expérimente, manipule, touche à tout, dépassant constamment la limite des nécessités immédiates, se haussant à chaque instant au-dessus de lui-même" Claparède [11]

dispensables ou le plus souvent renvoie à des documents jugés adéquats (fiches programmées, bandes de calcul Freinet par exemple), ou encore à d'autres manipulations.

Une telle conception reste fidèle apparemment, par certains aspects aux conceptions de la psychologie associationniste (matériel sensoriel utilisé à l'école, matériel Montessorri [21], matériel Diénès...) mais la dépasse notablement par la prise de conscience de la nécessité de faire agir l'élève (exemple : reconnaissance des diverses lettres d'un abécédaire gravé en papier émeri que l'élève manipule, emploi de "baguettes à compter", de bouliers, de puzzles, de cubes de dimensions différentes, de "formes" géométriques chez M. Montessori).

C'est à partir de la conception de la relation de l'individu avec le milieu que Dewey [16] et Claparède [11] - qui ont joué un rôle important dans la définition des méthodes actives - justifient leur solution au problème de l'acquisition des connaissances. Pour ces auteurs la pensée et la connaissance ont pour fonction de préparer et de contrôler l'action lorsque les réactions habituelles ne suffisent pas pour surmonter une difficulté. Ce sont des outils de l'action adaptatrice de l'homme : devant une difficulté, l'homme est invité à réfléchir, à mobiliser ses connaissances, il doit analyser la situations, envisager les conséquences possibles de ses actions. L'énergie nécessaire à l'observation et à la réflexion est issue du besoin que l'homme éprouve de surmonter cette difficulté ; une fois la réflexion terminée, les conclusions obtenues sont corroborées par l'action et constituent éventuellement de nouvelles connaissances. Chez le jeune enfant, l'action prédomine sur la réflexion, l'élément cognitif devient de plus en plus important dans son activité au fur et à mesure de son développement.

La connaissance, la pensée, n'ont alors de valeur

.../...

que dans un contexte d'action[1] et l'enseignement ne peut avoir pour fonction d'imposer des contenus dans l'esprit de l'enfant.

Cette conception a conduit Dewey [16] à formuler des règles didactiques précises : les situations à proposer à l'élève doivent le conduire à s'engager dans une activité, à laquelle il s'intéresse pour elle-même en raison d'un problème perçu[2]. Le but premier étant d'obtenir des suggestions de solutions : les connaissances antérieures servent à analyser la situation problématique et à construire une solution éventuellement provisoire. Cette première solution étant à vérifier par l'élève tant du point de vue de la cohérence interne que du point de vue de l'expérimentation (adaptation fonctionnelle). De sorte que la connaissance acquise répond nécessairement à un besoin, à un problème et reçoit de cette façon une signification pour l'élève. Claparède se pose aussi le problème de la communication des connaissances[3] et répond de façon fort

.../...

(1) "A quoi sert de connaître si ce n'est pour agir ou pour comprendre l'action des autres ? Une formule mathématique n'a de valeur pour nous que pour autant que nous pouvons, grâce à elle, effectuer des calculs, dont les résultats guident notre conduite, ou nous permettent de contrôler celle d'autrui... La plupart des pédagogues se comportent comme si les connaissances avaient une valeur en soi, comme s'il s'agissait de savoir pour savoir. On entasse les mots, les noms, les formules, sans se demander dans quelle mesure ce langage sera susceptible de gouverner l'action". Claparède [10] p. 212.

(2) Précisons à ce propos que pour Dewey, toute observation doit être conduite dans le but d'arriver à une conclusion et non conduite pour elle-même ; ce qui n'est pas nécessairement le cas pour toutes les pédagogies qui se prétendent actives.

(3) "Comment dois-je m'y prendre pour enseigner à cet enfant l'arithmétique, ou l'histoire, de façon que ces études aient une signification pour l'enfant, qu'elles s'incorporent suffisamment à lui, pour amplifier ses moyens d'actions, de pensée..." Claparède [10] p. 210.

semblable. La recherche de l'enfant est le point de départ de l'acquisition comme l'était l'impression d'images dans l'enseignement intuitif. Les liens entre la pensée et l'action sont clairement analysés et ce type de pédagogie ne conçoit un apport de connaissances que si l'enfant en voit la nécessité pour guider son action ou interpréter l'action des autres, en ce sens, il propose un emploi pertinent des outils mathématiques (modèles, formules, algorithmes...)

Limites de ces méthodes.

Cet enseignement cependant, ne rend pas compte de la façon dont l'élève élabore ces outils. Comment par exemple, il construit une "opération" en considérant "l'opération" inverse et la composition de cette "opération" avec d'autres comme il est nécessaire que cela soit fait pour qu'elle soit comprise (Piaget [27]): une "opération" dont le mécanisme est acquis sans compréhension, même si elle est appliquée efficacement dans certaines situations, n'offre pas la même disponibilité, la même fiabilité que celle maîtrisée par le sujet.

Claparède et Dewey n'ont pas évité cette question de l'interprétation psychologique de la construction de la connaissance (1) mais n'ont pas donné de réponse différente

.../...

(1) "L'esprit de l'enfant diffère de celui de l'adulte non seulement parce que ses intérêts sont différents, mais aussi parce que sa structure est différente... Il faudra donc traduire l'expérience de l'adulte dans des termes pouvant être saisis par l'esprit de l'enfant... L'esprit de l'enfant diffère encore de celui du maître par la façon dont il organise les connaissances nouvelles. Les expériences de l'adulte sont systématisées d'une certaine façon très adéquate qui a son idéal dans les règles de la logique. Mais la logique de l'enfant ne correspond pas tout-à-fait à celle de l'adulte ; il convient donc de traduire l'une dans l'autre..." Claparède [10] p. 223.

d'une conception de la pensée comme jeux d'associations. Or les procédés didactiques du maître restent tributaires de la façon dont il conçoit cette construction de la connaissance.

Ainsi, une incompréhension du maître à propos de la mathématisation d'une situation risque de le laisser démuni dans l'emploi d'un matériel (quand et comment l'abandonner). Par exemple, à propos du nombre et de l'addition, l'élève comptera, recomptera ses doigts, des jetons, dessinera,... le nombre est alors intuitivement lié à une unité, on parle de nombre concret et n'ayant qu'un langage, l'enfant confond nombre et collections manipulées, il ne peut alors mettre en place un modèle mathématique.

Le problème de la présentation des notions a été évoqué dans ce qui précède. Quand à l'enchaînement des notions, il nous faut noter que le langage, l'écriture mathématique ne sont pas utilisés couramment, ni familièrement dans les relations naturelles de l'enfant avec son milieu (ne serait-ce par exemple que des écritures du type $21 < 57$), de sorte qu'il est vain d'attendre de l'environnement un ensemble complet de situations permettant l'acquisition du savoir souhaité. Alors, ou bien l'acquisition se fait de manière sporadique, et finalement incomplète, ou bien les connaissances complémentaires qu'apporte le maître, ou auxquelles il renvoie l'élève à travers les documents conseillés (type enseignement programmé par exemple) restent structurés et ordonnés selon la méthode rencontrée dans l'enseignement intuitif.

La pédagogie de l'école active (Claparède, Dewey...) décrit de façon pertinente comment par tâtonnements et ajustements successifs l'adaptation conduit l'élève, des premières expériences concrètes vers la connaissance adulte. Mais en l'absence d'une théorie satisfaisante quant à la nature de la pensée, et en l'absence d'objectifs quant à la construction des notions (les deux points sont liés), cette pédagogie ne permet pas de choisir, de prévoir un ensemble de

.../...

situations favorables à la construction d'un apprentissage dans sa totalité. Tout en tenant compte de la valeur de certains principes de l'école active, nous remarquons que cette dernière reste attachée en de nombreux points à la psychologie traditionnelle, se distinguant essentiellement de la pédagogie associationniste par la recherche de situations où les contenus ont une signification dans l'actions de l'élève.

II.1.3. *METHODES CENTREES SUR LA CONSTRUCTION DE LA CONNAISSANCE PAR L'ENFANT.*

Une troisième tendance se caractérise par le souci d'obtenir de l'élève la construction de la connaissance selon une démarche qui lui est propre.

Les méthodes centrées sur la construction de la connaissance par l'enfant reposent sur une analyse et une théorie des situations didactiques (la didactique est à notre point de vue l'étude de ces situations). Ces méthodes mettent en évidence les conditions sur lesquelles le maître peut agir pour provoquer les activités et les appropriations désirées.

Le maître est alors centré sur la mise en place d'une suite de situations où l'élève peut acquérir progressivement ou par sauts de nouvelles notions à partir de connaissances antérieures et plus primitives. Il organise et choisit les situations convenables liées à un problème - posé par l'élève, ou par le maître et que l'élève a fait sien - caractéristiques de la connaissance à acquérir au moment de l'étude. Il veille par le choix des situations à ce que la recherche de la solution reste orientée dans la direction voulue. Les discussions des enfants entre eux prennent une place importante dans l'évolution, le maître intervient dans l'organisation, dans la formulation des propositions, pose éventuellement des questions. Ces dernières restent toutefois "étrangères" à une méthode "interrogative" visant à conduire

.../...

la pensée des élèves vers un but connu du maître seul. Celui-ci évite des commentaires, des appréciations susceptibles d'altérer la recherche à propos d'apport d'élèves. Il cherche ainsi à s'effacer en tant que porteur du savoir pour être plus présent en tant qu'organisateur et animateur.

Le maître est ici conduit, non à organiser essentiellement le contenu, mais à organiser l'activité du sujet à partir de ce contenu et d'analyses psychologiques, génétiques et didactiques.

Dans cette activité, le maître doit observer les modèles mobilisés par l'élève pour proposer d'autres activités pertinentes quant à l'évolution souhaitée.

Nous retrouvons des situations de recherche comme dans le cas des méthodes actives, mais chacune des situations est ici organisée en fonction des opérations à construire (opérations qui permettent l'acquisition de la notion objet de l'étude). Chacune des situations tient compte de la façon dont ces opérations se mettent en place (intériorisations d'actions) sont reliées, et se construisent à un moment donné sur celles dont dispose déjà l'élève.

Le premier exposé que nous connaissons, relatif à une théorie des situations didactiques et de leur possibilité de permettre une construction des connaissances par l'élève est celui qu'a fait G. BROUSSEAU en 1970 aux journées de l'A.P.M [4, 5] à Clermont-Ferrand.

. Dans un tel processus par exemple [6, 7], l'apprentissage des techniques opératoires se fait par mise à l'essai de procédures provisoires, relativement efficaces, successivement construites et rejetées, et non par une "mécanisation" suivie d'applications destinées à donner un sens aux mécanismes prétendument mis en place. Ainsi, au cycle préparatoire, l'élève élabore la technique de l'addition en

.../...

éprouvant des conceptions satisfaisantes mais relativement longues qu'il améliore en systématisant la mise en oeuvre des propriétés mathématiques de l'addition (associativité, commutativité) et des caractéristiques du codage utilisé (numération décimale et position), de sorte qu'en définitive la technique n'est pas apprise indépendamment du sens.

D'une façon générale, une telle conception permet à la connaissance d'être perçue par l'élève comme solution du problème dans lequel il s'est engagé. Le problème, avec ses contraintes et sa solution, fait partie intégrante de la signification de la notion [9], qui sera alors apprise dans la mesure où elle réussit sur un champ suffisant de mise en oeuvre. Cette conception peut être rejetée plus ou moins rapidement par l'élève s'il en découvre une autre qu'il reconnaît comme plus économique, plus générale, ou plus fiable.

. Les principes méthodologiques évoqués trouvent une interprétation dans l'analyse que J. PIAGET fait de la formation des notions et opérations au cours du développement de l'enfant et dans celle qu'il donne des fonctions mentales. Ainsi pour Piaget :

- Une nouvelle conduite ne surgit pas "ex abrupto", mais se trouve préparée par toute une suite de relations et de significations dues à l'activité antérieure [23]. Ainsi, avant de concevoir une partition d'un ensemble suivant deux critères (tels que couleur et forme par exemple) l'enfant réalise des partitions selon un seul critère, celles-ci étant elles-mêmes précédées de partitions où les objets sont rassemblés pour constituer des figures (fleurs, rangées d'arbres...), ces réalisations faisant à leur tour suite à des assemblages de deux ou trois pièces représentant pour l'enfant une maison (toit, façade), un avion (le fuselage, les ailes) une voiture et sa remorque...

Un problème constitue alors une conduite anticipée,

.../...

un projet d'actions à réaliser, soit par manipulations effectives d'objets, soit à l'aide de représentations, de signes ; ce projet d'action est associé à une "opération" solidaire de tout un système struct uré (1) : opération inverse, répétition de l'opération, combinaison d'opérations...

A propos de cette construction des opérations, Piaget a montré l'effet favorable de la discussion et du travail en commun (2) : au cours de la discussion, chaque élève découvre que certains de ses camarades envisageant l'objet de l'étude sous un autre angle que le sien, proposent des solutions différentes de la sienne [1]. Ces autres élèves font agir la ou les "opérations" d'une autre façon, ce qui montre d'autres relations permettant de coordonner des vues divergentes.

b) Les intéractions évoquées entre l'élève et les objet dans une situation, permettent de distinguer :

1. L'assimilation : pour résoudre un problème, l'élève investit des conduites, un certain modèle, ... puis sans changer ni ses conduites, ni son modèle, obtient un résultat désiré et assimile le modèle. Le réel est ici appréhendé à l'aide des

.../...

(1) "Chaque problème tant en ce qui concerne l'hypothèse anticipatrice de la solution que le contrôle détaillé de celle-ci, ne constitue qu'un système particulier d'opérations à effectuer au sein du groupement total correspondant" Piaget [23]

(2) "Sans l'échange de pensée et la coopération avec les autres, l'individu ne parviendrait pas à grouper ses opérations en un tout cohérent" Piaget [23]

schémas, des modèles déjà mis en place [22].

2. L'accomodation : par contre dans d'autres cas, l'élève a beau modifier les conditions de mise en oeuvre de son modèle ou de ses conduites, il ne parvient pas à résoudre le problème. Il doit alors modifier son modèle, sa conduite pour s'adapter à la situation [23].

Les reproches adressés à ce type de pédagogie, concernent :

- La difficulté de mise en oeuvre : nombre d'élèves, temps de réalisation.

- Le fait qu'à l'issue des projets de recherche, seule une partie des élèves ("toujours les mêmes") a construit la notion nouvelle tandis que les autres ne sont capables que de l'appliquer mécaniquement. Ceci est inévitable car "nous n'avons aucun moyen de provoquer directement et infailliblement une acquisition psychologique par l'enfant" ([1] p. 95) Certains élèves construisent l'opération et d'autres adoptent simplement les découvertes obtenues. A cette critique AEBLI répond : "De tous ces faits découle la nécessité absolue de faire succéder à la recherche d'une nouvelle notion ou opération, des leçons au cours desquelles l'acte intellectuel qui vient d'être introduit est repensé sous une forme encore significative et ne permettant à aucun élève de se tirer d'affaire par un procédé mécanique. En outre, cette nouvelle mise en oeuvre des opérations doit être telle qu'elle fasse craquer les cadres rigides d'une habitude qui aurait pu se former à l'insu de l'élève, épurer l'opération et la rendre mobile. Nous proposons d'appeler "exercice opératoire" cette "épuration" des opérations."

Nous complétons l'exposé de cette troisième tendance par le développement de quelques caractéristiques d'apprentissages dont certaines ont été évoquées éventuellement, et qui nous paraissent fondamentales.

.../...

L'analyse faite présente certainement des insuffisances. Une analyse systématique nécessite une théorie didactique, une telle analyse sera l'objet d'un ouvrage ultérieur.

Nous essayons dans le paragraphe suivant de donner des moyens d'analyse des tendances décrites et des caractères dont nous jugeons la présence nécessaire dans les situations didactiques. Nous suggérons par la même occasion des méthodes qui sont actuellement à l'étude.

I.2 - CARACTÈRES DES APPRENTISSAGES SCOLAIRES

I.2.1. SITUATIONS D'APPRENTISSAGE SCOLAIRE.

Les caractères que nous envisageons de dégager concernent essentiellement les situations d'apprentissage scolaire (dites aussi situations didactiques) et leur enchaînement. Il nous semble nécessaire de distinguer les situations d'apprentissage scolaire dont nous allons parler des "situations" ou "situations-problèmes" évoquées plusieurs fois dans le programme : une situation-problème n'est qu'un élément d'une situation d'apprentissage scolaire.

Une situation d'apprentissage scolaire met en présence les éléments suivants :

- les élèves
- le concept visé
- la situation-problème
- le maître.

Pour décrire une telle situation afin de l'analyser, de l'interpréter, de la reproduire, de prévoir son déroulement et ses prolongements, il est nécessaire de considérer :

- chacun des éléments et leur signification, par exemple : l'élève avec ce qu'il sait, sa façon d'agir, ses modèles d'appropriation... ; la situation-problème conçue pour permettre l'acquisition du concept, qui peut être un énoncé avec questions ou un ensemble d'objets avec un problème...
- les relations entre les éléments, par exemple : les intéractions entre l'élève et le concept où l'élève est amené, à l'aide de ses structures antérieures, à appréhender un nouveau modèle en fonction d'anciens qui se trouvent ainsi améliorés ou rejetés...

.../...

- les images que se font le maître et l'élève de chacun des éléments et des relations ci-dessus, exemples : ce qu'attend le maître de chacun des élèves, de la situation ; ce qu'espère le maître quant aux actions de l'élève sur la situation, quant aux acquisitions de l'élève à propos du concept visé...

I.2.2. CARACTERES NECESSAIRES DES SITUATIONS D'APPRENTISSAGE SCOLAIRE :

A notre point de vue, les situations didactiques doivent présenter les trois caractères suivants :

a) les situations proposées doivent permettre de modifier l'état de connaissance de l'élève, elles doivent donc lui donner l'occasion :

- d'engager des connaissances antérieures, de les soumettre à révision
- de les modifier, de les compléter
- éventuellement de les rejeter pour construire des conceptions nouvelles pouvant être éprouvées par application à la situation et/ou par le raisonnement pour en définitive conduire à une conception correcte.

b) les situations doivent provoquer un désir d'investissement de l'élève, ce qui nécessite pour l'élève, à propos des situations :

- la possibilité d'engager des connaissances antérieures
- la perception d'une difficulté qu'il a envie de surmonter, la possibilité de faire des anticipations, des projets
- la présence d'un champ adapté à ses possibilités d'investigations (ni trop étroit, ni trop large).

c) les situations doivent permettre une évolution des interactions élève-situation :

- l'élève doit pouvoir établir des échanges constant avec la situation qui fait problème pour lui, la situation-problème doit être modifiée de façon compréhensible par les

.../...

tentatives qui ne conviennent pas. C'est-à-dire que l'élève doit pouvoir mesurer l'écart entre la prévision et l'échec et ceci sans nécessiter l'interprétation du maître pour l'inviter à d'autres tentatives.

- l'élève doit pouvoir éprouver toutes ses ressources et répéter son action s'il le juge indispensable.
- la motivation doit naître de l'investissement de l'élève et s'entretenir par un jeu de sanctions dépendant uniquement de la situation et non de sanctions arbitraires provenant de finalités du maître.

Ainsi, les relations que l'enfant découvre, le projet qu'il manifeste, les actions qu'il entreprend ne sont pas nécessairement ceux que le maître a prévus. Ce qui demeure important dans cette situation, ce n'est donc pas seulement la structure mathématique que le maître perçoit mais les connaissances mathématiques, les intentions et les actions de l'enfant. Ainsi, ces situations ne sont pas l'occasion de simples interactions de hasard, mais de véritables dialogues :

- Entre l'élève et la situation : les prévisions de l'enfant guidées par sa connaissance au moment de l'action, sont confirmées par les réponses de la situation [9].
- Entre l'élève et les autres élèves lors des discussions, des échanges.

La connaissance se met alors en place en s'opposant à une autre sur laquelle elle s'appuie pour la compléter ou pour la remplacer. Ainsi, l'activité de l'enfant guidée par les résultats qu'il prévoit donne aux interactions un caractère dialectique [9]

- dialectique de la connaissance et de l'action
- dialectique de l'abstrait et du concret
- dialectique du moi et des autres
- dialectique de l'a priori et l'a posteriori

....

Dans les activités possibles de l'élève, nous pou-

.../...

vons alors en distinguer trois types, correspondant aux actes de l'enfant, à ses dires, à ses justifications. Ces trois types sont liés à trois types de dialectiques, susceptibles de correspondre à des situations didactiques différentes. Nous précisons ci-dessous ces trois types d'activités que G. BROUSSEAU a décrites dans le processus de mathématisation [4] et qui depuis 1970 ont conduit à de nombreuses études à tous les niveaux de l'enseignement élémentaire.

A. *Les activités relevant de l'action.*

. Au cours de ses échanges successifs d'informations et d'actions avec la situation, l'élève modifie son idée première de la situation, cette modification lui permet d'évoluer. A propos de l'élève, nous appelons modèle implicite d'une situation, cette "idée" que le sujet se donne pour guider son action ; de façon plus précise, c'est l'ensemble des associations qu'il a faites entre ses actions réalisées ou possibles sur la situation et les résultats correspondants. Le critère pour un observateur de l'obtention du modèle implicite correct par l'élève, est l'adéquation des décisions au problème sans que nécessairement, soit explicitée la justification de ces décisions.

Le caractère dialectique se traduit dans cette adaptation de l'individu, par le passage de modèle implicite à d'autres plus efficaces, plus fiables dans un processus d'essais et d'erreurs : on observe [4], qu'au cours d'actions réussies, les modèles s'appauvrissent à chaque coup, il y a abstraction par une sorte de principe d'économie du modèle ; au contraire au cours d'actions qui échouent, l'individu tend à enrichir le modèle, à le rendre capable d'exprimer une plus grande quantité d'informations jusqu'à ce qu'il soit contraint de l'abandonner.

Ainsi, l'écart entre les prévisions et les résultats conduit à apporter des modifications dans l'emploi d'un modèle (assimilation de Piaget dont nous avons parlé plus

.../...

haut) ou dans le modèle lui-même (accomodation de Piaget). Nous voyons que cette extension ou cette construction de modèle justifie cette nécessité à propos de la situation proposée, pour l'élève d'avoir :

- un modèle initial,
- un projet et des prévisions,
- la possibilité de comparer ses résultats aux prévisions,
- la possibilité de faire des expériences, d'en répéter,
- des raisons affectives ou psychologiques favorables à entreprendre une action.

. Au lieu de recourir à des actions effectives sur la situation, l'élève peut fournir dans un langage non ambigu, une description d'une suite d'actions satisfaisant à un projet et la justification de cette suite. Nous appelons modèle explicite, ce langage que l'élève utilise pour décrire et justifier ses prévisions ; de façon plus précise concernant une situation, un modèle explicite est un langage tel :

1. Qu'il y ait correspondance entre objets de la situation et éléments du langage.
2. Qu'il y ait correspondance entre relations dans la situation et relations dans le langage.
3. Qu'il y ait correspondance entre conséquences des relations dans la situation et conséquences des relations dans le langage (ce qui permet les prévisions). Certaines conséquences de relations dans le langage peuvent ne pas avoir de signification dans la situation, par ailleurs certaines conséquences des relations dans la situation peuvent ne pas avoir de correspondances dans le langage, ou pas celles que le langage prévoit, dans ce dernier cas, le modèle doit être modifié ou rejeté.

Exemple : Soit l'activité suivante :

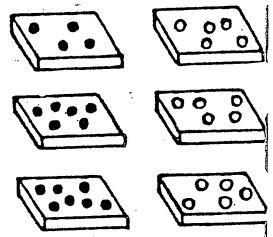
Matériel : trois boîtes contenant respectivement quatre,

.../...

six, sept jetons rouges, trois boîtes contenant chacune cinq jetons bleus.

Consigne : ".Ne mélange pas les jetons
.En enlevant des jetons d'une seule boîte, arrange-toi pour qu'il y ait autant de jetons rouges que de bleus"

L'élève peut être capable de conduire l'activité par exemple :



(1) En s'appuyant sur un modèle implicite sans aucune formulation, exemple : il met les boîtes contenant respectivement quatre et six jetons rouges en face de deux boîtes contenant chacune cinq bleus, compare les collections des boîtes restantes et retire deux jetons rouges de la boîte qui en contient sept.

(2) En s'appuyant sur un modèle implicite accompagné de formulations, exemple : "dans ces deux là, c'est pareil que dans ces deux là ; il suffit de retirer deux rouges", "il y a deux rouges en trop"... cet enfant pourrait communiquer à une autre personne les informations pour réaliser l'activité demandée.

(3) En utilisant les nombres, sans toucher aux boîtes et après avoir regardé leur contenu, l'enfant déclare : "ici quatre et six, c'est pareil que là cinq et cinq, parce que si on prend un de six et si on le met avec quatre, c'est comme cinq et cinq. Alors, il faut retirer deux rouges parce que sept, c'est pareil que cinq et deux". Dans ce dernier cas, l'enfant possède un langage imprécis, mais il lui permet de parler de la situation :

a - aux ensembles il associe quatre, six, sept, cinq...
b - à la réunion disjointe d'ensembles, il associe "et" ("quatre et six")
- à l'équipotence d'ensembles, il associe : "c'est pareil," c'est comme",...

.../...

L'élève établit implicitement une correspondance entre les objets, les relations et les situations et les éléments et relations du langage. De plus, à l'aide de ce langage, il peut réaliser des prédictions valables.

Les modèles mathématiques constituent des modèles explicites exprimés dans un langage particulier satisfaisant à des contraintes d'emploi et de communication.

Pour qu'apparaisse un modèle explicite, il ne suffit pas que le sujet placé devant une situation ait l'envie ou la possibilité de la modifier mais il faut :

- qu'il en exprime une description dans un langage conventionnel dont il connaît ou crée les règles.
- et qu'il puisse utiliser cette description pour conduire des prédictions valables, des explications.

Pour que cette description joue le rôle de modèle explicite, il est alors nécessaire qu'elle ne soit pas une réponse gratuite mais que les messages jouent un rôle dans l'activité de l'élève et soient soumis à un contrôle en retour("feed-back") avec remise en question en cas d'échec.

Les deux types d'activité qui suivent concernent l'explicitation des modèles.

B. *Les activités relevant de la formulation*

. L'élève est amené à formuler et à donner une signification aux formulations, si à propos d'une situation problématique, il prend conscience par exemple :

- que d'autres sujets (élèves, maîtres) sont susceptibles de lui fournir les informations qui lui manquent (pour monter un puzzle, construire un polyèdre lorsqu'il possède les pièces convenables...).
- qu'il peut fournir des informations à un autre sujet dans le but que ce dernier agisse sur une situation

.../...

(dans un jeu, par exemple, il veut communiquer une stratégie à un partenaire au tableau).

- qu'il peut proposer des informations dans le but de les faire éprouver par les autres (solutions d'un problème).
- qu'il peut pour favoriser son exploration de la situation, enregistrer des informations (communication à lui-même, exemple : recherche de tous les champignons que l'on peut construire, les pieds et les têtes étant de couleurs déterminées).
- .....

L'élève alors :

- ou construit un langage, il choisit un répertoire de signes et une syntaxe (règles de construction de messages à l'aide de signes, la juxtaposition par exemple)
- ou utilise un langage déjà mis en place.

Il améliore éventuellement chacun de ces langages, progressivement afin de satisfaire les contraintes de la communication :

- absence d'ambiguïté
- absence de redondace
- rapidité de réalisation
- longueur des messages (qui peut s'apprécier aisément dans le cas des messages écrits).

Nous percevons comment les contraintes d'économie, la finalité des messages font apparaître une dialectique entre les élèves et leur formulation : réduction, extension des messages,... provoquant le passage de formultaions à d'autres plus efficaces, mais ne relevant pas encore nécessairement pour l'élève d'un modèle explicite (la validation se faisant au niveau de l'action).

. Situations didactiques de la formulation

En tenant compte de règles à imposer à la communication (message écrit, pas de dessin, message le plus court

.../...

possible, d'une seule couleur...), des situations d'échanges de messages entre élèves émetteurs et élèves récepteurs peuvent être organisées afin de faire apparaître des messages judicieux, voisins de messages mathématiques attendus. Pour qu'une dialectique se réalise, il est alors nécessaire :

1. Que les deux types d'interlocuteurs - récepteurs, émetteurs - puissent obtenir l'un de l'autre

- soit les informations qui manquent et que les autres possèdent, et des modifications de l'information donnée, si nécessaire,
- soit l'exploitation des informations fournies et la possibilité de les modifier si nécessaire.

2. Que les élèves puissent juger de la valeur des messages indépendamment des appréciations du maître, ceci exige que les messages jouent un rôle dans l'activité (ne soient pas gratuits) par exemple(partie B2):

a) Dans la mise en place des nombres et de désignations telles que 8 + 7 + 4 + 11 + 8 + 11, à partir de la connaissance des nombres 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 11 et l'opération de partition d'un ensemble, des élèves sont invités à communiquer par écrit le nombre d'objets dessinés sur une feuille (une soixantaine) à d'autres élèves pour que ces derniers constituent une collection équipotente, les productions efficaces des élèves ne comportent pas de signes +, mais des formes telles que 8, 7, 4, 11, 8, 11 équivalentes à l'écriture souhaitée 8 + 7 + 4 + 11 + 8 + 11, cette dernière a alors une signification et peut être proposée par le maître.

b) De la même façon, dans l'étude du repérage sur quadrillage, des élèves peuvent être invités à communiquer à leurs camarades les renseignements pertinents concernant certaines positions d'objets, certains déplacements... afin que d'autres élèves à l'aide d'un matériel adapté élabore les réalisations de même type qu'ils compareront ensuite à la réalisation initiale.

.../...

c) Désignation d'objets

.....

De nombreuses situations moins spécialement organisées que les précédentes sont l'occasion elles aussi d'un affinement du langage : mise en commun de résultats individuels, travaux de groupes..., les rôles des émetteurs et des récepteurs dans ces cas alternent constamment et l'action peut être purement intellectuelle, par exemple : l'information consiste en une description d'un procédé pour partager par pliage une feuille de papier rectangulaire en huit parties superposables, et l'action en la réalisation imaginée de ce procédé.

. A la différence des situation quasi-programmées de la communication maître-élève traditionnelles, les situations de communications évoquées ici, sont globales, "concrètes" et l'occasion pour l'élève [4] :

- non d'exploiter un répertoire de schémas logiques imposés, mais de mettre en place un langage dans le respect de ses possibilités de construction, et d'amélioration de systèmes d'expression
- de réaliser des messages, qui au lieu d'être sanctionnés par le maître, en vertu de finalités qui lui échappent (formulation seule), sont stimulés et contrôlés de façon naturelle par les conditions de la situation.

. Les activités de formulation considérées sont susceptibles de conduire à la création de modèles mathématiques explicites (par exemple, dans le cas de la création d'un système de repérage, si les élèves explicitent les conventions d'écriture), mais en général, peu d'informations sont échangées sur le langage utilisé, notamment dans le cas de l'emploi d'un répertoire et d'une syntaxe connus (langage oral, diagramme, écriture formelle...).

Les validations des formulations construites demeurent empiriques (reposent sur l'action), à ce niveau le langage sert à émettre et à recevoir des informations, mais n'est pas encore utilisé en tant que modèle explicite,

.../...

exemple : l'enfant affirme 4 + 6 + 7 > 5 + 5 + 5 en revenant aux collections. Il s'agit donc maintenant de substituer l'étude des messages à celle de la situation et d'obtenir des validations à l'aide du langage même, exemple : l'enfant affirme 4 + 6 + 7 > 5 + 5 + 5 car 4 + 6 = 5 + 5 et 7 > 5 ou quelque chose d'approchant. Le paragraphe suivant traite de cette validation explicite.

C. *Les activités relevant de la validation*

Nécessité de la validation.

Faire des mathématiques ne consiste pas seulement à propos d'une situation, à obtenir des résultats prévus ou demandés (résoudre un problème), relevant de modèles en cours d'étude, ni à émettre et recevoir des messages mathématiques en les comprenant, mais c'est aussi et surtout être capable de soutenir une affirmation avancée, d'en donner une démonstration :

"23 + 14 + 17 = 54 car (ou parce que)..."

Ceci exige une attitude de preuve où l'élève distingue - au moins implicitement - une conviction construite, démontrée, d'une adhésion à des idées relevant par exemple :

- de l'autorité du maître
- de la conformité à des usages, à des règles
- du partage d'opinions avec les autres
- .....

Cette attitude du "pourquoi", du "comment" n'est pas innée et si elle prend son origine dans les activités sur les situations matérielles, elle nous semble pourtant, pour être intériorisée, devoir passer par des décentrations, et ainsi ne pouvoir se développer qu'à partir de <u>situations favorables</u>, où l'élève se sent obligé de convaincre. En ce sens faire des mathématiques est une activité sociale, et

.../...

non seulement individuelle [4'].

Dans de telles situations, le but n'est plus d'obtenir un résultat sur une situation matérielle, mais d'exposer des raisons pour emporter la conviction de l'autre, ou au contraire à en accepter pour changer d'avis, et les raisons sont explicitées, élucidées, discutées, éprouvées, partagées de sorte qu'elles évitent tout caractère dégradant.

Nous percevons là aussi comment la finalité des activités (prouver) fait apparaître une dialectique (dialectique d'action particulière) entre les élèves et leur validation : les élèves construisent, rejettent, améliorent différents moyens de convaincre : autorité, moyens personnels d'expression et de persuasion (rhétorique), moyens fondés sur l'action ou employant un modèle explicite qu'ils affinent respectivement pour des raisons d'économie (en temps, en manipulations), et d'efficacité. Pour ces mêmes raisons, la rhétorique, l'autorité vont s'effacer devant les preuves, puis à leur tour progressivement, ces dernières vont dépasser les procédés empiriques pour être produites à l'aide du langage mis en place qui va lui-même subir des fluctuations et s'affiner.

. <u>La validation explicite</u>.

Donnons un exemple de ce qui précède, où les preuves encore pragmatiques pour certains élèves, conduisent à construire un système de référence qui se complexifie pour se simplifier ensuite[5, 15, B2] :

1. La définition de l'addition ayant permis d'écrire des nombres nouveaux de plusieurs façons, il a fallu indiquer cela par des égalités. Les égalités découvertes par les enfants ont été affichées au fur et à mesure de leur construction, elles constituent un répertoire et peuvent être utilisées pour comparer des sommes ou établir de nouvelles égalités. Par

.../...

exemple : il est proposé aux élèves de rechercher le plus grand nombre d'égalités vraies. Aux premières preuves consistant à prendre des objets (ou à dessiner) et à compter, certains élèves substituent des procédés fournissant une nouvelle égalité à partir d'autres égalités déjà obtenues ; ainsi par exemple, à partir de 3 + 8 = 11, ils proposent 3 + 8 + 4 = 11 + 4, directement, "c'est pareil, on ajoute le même nombre de chaque côté", ou encore à partir de 8 + 9 + 5 = 5 + 11 + 6, ils affirment 8 + 9 = 11 + 6, "c'est la même chose, on a retiré 5 de chaque côté".

2. Devant l'abondance des égalités obtenues et dans le but d'une exploitation rapide, la classe est amenée :

- à n'en écrire que quelques unes, les autres pouvant en être déduites.
- à classer celles que l'on garde de façon à les retrouver rapidement
- à adjoindre éventuellement d'autres égalités fondamentales selon les besoins.

. Les échanges nécessaires comme nous l'avons vu, à l'obtention de cette attitude de preuve, permettent simultanément aux élèves et en liaison avec cette attitude

- de percevoir les mathématiques en tant que moyen de prouver
- de mettre en place le raisonnement, le modèle mental de la déduction logique, qui n'est pas explicité, mais qui est constamment utilisé, exemple : lorsque devant comparer 23 + 37 et 28 + 19, l'enfant affirme : "23 > 19, 37 > 28, 23 + 37 > 28 + 19" en réalité, il veut dire : "Si (23 > 19 et 37 > 28) alors 23 + 37 > 28 + 19". Il utilise implicitement et correctement les symboles logiques "et", "si alors", car si on lui dit qu'il y a une faute, il vérifiera "23 > 19 et 37 > 28", ce qui signifie qu'il a perçu : "Si (23 + 37 > 28 + 19 est faux) alors (23 > 19 est faux) ou (37 > 28 est faux)] [8].

.../...

Les symboles logiques traduits dans le langage courant par "et", "avec", "ou", "car", "donc", "alors", "et puis", "par conséquent", "pour", "puisque"... font rarement l'objet de l'écriture au C.P, pourtant ils sont présents dans l'articulation du raisonnement.

- d'expliciter la théorie mathématique étudiée, ici au C.P : l'ensemble des naturels muni de l'ordre et de l'addition ($\mathbb{N}, \geqslant, +$). Dans l'exemple précédent, les enfants établissent le début du répertoire optimal d'égalités, et les règles de construction d'autres égalités, c'est un début d'explicitation de la théorie des naturels. D'une façon générale, l'élève peut être amené à exploiter un modèle explicite et à donner une signification à cette exploitation : il doit disposer du langage et la situation doit être suffisamment contraignante pour qu'il soit obligé de donner des preuves. Par exemple :
- il ne peut mettre en oeuvre un modèle implicite (complexité de la situation due au nombre d'objets rendant toute manipulation fastidieuse, situation inaccessible, matériel indisponible comme dans le cas du calcul mental...).
- ou il désire améliorer le temps de réalisation de son projet ("trouver le plus vite possible...").
- ou la situation relève d'un jeu de stratégie, et il doit imaginer la démarche de l'adversaire ou encore expliciter une stratégie pour la communiquer à un coéquipier qui doit jouer, exemple : "qui dira treize" ([4'],[14] p. 356 et partie B2).
- ou....

Mais pour tirer profit de toutes les possibilités de prévisions du langage, pour mettre en place le modèle explicite, il est nécessaire que soient exprimées, validées les règles utilisées.

. <u>Situations didactiques de la validation.</u>

En fonction des modèles implicites et des formulations des élèves, des situations didactiques peuvent être

.../...

organisées en vue de faire apparaître des validations attendues ; elles se situent à l'issue de recherches de solutions dans des problèmes tels que ceux évoqués ci-dessus, en invitant par exemple les élèves ou groupes d'élèves d'une part, à proposer leurs résultats tandis que les autres doivent veiller à l'exactitude des justifications avancées. Il ne s'agit plus pour les élèves d'émettre des informations à l'intention des récepteurs, mais de proposer des assertions à d'autres personnes (les opposants) susceptibles de les accepter ou de les réfuter.

Pour qu'une dialectique se réalise, il est alors nécessaire :

1. Que proposant et opposant soient dans des positions équivalentes au point de vue des informations qu'ils détiennent et de leur possibilité d'intervention réciproque : apports de preuves, réfutations [4'], et qu'ils trouvent effectivement un intérêt à jouer leur rôle. Et si le maître doit prendre en considération les tentatives des élèves, les encourager dans leur construction, il doit par contre s'effacer en tant que détenteur de connaissances.

2. Que l'efficacité des preuves soit préservée, ce qui nécessite :

- que soit favorisée l'attitude réflexive, donc que les raisons exprimées soient éclaircies, critiquées, soumises à des vérifactions, donc qu'elles soient de préférence écrites
- que les raisons avancées puissent être confrontées à d'autres raisons, écrites elles aussi.
- que les discussions restent en rapport avec la situation qui donne un sens au discours des élèves.

3. Que l'élève ait de la relation pédagogique, une image qui lui permette effectivement d'établir lui-même sa conviction mathématique, c'est-à-dire qui lui permette :

- d'exiger des explications qu'il peut comprendre, accepter, refuser, réfuter.

.../...

- d'en proposer, afin de les éprouver (il a donc "droit de commettre des erreurs") sans qu'interviennent dans les jugements d'autres considérations que celles relevant des mathématiques (autorité, sympathie,...)
- de distinguer les apports éventuels du maître (apports concernant les conventions : formulations, types d'écritures, présentation,...) des validations qu'il doit construire seul.

Ceci exige que l'élève sache vivre selon ce type de relation pédagogique, ce dernier doit donc présenter un caractère naturel de familiarité.

* * *
* *
*

Les trois types de dialectiques décrits peuvent apparaître lors d'une même activité (par exemple : les élèves doivent chercher toutes les tours différentes que l'on peut fabriquer avec trois cubes : rouge, bleu, jaune, deux couleurs ne pouvant se répéter), ne se suivent pas nécessairement et ne sont pas indépendants ; exemples :

1. La formulation est souvent favorisée par un modèle implicite convenable (l'élève formule mieux les problèmes, les solutions concernant une situation sur laquelle il a agi avec succès), cependant des actions trop familières à l'aide de certains matériels (boulier pour calculer, par exemple) rendent les explications inutiles.

2. L'action, la formulation fournissent chacune des validations qui ne sont pas indépendantes : la validation implicite motive, guide une validation explicite, inversement une preuve dans le modèle explicite peut inciter à la recherche de la preuve correspondante dans l'action, non nécessairement dans le but de vérifier, mais pour permettre par exemple d'envisager au niveau de l'action des prévisions, des possibilités qui n'apparaissent pas dans le modèle.

.../...

Les interactions non indépendantes ont chacune leur propre évolution, mais la dialectique générale qui correspond à l'évolution de l'ensemble (et qui peut être considérée comme une dialectique d'action plus générale) dépend des liaisons entre ces interactions.

I.2.3. ENCHAINEMENT DES SITUATIONS DIDACTIQUES

A. *Manifestation des obstacles dans l'acquisition des concepts.*

L'intérêt d'un problème dépend :

1. De la connaissance qu'il fait apparaître comme solution optimale, solution que l'enfant construit à partir des connaissances antérieures comme il a été montré.

2. Des chances qu'il a de permettre à l'élève de passer de connaissances antérieures plus primitives à cette nouvelle connaissance.

Entrent donc en considération, en particulier, le modèle que l'élève engage, l'importance pour lui des rejets auxquels il est conduit concernant ce modèle, ce dernier étant susceptible d'avoir acquis une valeur par l'ensemble des situations antérieures où il a été efficace. Un modèle qui réussit trop longtemps, prend une signification qui rend difficile sa modification ou son rejet (exemple : l'élève qui a été entraîné abondamment à réaliser des correspondances terme à terme, persiste à mobiliser ce procédé alors qu'il est perçu comme inefficace dans des situations où il s'agit de comparer des collections d'une cinquantaine d'objets dessinés de façon très dense). Un modèle acquis est donc un point d'appui contribuant à donner un sens à la nouvelle acquisition (il montre l'économie de cette nouvelle acquisition), mais aussi un obstacle à cette acquisition [9].

.../...

Les obstacles vont conduire les élèves en difficulté à ne pas répondre ou à produire des erreurs (1) : erreurs dues à l'influence du modèle ancien, objet d'un apprentissage effectif en classe (exemple ci-dessus de la correspondance terme à terme) mais aussi erreurs dues à un même modèle "erroné" acquis éventuellement dans une situation pédagogique, mais en dehord d'objectifs visés par l'éducateur et qui s'est révélé être une "connaissance intéressante", exemples :

1. L'élève persistera a penser malgré ses réussites antérieures dans des exercices de correspondance terme à terme qu'une collection de cubes à plus d'éléments qu'une collection de jetons parce que "le tas de cubes est plus gros que celui de jetons".

2. L'élève affirmera et prouvera correctement :

$7 + 8 + 5 > 8 + 3 + 7$ "car 5 est supérieur à 3"

Mais sera convaincu que :

$3 + 2 + 4 + 2 + 5 > 8 + 9$ "car de ce côté (au premier membre), c'est le plus long".

.../...

(1) A propos des travaux conduits à l'I.R.E.M de BORDEAUX sous la responsabilité de G. BROUSSEAU, celui-ci écrit [9] : "ces travaux conformes aux conceptions de Bachelard [3] et de Piaget [25] montrent que l'erreur et l'échec n'ont pas le rôle simplifié qu'on veut parfois leur faire jouer. L'erreur n'est pas seulement à l'effet de l'ignorance, de l'incertitude, du hasard que l'on croit dans les théories empiristes ou behavioristes de l'apprentissage, mais l'effet d'une connaissance antérieure, qui avait son intérêt, ses succès, mais qui maintenant se révèle fausse ou simplement inadaptée. Les erreurs de ce type ne sont pas erratiques et imprévisibles, elles sont constituées en obstacles. Aussi bien dans le fonctionnement du maître que dans celui de l'élève, l'erreur est constitutive du sens de la connaissance acquise".

Ainsi, les erreurs ne sont pas dues nécessairement à ce que l'enfant ignore, comme il est souvent supposé, mais précisément à ce qu'il sait.

"Ces erreurs chez un même sujet, sont liées entre elles par une source commune, une manière de connaître, une conception caractéristique, cohérente, sinon correcte, ancienne et qui a réussi dans tout un domaine d'action. Ces erreurs ne sont pas nécessairement explicitables. Il arrive qu'elles ne disparaissent pas radicalement d'un seul coup, qu'elles résistent, qu'elles persistent, puis resurgissent, se manifestent longtemps après que le sujet ait rejeté de son modèle cognitif conscient le modèle défectueux" (G. BROUSSEAU [9]).

Dans le cas où l'on admet que toute erreur de l'élève est révélatrice d'un obstacle, il ne paraît pas possible d'incriminer uniquement les types d'obstacles évoqués ci-dessus, exemples :

- difficulté intrinsèque de la connaissance pour l'élève. On peut considérer que le "saut","le pas" à effectuer entre les deux types de connaissances est trop important.

- obstacles de nature subjective : l'élève appréhende la réalité avec un certain modèle complexe, dans lequel interviennent aussi bien les données objectives de la situation que les données subjectives :

. les raisons qu'il a de s'intéresser à ce travail
. l'image des attentes du maître
. les frustrations antérieures
. ...

- emploi de formules, de mécanismes opératoires imcompris, (Aebli [1] p.51). Une telle utilisation renvoie à d'autres obstacles, l'enfant peut être amené à utiliser des recettes, car par exemple :

. elles lui offrent une sécurité dans le cas où toute erreur est considérée comme une faute (le maître

.../...

ridiculise celui qui s'est trompé par exemple), même si le maître a comme projet explicite d'utiliser les erreurs de ses élèves pour améliorer son enseignement [28]

. elles lui permettent de se tirer d'affaire par le moindre effort, "l'élève adopte simplement l'opération lorsque les autres l'ont trouvée et l'applique mécaniquement en croyant qu'il satisfera le maître" ([1] p. 95)

B. *La correction des erreurs*

Un des caractères de l'enseignement intuitif est d'éviter de montrer les erreurs (la théorie de l'empreinte). L'erreur considérée éventuellement comme conséquence d'une ignorance du sujet n'a pas de fonction dans l'apprentissage, hormis celle d'un indice d'échec. Si le nombre d'erreurs est trop important, le maître reprend son enseignement en pensant que la répétition permet l'apprentissage.

Sans pouvoir définir convenablement l'attitude générale du maître face aux erreurs(1), nous pensons essentiel dans le processus de construction où nous nous plaçons de :

. pouvoir repérer l'obstacle relatif à l'erreur de l'élève
. permettre à l'élève de surmonter lui-même ses

.../...

(1) A ce sujet, Aebli écrit ([1] p.101) : "les réactions fausses auxquelles peut donner lieu la solution d'un certain problème, doivent être étudiées soigneusement dans la classe, pour que les élèves comprennent les raisons qui font qu'un certain procédé n'est pas correct et saisissent exactement les différences et les rapports entre la réaction correcte et l'erreur. Par exemple, lors de l'introduction des opérations écrites, on aura toujours grand avantage à examiner avec les élèves les erreurs qui peuvent se glisser dans l'exécution de ces opérations. De cette manière, les élèves font beaucoup moins d'erreurs, et de plus, prennent mieux conscience de la réaction (réponse) correcte".

erreurs en passant d'un modèle inadéquat à un modèle efficace.

Dans [30] M.H SALIN évoque l'influence de la complexité d'une stratégie et du nombre d'erreurs dans l'emploi de celle-ci sur les modifications de cette stratégie, et si dans certains cas, les analyses montrent qu'une découverte par les élèves de leurs erreurs n'est pas décisive pour l'amélioration de leur apprentissage, dans d'autres cas par contre une tendance se dégage révélant que les élèves qui échouent en employant une certaine stratégie, en changent plus facilement que ceux qui réussissent. Le type de situations que nous évoquons est conçu pour favoriser la prise de conscience de l'existence d'erreurs (confrontations permettant de mettre en évidence les accords, les contradictions avec la situation elle-même, avec d'autres résultats). Certaines des situations permettent à l'élève de voir où est son erreur et comment la corriger, c'est le cas par exemple du jeu de Kim, [5] : une collection E de canards, lions, écureuils,... (cartons, jouets en plastique...) est disposée sur une table (entre 5 et 10 objets de chaque espèce) ; sur une autre table sont disposés des objets de même espèce, mais en plus grande quantité ; sur la première table, un enfant constitue une collection A avec des éléments de E, un second enfant vient observer cet ensemble pendant un court instant, puis va à la seconde table constituer une collection A' où il y aura "les mêmes choses et en même nombre" qu'en A ; une confrontation permet de relever les erreurs et d'inciter l'élève à améliorer son procédé : regroupement des objets en classes. Mais beaucoup d'autres situations n'offrent pas cet avantage, de sorte que les maîtres doivent souvent recourir à une correction type "correction traditionnelle" (par exemple : comparer un calcul efficace à un autre faux) pour s'assurer que les élèves ont reconnu leurs erreurs, et cela ne permet pas de connaître les procédés défectueux utilisés par l'élève et leur origine.

.../...

Nous pensons avec Aebli qu'une façon d'éviter des erreurs dans l'emploi d'une notion est de permettre à l'élève de coordonner cette notion avec les autres, l'amenant ainsi à considérer une structure générale et non un procédé. Exemple : comprendre qu'une collection B a plus d'éléments qu'une collection C, c'est comprendre simultanément que C a moins d'éléments que B, que C a autant d'éléments qu'une partie propre de B, et que si C a plus d'éléments que D, alors B a plus d'éléments que D... Les procédés mis en place en l'absence de telles coordinations ne sont efficaces que dans la mesure où les conditions artificielles des problèmes scolaires sont remplies, par exemple : les nombres à déterminer doivent être invariablement indiqués par la même expression pour que l'enfant exécute l'opération convenable ("combien reste-t-il ?" "combien y-a-t-il en tout ?"... De plus ces conduites stéréotypées et rigides sont tributaires des modes d'expression et de représentation conventionnels (l'élève est capable de compléter 8 + 9 + 11 = ., mais non 8 + . = 7 + 4, ...). Alors que les habitudes sont isolées les unes des autres, les notions disponibles sont associées à un système de conduites coordonnées les unes aux autres, en particulier :

- alors qu'"inverser une habitude"(écrire à l'envers, ou de droite à gauche, etc...) consiste à acquérir une nouvelle habitude, une "opération inverse" de l'intelligence est psychologiquement comprise en même temps que "l'opération directe (a > b est compris en même temps que b < a)".

- une même opération peut être utilisée plusieurs fois pour obtenir des structures plus complexes, exemples :

a - a > b et b > c donc a > c

b - un classement, un rangement peuvent être obtenus par une succession de plusieurs classements, de plusieurs rangements.

.....

Ceci permet de comprendre en particulier qu'une opération faisant partie d'un système de conduites coordonnées peut

.../...

être retrouvée, tandis qu'une habitude isolée a besoin pour être retenue, de répétitions régulières.

* * * *
* * *
*

Dans le cas où une origine d'erreurs, c'est-à-dire, un obstacle est repéré, des situations pédagogiques peuvent, comme nous l'avons évoqué, être organisées. Ce point s'insère dans ce qui suit.

C. *Les franchissements des obstacles. Les étapes. Les liaisons.*

Nous voyons en définitive comment cette tendance pédagogique que nous avons caractérisée par "le souci d'obtenir de l'élève la construction de la connaissance selon une démarche qui lui est propre" se précise à l'issue de cette étude - Résumons deux points caractéristiques fondamentaux, il s'agit :

1. De proposer à l'élève un ensemble de situations susceptibles de le faire évoluer en lui permettant de construire une connaissance nouvelle sur la connaissance antérieure qu'elle remplace et à laquelle elle s'oppose.

2. De permettre à l'élève d'acquérir un modèle de la situation pédagogique et de la vivre, en accord avec cette construction qui lui est demandée.

A propos du premier point :

1. Pour une notion donnée, il s'agit de considérer un nombre suffisant de situations "inassimilables" par l'ancienne conception destiné :

- à la déstabiliser, à nécessiter son extension ou son rejet et dans ce cas, la construction de la nouvelle conception. A ce sujet, il ne paraît pas indispensable que chaque enfant ait préalablement atteint à propos de chaque notion

.../...

un niveau nettement défini, pour qu'une situation significative lui soit présentée, (exemple : il n'est pas indispensable que tous les enfants réussissent des activités pré-numériques, pour aborder celles concernant le numérique). Cette nouvelle situation permet à l'enfant d'accroître son champ d'activité et ainsi de mieux dominer les différents aspects de la notion dans une compréhension plus globale

- à donner une signification à cette nouvelle conception, à la rendre "intéressante" par l'ensemble des situations où elle apparaît comme solution optimale, et à oublier l'ancienne (exemple : l'addition permet de réaliser des prévisions concernant des problèmes de pesées, de scores, de chemins à parcourir,...)

- à acquérir une technique éventuelle,

- à étudier les différents aspects de la notion, exemple : l'addition est étudiée en liaison avec la soustraction, l'addition réitérée,

- à permettre à la notion de s'articuler avec les notions voisines. exemple : l'addition est étudiée en liaison avec la comparaison des nombres, la numération,...

2. A propos de l'enchaînement des notions, il faut considérer des situations successives présentant un "écart", un "saut" suffisant pour rendre la connaissance antérieure inadaptée. Exemple : "un enfant de six ans sait distinguer des nombres jusqu'à 4 ou 5 à l'aide des procédés basés sur la perception. Ces procédés deviennent vite très "coûteux" et peu fiables dès que le nombre d'objets passe à 6 ou 7, puis 8, on se heurte à des difficultés nombreuses et croissantes et une période de désarroi apparaît. Au contraire, si l'on propose de comparer des collections de l'ordre de 10 à 15 objets, le modèle perceptif est si évidemment désavantageux, que l'enfant renonce tout de suite et met en place de nouvelles stratégies (correspondance terme à terme)" (G. BROUSSEAU [7]). De la même façon, l'enfant qui sait comparer des collections de 10 à 15 éléments à l'aide de la correspondance terme à terme ne rejette pas nécessai-

.../...

rement ses procédés à propos des collections de 20 à 30 objets, mais y renoncera plus facilement pour des collections avoisinant 60 objets.

Nous voyons qu'alors, la progression ne dépend pas essentiellement des notions mais :

- des obstacles prévisibles auxquels on ne peut échapper du fait de leur rôle constitutif de la connaissance visée
- des obstacles susceptibles d'apparaître en raison d'erreurs dans le choix ou la présentation des situations.

De sorte que si des points communs : programme, niveau génétique, structure de la classe... entre différentes classes rendent possible la reproduction de leçons, par contre des différences exigent des adaptations, des suppressions, des constructions ou des mises au point de nouvelles situations. A ce titre la progression donnée dans la partie B2 est indicative.

—

.../...

I.3. CONCLUSION

. La description des objectifs n'engage pas une pédagogie particulière - mais cette description s'insère dans le problème général de l'apprentissage des mathématiques où on ne peut séparer les objectifs à atteindre, du pourquoi de ces objectifs et des moyens de les atteindre. Ces points sont en effet définis dans un rapport dialectique, par exemple : il ne peut y avoir d'objectifs si leur utilité n'est pas considérée, et les objectifs ne peuvent avoir de sens tant qu'on ne perçoit pas par quelle méthode on peut les atteindre. L'apprentissage des mathématiques peut alors être regardé de différents points de vue, conduisant à des conceptions différentes. Chaque conception amène le maître à choisir des moyens d'action, et à en rejeter, à privilégier certains savoirs et en supprimer.

- Ainsi par exemple, cet apprentissage de type traditionnel conçu comme un savoir que le maître expose et réduit à une suite de définitions (implicites éventuellement), de procédures, d'exercices... Ici, savoir des mathématiques, c'est savoir le langage, les formules selon lesquelles le discours est organisé ("tu ne sais pas faire l'opération, tu dois l'apprendre" dit le maître). Une modification dans l'enseignement est essentiellement une modification de programme, de discours en classe, de manuel.. ("fait-on encore les bases ?") : c'est pourquoi le maître :

. considère les erreurs éventuelles de l'élève comme des manques de connaissances et ne les prend pas en compte dans la construction du savoir,

. ne s'attache pas à rechercher les situations-problèmes que l'élève devra maîtriser pour donner une signification aux notions... Si en fait, le maître tient compte

.../...

parfois de considérations étrangères au contenu, c'est qu'inconsciemment, il sent qu'une réflexion portant uniquement sur le contenu ne suffit pas à l'efficacité de son enseignement.

- Ou encore, cette pratique du maître constituée à partir d'opinions, de considérations idéologiques, d'une certaine conception de l'homme dans le milieu (cf. les idées de Rogers développées dans l'enseignement), où le maître est conduit à une autre conception du savoir tenant compte davantage de la relation de l'individu avec l'environnement social et matériel. Dans cette perspective, est prise en considération la connaissance achevée, liée efficacement aux situations de l'environnement au "contexte vital". Ici, les objets du savoir sont supposés avoir dans la vie courante une présence culturelle suffisante pour donner l'occasion de les construire. Se trouve rejetée alors l'idée d'une construction des connaissances sur des connaissances plus primitives, auxquelles elles s'opposent, élargissant leur champ d'application, et aussi le fait que toute découverte, toute procédure est susceptible d'évolution.

. La complexité du problème de l'apprentissage conduit ainsi à ne pouvoir distinguer que des tendances, ces dernières sont des réponses dépendant du vécu antérieur, des images des attentes de l'environnement social, de l'expérience quotidienne... L'individu, par ses motivations, ses informations, ses actions, aboutit à la création d'un "savoir-faire" pédagogique, se manifestant par des régularités qu'il peut plus ou moins expliciter et valider. Ainsi, ce qui risque d'apparaître essentiel dans l'activité d'enseigner, c'est la "partie visible", ce que l'on peut facilement modifier : les notions à enseigner, ou le procédé de représentations des notions. Celui-ci sera alors l'objet de réflexion et nous retombons sur les méthodes décrites en 4.1. (exposer, montrer, souligner,...). Ces

.../...

méthodes ont eu leurs succès (éventuellement pour l'enseignant lui-même, quand il était élève), elles peuvent en avoir encore en raison d'éléments complémentaires favorables, non volontairement provoqués, comme nous l'avons vu. Ces "savoir-faire" peuvent en tant que solutions jugées satisfaisantes, constituer un obstacle à l'accès d'une autre conception du savoir et des apprentissages correspondants ("on a fait comme cela jusqu'ici, et cela marche"). Nous voyons que le maître confronté au problème de l'enseignement des mathématiques manifeste un comportement similaire à celui de l'élève face à l'acquisition du savoir : rôle des erreurs, des obstacles, réussite par suite d'actions empiriques...

. Des actions pédagogiques peuvent être réellement efficaces sans être nécessairement reliées par une théorie vraie de la construction de la connaissance par l'enfant. Une tâche importante à propos de ces procédés reconnus comme efficaces est alors de recourir à une théorie, ou d'en établir une, de l'éprouver expérimentalement. La théorie étant le moyen d'expliquer, de comprendre et ainsi d'améliorer les chances de reproduction d'actions efficaces. Elle permet aussi de définir les directions dans lesquelles il faut chercher des solutions en face de circonstances nouvelles et elle permet de valider ou réfuter certaines innovations didactiques... Ces travaux de recherche sont conduits dans des instituts spécialisés (I.R.E.M par exemple)

C'est en ce sens que nous nous sommes attardés sur la dernière tendance : "la construction des connaissances" où les actions méthodologiques sont déduites de certaines études didactiques, psychologiques, épistémologiques, concernant les processus de formation intellectuelle. Dans cette conception, les objets de la connaissance se définissent dialectiquement, comme il a été décrit, par les problèmes qu'ils permettent de résoudre. Une problématique donnée conduit à propos des connaissances à des structu-

.../...

rations successives des modèles d'actions, des langages, des systèmes de preuves pour atteindre une théorie mathématique. Cette approche nous pouvons l'imaginer aussi à propos des problèmes liés à l'acquisition du savoir, afin d'obtenir des théories didactiques vraies prenant d'abord la place des idées reçues pour s'affiner de plus en plus et permettre ainsi des actions justifiées.

Un des objectifs des auteurs est que la réflexion conduite dans ce document, puisse s'insérer dans ce courant.

B.I - LE PROGRAMME DU C.P
ANALYSE DES OBJECTIFS

L'ANALYSE DES OBJECTIFS

1. LES OBJECTIFS GENERAUX : ANALYSE ET CRITIQUE..... p. 57

2. LES OBJECTIFS SPECIFIQUES..... p. 62

2.1. Buts de l'analyse..... p. 62

2.2. Précisions sur les exemples d'activités proposés après chaque analyse..... p. 63

2.3. Limites de l'analyse..... p. 64

2.4. Aanalyse d'objectifs et exemples d'activitésp. 64

MANIPULER ET CONNAITRE LES OBJETS ET LES COLLECTIONS D'OBJETS

CLASSER ET RANGER

1. CLASSER

1.1. Analyse des objectifs..... p. 67

1.2. Exemples d'activités permettant d'observer les comportements attendus..... p. 68

2. RANGER

1.1. Analyse des objectifs..... p. 70

1.2. Exemples d'activités permettant d'observer les comportements attendus..... p. 71

CONNAITRE LE NOMBRE - CALCULER SUR LES NOMBRES - GÉNÉRALITÉS

CONNAITRE LE NOMBRE

c) COMPARER LES NOMBRES

c.1. ANALYSE DES OBJECTIFS

c.1.1. Utiliser les signes =,≠,<,>..... p. 73

c.1.2. Ecrire une suite de nombres dans l'ordre croissant ou décroissant..... p. 75

c.2. EXEMPLES D'ACTIVITES PERMETTANT D'OBSERVER LES COMPORTEMENTS ATTENDUS

c.2.1. Utiliser les signes =,≠,<,>..... p. 76

c.2.2. Ecrire une suite de nombres dans l'ordre croissant ou décroissant..... p. 77

CALCULER SUR LES NOMBRES..... p. 78

a) SOMME, ADDITION

a.1. ANALYSE DES OBJECTIFS..... p. 79

a.1.1. Analyser, reconnaître et représenter les situations faisant intervenir la somme de deux nombres, puis de plus de deux nombres. Utilisation du signe +. Addition..... p. 80

a.1.2. Elaborer la table d'additon ; l'utiliser et se familiariser avec les résultats en vue de leur mémorisation. Elaborer une technique opératoire de l'addition..... p. 83

a.1.3. Calcul mental. Signification et utilisation des parenthèses..... p. 85

a.2. EXEMPLES D'ACTIVITES PERMETTANT D'OBSERVER LES COMPORTEMENTS ATTENDUS

a.2.1. Analyser, reconnaître et représenter les situations faisant intervenir la somme de deux nombres, puis de plus de deux nombres Utilisation du signe +. Addition..... p. 86

a.2.2. Utilisation de la table d'addition écrite Technique opératoire de l'addition .....p. 88

a.2.3. Utilisation de la table d'addition mémorisée, calcul mental, utilisation des parenthèses..... p. 89

SE SITUER DANS L'ESPACE ET L'ORGANISER..... p. 91

a) SE SITUER

a.1. ANALYSE DE L'OBJECTIF ..... p. 93

a.1.1. Positions relatives d'objets par rapport à soi-même, par rapport à un ou plusieurs repères ou les uns par rapport aux autres.. p. 94

a.1.2. Déplacements, itinéraires, parcours selon les conventions..... p. 95

a.1.3. Utilisation de quadrillages et tableaux : repérage..... p. 96

a.2. EXEMPLES D'ACTIVITES PERMETTANT D'OBSERVER LES COMPORTEMENTS ATTENDUS

a.2.1. Positions relatives d'objets par rapport à soi-même, par rapport à un ou plusieurs repères ou les uns par rapport aux autres... p. 97

a.2.2. Déplacements, itinéraires, parcours selon les conventions..... p. 99

a.2.3. Utilisation de quadrillages et tableaux : repérage..... p. 101

L'ANALYSE DES OBJECTIFS

La différence de rédaction entre les programmes de 1970 et ceux de 1977 témoigne d'un souci de définition des objectifs à atteindre à la fin du cycle préparatoire, objectifs formulés, précise le texte "en termes de comportement et de compétence (savoirs et savoir-faire) énumérés sous différentes rubriques qui ne sont distinguées que pour la clarté de la présentation". Cette classification des objectifs est un moyen :

. de favoriser la réflexion des enseignants, la création de groupes de travail... : les objectifs permettent de préciser ce qui relève de tel ou tel apprentissage, de telle ou telle discipline...

. de permettre l'évaluation, lorsque les objectifs sont traduits en comportements d'élèves, il est possible de vérifier s'ils sont, ou non, atteints.

Pour une évaluation objective des résultats et la mise en place de tâches à réaliser pour atteindre les objectifs, il est cependant nécessaire :

- d'aller au-delà du degré de généralité dans la rédaction du programme proposé (exemples : "reconnaître des propriétés", "classer et ranger") ;
- de traduire en terme de comportements pour l'élève les objectifs que le texte a décrits par rapport au maître (exemple : "présenter la numération décimale écrite et parlée") ;
- c'est-à-dire de conduire une analyse des objectifs.

Cette nécessité d'aller au-delà du texte officiel dans la précision et dans la rigueur nous a amenés à réfléchir sur le texte officiel "programme et objectifs" dans son intégralité[1].

.../...

(1) Document de l'IREM de Bordeaux : MATH CP 77 - tome 1 [3]

Dans cette partie B 1 du document, nous ne proposons que l'analyse des points que nous avons jugés les plus caractéristiques. Nous donnons alors notre interprétation du texte en cas d'imprécision ou d'ambiguité ; en cas de désaccord avec le texte, nous donnons notre point de vue.

• La rédaction d'un programme par objectifs n'est pas associée à une pédagogie particulière. Elle peut cependant contribuer à concevoir le savoir comme une succession d'acquisitions compatibles entre elles et les situations d'apprentissage associées comme des situations guidant les réponses des élèves, situations éventuellement proches du conditionnement.

Le texte "Programme et objectifs" concerne :
III.1 : des objectifs généraux
III.2 : des objectifs spécifiques aux mathématiques.

Dans notre analyse, nous étudions d'abord le texte décrivant les objectifs généraux et nous le critiquons car il ne correspond pas à notre conception de l'apprentissage des mathématiques (cf. A), puis nous étudions quelques objectifs spécifiques après avoir précisé le but de l'analyse et la façon de la conduire.

.../...

I - LES OBJECTIFS GÉNÉRAUX : ANALYSE ET CRITIQUE

L'introduction sur "Programmes et objectifs" comporte trois types de déclarations :

- celles relatives à l'origine des situations étudiées (premier alinéa)
- celles relatives au déroulement de leurs analyses (les dix lignes suivantes comprenant les points a, b, c).
- celles relatives à leurs résultats (avant dernier alinéa).

La seconde partie qui annonce une liste d'objectifs présente l'ambiguïté de donner des objectifs, et simultanément une liste de moyens pour atteindre ces objectifs, et ces moyens sont tenus comme suffisamment sûrs, pour qu'il suffise de les mettre en oeuvre pour obtenir les résultats attendus. Ainsi, par exemple la phrase : "l'observation et l'analyse de ces situations multiples et variées auront pour objectifs généraux : de faire apparaître les éléments et structures communs afin de dégager les notions essentielles que l'enfant doit acquérir" dit en réalité que le moyen "de faire apparaître les éléments et structures communs" est de se livrer d'abord à "l'observation et à l'analyse de situations multiples et variées".

Nous nous proposons donc dans ce qui suit :

. d'analyser les moyens proposés,

. d'examiner les chances qu'ont ces moyens d'aboutir.

Analyse de la phrase : "l'observation et l'analyse de ces situations... les notions essentielles que l'élève doit acquérir".

.../...

Les conditions de l'observation et de l'analyse sont précisées par le mot "communs" qui suggère une observation et une analyse portant sur plusieurs situations ayant en commun une même structure mathématique. L'analyse suffirait alors à dégager des notions dont l'acquisition constituerait une activité différente et séparée. On laisse donc entrendre :

1. Qu'une notion peut être présentée comme un objet avant d'être acquise (probablement par des procédés de répétition, représentation, de mémorisation...).

2. Qu'il suffit de regarder avec des connaissances déjà acquises une ou des situations nouvelles pour constater qu'elles se ressemblent, qu'elles ont en commun un objet, une structure mathématique.

3. Au cas où ces propriétés communes n'apparaissent pas, se dégagent mal, on suppose que le maître est fondé à souligner les ressemblances, ce que l'on nomme "exploiter la situation".

Nous pensons que les maîtres sont susceptibles d'interpréter le texte de cette manière, car il existe une longue tradition pédagogique depuis "la pédagogie de la craie de couleur" jusqu'aux théories de DIENES, qui repose sur diverses théories de la connaissance : empirisme, sensualisme, réalisme, gestaltisme, selon lesquelles il suffirait de regarder le monde pour que sa structure "réelle" nous apparaisse ; et l'essentiel de l'activité pédagogique consisterait à aider ce processus en soulignant, identifiant, mettant en évidence les éléments présents dans la réalité et qu'il suffit de reconnaître.

Les insuffisances de ces théories sont aujourd'hui connues ; il est vrai qu'en pratiquant comme il est suggéré dans les commentaires, les maîtres peuvent obtenir des résultats apparemment satisfaisants sur les objectifs prévus dans le texte, mais nous pensons :

.../...

a) Que ceci n'aboutit pas à une connaissance bien constituée sauf avec des élèves qui ont déjà des moyens d'imaginer divers fonctionnements de leurs connaissances.

b) En fait ces situations peuvent être l'occasion d'acquisitions dans la mesure où elles permettent le déroulement de véritables processus d'acquisitions, mais la théorie évoquée ne permet pas de choisir, de prévoir les situations favorables à ce déroulement.

Développer le goût de l'investigation est un objectif qui ne peut être atteint que si les activités de recherche proposées à l'élève lui permettent effectivement de trouver quelque chose de substantiel, or les situations de recherche dans lesquelles le maître s'attend à ce que l'on voit, repose sur un phénomène incontrôlable et faux, et a les conséquences suivantes :

- si tous les élèves voient seuls, probablement la situation est banale, et ils n'ont rien appris et ils ne peuvent être gratifiés au point de vue de la découverte.
- si les élèves ne voient pas d'emblée, cette pédagogie ne propose aucun moyen pour les amener à voir quoi que ce soit, sinon de leur dire par des moyens détournés qui ne font pas appel à la connaissance elle-même. Les élèves n'ayant pas trouvé, non seulement ne sont pas gratifiés par les découvertes, mais encore risquent d'être l'objet d'un jugement aggravant auquel le maître a été conduit du fait qu'il ait accepté cette théorie. Les attentes des maîtres possédant des théories fausses relatives à l'acquisition des connaissances, mettent les enfants qui n'y satisfont pas dans une position d'infériorité qu'ils intériorisent comme jugement moral.

Analyse de b.

Ce point présente aussi des objectifs : "représenter des modèles, préciser les notions, les rendre conceptuellement utilisables" (objectifs recevables), mais il

.../...

suggère aussi que l'observation et l'analyse permettent de représenter les modèles, et ainsi de préciser les notions et de les rendre conceptuellement utilisables, ceci peut être encore compris dans la perspective empiriste, il suffit d'observer la situation pour voir la structure et de voir la structure pour pouvoir la preprésenter ("ce que l'on conçoit bien..."), or une notion ne se construit pas dans notre esprit par l'analyse et la schématisation, il est donc peu probable que la seule analyse, la seule schématisation permette de la rendre conceptuellement utilisable. Dans tous ces processus, à aucun moment n'est évoqué le rôle que joue la connaissance à acquérir dans des activités, dans leur représentation par rapport aux autres connaissances dans la construction des notions.

Analyse de c.

C concerne le sujet fondamental. Les "problèmes" les "questions" qui se posent aux enfants, n'interviennent dans les objectifs que dans c et pour "mettre en oeuvre des techniques acquises". Le fait que la résolution de problèmes n'intervient qu'en fin d'objectifs en relation avec l'acquisition des techniques, risque d'être interprété par les maîtres de la manière suivante : devant un problème, les questions que se posent les élèves ne seront pas :

"comment obtenir le résultat visé ?"

"quel est le problème ?" "de quoi s'agit-il ?"

"quels sont les moyens en rapport avec le problème par lesquels je peux y répondre (y compris le recours à la manipulation)" mais plutôt au contraire :

"quelle est la technique que l'on a apprise et qu'il faut utiliser dans ce problème ?"

"quelles sont les intentions du maître à propos de ce problème ?"

L'identification des acquisitions en tant que techniques risque de laisser l'élève démuni face aux situations :

.../...

- soit qu'il ne réussisse pas à mobiliser la technique correcte parmi celles étudiées,
- soit qu'il n'ait effectivement pas étudié de techniques appropriées.

Ainsi, l'habitude pour l'élève de recourir aux techniques étudiées ne facilite pas nécessairement l'emploi de ces techniques et la compréhension des situations, et par ailleurs n'incite pas à la recherche de solutions personnelles éventuellement élémentaires, mais efficaces ; cela conduit l'élève qui n'a pas trouvé le problème à se voir reproché de ne pas avoir essayé "les techniques qu'on lui a apprises", ce qui l'incite à une attitude précédemment décrite, et le maître se contentera éventuellement d'une réussite obtenue à la suite d'une suggestion de la technique employée.

Résoudre les acquisitions sous forme de techniques est un moyen pour le maître de se satisfaire à bon compte avec les élèves qui ne comprennent pas, cela est un moyen de masquer l'insuffisance didactique.

Les moyens décrits, pour atteindre les objectifs présentés reposent sur des théories de la connaissance, fondées sur l'observation et la répétition dont l'efficacité est douteuse. Les réflexions actuelles sur les théories de la connaissance évoquées dans le préambule sont plus propres à rendre compte des échecs et des réussites des élèves, et en cas d'échec, à permettre une amélioration du projet didactique.

.../...

2. LES OBJECTIFS SPÉCIFIQUES

2.1. *BUTS DE L'ANALYSE.*

Au cours de l'analyse, nous nous efforçons de donner la signification des objectifs en précisant les trois points de vue suivants :

A. Etude des comportements de l'élève :

Quels sont les comportements que l'élève doit manifester pour montrer qu'il a atteint effectivement l'objectif ? A ce propos nous devons successivement :

a) distinguer les choix qui relèvent du maître et ceux qui relèvent de l'élève. Exemple : en ce qui concerne "reconnaître les propriétés" l'élève choisit-il la propriété à reconnaître, choisit-il l'ensemble dans lequel il y a une propriété à reconnaître ? Si c'est le maître qui choisit, quels sont ses critères de choix : à propos de la propriété (familière ou non), à propos des objets de l'ensemble (réels ou représentés, très nombreux ou peu nombreux...) ?..

b) déterminer le type d'activité que l'élève doit réaliser, exemple : montrer, dessiner, manipuler.

c) étudier les différents types possibles de représentation, d'écritures que l'élève est susceptible de fournir, ainsi que leur validation. Exemple : à propos de "associer un nombre à une classe de collections d'objets" 8 + 4 + 5, 10 + 7, 17.

B. Distinction des différents types d'objectifs :

L'objectif décrit correspond-il à une connaissance achevée ou à un état intermédiaire ? A ce propos, nous devons distinguer les objectifs à long terme (exemple : l'addition), des objectifs à court terme. Dans ces derniers, il faut distinguer les acquisitions définitives (exemple : écrire et utiliser les égalités du type 17 = 10 + 7) des acquisitions intermédaires

.../...

nécessaires qui pourront ou devront être oubliées, dans la mesure où elles seront remplacées par d'autres acquisitions, dans des domaines d'applications plus étendues (exemple : la mise en correspondance terme à terme pour comparer certaines collections que l'on ne sait pas encore compter).

C. Etude de la dépendance éventuelle entre les objectifs proposés (Exemple : les paragraphes 2 et 3 du texte officiel)

2.2. LES EXEMPLES D'ACTIVITES PROPOSES APRES CHAQUE ANALYSE.

L'analyse ci-après des points que nous avons jugés les plus caractéristiques est suivie d'exemples d'activités permettant d'observer les comportements attendus.

Nous précisions à ce propos
- l'activité déterminée par la consigne,
- les contraintes : matériel, consigne
- qui accomplit l'activité : un, deux ou plus de deux élèves.

Le résultat attendu est la réalisation complète de l'activité selon la consigne.

Nous n'indiquons pas :
- les contraintes de temps : durée de l'exercice,
- la place des exercices par rapport à une progression dans l'étude des notions,
- la sériation des exercices selon leur difficulté,
- une liste exhaustive d'exercices caractéristiques pour chaque objectif soit que de telles précisions, ou sont impossibles (liste exhaustive par exemple), ou nécessitent pour être valables une mise en oeuvre importante qui n'a pu être réalisée.

.../...

2.3. LIMITES DE L'ANALYSE.

Le contenu mathématique sous jacent à chacun des objectifs a été évoqué pour certains points (exemples : classer, addition, somme), il peut être approfondi à l'aide de documents indiqués dans la bibliographie.

Quant aux résultats attendus, il ne serait pas raisonnable de ne viser que la bonne réussite aux exercices proposés et de l'obtenir par un simple dressage : il ne suffit pas d'enseigner la technique qui permet de répondre ; de cette façon n'est obtenue que la simulation de la compréhension et non la compréhension elle-même. De plus, l'objectif de l'enseignement ne peut pas être conçu comme une simple juxtaposition d'objectifs surtout si on cherche à les atteindre indépendamment l'un après l'autre, car la compréhension globale de la structure est indispensable. "Les objectifs classés par les soins de l'exposition n'apparaissent jamais isolés les uns des autres". La méthode apparemment cartésienne qui consiste à découper l'objectif terminal en objectifs intermédiaires conduit souvent à un découpage qui ne tient compte que de l'organisation du contenu et non du contenu lui-même, ni de la manière dont il est acquis par l'élève. Par ailleurs, l'ordre des objectifs tel qu'il est proposé dans le texte ne représente pas l'ordre des acquisitions, exemple : les apprentissages de la numération et de l'addition ont lieu en même temps et non pas l'un après l'autre.

Ainsi l'analyse des objectifs permet de préciser les résultats attendus, mais ne décrit pas les moyens d'y parvenir.

2.4. ANALYSE DE QUELQUES OBJECTIFS.

Dans le programme C.P rappelé ci-dessous, les objectifs analysés sont marqués d'un astérisque.

.../...

1. MANIPULER ET CONNAITRE LES OBJETS ET LES COLLECTIONS D'OBJETS

- Reconnaître des propriétés
* - Classer et ranger
- Mettre en correspondance

2. CONNAITRE LE NOMBRE

a) Dégager la notion de nombre

- Mettre en correspondance terme à terme : "autant que", "plus que", "moins que".
- Classer les collections d'objets.
- Associer un nombre à une classe de collections d'objets.

b) Présenter la numération décimale écrite et parlée

- Ecrire, nommer les nombres
- Présenter la numération décimale écrite et parlée
- Etudier des nombres de un et deux chiffres
- Ecrire et utiliser des égalités du type 27 = 20 + 7.

* c) Comparer les nombres.

* - Utiliser les signes =, ≠, <, >.
* - Ecrire une suite de nombres dans l'ordre croissant ou décroissant.

3. CALCULER SUR LES NOMBRES.

* a) Somme, addition
* - Analyser, reconnaître et représenter les situations faisant intervenir la somme de deux nombres, puis de plus de deux nombres. Utilisation du signe +. Addition.
* - Elaborer la table d'addition ; l'utiliser et se familiariser avec les résultats en vue de leur mémorisation. Calcul mental. Signification et utilisation des parenthèses.
* - Elaborer une technique opératoire de l'addition.

.../...

- Reconnaître, analyser, représenter les situations pouvant s'exprimer sous la forme a + . = c.

b) Etudier et traiter quelques problèmes simples.

4. SE SITUER DANS L'ESPACE ET L'ORGANISER

* a) Se situer.

* - Positions relatives d'objets par rapport à soi-même, par rapport à un ou plusieurs repères ou les uns par rapport aux autres.
* - Déplacements, itinéraires, parcours selon les conventions
* - Utilisation de quadrillages et tableaux : repérage.

b) Reconnaître des formes et figures simples.

- Courbes et domaines : intérieur, extérieur
- Pavages, mosaïques, puzzles.

c) Organiser.

- Pliages, découpages
- Successions régulières, frises
- Jeux de construction, d'emboîtement.

.../...

MANIPULER ET CONNAITRE
LES OBJETS ET LES COLLECTIONS D'OBJETS

CLASSER ET RANGER

I. CLASSER

1.1. ANALYSE DES OBJECTIFS.

Classer, c'est reconnaître simultanément plusieurs propriétés :

. soit formant un seul critère, (par exemple : critère couleur). Un critère est un ensemble de propriétés qui s'excluent mutuellement (par exemple : tout bleu, tout rouge, tout vert).

. soit formant plusieurs critères (par exemple : forme, taille, matière).

Cette reconnaissance peut se faire par le langage écrit, elle nécessite alors l'utilisation du signe de l'équivalence (≡). Ce signe ne paraît pas dans les instructions officielles, mais il est d'un emploi commode, il signifie de façon générale : "est comme" c'est-à-dire selon les situations :

"a même couleur que"
"a même longueur que"
"a autant d'éléments que"

Les propriétés ne sont pas naturellement organisées de façon simple et le langage courant non plus. On est donc conduit à choisir des matériels appropriés, mais il faut prévoir comment l'enfant pourra s'en servir et s'en évader.

.../...

Il n'entre pas dans les objectifs mathématiques de faire l'étude des propriétés naturelles d'objets, d'animaux...

1.2. EXEMPLES D'ACTIVITES permettant d'observer les comportements attendus.

1. Matériel : jeu de cartes
Consigne : Le maître commence à classer par cartes d'égale valeur - au jeu de bataille - (exemple : il met ensemble 2 rois, 3 "neuf", 2 valets, 4 "dix") et dit : "regarde ce que j'ai fait et continue".

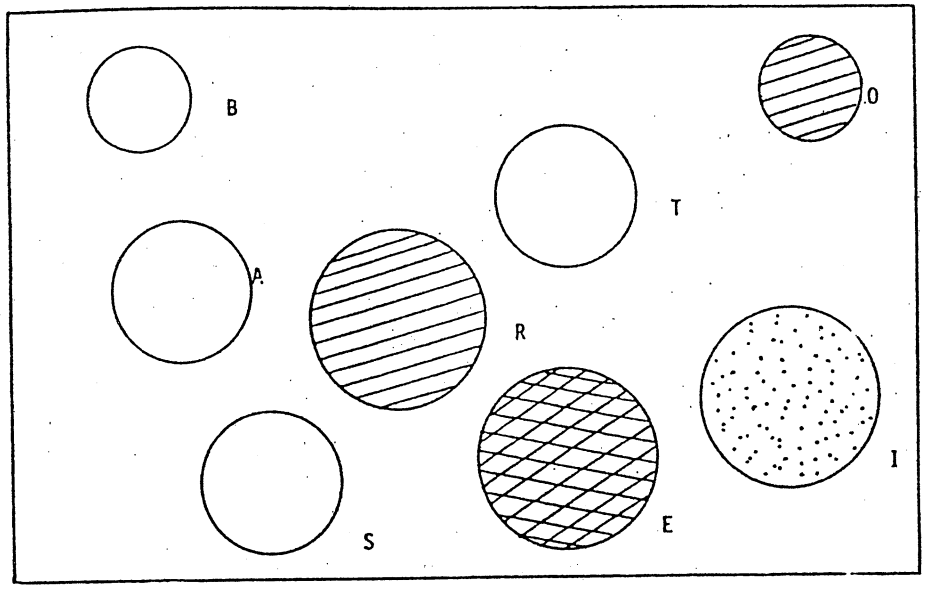
L'activité étant terminée, le maître désigne un tas précis (Exemple : le tas des "neuf") et dit : "explique pourquoi ces cartes vont ensemble".

2. Matériel : Baguettes de longueurs, de sections, d'épaisseu différentes.
Consigne : "classe-les et explique ton classement".

L'exercice est réussi si l'explication donnée par l'enfant est cohérente avec le classement qu'il a effectué.

3. Matériel : Une feuille sur laquelle nous avons les figures suivantes avec leurs signes dont certaines sont colorées (couleurs indiquées).

.../...



. Une feuille témoin sur laquelle toutes les figures sont colorées.

Consigne : "tu as une feuille avec des disques non colorés, sur ma feuille les mêmes disques sont dessinés et ils sont colorés. Tu dois trouver la couleur des disques non colorés en me posant des questions. Je ne répondrai que par oui ou par non aux questions du type : "R est comme A ?"

4. Matériel : diverses collections d'objets, dans des sacs transparents, collés sur des feuilles, attachés...
Le nombre de collections et le nombre d'objets par collection est fonction du moment de l'année.

Consigne : "classe les collections d'après leur nombre".

.../...

2. RANGER

2.1. *ANALYSE DES OBJECTIFS.*

C'est manifester par des actions (aligner, enfiler, empiler, emboiter...) et/ou par des langages divers (dessiner, montrer dans l'ordre, nommer dans l'ordre et en cours d'année attribuer un numéro 1,2,3...) que l'on choisit un "ordre total[1]" pour une collection d'objets donnés.

En classant les objets d'une collection, l'enfant utilise implicitement une relation d'équivalence dans cette collection, en rangeant des objets, des classes d'objets, l'enfant utilise implicitement une relation d'ordre total respectivement dans l'ensemble des objets ou dans l'ensemble des classes.

A propos de certaines situations (réglettes, ensembles) l'enfant peut être conduit à réaliser un classement puis un rangement sur les classes. Dans de telles situations, l'enfant utilise implicitement un pré-ordre[1] sur l'ensemble des objets.

Il n'est pas dans l'esprit du programme d'utiliser dans la classe, ni de justifier les mots : "réflexivité", "symétrie", "transitivité", "équivalence", "ordre total", "pré-ordre".

Pour les rangements, comme pour les classements, le choix de la relation peut :

. soit être arbitraire, exemple

.../...

(1) Voir : "Mots III" - Ordre -

1. Aligner les objets d'une collection et utiliser cet alignement pour caractériser certains objets.

2. Répartir les objets d'une collection en plusieurs boîtes de manière qu'aucune ne soit vide et utiliser ce classement pour caractériser certains objets.

. soit répondre à une contrainte propre à la situation due au matériel et/ou à la consigne, exemple :

1. Faire un "escalier" avec des réglettes de différentes tailles.

2. Loger des blocs logiques dans un bac dont les cases sont prévues pour qu'il n'y ait qu'une possibilité de classement.

. soit répondre à des critères proposés verbalement ou suggérés à l'enfant, exemple :

1. Ranger les baguettes de la plus petite à la plus grande.

2. Classer les objets (chacun est d'une seule couleur) d'après la couleur.

S'il faut varier les présentations des types de relations fondamentales, il faut aussi faire explorer à l'enfant les différentes manières de les utiliser (passer des ressemblances, des dissemblances à des critères et/ou à différentes partitions) et lui faire inventer des critères de rangement et de classement sur un matériel donné.

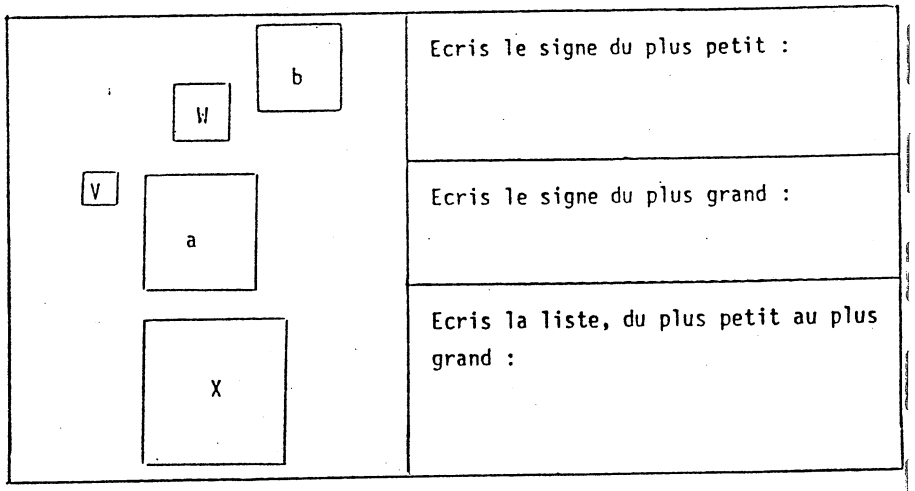
2.2. *EXEMPLES D'ACTIVITES permettant d'observer les comportements attentus.*

a) Rangement d'objets

1. Matériel : 6 baguettes de différentes longueurs
   Consigne : "range ces baguettes de la plus petite à la plus grande"

2. Réaliser une fiche écrite telle que :

.../...



3. Matériel : série d'images séquentielles.
   Consigne : "range dans l'ordre ces images"

4. Matériel : jetons de couleurs différentes
   Consigne : "trouve différentes façons d'aligner ces jetons et dessine ces alignements.

b) Rangements des classes d'objets

1. Matériel : 5 boîtes de baguettes classées d'après le critère longueur.
   Consigne : "ordonne les boîtes d'après la longueur des baguettes de chaque boîte".

2. Matériel : disques de différents diamètres empilés d'après le critère taille.
   Consigne : "ordonne les piles de disques selon la taille des disques de chaque pile".

.../...

CONNAITRE LE NOMBRE - CALCULER SUR LES NOMBRES
GÉNÉRALITÉS

Dans le programme, les objectifs concernant le nombre se présentent sous deux paragraphes très distincts.

paragraphe 2 : connaître le nombre

paragraphe 3 : calcul sur les nombres

Ces objectifs n'ont été "énumérés" et "distingués" en deux rubriques différentes que pour la "clarté de la présentation".

En effet :

. La connaissance des nombres ne se réduit pas à quelques définitions, noms, relations, comme il est indiqué dans les a), b), c) du paragraphe 2 : "connaître le nombre" ; car calculer sur les nombres sert à les connaître (cf. : instructions complémentaires § 3) "toute acquisition de nombre nouveau doit être prétexte à son introduction dans des calculs".

. Un calcul où n'intervient qu'une technique opératoire rigide et où la connaissance des nombres disparaît, ne permet pas en cas d'erreur ou de problème nouveau, l'adaptation nécessaire à la correction ou à la résolution.

CONNAÎTRE LE NOMBRE

c) COMPARER LES NOMBRES

c.1. *ANALYSE DES OBJECTIFS*

c.1.1. *Utiliser les signes =, ≠, <, >.*

.../...

1) =, ≠, la façon d'introduire ces signes n'est pas précisée.

. Le maître peut utiliser ces signes relationnels dans un ensemble de nombres, au moment de "l'obtention de diverses écritures pour un même nombre". Il doit alors introduire ces signes en leur donnant une signification, par exemple :

> e = b signifie "e" et "b" sont deux écritures du même nombre
> e ≠ b signifie "e" et "b" ne sont pas deux écritures du même nombre.

Cette signification réduit le champ d'application d'une notion plus large.

. Le maître peut faire en sorte que les enfants pratiquent ces signes dans des activités non numériques. Ces signes prennent alors un sens plus large.

> e = b signifie "e" désigne le même objet que "b"
> e ≠ b signifie "e" ne désigne pas le même objet que "b"

e = b e ≠ b

lecture : "e égale b" "e n'est pas égal à b" ou "e est différent de b".

2) >, <.

Les signes >, < prennent naturellement leur signification dans la suite des activités décrites : les enfants rangent des ensembles, puis des classes d'ensembles c'est-à-dire les nombres.

L'écriture "3 < 5" signifie : un ensemble quelconque de la classe 3 a moins d'éléments qu'un ensemble quelconque de la classe 5. Elle se lit : "3 est inférieur à 5".

.../...

Ces signes permettent d'écrire des inégalités entre les nombres 2 à 2. Les activités de comparaison des nombres faisant partie de la connaissance des nombres, se poursuivent tout le long de l'année, de façon à ce que les enfants puissent en fin d'année comparer 2 nombres quelle que soit leur écriture, par exemple 7 et 9, ou (8 + 6 + 4) et (7 + 3 + 5) ou 46 et 27.

c.1.2. *Ecrire une suite de nombres dans l'ordre croissant ou décroissant.*

Les activités permettant à l'enfant d'atteindre ces objectifs ne sont pas précisées. Elles portent sur les comparaisons de plus de deux nombres, alors, l'enfant est placé devant des problèmes tels que :

. Trouver un nombre inférieur ou supérieur à d'autres nombres déjà donnés.
. Trouver un nombre compris entre 2 nombres.
. Ecrire les nombres d'une liste donnée dans l'ordre croissant ou décroissant.
. Trouver le nombre supérieur ou inférieur à tous les autres dans une liste de nombres donnés.
. Ecrire la suite de tous les nombres compris entre 2 nombres donnés. L'activité:"Ecrire les nombres d'une liste dans l'ordre croissant" qui paraît être la plus complexe, peut être réussie à l'aide de différentes stratégies.

Exemple :

. L'enfant cherche le nombre inférieur à tous les autres, puis parmi ceux qui restent, le nombre inférieur à tous les autres, etc...
. Ou bien l'enfant prend deux nombres quelconques qu'il range dans l'ordre croissant, prend un troisième nombre qu'il compare successivement aux deux nombres déjà rangés, pour le placer convenablement, etc...
. Ou bien l'enfant récite la comptine "un, deux, trois, quatre..." et repère successivement dans la liste donnée, les

.../...

nombres à ranger.

D'une façon générale, on ne peut affirmer que la réussite d'une activité complexe implique la réussite d'une activité élémentaire ou réciproquement, du fait que cette réussite peut reposer exclusivement ou sur le sens ou sur la mémoire.

Ces activités sont l'occasion d'exprimer que chaque nombre est obtenu à partir du précédent par addition réitérée de 1, ce qui conduit à la suite ordonnée et sans lacune des nombres et à une étude du nombre sous son aspect ordinal. Ceci a pu être déjà perçu auparavant et exprimé d'une façon différente, exemple : "pour passer d'une boite à la suivante, il n'y a qu'à mettre un objet de plus dans chaque sac". Il faut remarquer que cet aspect ordinal, non évoqué dans le programme, est lui aussi constitutif du nombre, sur le même plan que l'aspect cardinal qui lui est développé dans le paragraphe a).

c.2. *EXEMPLES D'ACTIVITES permettant d'observer les comportements attendus*

c.2.1. *Utiliser les signes =, ≠, <, >.*

1. Réaliser des fiches écrites telles que :

Complète par les signes = ou < ou >

8 + 2 + 3	.	11
31	.	28
5 + 5 + 4 + 2	.	6 + 10

.../...

Complète par des nombres

. < 3 + 4

5 + . < 5 + 7

. <

2. Matériel : deux collections d'objets (réels ou représentés)

Consigne : "donne le nombre de chaque collection et compare ces nombres".

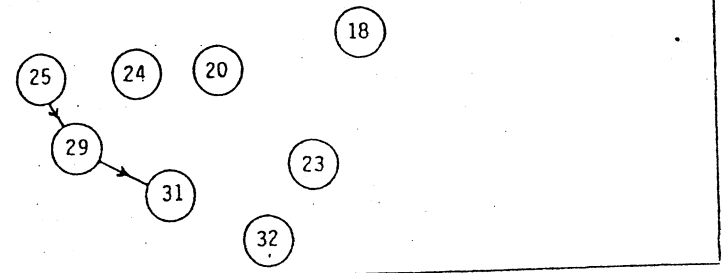
3. Matériel : jeux de cartes comportant plusieurs exemplaires de 10 chiffres 0,1,2,3... et les 4 signes + ; = ; < ; > (les cartes ne sont utilisables que dans un sens, une marque figurant dans un coin de chacune d'elles).

Consigne : "utilise ces cartes pour construire des égalités ou des inégalités vraies".

c.2.2. *Ecrire une suite de nombres dans l'ordre croissant ou décroissant.*

1. Réaliser des fiches telles que :

Relie dans l'ordre



.../...

Voici des listes, range les nombres de chaque liste
45 ; 41 ; 52
29 ; 54 ; 48
63 ; 52 ; 49 ; 21

2. Matériel : 1 feuille de papier et 1 crayon.
Consigne : "Ecris tous les nombres entre 16 et 25".

CALCULER SUR LES NOMBRES

Il ressort des objectifs particuliers, que l'on doit entendre le mot "calcul" d'une manière plus large que celle qu'on lui donnait traditionnellement, et plus proche du sens que lui donnent les mathématiciens : un calcul est un procédé qui permet d'obtenir :
- un nombre (exemple : calculs du type 9 + . = 12 ; 12 <.)
- un autre nom d'un nombre déjà connu (exmple : calculs du type 7 + 3 + 4 = . ; 14 = . + .) (1)
- une formule (exemples : comparer 14 + 15 et 13 + 17 ; à partir d'égalités, en trouver d'autres).

Le fait que le calcul est mené conjointement

.../...

(1) Il est à noter que l'écriture 14 = . + . signifie 14=x+y, alors qu'elle peut être interprétée par 14 = x + x. Ceci peut justifier l'emploi en classe de la notation 14 = x + y que nous n'avons pas jugé utile d'introduire ici.

avec la découverte du nombre et de ses diverses écritures, implique que la phrase "toute acquisition de nombre nouveau doit être prétexte à son introduction dans des calculs", doit être interprétée ainsi :

Un nombre nouveau (exemple 18) ne doit pas être seulement introduit comme résultat de calcul (par exemple 18 = 10 + 5 + 3), il doit lui-même être utilisé à l'intérieur de nouveaux calculs (comparaisons : 18 + 13 à comparer à 10 + 9 + 9 ; nouveaux nombres : 18 + 18 ; formules 20 = 18+2). Ainsi les propriétés de ce nouveau nombre seront mieux acquises.

Une interprétation ancienne proposerait de restreindre l'étude d'un nombre à celle de ses"décompositions" dont la motivation est très souvent artificielle. L'enfant qui s'intéresse à savoir compter ne comprend pas toujours pourquoi après avoir compté qu'il y a 12 objets, il doit écrire qu'il y a 7 + 5 objet. Il est plus intéressant d'utiliser la même connaissance : 7 + 5 = 12 pour prouver que : 12 + 12 + 19 (qu'on ne sait pas compter mais qui est déterminé) est inférieur à 7 + 5 + 13 + 19.

a) SOMME, ADDITION

a.1. ANALYSE DES OBJECTIFS.

Nous devons distinguer la notion de somme, de celle d'addition.

A propos de la notion de somme, il s'agit :
. d'acquérir une pratique des collections, en situation de réunion disjointe ou non, ceci en relation avec l'évaluation de leur nombre.
. de donner un sens à des écritures comme 3 + 4, 21 + 13, 9 + 8 + 9 + 4, en tant que désignant des nombres (même si on ne sait pas encore nommer ces nombres dans le système décimal).

.../...

. de donner un sens à des écritures de formules : égalités, comparaisons de sommes telles que : 9 + 3 + 2 = 6 + 6 + 2, 8 + 9 ⩽ 8 + 10 qui ne soient pas liées au calcul effectif des sommes.

A propos de la notion d'addition il s'agit :

. De savoir associer à tout n-uplet $(a_1, a_2, \ldots a_n)$ la somme $a_1 + a_2 + \ldots a_n$ calculée ou non de ces nombres.

. Et par suite de donner un sens et une méthode de résolution au problème qui consiste à trouver l'écriture d'une somme dont les termes sont connus ("effectuer l'addition").

a.1.1. *Analyser, reconnaître et représenter les situations faisant intervenir la somme de deux nombres, puis de plus de deux nombres. Utilisation du signe +. Addition*

. Analyser, reconnaître et représenter les situations faisant intervenir la somme de deux nombres, puis de plus de deux nombres" aboutit pour l'enfant à distinguer les cas où une écriture de type :
a + b + ... + l a un sens, des cas où elle n'en a pas, ou pas celui qu'on croit. L'enfant doit pouvoir distinguer des situations, correspondant à des réunions d'ensembles disjoints ou des partitions, d'autres situations, telles que réunions d'ensembles non disjoints.

Ainsi, il s'agit de pouvoir maîtriser des situations telles que : "dans cette boîte, il y a exactement trois dessins de maisons et cinq dessins peints en rouge. Il n'y a aucune maison rouge (ou bien, il y a deux maisons rouges).

Combien de dessins y-a-t'il dans la boîte ?
Représenter ce qu'il y a dans la boîte".

On ne peut espérer obtenir des réponses correctes en imposant des représentations et les apprentissages des automatismes correspondants.

.../...

"Représenter une situation" est un moyen pour l'élève d'exprimer, de traduire au niveau d'un matériel adéquat (jetons, réglettes, découpages,...) ou du dessin des rapports perçus dans la situation. Il permet donc au maître d'observer si l'élève a analysé la situation, l'a reconnue comme appartenant à toute une classe de situations de même structure ("ici c'est le même problème que..."). Ce moyen donne à l'élève la possibilité de condenser des informations pertinentes, et éventuellement de percevoir de nouveaux rapports qui n'étaient pas apparus dans l'observation de la situation. Il nous apparaît que les classiques "patates" ne se présentent ni comme le seul moyen de représenter une situation, ni comme le moyen nécessairement le mieux adapté à l'étude en cours et/ou aux possibilités du moment de l'élève ; il nous semble alors important, dans le cas où l'élève le juge indispensable, de lui permettre d'inventer, d'éprouver des procédés de représentation qui ont pour lui une signification, pour ensuite les affiner avant d'en éprouver d'autres qui lui sont présentés.

Remarquons enfin que "reconnaître, représenter des situations faisant intervenir la somme de deux ou de plusieurs nombres", c'est aussi savoir à propos d'une représentation convenable - qui a une signification pour l'enfant - ou d'une somme proposée, imaginer, décrire une ou des situations correspondant à cette représentation ou à cette somme.

Les situations faisant intervenir la somme de plusieurs nombres concernent non seulement les collections mais aussi les longueurs (jeu de réglettes), les masses (emploi d'une balance Roberval), les monnaies.

L'ordre proposé par le programme : "somme de deux nombres, puis de plus de deux nombres" ne paraît pas justifié :

. D'une part, les situations faisant intervenir

.../...

des sommes de nombres ne sont pas organisées dans l'environnement d'abord en situations concernant les sommes de deux nombres puis de plusieurs nombres.

. D'autre part, la hiérarchie proposée par le texte n'est pas nécessairement en accord avec les observations actuelles sur la construction de la connaissance.

•"L'utilisation du signe +" n'est pas seulement liée au calcul effectif des sommes, mais aussi à la désignation des nombres, aux manipulations des collections.

Ainsi, les élèves savent désigner quelques nombres selon l'écriture usuelle, par exemple : 1,2,3,4,5,6,7, 8,14,17 ; ces nombres correspondent à certaines classes d'ensembles d'objets.

Les sig nes des nombres connus et l'introduction du signe + vont permettre de désigner des nombres : "8 + 6" ; "8 + 6 + 5" ; "14 + 2 + 8 + 8", déjà appréhendés ou non, et ainsi de dénombrer et comparer des collections comprenant un grand nombre d'objets (50 à 100).

L'écriture additive de nombres donne alors à l'élève la possibilité de dépasser la manipulation des collections pour concevoir des nombres de plus en plus grands ; les nombres connus et l'addition servent ainsi à construire n'importe quel nouveau nombre. L'efficacité et l'importance de cette écriture justifie l'introduction du signe + dès que possible (au cours du premier trimestre).

• "Addition". Dans l'emploi de l'écriture additive, les propriétés mathématiques de l'addition (associativité, commutativité) sont naturellement mises en oeuvre par les élèves pour faciliter les comparaisons et les premiers calculs (exemple : 18 + 14 + 21 > 21 + 14 + 15 car 18 > 15), elles apparaissent ainsi comme moyen de prévoir et de justifier, mais perdent leur intérêt dès qu'est connu le calcul de l'écriture usuelle ("il suffit de calculer").

.../...

a.1.2. *Elaborer la table d'addition ; l'utiliser et se familiariser avec les résultats en vue de leur mémorisation. Elaborer une technique opératoire de l'addition.*

Une technique opératoire de l'additon est un moyen d'obtenir en un nombre fini d'étapes, l'écriture usuelle de toute somme de type a + b + c + ... + l. Il est dans les objectifs du maître de faire construire par les élèves une technique opératoire et non d'enseigner une technique toute faite, fut-elle perfectionnée : la mise en place de démarches de plus en plus économiques (longueurs de calculs, certitude du résultat) va permettre l'étude de divers procédés de réductions d'écritures de plus en plus élaborés.

Ainsi au début, l'élève sait exprimer le nombre d'objets d'une collection à l'aide d'une écriture additive. Des réductions élémentaires, conduites éventuellement à l'aide de matériel, ou l'aide de formules qu'il a reconnues comme vraies, mémorisées ou répertoriées vont lui permettre de donner des écritures plus courtes d'une somme et peut-être l'écriture usuelle de cette somme. Par exemple, les formules 2 + 3 = 5, 7 + 4 = 11, 11 + 5 = 16, permettent d'écrire 2 + 3 + 7 + 4 = 5 + 11 ou 2 + 3 + 7 + 4 = 16.

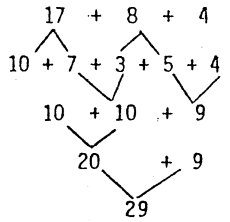
L'enfant peut se rendre compte que ces réductions d'écritures sont favorisées par la connaissance de ce répertoire de formules. Le répertoire nécessaire peut être plus ou moins vaste selon les méthodes de réductions utilisées :
Par exemple : soit à réduire 17 + 8 + 4

1. L'enfant récite "18,19,...23,24,25" puis 26,27,28,29", ce qui le conduit à écrire 17 + 8 + 4 = 29.

Dans cette démarche, l'enfant utilise uniquement la suite mémorisée ordinale des nombres, et ce procédé fait appel implicitement aux seules formules d'additions donnant le suivant d'un nombre : 7 + 1 = 8, 8 + 1 = 9.

.../...

2. L'enfant calcule

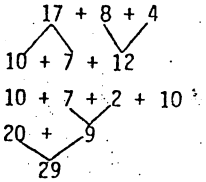


ce qui le conduit à écrire

17 + 8 + 4 = 29

Ici, les propriétés de l'addition sont implicitement utilisées ainsi que les propriétés de la numération (10 + 10 + 4 = 24), et les seules formules du répertoire sont de type a + b = c avec c ⩽ 10.

3. ou bien l'enfant calcule



ce qui le conduit à écrire

17 + 8 + 4 = 29

Ici encore les propriétés de l'addition et de la numération sont utilisées, mais les formules du répertoire sont du type a + b = c avec c < 20.

4. Ou bien...

Il est raisonnable de penser que le répertoire et la manière de l'utiliser vont évoluer avec la méthode de calcul. Il paraît important de faire évoluer les deux à la fois de manière adaptée, afin de préserver la signification et l'efficacité des procédés de calcul.

"La table d'addition" constitue ainsi par la sui-

.../...

te le répertoire optimal qui joint aux propriétés de l'addition et de la numération permet la réduction de toutes les écritures additives, sa construction en table à double entrée favorise la recherche de formules.

Certaines de ces formules sont mémorisées par l'enfant au hasard de leur utilisation, chaque enfant ayant un répertoire de formules qui lui est propre : exemple : 3 + 2 = 5 ; 3 + 3 + 3 = 9 ; 5 + 5 = 10 ; 7 + 7 = 14. D'autres formules ne sont mémorisées volontairement par l'enfant que lorsqu'il a une idée assez claire de l'utilisation et de la forme du répertoire, et lorsqu'il est capable de choisir une technique de calcul déjà éprouvée qu'il sait efficace ; exemple : 10 + 7 = 17 ; 10 + 10 + 3 = 23 ; 6 + 4 = 10 ; 7 + 3 = 10.

a.1.3. *Calcul mental - Signification et utilisation des parenthèses*.

Toute technique opératoire de l'addition utilise des propriétés que l'élève n'explicite pas au moment de l'emploi. Dans le calcul mental, l'élève contraint d'économiser l'écriture, la manipulation d'objets, mobilise non seulement les formules, mais aussi les propriétés de l'addition, de la numération et des représentations mentales.

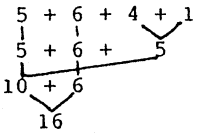
La recherche, la justification d'une démarche en calcul mental est l'occasion de raisonnements qui peuvent être réinvestis dans le calcul écrit et le rendre ainsi plus fiable.

Une traduction symbolique des opérations mentales effectuées, conduit à l'utilisation des parenthèses. Exemple : la somme 5 + 6 + 4 + 1 écrite au tableau peut être calculée mentalement (16). L'enfant peut expliciter sa démarche :

- soit verbalement : "quatre plus un égale cinq ; cinq plus cinq égale dix ; dix plus six égale seize"

.../...

- soit par écrit à l'aide d'un arbre de calcul :



- soit par écrit "en ligne" avec des parenthèses.

5 + 6 + 4 + 1 = [(4 + 1) + 5] + 6

L'utilisation des parenthèses n'est pas justifiée par l'écriture des sommes comprenant plus de deux termes, mais par cette nécessité de décrire l'organisation d'un calcul : une écriture telle que : 5 + 6 + 4 + 1 est sans ambiguïté, mais une formule telle que : 5 + 6 + 4 + 1 = 16 n'explicite pas la manière dont le calcul a été conduit.

Les parenthèses permettent de décrire des propriétés de l'addition, exemple : à propos de l'associativité nous avons : (7 + 8) + 9 = 7 + (8 + 9) cependant l'utilisation par l'élève des propriétés de l'addition apparaît avant de telles explicitations : elle se traduit par des décisions correctes prises régulièrement au cours de la conduite de calculs, comme le ferait quelqu'un qui connaîtrait explicitement les propriétés. L'explicitation, l'identification, la désignation des propriétés se développent progressivement et seulement dans la mesure où elles se révèlent utiles dans les activités en cours.

a.2. EXEMPLES D'ACTIVITES PERMETTANT D'OBSERVER LES COMPORTEMENTS ATTENDUS

a.2.1. *Analyser, reconnaître et représenter les situations faisant intervenir la somme de deux nombres, puis de plus de deux nombres - Utilisation du signe +. Addition*.

1. Matériel : Une collection de jetons (par exemple 27) dessinée sur une feuille.

.../...

Consigne : "Ecris le nombre de jetons de deux façons différentes"

2. Matériel : Ardoise, craie
Consigne : "Dessine 4 + 6 + 3 ronds"

3. Matériel : jetons, papier, stylo, 3 boîtes
Consignes :."Prends 14 jetons, mets-en quelques-uns dans chacune de ces boîtes de façon à tous les placer".
."Dis-moi ta répartition et dessine la"
."Ecris une égalité qui correspond à ta répartition".

4. Matériel : 5 réglettes de longueurs différentes (10,8,7,4, 2), ce matériel étant connu de l'enfant.
Consigne : "Fais un train qui a pour longueur 10 + 4 + 2".

5. Matériel : 1 jeu de quilles, 3 boules
Consigne : "Chaque joueur a trois boules"

Le 1er joueur A a fait tomber	Le 2ème joueur B a fait tomber
1ère boule : 3 quilles	1ère boule : 4 quilles
2ème boule : rien	2ème boule : 2 quilles
3ème boule : 6 quilles	3ème boule : 1 quille

Quel est le joueur qui a gagné ? et pourquoi ?

6. Matériel : Une piste type "jeu de l'oie"
Des enveloppes avec un nombre dans chacune des enveloppes.
Consigne :."Chaque joueur tire trois enveloppes :

Le joueur A tire	Le joueur B tire
6, 4, 2	2, 5, 1

Qui va le plus loin sur la piste ?

."Chaque joueur tire quatre enveloppes :

Le joueur C tire	Le joueur F tire
5, 3, 5, 0	1, 3, 2, 5

Qui va le plus loin sur la piste ?"

.../...

7. Réaliser une fiche écrite telle que

Complète avec < ou > ou =   3 + 7. 7 + 8   3 + 4 + 8 + 5 . 5 + 4 + 3 + 9
Complète pour que ce qui est écrit soit vrai :   8 + 5 = . + 8   3 + 9 > 9 + .   8 + 5 + 7 = 5 + . + .
Range les nombres suivants :   3 + 8 + 4 , 8 + 8 + 5, 8 + 3 + 5

8. Matériel : . Reproduction des billets et pièces de monnaie usuels,
. Une page de catalogue représentant des jouets avec leurs prix.
Consigne : "Prépare l'argent pour acheter ce jouet, puis celui-ci, puis celui-là" (le maître montre successivement du doigt chaque jouet).

9. Matériel : Papier - crayons - gomme
Consigne : "Trouve une histoire où le nombre d'objets est : (12 + 9 + 25)"

a.2.2. Utilisation de la table d'addition écrite.

1. Matériel : Répertoire donné de la façon suivante

7 + 4 = 11
3 + 6 = 9
6 + 8 = 14
8 + 3 = 11
9 + 8 = 17
11 + 6 = 17
9 + 3 = 12
14 + 3 = 17

.../...

Consigne : "Réduis, en utilisant le répertoire donné :

6 + 3 + 8

7 + 4 + 6"

2. Matériel : Répertoire donné (voir ci-dessus)

Consigne : "Utilise le répertoire donné pour compléter par > ou par < ou par =

9 + 3 . 14

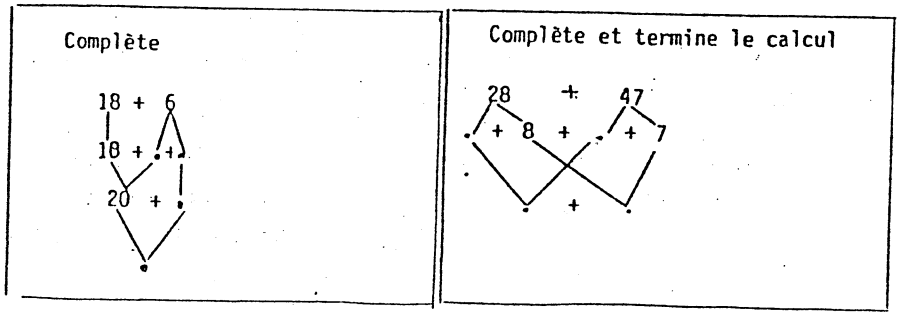
7 + 4 . 8 + 3

. *Technique opératoire de l'addition*

1. Matériel : feuille et crayon

Consigne : "Réduis : 26 + 32 + 45"

2. Réaliser des fiches écrites telles que :



3. Matériel : feuille, crayon

Consigne : "Complète :

. + . = 10

. + 7 = 10

12 + . = 20"

(L'activité concerne des sommes correspondant à un nombre entier de dizaines).

a.2.3. *Utilisation de la table d'addition mémorisée, calcul mental, utilisation des parenthèses.*

1. Matériel : pour deux élèves, un ensemble de cartes à jouer

.../...

de type :

4 + 3	10 + 10 + 5	5 + 2	28

Consigne : "Vous jouez avec ces cartes à la bataille".

2. Matériel : Pour un groupe de 3 ou 4 élèves, un jeu de dominos de type :

10 + 3	27	9	13	13 + 14	6 + 3	6 + 4	5 + 4

Consigne : "Vous jouez aux dominos avec ce jeu"

3. Jeu : "le compte est bon"

Liste des nombres suivants 5 3 7 8

Le nombre tiré est 15 (ou 17)

Consigne : "approche le nombre tiré du mieux que tu peux"

4. Jeu oral de relais :

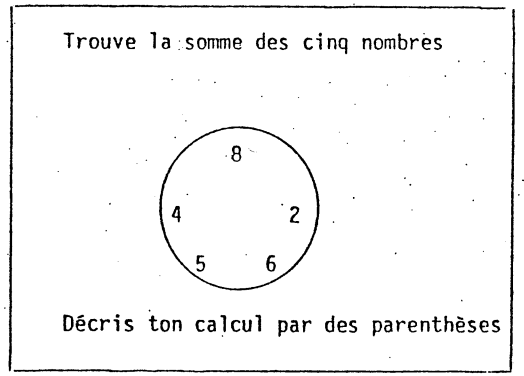
Le maître demande de calculer mentalement une somme telle que 12 + 5. Le premier enfant interrogé qui donne le résultat correct, demande à son tour de calculer la somme de même type 17 + 5 à l'élève de son choix, et ainsi de suite. A chaque fois, chaque élève peut prévoir réponse et question suivantes, puisqu'il s'agit de la suite des nombres de cinq en cinq.

5. Réaliser une fiche écrite telle que :

Complète 7 + 6 + 3 + 1 +	Décris le calcul par des parenthèses
Complète 12 + 3 + 2 + 1 +	Décris le calcul par des parenthèses

.../...

6. Réaliser une fiche écrite telle que :



7. Matériel : papier, crayon.
Consignes : "Voici une somme : (4+7) + (5+6)
Calcule cette somme comme les parenthèses te l'indiquent
(Après réussite) calcule cette somme d'une autre façon.

SE SITUER DANS L'ESPACE ET L'ORGANISER

Cette partie propose simultanément des objectifs pour l'élève :

a) se situer
b) reconnaître des formes et figures simples
c) organiser

et différentes situations. Ces situations peuvent être perçues :

. comme moyens à mettre en oeuvre par l'élève pour qu'il élabore les notions proposées.

. comme moyens d'action permettant au maître de vérifier l'acquisition de ces notions

. comme apportant des précisions sur les objectifs à atteindre,

.../...

exemple :
"Utilisation des quadrillages et tableaux : repérages" précise que l'objectif "se situer" comprend la capacité pour l'élève d'utiliser un quadrillage donné pour se situer ou situer un objet.

Chacune des situations concerne non seulement l'objectif du paragraphe où il figure, mais éventuellement aussi des objectifs voisins, exemple : "courbes et domaines" concernent aussi bien b) que a) ; de même "jeux de construction, d'emboîtement" concerne aussi bien c) que a) que b).

Les objectifs évoqués sont liés aux mathématiques par les "opérations"(1) qu'ils nécessitent pour être atteints, opérations à l'aide desquelles se construisent les propriétés (orthogonalité, parallélisme,...). Ainsi, par exemple, l'objectif "reconnaître des formes et figures simples" ne peut être atteint que si l'élève est capable de percevoir certains invariants (longueurs, angles,...), et que s'il est capable au niveau de la manipulation des objets de concevoir qu'à l'aide de translations, de symétries,... - sans nécessairement les réaliser - tel objet peut venir en superposition avec tel autre.

De plus, il est montré [26] que les opérations de la structuration de l'espace correspondent à celles de la structuration du nombre : quand l'enfant construit l'espace ou le nombre, il travaille sur des "objets" différents mais les activités opératoires qu'il met en jeu sont de même nature. Ainsi, quelques jetons forment du point de vue spatial un objet unique dont les éléments sont reliés par des rapports de voisinage, de distance, d'alignement, de position... alors

.../...

(1) "opérations" au sens piagétien - voir note dans le préambule - voir aussi : "objectifs de l'école maternelle" Programme officiel (1977)

que du point de vue du nombre ils sont éléments indépendants les uns des autres et invariants constitués en classes qui peuvent être réunies, sériées, chaque élément pouvant être remplacé par n'importe quel autre. A propos de cet exemple, nous concevons que les deux systèmes d'opérations respectivement formateurs de la notion d'espace et de nombre, quoique distincts sont isomorphes : au niveau spatial, les opérations portent sur des emboîtements de parties d'un même objet spatial, déterminés par des rapports de voisinages... au lieu de porter sur des emboîtements de classes déterminés par des rapports d'inclusion ensembliste[1].

a) SE SITUER

a.1. ANALYSE DE L'OBJECTIF

"Se situer" c'est donner à l'aide de langages divers (trace sur le sol, maquette, dessin, parole, signes, ...) des informations pertinentes :

- quant à une position fixe, que l'on occupe, par rapport à d'autres objets ou par rapport à des repères
- quant à une suite de positions dans diverses attitudes, en restant au même endroit, ou en se déplaçant, afin qu'une autre personne puisse venir prendre la même po-

.../...

(1) "Au niveau de la pensée intuitive opératoire, il se constitue des images spatiales statiques et une imagination de certaines actions relatives aux transformations possibles des objets, mais sans conservation des ensembles, ni inversion possible de configuration. Au niveau des opérations concrètes, les premières opérations transitives et reversibles s'organisent dans le domaine de l'espace de façon entièrement isomorphe aux premières opérations logico-arithmétiques [28]

sition, effectuer les mêmes mouvements ou le même déplacement.

"Se situer", c'est aussi par conséquent, comparer des positions, des déplacements des attitudes et exprimer en quoi ils diffèrent.

Exemples : 1 - Etre assis sur le même banc mais à l'autre extrémité, bras croisés ou bien bras le long du corps...

2 - Balancer le bras droit ou bien le bras gauche, parcourir un même chemin, mais à reculons.

L'objectif implique que l'on soit capable de se considérer en tant qu'objet parmi d'autres objets et ainsi de se décentrer non seulement dans l'espace, mais aussi dans le temps, exemples : "j'étais entre le bureau et le tableau et non entre le tableau et l'armoire", "je vais prendre ta place..." De sorte que l'objectif est lié à celui de situer un objet dans l'espace (cf. a.1.1).

Nous étudions ci-après, à travers les activités proposées, certaines précisions concernant l'objectif.

a.1.1. *Positions relatives d'objets par rapport à soi-même, par rapport à un ou plusieurs repères ou les uns par rapport aux autres.*

Ces précisions sur l'objectif "se situer" montrent que : l'enfant doit :

1. Donner une signification (utilisation pertinente) à des expressions dont certaines s'opposent telles que : devant, derrière ; en haut, en bas ; dessus, dessous ; à droite, à gauche ; juste avant, juste après ; près, loin ; en face ; entre ; au milieu ; à côté ; à l'intérieur, à l'extérieur ; dedans, dehors ; avant, après ;...

(Exemple : "le cube est dans la boîte, la boîte est sur la chaise")

Certaines de ces expressions sont liées à des repères abso-

.../...

lus (exemple : la verticale), d'autres à des repères relatifs (exemple : le bureau de la maîtresse), d'autres au repère corporel.

2. Abandonner le repère personnel ("à côté de moi", "loin de moi",...) pour concevoir des positions relatives entre les objets ("cet objet est plus éloigné de la fenêtre que le bureau"), et des positions relatives des objets par rapport à des repères de l'espace considéré (éléments de l'espace considéré qui ne peuvent être déplacés : murs de la salle, arbre, maison, ...)

Abandonner des positions par rapport à des repères relatifs (du côté de la fenêtre, du côté de la porte) pour utiliser des repères personnels (à gauche, à droite). Il importe de noter que l'élève peut projeter son repère personnel sur un objet de différentes façons, exemple : si une chaise fait face à l'élève, la droite de celle-ci peut être la partie située à la droite de l'élève ou celle située à sa gauche, selon que l'enfant projette son modèle par translation, ou qu'il projette son modèle sur une personne imaginée assise sur une chaise (et orientant ainsi la chaise) [20]

3. Coordonner plusieurs rapports topologiques (ordre, voisinage,...) dont certaines sont évoqués en 1 ; coordonner plusieurs rapports métriques (distances, exemple : être placé simultanément à trois pas du mur des fenêtres et à quatre pas du mur du tableau) ; coordonner ces rapports entre eux, et différents points de vue possibles. Ces possibilités de coordination se révèlent notamment dans une lecture d'un plan, quelle que soit la position de ce plan par rapport à la personne qui le lit.

a.1.2. Déplacements, itinéraires, parcours selon les conventions.

Les situations relevant des "déplacements, itinéraires, parcours selon les conventions" conduisent en plus des objectifs rencontrés dans les paragraphes précédents

.../...

(notamment : être capable à l'aide de langages appropriés, d'associer à un déplacement l'itinéraire correspondant et inversement) à d'autres objectifs pour l'élève :

1. Décrire certaines sériations ou concordances d'activités, et ainsi, donner un sens au niveau du temps à des expressions telles que : avant, après, juste avant, puis, ensuite, en même temps que... (exemple : "tu passes sous la table, puis sous le banc, et enfin tu fais le tour du bureau, pendant que tes camarades chantent la comptine").

2. Respecter des conventions de parcours éventuellement codées - analogues à celles du code de la route ou de certains jeux tel signe veut dire "faire deux pas vers la fenêtre" - et pouvoir les coordonner afin de réaliser l'itinéraire et/ou le déplacement correspondant et de répondre ainsi à un problème.

3. Trouver des conventions de parcours qui ont été respectées dans divers déplacements observés.

a.1.3. Utilisation de quadrillages et tableaux : repérage.

L'utilisation de quadrillages et tableaux, à propos de l'objectif visé, signifie que l'élève doit pouvoir se situer, situer des objets sur un quadrillage, décrire un déplacement réalisé sur un quadrillage, ou en réaliser un d'après une description convenable. Il importe de noter :

1. que la compréhension du système de désignation des cases ou des noeuds d'un quadrillage à l'aide de désignations respectivement des bandes et des lignes, exige pour l'enfant la possibilité de concevoir simultanément deux partitions, ou deux réseaux, et le croisement obtenu.

2. que selon les situations, le système de désignation évoqué ci-dessus n'est pas nécessairement le plus économique (temps, longueur d'écriture) pour une communication (exemple : dans le cas de déplacement sur quadrillage, il est plus rapide de dire : "deux pas vers le bureau, puis quatre vers l'armoire..." que de dire : "tu passes par les cases : a1, a2, b2,

.../...

c2, d2, e2,..."

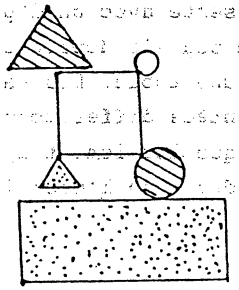
a.2. EXEMPLES D'ACTIVITES PERMETTANT D'OBSERVER LES COMPORTEMENTS ATTENDUS.

a.2.1. Positions relatives d'objets par rapport à soi-même, par rapport à un ou plusieurs repères ou les uns par rapport aux autres.

1. Matériel : deux jeux de construction identiques (pièces en bois ou en plastique...). Le maître réalise à l'aide d'un des jeux une construction comportant des alignements et/ou des empilements.

Consigne : "Voici un jeu de construction. Avec ce jeu, fabrique un assemblage exactement pareil à celui que je viens de faire".

2. Matériel : un jeu de pièces de type "blocs logiques", une feuille de papier, feutres de couleurs. Le maître réalise avec quelques pièces une construction "à plat" par exemple :



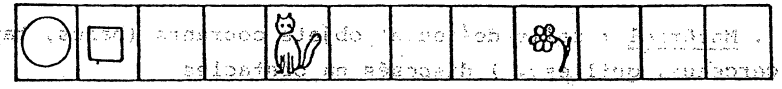
Consigne : "Fais un dessin. Avec ce dessin un de tes camarades doit pouvoir refaire exactement le même assemblage que celui-là".

3. Consigne : "Place-toi à trois pas du mur du tableau et à quatre pas du mur de la porte".

.../...

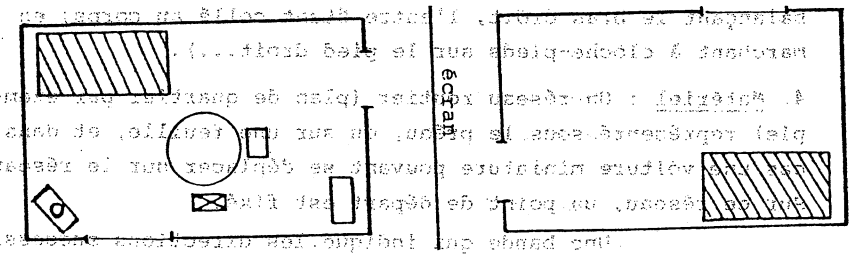
4. Réaliser une fiche telle que

La bande ci-dessous commence par un rond, un carré vient juste après.



. Ecris la lettre A dans la case qui est juste après le carré.
. Colorie en bleu la dernière case
. Dessine une maison dans une case qui est à la fois après le chat et avant la fleur.
. Fais une croix dans une case entre la fleur et la case bleue.

5. Matériel : deux maquettes identiques de chambres avec deux jeux identiques de mobilier (lit, table, armoire, chaises, télé). Dans une des chambres le mobilier est placé. Dans l'autre chambre, tournée à 180 ° par rapport à la première, quelques pièces sont déjà placées, de manière à avoir des positions relatives identiques à celles dans la première chambre. Les deux maquettes ne sont pas simultanément visibles (écran).



.../...

Consigne : "Place les pièces du mobilier dans la deuxième chambre. La disposition des meubles doit être la même dans les deux chambres".

a.2.2. Déplacements, itinéraires, parcours selon les conventions.

1. Matériel : salle de jeu et objets courants (bancs, tapis, cerceaux, quilles...) disposés en obstacles.

Consigne : "Réalise le parcours que je t'indique : tu pars en te mettant sur le tapis, face à la porte. Tu vas tout droit vers la table, tu passes dessous, tu sautes à pieds joints dans le cerceau bleu...".

2. Matériel : la salle de classe et un plan de cette salle fait par les enfants.

Consignes : "Réalise le parcours qui est représenté sur ce plan en bleu".

"Représente en rouge sur ce plan le parcours que je fais".

3. Matériel : salle de jeu et objets courants disposés en obstacles.

Consignes : "Regarde ce que je fais et fais-le à ton tour".

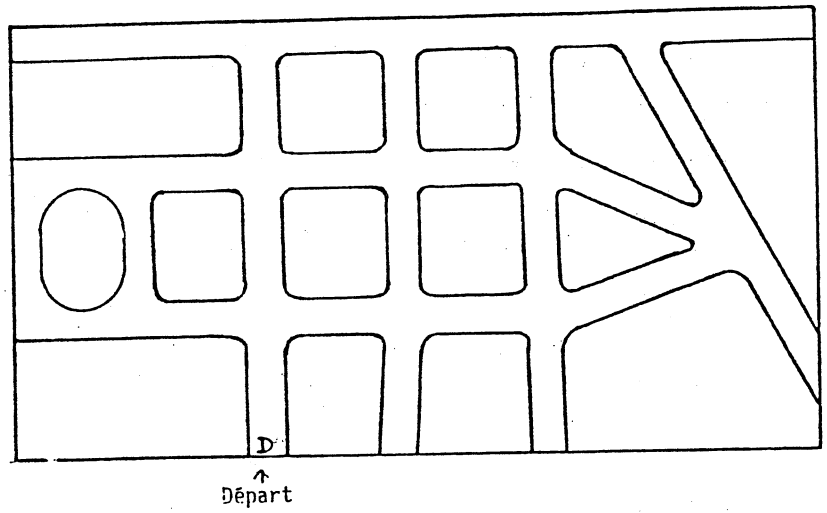
"Dis ce que nous avons fait à quelqu'un qui ne nous a pas vu faire pour qu'il le fasse à son tour" (le maître réalise un parcours en changeant plusieurs fois d'attitudes : marcher en hochant la tête de droite à gauche, en balançant le bras droit, l'autre étant collé au corps, en marchant à cloche-pieds sur le pied droit...).

4. Matériel : Un réseau routier (plan de quartier par exemple) représenté sous le préau, ou sur une feuille, et dans ce cas une voiture miniature pouvant se déplacer sur le réseau. Sur ce réseau, un point de départ est fixé.

Une bande qui indique les directions successives à prendre à chaque carrefour, exemple :

à droite, à gauche, tout droit, demi-tour, à gauche, à gauche...

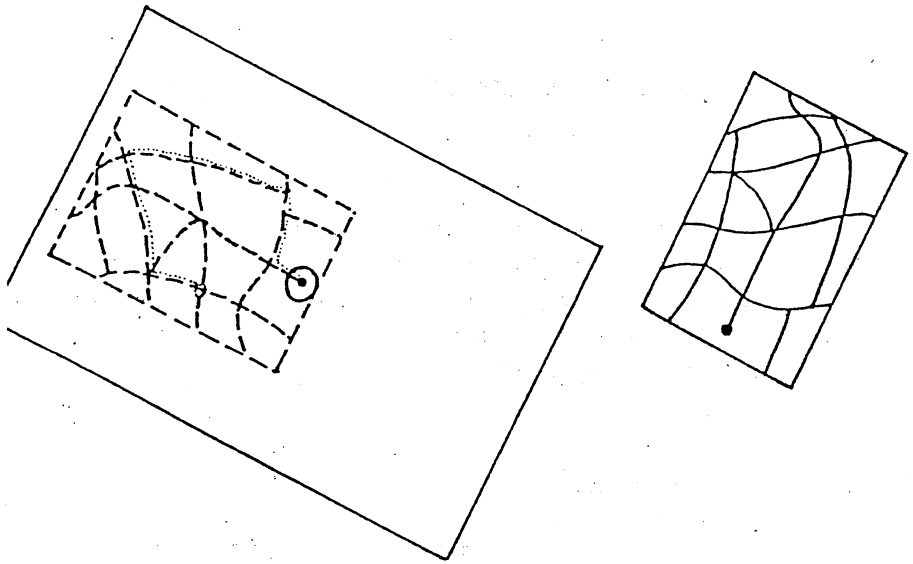
.../...



Consigne : "Effectue le parcours indiqué" ou dans le cas où le réseau est dessiné : "fais suivre à la voiture le chemin indiqué".

5. Matériel : deux réseaux identiques. Sur l'un d'eux, un parcours est représenté avec un départ et une arrivée déterminés. Sur l'autre seul le départ est indiqué. Chaque réseau est posé sur une table. Les tables non visibles simultanément sont orientées différemment. Le parcours dessiné ne peut être observé que localement à l'aide d'un cache muni d'une fenêtre, au début de l'exercice la fenêtre est sur le départ.

.../...



Consigne : "Dessine en rouge sur ce plan, le parcours qui est dessiné en rouge sur le plan placé sous le cache. Tu peux faire glisser le cache mais tu ne peux pas le soulever. Les deux plans sont exactement les mêmes".

a.2.3.. Utilisation de quadrillages et tableaux : repérage.

1. Matériel : Deux quadrillages identiques, deux jeux d'objets identiques les pièces d'un jeu sont disposés sur des cases d'un quadrillage, quelques pièces identiques de l'autre jeu sont placées sur le second quadrillage en respectant la disposition relative des pièces du premier quadrillage. Les deux quadrillages ne sont pas nécessairement orientés de la même façon, ni visibles simultanément".

Consigne : "Place les pièces de ce jeu de façon à obtenir la même disposition que sur le premier quadrillage".

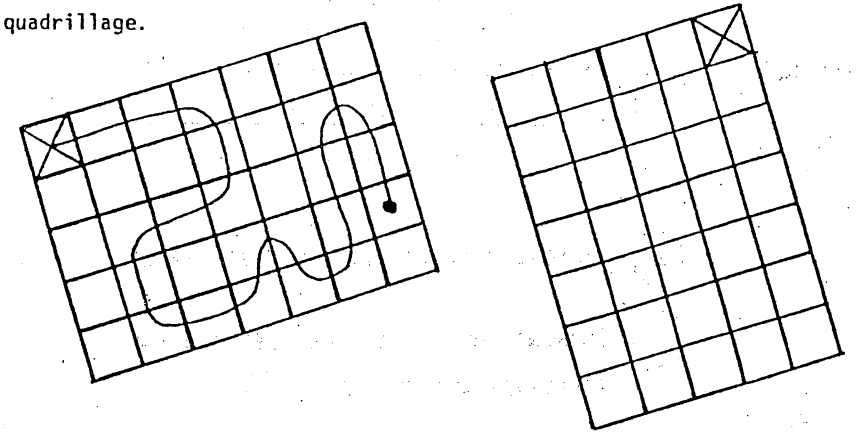
2. Matériel : Pour une communication entre deux élèves. Même matériel que précédemment, les quelques pièces déjà sur le second quadrillage sont d'une couleur qui les distingue des autres, rouges par exemple.

.../...

Consigne : "Ton camarade a les mêmes pièces et le même quadrillage. Ses pièces rouges ont la même disposition que les tiennes. Donne-lui les renseignements qui vont lui permettre de placer les autres pièces pour qu'à la fin, toutes ses pièces soient placées comme les tiennes".

3. Réaliser une fiche telle que :

Tu vois un chemin sur un quadrillage, dessine le même chemin sur l'autr quadrillage.



4. Matériel : Un quadrillage dessiné sur une feuille de papier dans lequel les bandes d'une même direction sont désignées à l'aide de fleurs, les autres bandes étant désignées à l'aide de jouets ; divers objets (jetons de différentes couleurs ou formes).

Consigne : "Place un rond rouge dans la case auto-tulipe. Place un carré bleu dans la case marguerite-poupée..."

5. Matériel : Pour une communication entre deux élèves. Deux quadrillages identiques dans lesquels les lignes d'une même direction sont désignées à l'aide de fleurs, les autres lignes étant désignées à l'aide de fruits. Une figure polygonale simple est dessinée sur l'un d'eux (les sommets du polygone sont des noeuds du quadrillage).

Consigne à l'élève qui a le quadrillage où figure le dessin. "Donne à ton camarade les renseignements pour qu'il fasse le même dessin que le tien".

B 2 LE PROGRAMME DU C.P.

UNE SUITE DE SÉQUENCES POUR LA CLASSE

(1) COMMENT SONT DÉCRITES LES SÉQUENCES ?.....P.104

(2) COMMENT SONT ARTICULÉES LES SÉQUENCES RELATIVES AUX NOMBRES.....P.110

(3) LES ATELIERS MATHÉMATIQUES, POURQUOI ?.....P.117

(4) LA PROGRESSION SUIVIE ET LA SUITE DES SÉQUENCES.....P.119

* * *
*

COMMENT SONT DÉCRITES LES SÉQUENCES

Une leçon peut concerner plusieurs séquences, la séquence étant entendue ici comme l'ensemble des activités mathématiques relatives à une même journée (c'est-à-dire approximativement une heure quinze se répartissant éventuellement en plusieurs moments).

LE PLAN DES DESCRIPTIONS

Les descriptions que nous proposons comprennent :

- Les objectifs pour le maître ; ces objectifs donnent le type de problème ou de situation à proposer en vue d'obtenir de l'élève l'investissement de ses connaissances antérieures pour les éprouver et éventuellement les compléter ou même les rejeter pour construire des conceptions correctes. (Cf. partie A).

- Les objectifs pour l'élève sont énoncés en termes de savoir faire que nous pensons pouvoir être obtenus à l'issue de la leçon. Il est entendu que beaucoup d'élèves peuvent dans le courant de la leçon et dans certains exercices manifester des savoir-faire convenables sans pour cela que nous soyons assurés que ces élèves seront tous capables de ces savoir-faire d'une façon générale. A cet effet, il nous semble nécessaire qu'ils retrouvent d'autres situations visant des objectifs semblables (en "ateliers" par exemple) afin qu'ils assurent leurs procédures.

- Les antécédents - les prolongements ne se réfèrent pas essentiellement à l'articulation entre les notions, mais à l'articulation entre les savoir-faire des élèves. Exemple :

.../...

le nombre 9 est abordé après les nombres 1,2,3,4,5,6 et la correspondance terme à terme, car il est introduit par référence à un ensemble donné, il exige donc, soit un dénombrement par paquets utilisant des nombres déjà vus, soit une correspondance terme à terme.

- Le matériel

Pour une leçon donnée, chaque numéro encerclé à propos du matériel, se réfère à la phase correspondante du déroulement. Une telle phase concerne généralement une séquence d'activités.

- Le déroulement propose une conduite de l'activité à partir d'une situation problème et non une description de l'activité effectivement déroulée. Nous avons cependant inséré certaines réactions d'élèves et certains de leurs travaux qui nous ont paru les plus significatifs.

- Les exercices qui figurent à l'issue des leçons doivent être conçus comme des exemples d'activités individuelles soit de recherche, soit de réinvestissement ou de contrôle à adapter. Ils ne sont pas proposés pour être conduits tous à l'issue des leçons. Certains travaux d'élèves ont été insérés parmi les exercices utilisés comme contrôles, ceux marqués d'un astérisque sont accompagnés du pourcentage de réussite.

LA CONDUITE DES LECONS

Les situations didactiques considérées susceptibles de modification sont conçues pour une pratique où le maître recherche la construction des connaissances par l'élève, et non la communication d'un savoir constitué -

.../...

- constitué ailleurs - à assimiler passivement, mécaniquement sans que l'élève ait à poser des questions, sans qu'il ait ce savoir à mettre en question dans ses activités courantes.

La conduite des leçons décrites doit ainsi considérer les éléments abordés dans la partie A tel que :

- Le caractère dialectique des situations didactiques.
- Les conceptions des élèves successivement construites et remplacées par d'autres plus efficaces.
- Le rôle des erreurs, La manifestation des obstacles.....

Nous adjoignons deux remarques de caractère plus technique qu'il est aussi nécessaire de prendre en compte:

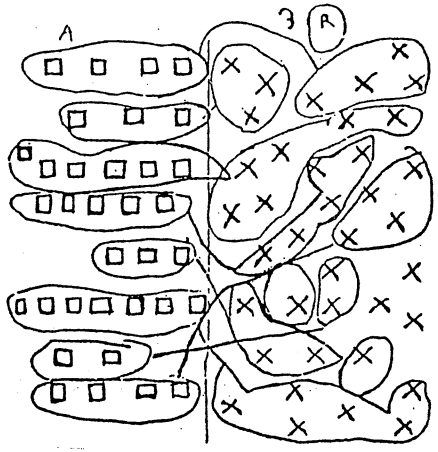
. La description des démarches par les élèves

Pour favoriser les échanges, les critiques dans la classe, puis pour faciliter les récapitulations, les synthèses, il est opportun que les élèves fassent apparaître à propos de leur production les tracés décrivant non seulement les conclusions obtenues (les propositions) mais aussi les méthodes mises en oeuvre (les justifications). Le maître demandera par exemple aux élèves de faire des tracés qui "expliquent aux autres comment ils trouvent". Ceci n'exclut pas les explications verbales, mais exige des réflexions, puis des conventions explicitées dans la classe sur la façon de décrire, sans qu'il y ait apprentissage systématique des conventions.

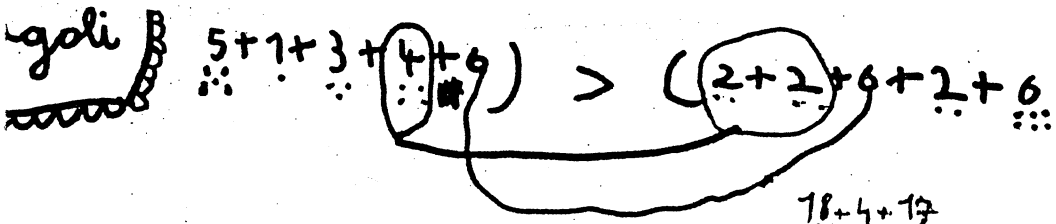
.../...

Exemples de réalisations d'élèves mettant en jeu de telles conventions.

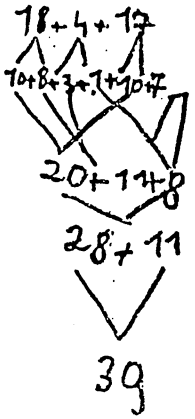
a)"Entoure le signe de la collection qui a le plus d'objets et écris à côté de ce signe, combien elle a d'objets en plus".



b) "Complète avec < ou > ou = :

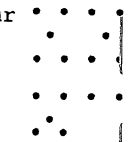


c)"Calcule 18+4+17"



.../...

Les collections représentées à l'aide de constellations (ex:b ci-dessus, ex ci-contre pour 17) rendent relativement fiables la copie et le dénombrement de leurs éléments, surtout dans le cas où la copie et le dénombrement doivent être effectués sans que l'on puisse repérer graphiquement sur la collection les éléments successivement reproduits ou comptés.



. Le calcul mental

Dans le corps de la progression se trouvent précisés les objectifs du calcul mental en termes de savoirs et de savoir-faire (Cf."Calcul mental" , p 149)

Notons ici que de façon générale le calcul mental est d'abord l'occasion de solliciter l'élève dans la construction des images mentales. Exemple : "J'ai fait un collier. Pour cela j'ai pris deux perles, puis deux perles, et encore deux perles. Dans quelle boîte-nombre, vais-je mettre mon collier ?"

Il propose ensuite un ensemble d'activités relativement économiques, favorables à la construction de procédures.

Exemple : Pour calculer 17+18, l'élève peut considérer :

.soit 17+18 = 10+10+7+8
= 20+15
= 35

.soit 17+18 = 17+3+15
= 20+15
= 35

.soit.....

.../.

De plus savoirs et savoir -faire acquis, se révèlent relativement avantageux dans la conduite de tous calculs.

Afin de viser l'acquisition des procédures mentales (maîtrise, disponibilité, fiabilité) nous pensons indispensable la conduite d'activités en calcul mental à propos de chacune des séquences et à chaque fois que l'occasion se présente dans la classe.

Compte tenu de cette présence constante, le calcul mental n'a pas été systématiquement évoqué dans les descriptions.

.../...

COMMENT SONT ARTICULÉES LES SÉQUENCES

Nous pensons que les séquences décrites peuvent être utilisées dans un ordre différent de celui que nous avons suivi, l'enchaînement des situations résultant essentiellement des points de vue développés dans la partie A. La construction par l'élève de l'addition dans N est une mathématisation qui détermine en partie un enchaînement que G.Brousseau a déjà présenté ([4] p.480) et que nous résumons en utilisant certaines des séquences qui sont relativement significatives.

I - *DESIGNATION DE CERTAINS NOMBRES A L'AIDE DE L'ECRITURE USUELLE, ET PROCEDES DE COMPARAISON DES COLLECTIONS.*

a) "Classement d'ensembles. Les premiers nombres"

Les élèves classent à l'aide de procédés basés sur la perception des ensembles de petits objets dans des boîtes et désignent ees boîtes (nombres 1,2,3,4,5).

b) "Comparaison de collections - correspondance terme à terme"

Le procédé de la correspondance terme à terme est mis en place par les élèves afin de comparer des collections ayant entre 10 et 25 objets.

.../...

c) "Les nombres 9 - 12 - 13"

En utilisant la correspondance terme à terme, de nouvelles "boîtes" sont construites et désignées.

d) "Comparaison de collections par correspondance partie à partie"

Pour comparer 2 collections dessinées ayant environt 60 objets, placées chacune dans des espaces relativement réduits, les élèves ont besoin de construire de nouvelles procédures pour remplacer celle de la correspondance terme à terme devenue inextricable. Ils découvrent qu'il est commode de mettre en correspondance des sous-ensembles ayant même nombre d'objets, ces sous-ensembles déterminent une partition dans chacune des collections.

II - DESIGNATION DE NOMBRES A L'AIDE DE L'ECRITURE ADDITIVE

a) "Les nombres 12 et 13". "Ecriture de nombres sous forme additive"

Alors qu'ils ne possèdent pas l'écriture 13, les élèves utilisent pour désigner 13 des écritures du type (4, 3, 2, 4) qu'ils associent à une partition d'un ensemble de 13 objets en quatre sous-ensembles comprenant respectivement 4,3,2,4 objets. L'écriture 4+3+2+4 pourrait être introduite à ce moment de l'étude si elle était jugée indispensable. Ce type d'écriture est introduit à propos de la désignation d'un nombre d'objets (environ 40) dans une communication : des enfants disposant d'une collection dessinée de points doivent écrire un message et le communiquer à d'autres élèves afin que ces derniers dessinent

.../...

un ensemble ayant autant de points. Les messages de la forme (8,4,7,9,13) ou de la forme (13,13,13,2) sont remplacés sur proposition du maître par l'écriture du type 8+4+7+9+13 ou 13+13+13+2.

b) "Le nombre d'élève de la classe (25)"

Cette étude est l'occasion d'éprouver la conviction des élèves quant au résultat suivant : si A a autant d'objet que A', si B a autant d'objets que B' et si de plus A et B sont disjoints ainsi que A' et B', alors la réunion de A et B a autant d'objets que celle de A' et de B'.

En conclusion, les élèves disposent maintenant d'une méthode et d'un procédé de désignation leur permettant de dénombrer des collections pouvant comprendre un grand nombre d'objets (100 par exemple). Ici l'élève n'écrit pas 9+5 lorsqu'il sait déjà que cela désigne la même chose que 14, mais utilise les écritures additives pour au contraire désigner des nombres dont il ne pouvait jusqu'alors parler qu'avec l'aide encombrante des représentations ou des collections, et de l'équipotence.

III - CALCUL DE SOMMES

a) "Egalité à propos de nombres"

Le signe + permet aux élèves de désigner de nombreux naturels, ils constatent rapidement que plusieurs écritures désignent le même nombre ("1+2 c'est pareil que 3" ; "1+1 c'est pareil que 2"). Le maître propose alors des écritures additives en demandant de déterminer celles qui

.../...

désignent le même naturel. Les preuves de l'élève peuvent s'appuyer sur des représentations concrètes mais aussi sur l'emploi des formules élémentaires (3+1=4 ; 1+2=3 ; 3+2=5) qu'ils ont déjà exprimées sous d'autres formes ("trois et un, c'est pareil que quatre"). Rapidement, il apparaît que certaines preuves se répètent ("on l'a déjà vérifié tout à l'heure"). Les résultats qui ont été trouvés sont alors reportés, avec l'accord des élèves, en un répertoire qui sera utilisé et complété par la suite.

b) "Comparaison de nombres écrits sous forme additive"

Les élèves peuvent prouver leurs affirmations à l'aide des moyens dégagés précédemment (représentations concrètes, répertoire) et/ou remarquer qu'un même nombre figure dans deux écritures, exemple : 4 + 8 + 7 < 9 + 8 + 1 + 3

A l'issue de quelques séances, les élèves sont capables de prouver leurs affirmations uniquement à l'aide du répertoire mis en place et de l'écriture, ils peuvent substituer cette dernière à certaines situations pour donner des résultats concernant cette situation ("Il y a ici plus d'objets que là"). Ils font de l'écriture mathématique, un modèle.

c) "Calcul de sommes"

Le calcul de sommes est justifié en particulier pour des comparaisons de nombres et pour des raisons liées à la longueur des messages. Il est ainsi plus rapide et plus fiable de communiquer "45" que de communiquer "5+8 +7+9+7+9". Les élèves pourraient effectivement être confrontés à une situation susceptible de leur faire prendre conscience de ce qui précéde (exemple : à propos d'un

.../...

jeu de communication, les élèves doivent dans chaque groupe, se communiquer du premier au dernier, le plus rapidement possible un nombre donné initialement sous une forme telle que : 3+1+2+1+3+2+1. La communication se fait par écrit, chaque élève doit écrire le nombre proposé sur une nouvelle bande de papier avant de passer cette bande à un camarade).

Le calcul de sommes est apparu naturel aux élèves ("dans les magasins, les nombres ne sont pas écrits avec +") il leur a été proposé directement à propos du calcul de scores dans un jeu ou à propos de l'emploi de la monnaie. A ce moment de l'étude, les calculs aboutissant à l'écriture usuelle ne sont possibles que pour quelques nombres particuliers (nombres inférieurs à 15 par exemple, ou 20, 27,...)

d) "Ecriture de nombres sous la forme a+a+....+a+b ; b < a"

Chaque groupe d'élèves dispose d'une collection dont le nombre d'objets est relativement important (70 environ), il doit par exemple donner de ce nombre, au tableau, une écriture additive. L'activité consiste à ranger les collections d'après les écritures additives. Après des tâtonnements, les élèves remarquent qu'il serait plus rapide dans chaque groupe de faire des paquets de même nombre d'objets. Toutes les écritures sont alors de la forme 12+12+12+12+12+12+5.

De telles écritures ont été utilisées fréquemment par les élèves dans d'autres circonstances et à ce moment de l'étude ils peuvent donner d'une écriture additive élémentaire la forme équivalente selon la règle précédente (exemple : 3+8+7+9+5=5+5+5+5+5+5+2).

.../...

e) "Ecriture d'un nombre sous la forme n (a) b, b < a"

Une situation de communication est l'occasion pour les élèves d'améliorer les messages précédents. Ils proposent à ce moment là des écritures du type 6 p 12+3 ("six paquets de douze plus trois") que le maître convient avec eux de noter 6 (12) 3 . De tels messages sont aussi perçus comme permettant des comparaisons plus rapides dans certains cas.

L'écriture usuelle des nombres (nombres inférieurs à 100) est alors proposée comme cas particulier 7 (10) 5 = 75. La lecture courante des "nouveaux" nombres n'est pas acquise mais l'élève peut épeler pour désigner oralement ("sept, cinq").

f) "Calcul de sommes (nombres de deux chiffres)"

Les élèves ici mettent en place des procédures pour déterminer l'écriture usuelle de sommes telle que :

5+18+21+32+7

ce qui revient pour certains élèves à chercher l'écriture de cette somme sous la forme 10+10+...+10+b ; b < 10.

IV - "ORGANISATION ET EMPLOI DU REPERTOIRE"

A partir de "Egalité à propos de nombres", les élèves ont eu l'occasion tout au long de l'étude précédente d'enrichir un répertoire d'égalités. Ces égalités ont été utilisées pour comparer ou calculer des sommes.

Dans "organisation et emploi du répertoire", les élèves invités à trouver le plus possible d'égalités vraies remarquent qu'à partir d'une égalité déjà obtenue, ils peuvent en construire de nouvelles en ajoutant ou en

.../...

retranchant un même nombre à chacun des membres. Devant l'abondance des égalités et en vue d'une exploitation rapide, la classe est amenée :

- à n'en écrire que quelques-unes, les autres pouvant en être déduites.
- à classer celles que l'on garde de façon à les retrouver rapidement.
- à adjoindre par la suite d'autres égalités selon les besoins.

En définitive, les élèves ont toujours la possibilité de donner une signification aux écritures utilisées à l'aide des collections, mais les situations les amènent progressivement à utiliser le modèle mathématique comme moyen économique de prévoir. En particulier ces situations les amènent à construire et à utiliser le répertoire minimal, à utiliser implicitement les propriétés de l'addition et de la numération pour conduire le calcul des sommes.

.../...

LES ATELIERS MATHÉMATIQUES, POURQUOI ?

L'installation d'ateliers mathématiques dans la classe répond pour le maître à plusieurs objectifs :

. permettre aux élèves qui ont des difficultés dans l'apprentissage des mathématiques de trouver, sous une autre forme, des exercices qu'ils n'ont pas réussis, et par là même, améliorer leurs conceptions.
. donner aux élèves, qui manifestent de l'intérêt pour les activités d'ordre mathématique, la possibilité de réinvestir leurs acquisitions, et éventuellement de les faire évoluer.

Ces ateliers sont présents en permanence toute l'année. Ils portent sur différents thèmes d'activités développées.

I. Classement - rangement
II. Les nombres
III. L'addition
IV. L'espace

Ainsi, les élèves sont répartis en groupes de trois ou quatre. Chaque groupe réfléchit à un problème spécifique. Par exemple :

Un ou deux groupes sont concernés par une activité de rangement, un ou deux groupes par une activité de géométrie, un ou deux groupes par une activité de numération....

.../...

Une rotation des groupes est effectuée d'une séance à l'autre.

La durée des ateliers (1/2 heure, 1 heure) leur fréquence (1 fois, 2 fois par semaine,.....) sont à déterminer par le maître en fonction du soutien qu'il pense nécessaire d'apporter à certains élèves.

Des listes d'activités possibles sont réparties dans la progression (Atelier 1, Atelier 2,....). Les activités qui ont déjà fait l'objet d'une séquence ou qui se réfèrent à des jeux connus, sont simplement évoquées.

.../...

LA PROGRESSION SUIVIE

• Les titres marqués d'un astérisque concernent des réflexions sur les situations proposées. Ces réflexions sont placées juste avant les séquences qui relèvent de ces situations pour la première fois.

• Les leçons relatives à l'organisation de l'espace sont signalées d'un E. Elles ne sont pas conçues pour être nécessairement conduites sur des jours successifs. Elles sont placées dans la progression de manière qu'il y ait en moyenne une séquence relative à l'espace pour quatre séquences relatives au domaine des collections et des nombres.

• Les activités d'ateliers sont signalées d'un A. Nous rappelons que les ateliers sont prévus pour être conduits régulièrement toutes les semaines selon les nécessités de la classe. Ces activités sont décrites dans la progression approximativement toutes les vingt séquences.

• La progression décrite concerne 147 séquences. Les ateliers n'ont pas été considérés dans ce total.

.../...

Leçons	Nombre de séquences	Nombre cumulé de séquences	Pages
* Désignation - Egalité	....	....	123
Désignation d'ensembles et d'objets	3	....	127
Partition d'un ensemble d'objets	2	....	134
Egalité à propos d'ensembles et d'objets	3	....	139
E Repérage sur quadrillage	2	....	144
* Calcul mental	....	....	149
Classement d'ensembles - Les premiers nombres	5	....	154
* Rangement	....	....	163
Rangement d'objets, d'ensembles	3	....	167
E Reconnaissance de formes	2	....	176
A Atelier (1)	....	20.	180
Rangement de classes d'ensembles, des nombres de 1 à 6 (signes < et >)	2	....	183
Comparaison de collections : correspondance terme à terme	3	....	187
* Introduction et comparaison de certains nombres	....	....	196
Le nombre 9	2	....	200
E Positions relatives d'objets dans le plan	4	....	204
Les nombres 12 et 13	4	....	211
Les nombres entre 6 et 9	2	....	217
Comparaison de collections : correspondance partie à partie	2	....	220
A Atelier (2)	....	39.	226

.../...

* Ecriture additive et comparaison de nombres	....	....	232
Ecriture de nombres sous forme additive (1)	1	....	237
L'ordinal - Les nombres de 1 à 9.....	1	....	241
Egalités à propos de nombres - Répertoire. Dictionnaire des nombres.....	3	....	247
Comparaison de nombres écrits sous forme additive (1).....	1	....	252
Le nombre d'élèves de la classe 25 (ou 24...)	2	....	254
E Représentation plane de l'espace (1).....	3	50	258
Contrôle 1er trimestre.....	1	....	263
Le nombre 10.....	3	....	265
Le nombre 11.....	1	....	270
L'ordinal. Les nombres de 1 à 13.....	1	....	273
Ecriture de nombres sous forme additive (2)	2	....	276
A Ateliers (3).....	....	58	280
Comparaison de nombres écrits sous forme additive (2).....	4	....	286
E Puzzle - Tangram.....	4	....	285
Les nombres de 1 à 15. Ajouter 1. Le suivant	5	....	305
* L'addition	....	....	314
Calcul de sommes (sommes inférieures ou égales à 15) Répertoire.....	3	....	318
Le nombre 18.....	2	....	326
Les nombres entre 15 et 18.....	1	....	330
A Ateliers (4).....	....	77	333
Le nombre 19.....	1	....	336
Les nombres de 0 à 19. Comparaison.....	2	....	338
Le nombre 20.....	2	....	341
E Pavages.....	3	....	346
Ecritures de 20. Comparaison de nombres écrits sous forme additive (3).....	2	....	351
Organisation et emploi du répertoire.....	3	....	356

.../...

* Numération.....	....	....	361
Ecriture de nombres sous la forme a+a+a+.....+a+b ; b < a.....	3	....	365
Ecriture du type a+a+...+a+b équivalente à une écriture usuelle ou additive quelconque.....	3	....	371
A Atelier (5).....	....	96	372
Ecriture de nombres sous la forme n @ b, b < a.....	2	....	381
Contrôle 2ème trimestre.....	1	....	388
E Pliage-découpage-géométrie sur quadrillage (1)	3	....	390
Comparaison de nombres écrits sous la forme a+a+...+a+b, b < a et/ou sous la forme n @ b.....	3	....	395
Numération parlée (1). Signification du zéro..	4	....	400
Problèmes (1) et calcul de sommes (nombres de 2 chiffres).....	4	....	405
E Frises et rosaces.....	3	....	412
A Atelier (6).....	....	110	416
La suite des nombres (1). Ecriture usuelle..	2	....	423
Numération parlée (2).....	3	....	429
Problèmes (2) et calcul de sommes.....	3	....	433
La suite des nombres (2) écriture usuelle..	2	....	437
E Pliage-découpage-géométrie sur quadrillage (2).....	3	....	440
Recherche de termes inconnus d'une somme...	4	....	444
Utilisation des parenthèses.....	2	....	452
A Atelier (7).....	....	135	455
La suite des nombres. (3) Ecriture usuelle..	3	....	458
La suite des nombres et l'addition.....	4	....	461
E Représentation plane de l'espace (2).....	3	145	469
Contrôle 3ème trimestre et fin d'année.....	2	....	475

.../...

I/ DÉSIGNATION - EGALITÉ

Les leçons concernées

- *Désignation d'ensembles et d'objets.....p.127*
- *Partition d'un ensemble d'objets. Problèmes sur les ensembles.....p.134*
- *Egalités à propos d'ensembles et d'objets....p.139*

I - POURQUOI LA DESIGNATION AU C.P.

La désignation ne paraît pas dans le programme spécifique "Mathématiques" mais nous lisons dans les objectifs "langue française" et "éveil" : "accéder à certains aspects de la notion de signe et de symbole, être apte à comprendre et utiliser les codes.....", qui sont des "préalables d'ordre mental", ainsi que "employer des signes et des symboles de moins en moins figuratifs,.....déchiffrer un message codé selon des conventions adoptées en commun, élaborer et utiliser un code.....", qui sont des activités liées à la désignation préparant l'enfant à la maîtrise de la langue écrite.

Les mathématiques, aussi, sont formulées, dans un langage écrit. Il est donc nécessaire que l'enfant prenne conscience que dans ce langage, à chaque signe, à chaque énoncé écrit correspond une signification. C'est pourquoi, dans le développement et l'exploitation de notions prénumériques et numériques, des activités liées à la désignation d'objets, d'ensembles, de classes, peuvent aider l'enfant à appréhender cette réalité nouvelle qui est le code d'un langage écrit formalisé, avec son symbolisme, ses règles de fonctionnement.

.../...

II - REMARQUE THEORIQUE

Tout énoncé écrit par un émetteur doit pouvoir être compris sans ambiguïté par un récepteur. La correspondance entre signes (1) et objets doit donc être telle que chaque énoncé ne prenne qu'une seule signification. Ceci ne sera réalisé au cours d'une activité concernant la désignation d'objets que si le même signe n'est pas utilisée pour désigner 2 objets différents (on ne peut pas avoir le cas de la figure 1).

Par contre, un même objet peut être désigné par des signes différents : tel objet peut être désigné par "R" dans une certaine activité, par "U" dans une autre activité ; on peut alors avoir besoin d'indiquer formellement que ces deux signes désignent le même objet ; cette relation s'écrit R = U (cas de la figure 2).

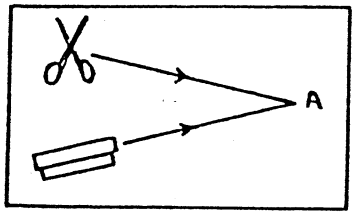


Figure 1

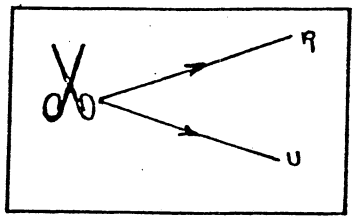


Figure 2

.../...

(1) Le mot "signe" n'est pas pris au sens des linguistes - il est l'image graphique choisie pour désigner.

(2) Le mot "objet" est pris au sens de la séquence qui suit.

III - REMARQUE METHODOLOGIQUE

a). tout signe étant arbitraire, et purement conventionnel, le maître s'attachera à obtenir des enfants, des désignations par des signes non figuratifs.

En effet :

• Le dessin de l'objet est souvent d'un graphisme trop coûteux, et il a moins de chance de jouer le rôle très dépouillé qu'on veut lui faire jouer, parce que chargé d'affectivité.

• Un dessin figuratif (dont le tracé n'a pas de ressemblance avec l'objet) risque de jouer le rôle d'un objet supplémentaire, et de prendre un autre nom que le nom de l'objet qu'il désigne (par exemple : lu "le champignon" ou  lu "les lunettes", etc.....).

b). dans toute activité de désignation, le maître et les élèves sont en présence :

- des objets
- des mots qui les désignent oralement
- des dessins qui les représentent
- des signes écrits qui les désignent
- des reproductions écrites de ces signes.

Les dessins qui représentent un objet, et les reproductions écrites du signe qui le désignent doivent pouvoir renvoyer à l'objet sans ambiguïté.

IV - OBJECTIFS POUR LE MAITRE, COMMUNS A LA SERIE DE LECONS

Placer les élèves dans des situations de communication où ils devront utiliser une désignation convenue

.../...

et/ou qu'ils auront créée, afin d'obtenir un objet, ou un ensemble d'objets bien déterminés. Les situations doivent être organisées afin de permettre aux élèves de percevoir eux-mêmes le bon ou le mauvais emploi de la désignation sans l'interprétation du maître.

V - OBJECTIFS POUR LES ELEVES COMMUNS A LA SERIE DE LECONS

• Percevoir le caractère arbitraire et conventionnel des signes, en créant une désignation dans un ensemble d'objets.

• Des signes ayant été attribués à des objets, désigner à l'aide de ces signes, des objets déterminés par le maître par exemple.

Des objectifs plus particuliers pour le maître, pour les élèves, seront précisés éventuellement pour chacune des leçons.

.../...

DÉSIGNATION D'ENSEMBLES ET D'OBJETS

Durée : 2 - 3 séquences

Objectifs pour le maître :

• Placer les élèves dans une situation
- où ils vont devoir créer une désignation d'ensembles à l'aide des signes des objets.
- où un même ensemble pourra être désigné par des écritures différentes.

• Introduire dès qu'elle sera justifiée, la désignation en extension conventionnelle utilisant les accolades.

Objectifs pour les élèves :

• Des signes ayant été attribués à des objets, désigner des ensembles de ces objets en employant ces signes, par exemple : réaliser une commande d'objets dont les caractéristiques sont données sans équivoque, en utilisant les signes attribués, la correspondance objet-signe étant définie par un catalogue.

Prolongement :

• Egalité concernant les ensembles

.../...

Matériel :

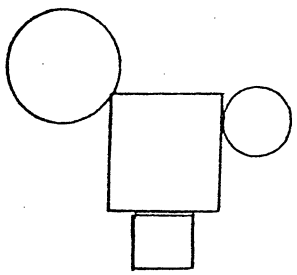
• 8 formes simples découpées dans du carton (ou des blocs logiques).
- 2 rectangles : 12 x 8 ; 6 x 4
- 2 carrés : 8 x 8 ; 4 x 4
- 2 triangles isocèles rectangles d'hypothènuses respectives 8 et 4.
- 2 disques de diamètres 8 et 4
(Mesures données en centimètres)

• 8 boîtes (ou enveloppes) identiques, chacune devant contenir un des 8 objets précédents.

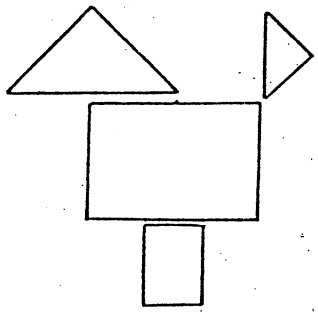
• Pour chacun des objets, une étiquette avec un signe, fixée à l'objet à l'aide d'un lien, de manière que cette étiquette puisse être visible, une fois la boîte fermée.

• Un catalogue : une grande feuille de papier où sont dessinées les formes décrites ci-dessus, en grandeur réelle avec leur signe respectif.

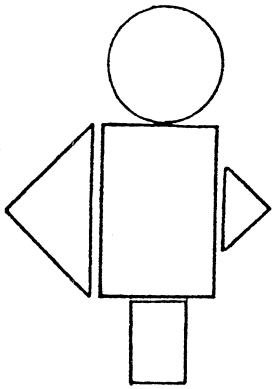
• Les dessins suivants mais avec les pièces représentées en grandeur réelle.



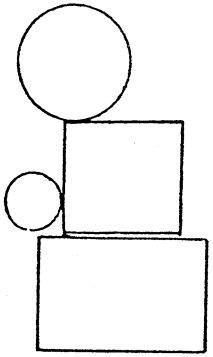
"le chien"



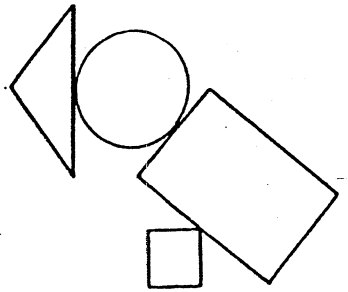
"le coq"



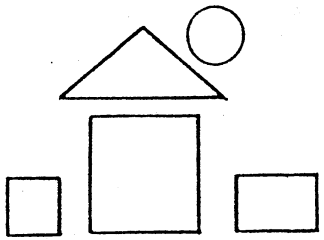
"le bonhomme"



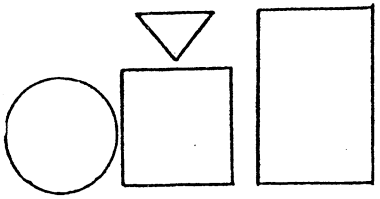
"la dame"



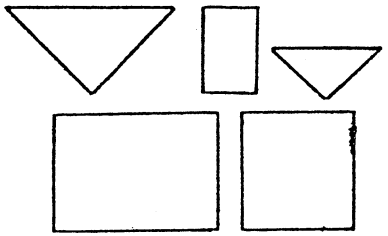
"l'oiseau"



"la maison"



"la locomotive"



"la balance"

.../...

Par équipe de deux élèves : une feuille de papier, un crayon feutre.

Déroulement :

A cours du déroulement de la séquence, le maître doit tenir compte du fait qu'en général deux des assemblages (pagesprécédentes)ne peuvent être construits simultanément avec les 8 pièces du jeu.

(1) Présentation de l'activité

Après une présentation aux élèves des pièces et une éventuelle révision des différentes formes, les boîtes sont refermées et alignées de manière que les étiquettes soient bien visibles. Elles constituent l'étalage d'un marchand.

Les dessins du "coq" et du "chien" sont affichés. Ils sont présentés comme des assemblages qui peuvent être réalisés à l'aide des pièces vues précédemment.

Le catalogue est de même affiché, lui, sans commentaire.

Les enfants par groupesde deux doivent alors choisir un dessin et écrire une"commande" afin que le marchand donne les pièces convenables.

• Réalisation de la commande

Un marchand est nommé. Un groupe va se faire servir. Sans ouvrir les boîtes, le marchand doit remettre les pièces demandées au groupe qui présente le message.

.../...

L'échec du marchand devant une commande désignée conduit à une discussion. Il peut alors être nécessaire de changer de marchand afin d'amener les élèves à s'interroger pour savoir comment le marchand peut donner les pièces d'une façon sûre, à partir du message remis et des boîtes fermées.

La première équipe qui a réalisé un message (qui est par exemple de type x z y t) de façon à se faire comprendre du marchand, et qui avec les pièces obtenues réalise la construction décrite par le dessin, explique sa démarche.

• Réalisation d'une autre commande

Deux autres dessins, le "bonhomme", la "dame" sont présentés, chaque enfant choisit un dessin et décrit sa commande. Vérification collective, avec réalisation successive de chaque construction par un élève.

• Au cours de cette première séquence, certains enfants ne perçoivent pas la pertinence de l'utilisation des signes pour rédiger le message. Les activités de cette première séquence sont donc reprises au cours d'une autre séquence et permettent à tous les enfants de réaliser une construction à partir d'un dessin.

② Désignation du type {x,y,z,t}

• De nouveaux assemblages : "l'oiseau", "la maison", "la locomotive", "la balance" sont présentés et décrits rapidement.

Le jeu de la marchande organisé la veille est rappelé ; les boîtes contenant les pièces sont alignées sur le bureau, toujours de façon que seules les étiquettes soient visibles, le catalogue est mis en évidence.

.../...

• Chaque enfant choisit le dessin d'un assemblage établit sa commande.

Une fois celle-ci écrite, les élèves se répartissent en groupes selon les différents dessins choisis. Nous avons ainsi 4 groupes au plus.

Au sein de chaque groupe, les enfants comparent leur commande, les commentent et les rectifient éventuellement.

A tour de rôle chaque groupe vient chez le marchand, un message est pris au hasard parmi ceux réalisés par les élèves du groupe "acheteur" ; son auteur est invité à retirer les boîtes contenant les pièces correspondantes au message. Il ne peut effectivement le faire que si le message est rédigé à l'aide de signes, autrement un inventaire des messages du groupe est réalisé afin de déterminer celui qui pourrait convenir. Un insuccés conduit le groupe à passer son tour à réfléchir.

En cas de réussite, les boîtes retirées sont ouvertes, afin de procéder à la construction voulue. Si cette construction est reconnue conforme au modèle, les autres élèves du groupe vérifient la correction de leur message, sinon le message initial est discuté.

• Les pièces étant remises chaque fois dans leur boîte, les trois autres groupes viennent successivement réaliser leur construction à l'aide de leur message.

• L'emploi de messages efficaces dans le déroulement précédent permet au maître d'introduire, les accolades : (exemple : {A, X, B, E, T})

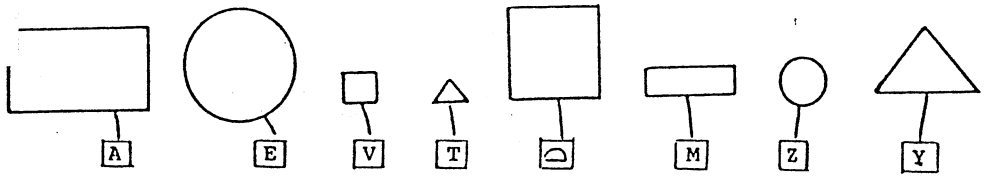
.../...

Les élèves cherchent alors l'écriture de l'ensemble des pièces nécessaires pour réaliser un assemblage déterminé (exemple : "la locomotive").

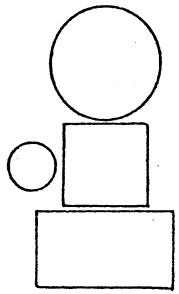
Inversement, les élèves cherchent l'assemblage qui correspond à un ensemble donné.

Exercice :

• Voici le catalogue.



* Voici le sujet à construire. Ecris la commande.



(82%)

.../...

PARTITION D'UN ENSEMBLE D'OBJETS
PROBLÈMES SUR LES ENSEMBLES

Durée : 2 séquences

Objectifs pour le maître :

• Présenter une activité où la représentation de parties d'un ensemble se substitue à la situation réelle et évite les manipulations pour une décision.

• Ne privilégier aucune des représentations trouvées par les enfants (marquage, liens, diagramme de Venn) afin de laisser l'enfant libre de choisir soit la représentation qu'il maîtrise le mieux, soit la représentation qui convient le mieux, selon lui à la situation.

Objectifs pour les élèves :

• Représenter une partition d'un ensemble, en donner une description orale.

Prolongement :

• Classement d'ensembles

Matériel :

Pour la classe :

- les formes utilisées dans la leçon précédente.

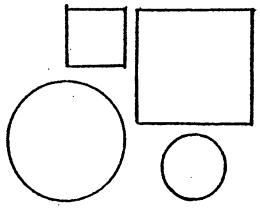
.../...

Pour chague équipe de 2 élèves :

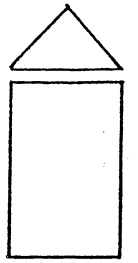
- 1 polycopié représentant les 8 formes avec leur signe,
- 2 polycopiés représentant des sujets à construire.

Exemples :

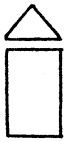
Polycopié 1



le rouleau

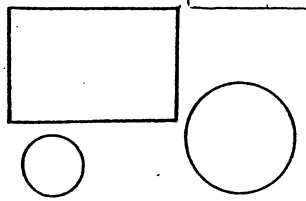


le garage

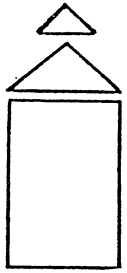


la niche

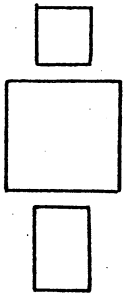
Polycopié 2



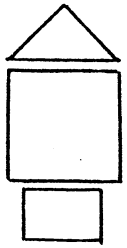
le tracteur



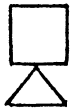
la maison chinoise



le robot



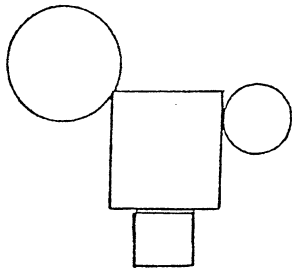
la fusée



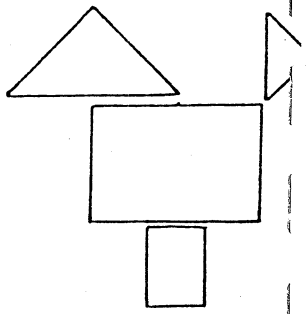
la télévision

.../...

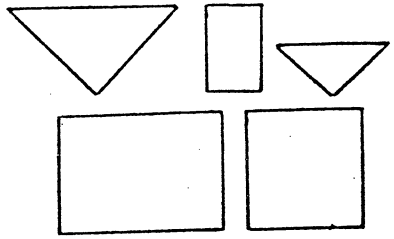
Polycopié 3



"le chien"



"le coq"



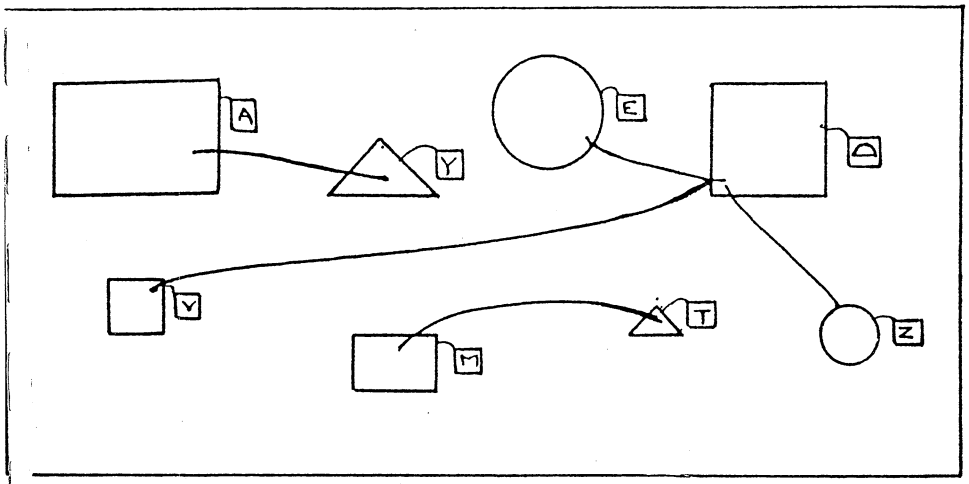
"la balance"

Déroulement :

① Chaque équipe reçoit les polycopiés considérés. Elle doit décider s'il est possible de construire avec la collection de pièces les sujets : le rouleau, le garage, la niche, de manière que les trois sujets restent "entiers" et s'il reste des pièces non utilisées.

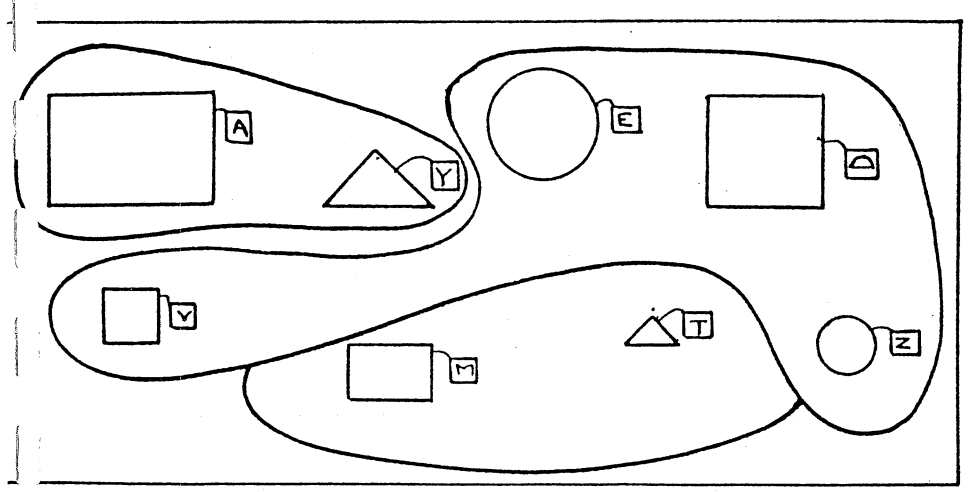
Les décisions des élèves sont confrontées et discutées, et sont aussi discutées les moyens graphiques décrivant les justifications (clarté par exemple).

On trouve par exemple : . des liens



. des procédés de marquage. Ainsi des élèves colorient chacun des sujets à construire d'une couleur et les dessins associés du polycopié 1 de la même couleur, ou ne colorie que les signes. D'autres entourent les signes ou les pièces à utiliser, ou marquent d'une croix, mais ici le procédé est moins clair.

. un entourage type le diagramme de Venn.



.../...

. Le problème est repris pour par exemple, l'obtention simultanée des sujets : le tracteur, la maison chinoise, le robot (contre exemple).

(2). Sous-ensemble

Les élèves disposent des polycopiés 2 et 3. Un assemblage étant donné (exemple : "le coq"), quels sont les autres assemblages que l'on peut réaliser avec ces pièces (ici :le garage, la maison chinoise). Toutes les pièces ne sont pas nécessairement utilisées.

Même question par exemple avec "le chien""la balance".

. Eléments communs à deux ensembles

"Des pièces servent à la construction de la balance et du coq. Quelles sont ces pièces ?"

Exercice individuel

. A l'aide des polycopiés 1 et 2

"Indique s'il est possible de construire le tracteur, la fusée et la télévision, en même temps".

.../...

EGALITÉS À PROPOS D'ENSEMBLES ET D'OBJETS

Durée : 3 séquences

Objectifs pour le maître :

• Placer les élèves dans une situation qui les conduira à désigner un même ensemble de différentes façons, soit en utilisant un seul signe par objet (exemple :{A,O,R}, {R,O,A}, puis à exploiter l'équivalence de ces désignations, soit en utilisant deux signes différents pour le même objet.

Objectifs pour les élèves :

• Exprimer oralement ou par écrit à l'aide de l'égalité (emploi de = et de ≠) que des écritures désignent ou non le même ensemble ou qu'elles désignent ou non le même objet.

Antécédent :

• Désignation d'ensembles et d'objets

Prolongement :

• Egalité à propos de nombres

.../...

Matériel :

Pour la classe :

- 4 quilles
- 2 boules

Déroulement :

(1) Les élèves sont par équipes de 2, chacun des élèves d'une équipe lance une boule. Les équipes jouent successivement. On convient à chaque partie d'une équipe de noter l'ensemble des quilles tombées. Une réflexion à propos de la nécessité de noter rapidement les résultats conduit la classe à distinguer les quilles à l'aide de signes. Pour ceci, le maître remet aux élèves des étiquettes qu'ils attribuent aux quilles.

Dès que toutes les équipes ont joué, chacune recherche celle(s) qui a fait éventuellement tomber les mêmes quilles qu'elle, et exprime le résultat par écrit, les signes =, ≠ sont introduits, lors d'une synthèse collective de ces réflexions, conduite au tableau.

(2) Par équipe de 2, les élèves recherchent le plus possible d'ensembles de quilles tombées différents que l'on peut obtenir lorsqu'on joue avec trois quilles. Il est entendu que l'on ne tient pas compte de l'ordre de chute des quilles. L'inventaire des possibilités trouvées par chacune des équipes conduit à des comparaisons d'ensembles qui sont alors exprimées : les ensembles écrits par chaque équipe sont-ils bien tous différents, par ailleurs, y-a-t-il une équipe qui a écrit un ensemble de quilles qui n'a pas été trouvé par les autres ?

.../...

(3) Il s'agit ici d'aborder le problème de la désignation d'une quille par deux signes différents : Le maître par exemple dit aux élèves : "les quilles ont été prêtées à une autre classe qui a joué à notre jeu. Mais les élèves de cette classe n'ont pas utilisé nos signes. Voici les quilles avec les étiquettes signes collées et des listes de quilles".

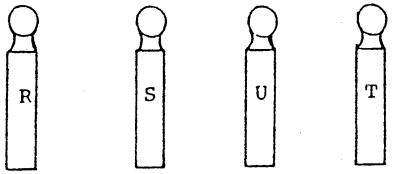
Des listes telles que : {V,P,K} {V,J} sont proposées "Y-a-t-il chez des équipes qui ont les mêmes résultats que les nôtres (résultats toujours affichés au tableau) ?"

Dans leurs conclusions, les élèves associent des étiquettes correspondant aux même ensemble de quilles, sans nécessairement utiliser le signe =. Le signe = peut être écrit au moment de la synthèse, entre deux listes. Si une proposition d'élève est fausse, c'est alors le signe ≠ qui est écrit. Par ailleurs, les justifications des élèves conduisent à expliciter la correspondance entre les signes utilisés à l'aide de l'égalité.

Exemple : R = V
S = P
T = K
..=...

<u>Exercices</u> :

Voici 4 quilles pour un jeu



.../...

• Plusieurs enfants on joué. Chacun a fait tomber 3 quilles. Trouve et écris pour chacun une liste de 3 quilles tombées.

• Voici des ensembles de quilles tombées :

{R,U,T} {T,S,R} {T,U} {T,U,R}

Trouve un ensemble de quilles égal à {R,U,T} :
Trouve un ensemble de quilles qui n'est pas égal à {R,U,T} :

• Complète :

{S,R,T} = {R,.,.}
{S,R,T} = { }
{S,R,T} = {.,.,.}

★ Complète par = ou ≠

{R,S,A}	{A,S,R}	(91 %)
{A,I}	{A,O}	(87 %)
{S,U,R,A}	{S,U,A,R}	(83 %)
{R,S}	{S,R}	(85 %)
{U,I,R}	{U,R,S}	(83 %)

• Un dictionnaire tel que le suivant est fourni à chaque élève :

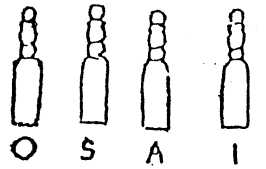
R = G T = K
S = P U = L

"Souligne d'une même couleur les écritures qui désignent le même ensemble de quilles".

{R,T,U} {L,K,S} {L,K,G} {S,T}
{P,L} {G,L} {P,K}

.../...

écris une égalité, -
écris une inégalité.




S, I


I, O, S


O, S, I, A

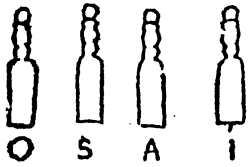
SIO = SOI

SI ≠ IOS


S, I, O

cynthia

écris une égalité, -
écris une inégalité.




S, i


i, O, S


O, S, i, A

SOI = SIO

S.iA ≠ SI

S, i


S, I, O

didier

REPÉRAGE SUR QUADRILLAGE

Durée : 2 séquences

Objectifs pour le maître :

• A propos d'objets ou de signes placés dans des cases d'un quadrillage, mettre les élèves dans des situations où ils auront :

- à reproduire les dispositions proposées
- à les communiquer entre eux, oralement, graphiquement.

Objectifs pour les élèves :

• A propos d'objets ou de signes placés dans les cases d'un quadrillage :

- reproduire sur le plan horizontal ou vertical une disposition proposée sur le plan horizontal ou vertical, ceci par observation directe, ou par observation nécessitant un déplacement, (les deux quadrillages ne sont pas visibles simultanément).
- donner une description orale et réciproquement exploiter une description orale pour reproduire la disposition des éléments. A cet effet, donner une signification à des expressions telles que : "au-dessus", "au-dessous", (éventuellement à "juste au-dessous"), "à gauche", "à droite", "entre", "dans le coin en haut(en bas) à droite (à gauche)".
- donner un ensemble de représentations partielles (par couples, par exemple) et réciproquement exploiter un tel ensemble pour reproduire la disposition des éléments.

.../...

- distinguer les bandes du quadrillage pour préciser la position d'une case. Exemples :

. "le A est dans la bande du E"

. "le A est dans la bande du E et dans la bande du P"

Prolongement :

• Utilisation d'une table à double entrée (lecture, mathématiques, éveil).

• Déplacement sur quadrillage.

Matériel :

Par équipe :

- une douzaine de jetons dans chacune des couleurs : rouge, bleue, verte, (par exemple), ou des gommettes figurant ces jetons.

- un quadrillage à mailles carrées (5x5), chacune des cases pouvant contenir un quelconque des jetons prévus ci-dessus. Le support est suffisamment rigide pour pouvoir être transporté recouvert des objets sans que la disposition de ces derniers soit modifiée.

- des quadrillages (un par exercice, voir le déroulement) sur lesquels les élèves pourront dessiner.

- deux feutres de couleurs différentes.

Pour la classe :

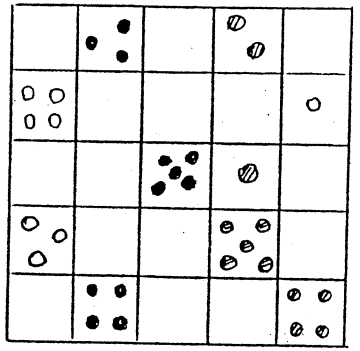
- des jetons, un quadrillage

.../...

Déroulement :

① Reproduction directe

Par équipe de 2 ou 3, les élèves disposent d'un quadrillage, des jetons de couleurs. Le maître a dessiné sur un quadrillage des jetons de différentes couleurs (ou disposé des jetons aimantés). Les élèves doivent reproduire la disposition de jetons (ex : ci-contre). Les réalisations sont rapprochées et comparées au modèle.



• Reproduction exigeant des déplacements

Les élèves disposent du même matériel que ci-dessus. Ils doivent comme précédemment reproduire la disposition des jetons du quadrillage collectif. Mais cette fois, celui-ci n'est pas visible en même temps que la réalisation et exige des déplacements d'élèves. (Il en faut le moins possible).

Dès que les élèves pensent avoir terminé, leurs réalisations sont comparées entre elles, puis comparées au modèle.

• Communication orale

Les élèves disposent du même matériel. Sur un quadrillage visible de tous, sont disposés (dessinés) quelques jetons. Une fois la disposition reproduite,

.../...

un groupe "émetteur" place des jetons sur son quadrillage, sans que ce dernier soit visible des autres groupes (paravent). Ce groupe émetteur doit donner les informations, de façon que les autres groupes placent les jetons comme sur le quadrillage des "émetteurs".

Si les explications ne sont pas comprises, les groupes "récepteurs" peuvent demander des précisions. Eventuellement le groupe émetteur peut dessiner au tableau les configurations de jetons qu'il a utilisées (mais pas sur le quadrillage).

L'activité est l'occasion de nommer les premiers nombres et de donner une signification à leur désignation orale.

(2) Jeux des questions

La séquence précédente peut être reprise en utilisant des lettres à la place des configurations de jetons. Les lettres à placer sont écrites au tableau à côté du quadrillage et sont soulignées au fur et à mesure que le groupe émetteur les dispose.

P			A	
				S
	F			
			E	
	Q	R		

A l'issue d'une reproduction correcte de la disposition, un jeu de"questions"peut être organisé ; par exemple : la maîtresse (ou un élève) a enlevé (ou adjoint) un élément sur le quadrillage collectif qui

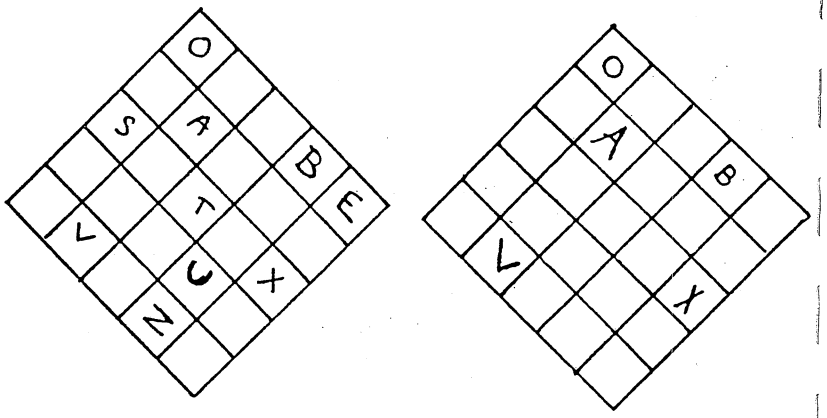
.../...

à ce moment n'est plus visible. Les élèves doivent poser des questions auxquelles il n'est répondu que par "oui" ou par "non", pour trouver la case de l'élément enlevé (ou adjoint).

L'activité peut être conduite entre deux équipes. Chacune a enlevé un élément de son quadrillage à l'insu de l'autre, il s'agit de trouver le plus rapidement possible la case où l'équipe adverse a retiré l'élément.

Exercices :

• Complète le quadrillage de droite pour qu'il soit comme l'autre.



• Exercice analogue mais avec configurations de "jetons".

• Le maître décrit une disposition de lettres les enfants la représentent sur un quadrillage.

.../...

CALCUL MENTAL

Objectifs pour le maître :

Proposer par écrit ou oralement des jeux ou des exercices de calcul mental puis faire valider les résultats (oralement ou par écrit) par les enfants. Cette validation a en particulier pour but de permettre à certains enfants peu sûrs ou moins rapides d'adopter une méthode de calcul ou d'en changer.

L'enfant dans un calcul mental mobilise :

- soit des formules mémorisées (2+3=5,8+8=16...)
- soit des techniques (27+3=30 parce que"27,28, 29,30"; 21+14=35 parce qu'on "prend à gauche le 2 avec le 1, puis à droite le 1 avec le 4..."
- soit les propriétés de l'addition ou de la numération (24+5=29 parce que "c'est 20+4+5 ou 20+9"...).

Les techniques ne sont efficaces que si les enfants les utilisent sans perdre de vue la signification des nombres et des opérations. En effet, l'enfant qui sait calculer 27+3=30 parce que "27,28,29,30", saura-t-il calculer 3+27 ? L'enfant qui sait calculer mentalement 31+26=57 à l'aide du calcul écrit "en colonne" mémorisé ("six plus un égale 7 et deux plus trois égale cinq") saura-t-il calculer 6+31 ?.

Il est important que le maître fasse expliciter les différents procédés de calcul des enfants, en raison de ce qui précéde, mais aussi pour que les élèves prennent conscience de l'existence de diverses procédures équivalentes.

.../...

Objectifs pour les élèves :

① .Connaître de mémoire les sommes a+b dans le cas où $a+b \leqslant 10$ (5+4=9....).

.Savoir calculer rapidement les sommes a+b dans le cas où $a+b \leqslant 20$ (8+7=15...).

.Savoir trouver une écriture additive à deux ou trois termes d'un nombre donné inférieur à 20, exemple 12 =.+.+. ; .+.+.= 9

② .Savoir calculer a+1, a+2, a+10

.Savoir calculer b tel que 1+b=a ; 2+b=a ; 10+b=a

.Connaître la suite des nombres dans l'ordre croissant ou décroissant.

.Connaître la suite des nombres de 2 en 2, ou de 10 en 10 dans l'ordre croissant ou décroissant.

③ .Savoir calculer toute somme sans retenue de type a+b dans le cas où un terme est quelconque et l'autre est inférieur à 10. (27+2=. ; . =32+5...).

.Savoir calculer toute somme de type a+b dans laquelle un terme est quelconque et l'autre est un multiple de 10 (34+10=. ; .=30+27...).

④ .Savoir compléter toute égalité de type a+.=c (ou .+a=c ou c=a+., ou c=.+a) dans le cas où $c \leqslant 20$ (8+.=12)

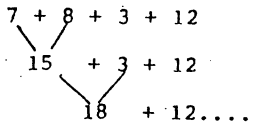
.Savoir compléter toute égalité de type a+.=c (ou.+a= c, ou...) dans le cas où a et c sont deux nombres qui ont même chiffre des dizaines (33+.=39) ou même chiffre des unités (.+27=67)

.../...

5 .Savoir comparer deux nombres, savoir ranger trois nombres.

.Savoir encadrer un nombre donné par deux autres nombres ; le précédent et le suivant (27 est entre 26 et 28....) ou deux multiples de dix successifs (27 est entre 20 et 30).

6 .Savoir choisir une procédure de calcul différente d'une procédure systématique, mettant en jeu à la fois les propriétés spécifiques du calcul à conduire et les formules mémorisées : exemple 7+8+3+12 = 30 parce que "sept plus trois égale dix, douze plus huit, c'est vingt, cela fait vingt plus dix c'est-à-dire trente", démarche différente d'un calcul systématique ordonné qui correspond à l'arbre.



Place du calcul mental et type d'activités :

Le calcul mental peut être liée à une notion, auquel cas il figure dans les séquences correspondantes, sinon il n'est pas toujours mentionné mais il doit apparaître dans les exercices que le maître conduit régulièrement à chaque séance.

Nous aurons par exemple :

A propos des premiers nombres (les élèves ne disposent que des signes des nombres).

• Dans un sac, j'ai mis deux jetons, puis encore 3 jetons. Combien ai-je mis de jetons dans ce sac ?

.../...

• Je veux faire un collier de six perles (pour mettre dans la boîte 6). J'ai déjà 3 perles, combien me faut-il encore de perles ?

• J'ai deux sacsde billes, l'un rouge avec cinq billes, l'autre bleu avec 6 billes, dans lequel y-a-t-il le plus de billes ? Combien en plus ?

A propos du nombre 9 :

• Donne une écriture de 9 sous la forme .+. ;

• Donne une écriture de 9 sous la forme .+.+. ;

• Trouve le nombre qui manque : 9+9=. ; 6+.=9 ; 1+.=9 ; 9+1= ;

• Range : 7,9,12 ;

• Lequel est supérieur à l'autre : 2+2+2+2 ou 9 ? 2+2+2+2+2 ou 9 ? 9 ou 4+4 ? 9 ou 4+4+4 ? 9+3 ou 3+3+3+3 ?

• Quel est l'écart entre 9 et 20 ? Entre 9 et 5 ?

• Au jeu de bataille à 2 cartes, il y a bataille entre Patrick et Gérard. Patrick a comme carte un 8 et un 1. Que peut avoir Gérard ?

A propos de la suite des nombres et l'addition :

• Continue, jusqu'au nombre 30 : 8,10,12,.....

• Continue : 17,16,15,....

• Trouve le suivant et le précédent pour les nombres : 17,29,8,19,30.

• Place 25, 7 et 38 dans la suite 10,20,30,40,50.

• Quel est l'écart entre 27 et 47 ? entre 47 et 41

• Range 23,9,41 puis place les nombres 10,20,30, 40,50 dans la suite obtenue.

• Trouve trois nombres entre 27 et 41, entre 27 et 31 ?

.../...

A propos de la recherche du terme inconnu d'une somme :

Quel est le nombre qui manque ?

.+40=49 ; 7+.=20 ; 10=.+5 ; 25=13+.

Patrick a fait 20 aux fléchettes. Gérard a 15, il lui reste encore 2 fléchettes. Peut-il perdre ? Peut-il gagner ? Peut-il faire autant ? (cible 1,2,3,4,5,6,7,8, 9,10).

.../...

CLASSEMENT D'ENSEMBLES
LES PREMIERS NOMBRES

Durée : 5 séquences

Objectifs pour le maître :

• Présenter une activité de classement d'ensembles dans laquelle la reconnaissance de l'équipotence de 2 ensembles par les élèves n'exige pas l'explicitation d'une correspondance terme à terme (nombres inférieurs à 7).

• Introduire la désignation des classes concernées (les nombres).

Objectifs pour les élèves :

• Classer selon le nombre, des ensembles dont le nombre d'objets est inférieur à 6, mais différent de zéro.

• Savoir écrire correctement les nombres 1,2,3, 4,5,6.

• Ecrire le nombre d'objets d'un ensemble ayant 1,2,3,4,5 ou 6 éléments.

• Représenter un ensemble ayant un nombre d'objets donné inférieur à 7, mais différent de zéro.

• Savoir dénombrer des collections jusqu'à 5 sans passer par le dénombrement unité par unité.

Antécédents :

• Classement d'objets, désignation de classes d'objets.

.../...

- Représentation d'ensembles
-

Prolongements :

- Mise en correspondance terme à terme
- Le nombre 9
- Rangement des nombres étudiés

Matériel :

(1) Collectif

- 6 boîtes (ou grandes enveloppes)
- Objets divers : grains, perles,.....
- Colle, feuille de papier, poches transparentes, ficelles.
- Collections de 2,3,4,5,6 mais aussi de 9,10,12,14 objets :
  - objets collés sur une feuille de papier,
  - objets placés dans des pochettes transparentes.
  - objets attachés les uns aux autres ou emboîtés les uns aux autres.

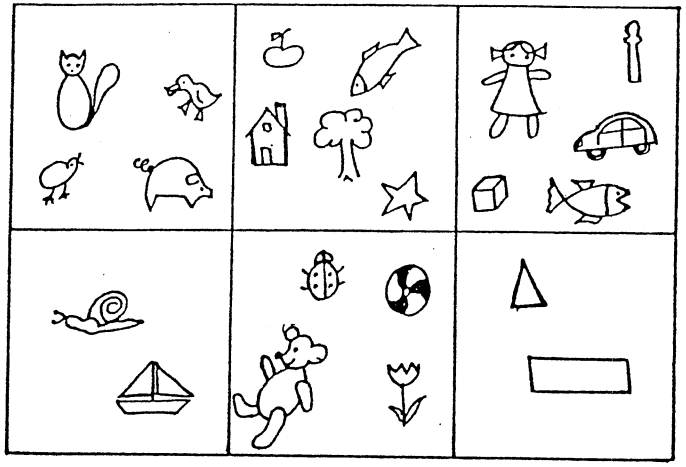
(2) Collectif : le matériel précédent

Pour chaque équipes de 2 élèves : un polycopié représentant des ensembles :

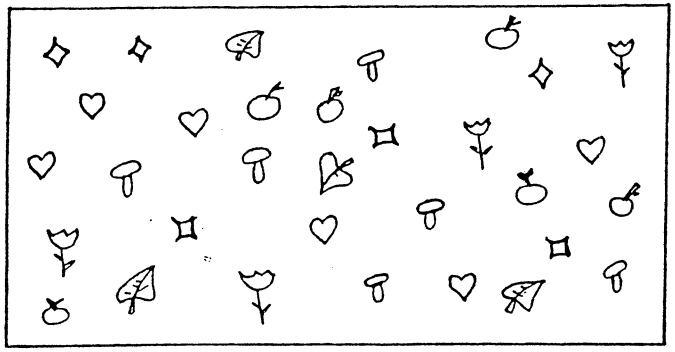
- soit de 4, 3, 5 objets
- soit de 4, 3, 2 objets
- soit de 4, 2, 5 objets

.../...

Exemples :



Pour chaque élève un polycopié tel que



...

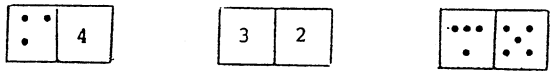
③ Collectif : le matériel ①

• un jeu de dominos constitué de dominos en cartonnette (rectangles de 3 x 1,5 en cm par exemple).

Chaque demi-domino est garni :

- soit avec l'écriture 1,2,3,4,5
- soit avec un groupement de 1,2,3,4,5 points disposés de façon très variée.

Exemples :



Pour chaque équipe de 4 élèves : un jeu de dominos analogue au précédent et plus petit.

④ • Un jeu de dominos par groupe de 4 (dominos du commerce).

• Des gommettes et 2 cartes 4 x 6 par élève .

Déroulement :

① Introduction

• Les boîtes ainsi que diverses collections en vrac sur le bureau, sont présentées aux élèves : les feuilles avec objets, les poches avec des objets, les objets attachés.....

- "Comment pouvons-nous classer ces ensembles d'objets ?"

.../...

Les suggestions sont écoutées et discutées. Dans le cas où aucun élève ne propose de mettre les "deux" ensemble , les "trois" ensemble ....., le maître (la maîtresse) commence le tri selon le nombre d'objets, sans commentaire, en invitant les élèves à observer et à venir eux-mêmes poursuivre et expliquer.

A l'issue de l'activité, les boîtes sont désignées seulement oralement.

Si le niveau des élèves l'exige, seules les boîtes conduisant aux nombres 3,5,2 peuvent, lors de cette activité être abordées, les autres collections allant toutes dans une même "grande boîte". Ce déroulement est celui considéré dans ce qui suit.

• Par groupes de deux élèves, chacune des rangées réalise des collections respectivement pour la boîte 5, la boîte 3, la boîte 2. Des groupes collent, d'autres attachent (colliers par exemple) ou mettent dans des poches.....

Ces ensembles sont apportés par les élèves, éventuellement en vrac, puis placés convenablement dans les boîtes. Le maître invité par les élèves, utilise les signes écrits 2,5,3. Les signes 2,5,3 sont affectés aux boîtes pour désigner les "classes".

② Le nombre 4

• Une feuille sur laquelle sont dessinés des ensembles est remise à chaque équipe de deux élèves. Certains ont ainsi des ensembles de 4,3,5 objets, d'autres des ensembles de 4,3,2 objets ou de 4,2,5 objets.

.../...

Les élèves doivent écrire les signes des boîtes dans lesquelles vont les ensembles.

• Les élèves disent rapidement s'ils ont des ensembles à mettre dans chacune des boîtes et constatent la nécessité de prendre une nouvelle boîte pour les ensembles de 4 objets.

• Réalisation par équipe de deux élèves de collections allant dans la boîte 4 : constitution de poches, collage, enchaînement d'objets,.....

• Ecriture du signe 4

• Exercices individuels :

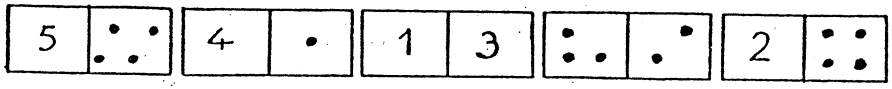
- Polycopié : "montrez des ensembles de quatre objets"

-"Dessinez un ensemble qui ne va dans aucune des boîtes".

(3) Les nombres 1,2,3,4,5

• Jeu collectif de dominos

Chaque enfant reçoit une carte-domino. Un domino est posé au tableau. La règle est expliquée : "contre une écriture de nombre doit être placé un groupement de points correspondant au nombre. De la même façon contre un groupement de points, doit être placée l'écriture du nombre de points".



.../..

Les enfants qui peuvent poser leur carte au tableau, la montrent.

Après une courte discussion, un enfant vient poser sa carte.

• Construction de la boîte 1

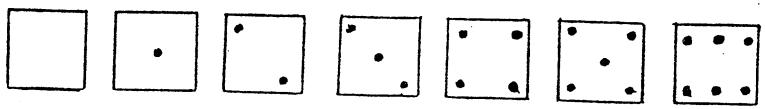
Les remarques à propos du jeu de domino conduisent à la nécessité de "construire" la boîte 1 :

- confection de poches ayant un objet (collage, collier).
- dessin
- Ecriture de 1

• Jeu de dominos par équipes de deux. Chaque équipe a un jeu de dominos (petites cartes) et essaie de placer toutes ses cartes.

(4) Le nombre 6

Dans un premier temps, les enfants jouent aux dominos par groupe de 4 (jeu du commerce) et se familiarisent avec le matériel et les règles de ce jeu. Ils sont amenés à remarquer que sur une des faces il y a : des "blancs" des "un",.....des "six", représentés dans une des deux cases du domino par des points disposés toujours de la même façon :



.../...

Dans un deuxième temps, les enfants, toujours par groupe de 4, collent des gommettes sur des cartes, chaque carte représente un demi-domino. Les cartes sont rassemblées, classées collectivement dans les boîtes 5,3,2,1,4. Pour classer les cartes "six" il faut construire une nouvelle boîte qui est désingée par le nombre "6".

Au cours de cette activité ou des précédents, les élèves ont eu l'occasion de parler du nombre zéro, mais la boîte "zéro" n'a pas été introduire. Le chiffre zéro sera utilisé pour indiquer dans le chapitre numération une absence d'éléments, à propos de l'écriture du type n (a) b. Le nombre zéro est utilisé par la suite dans tout problème où il y a une signification ; exemples :

1. "Jeu de cible", dans le cas où aucun point n'est marqué.

2. "Jeu de dominos" dans le cas où les élèves additionnent les nombres marqués.

Exercices :

* Fais des paquets selon le nombre indiqué

3	o o o o o o o o o o o o o o o o o o o o o o o o o o
5	o o o o o o o o o o o o o o o o o o o o o o o o o o
2	o o o o o o o o o o o o o
4	o o o o o o o o o o o o o o o o o o o o o o o o o o

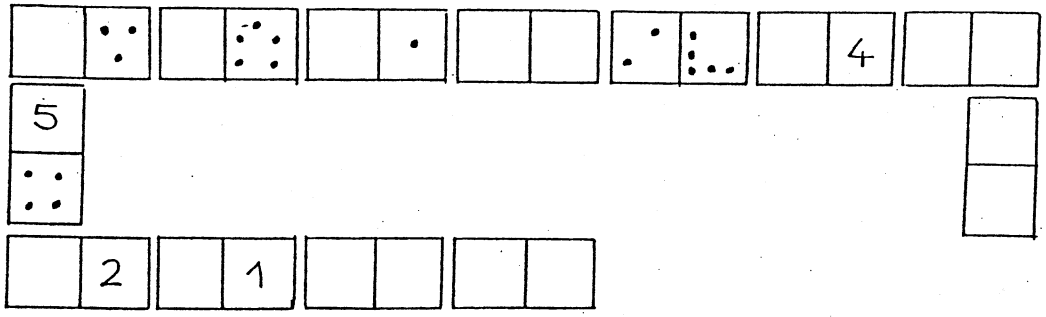
.../...

• "Dessinez un ensemble qui va dans la boîte 5, un ensemble qui va dans la boîte 3, un ensemble qui va dans la boîte 2"

"Ecrivez à côté de chaque dessin d'ensemble, le signe de la boîte dans laquelle il va"

• Sur polycopié ou sur une reproduction d'un dessin au tableau par les élèves :

- "Complète le jeu de dominos"



.../...

RANGEMENT

Les leçons concernées

- *Rangement d'objets, d'ensembles.....p.167*
- *Rangement de classes d'ensembles. Les nombres de 1 à 6 (signes < et >).....p.183*
- *Comparaison de collections : correspondance terme à terme.....p.187*
- *Comparaison de collections par correspondance partie à partie.....p.220*

Les situations de rangement et de comparaison de collections

Les rangements liées à la structure des objets (baguettes de différentes longueurs par exemple) ou des ensembles, puis les rangements des classes de ces objets ou de ces ensembles (les premiers nombres) sont réalisés par les élèves soit par des processus de comparaison directe (superposition de réglettes) soit à partir de la perception (ranger trois ensembles comprenant respectivement 3,1,5 gommettes).

La comparaison de collections ayant plus de dix éléments nécessite l'empbi de procédures particulières, nous concevons que les choix que nous faisons dans les situations-problèmes ne sont pas sans effet sur le développement de ces procédures.

.../...

Nous donnons ci-dessous quelques un des facteurs que nous pensons susceptibles d'influencer plus ou moins favorablement ce développement :

1. Le nombre d'objets dans les collections
2. Le volume relatif des éléments intervenant dans les collections.

Exemples :

- Une c dlection de cubes (de 5cm de côté) est à comparer en nombre à une collection d'allumettes (en nombre supérieur).

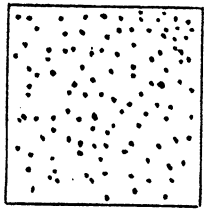
- Une collection de livres est à comparer à une collection de feuilles.

Il est nécessaire d'utiliser un tel matériel afin de s'assurer que le modèle de l'élève est indépendant de l'encombrement des objets.....mais ne dépend que du nombre.

3. La mobilité des éléments, leur proximité.

Exemples :

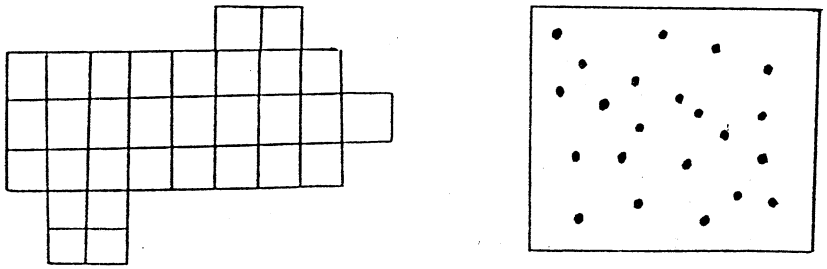
- Une collection de points petits et très serrés,(exemple ci contre) est à comparer à une collection d'objets relativement plus grands (des cahiers).



Un tel emploi rend pratiquement impossible la correspondance terme à terme directement et nécessite la mise en place d'autres procédés.

.../..

. Une collection d'objets présentés juxtaposés à comparer à une collection d'objets en désordre :



Le quadrillage peut induire des groupements pour la comparaison, par ailleurs la perception des carreaux en tant qu'unités est moins évidente que dans le cas de la figure de droite.

4. La possibilité de voir simultanément ou non les collections à comparer.

5. La place disponible pour effectuer la comparaison des collections d'objets.

Exemple : Si tous les objets ne peuvent être répartis simultanément sur la table ou sur le sol, l'élève sera obligé de remplacer la correspondance terme à terme visible par des correspondances entre piles d'objets par exemple, ou par une correspondance terme à terme obtenue en prenant simultanément un objet dans chacune des collections pour les mettre dans un sac, et en répétant ces gestes jusqu'à épuisement de l'une des collections.

.../...

Ces variables didactiques ont été partiellement exploitées dans ce qui suit et dans "Ateliers Mathématiques".

Ces activités à propos de la comparaison de deux collections se modifient en fonction des difficultés rencontrées. En particulier, elles peuvent être conçues avec d'autres contraintes de manière à obtenir certains objectifs du C.P. tels que :

- Ecriture de nombres sous forme additive
- Ecriture de nombres sous forme usuelle
- Calcul de sommes, additions à trous

Ces contraintes sont relatives à la rapidité, la facilité, la fiabilité des actions et des messages.

.../...

RANGEMENTS D'OBJETS, D'ENSEMBLES

Durée : 3 séquences

Objectifs pour le maître :

• Proposer des collections d'objets où les critères de rangement des objets sont soit arbitraires, (objets alignés, empilés..... .), soit liés à la structure de ces objets (baguettes de différentes longueurs, boîtes gigognes.....).

• Proposer aux enfants un rangement sur des collections de 1 à 6 objets de façon que les expressions "mets en ordre", "range", "écris la liste...." soient associées à des objets aussi bien qu'à des collections d'objets.

Objectifs pour les élèves :

• Ranger cinq à six baguettes selon leur longueur, ranger des collections de un à six objets selon le nombre.

• Décrire ou retrouver un rangement à l'aide d'expressions telles que "est le plus grand", "est avant", "est juste avant ", "est le premier", "est entre", "a plus d'objets que....".

• Décrire ou retrouver un rangement à l'aide d'une liste écrite des signes des objets, par exemple (a,b,c,d,e), ou à l'aide d'informations de type : "a est le premier", "b est le deuxième...." (ordinaux).

.../...

Antécédent :

• Reconnaissance des propriétés d'objets

Prolongement :

• Rangements de classes d'ensembles.

Matériel :

(1) • Deux collections de cinq étiquettes en carton désignées par des lettres différentes (étiquettes qui représentent les wagons d'un train).

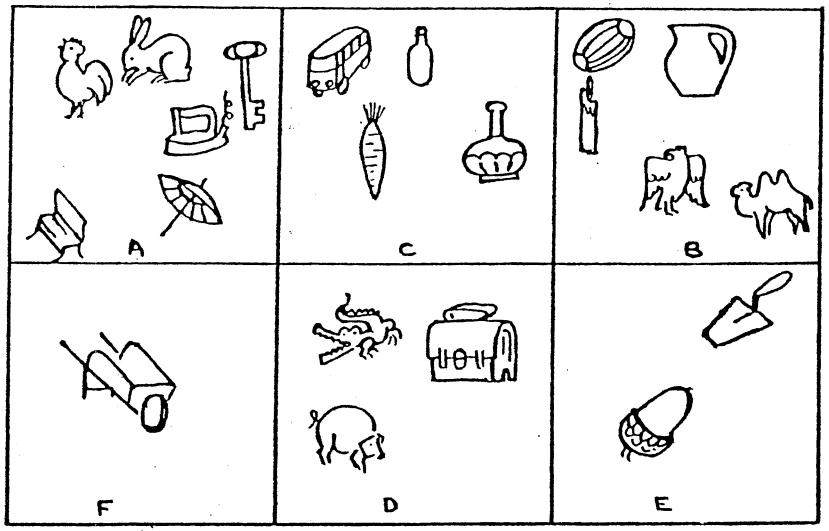
• Deux cartons non désignés pour représenter des locomotives.

• Une ardoise par élève.

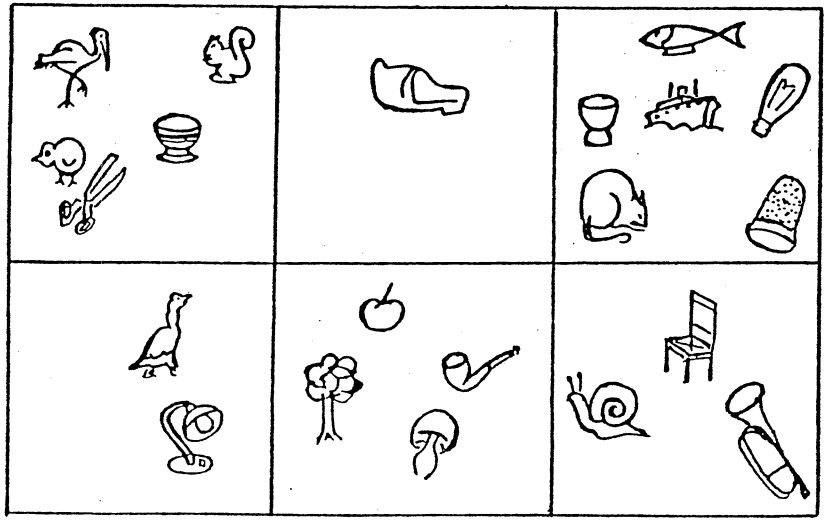
(2) • Par groupe de deux :
- une collection de cinq baguettes de longueurs différentes.

(3) • Par groupe de deux : une feuille sur laquelle six collections d'objets sont dessinées (feuille n°1), chacune étant désignée par une lettre.
- une bande de papier blanc,
- une autre feuille sur laquelle six collections d'objets sont dessinées (feuille n°2).

.../...



Feuille n°1



Feuille n°2

.../...

Déroulement

① Rangement des wagons d'un train

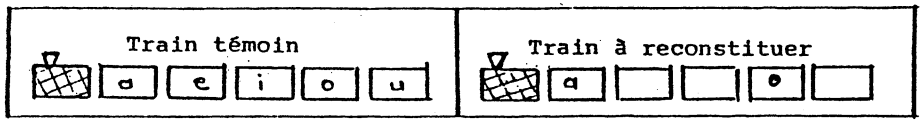
a) Le maître présente sur un tableau, avec le matériel en carton, un train témoin avec cinq wagons, et sur un autre tableau il présente successivement des trains T_1 T_2.....Ces trains sont constitués comme le train témoin, mais il leur manque un ou deux wagons. A chaque fois, qu'il présente un nouveau train, le maître demande aux enfants où il doit placer le (ou les) wagons qui manquent, pour constituer un train identique au train témoin par exemple :

Train témoin	o a u i e	
T_1	o u i e	"où faut-il placer le wagon a ?"
T_2	a u i e	"où faut-il placer le wagon o ?"
T_3	o a u	"où faut-il placer le wagon i, et où faut-il placer le wagon e ?"

.../...

Dans cette séquence, les situations sont telles que les enfants, pour donner des informations efficaces, font intervenir dans leur langage, des relations qui concernent soit un seul wagon ("o est le premier"), soit deux wagons ("i est après u"), soit 3 wagons ("j est entre o et u").

b) Un train témoin (avec le matériel en carton) est affiché sur un tableau que seul le maître voit. Sur un autre tableau, qui est vu par le maître et les enfants, le maître dessine un train avec 5 wagons (non désignés) puis il affiche sur ce dessin, en utilisant le matériel en carton, 2 wagons qu'il place comme sur le train témoin par exemple :



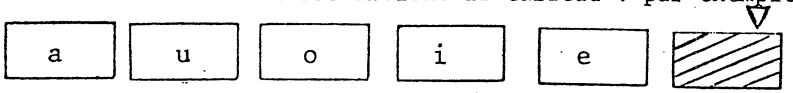
Les enfants doivent trouver la disposition des 3 wagons qui manquent de façon à obtenir un train identique au train témoin. Pour cela, ils posent des questions au maître ou à un élève jouant le rôle du maître, qui ne répond que par "oui" ou par "non". Un enfant au tableau dispose les wagons conformément aux renseignements obtenus. Quand le train est reconstitué, il y a confrontation avec le train témoin.

.../...

La même activité est reprise avec un train témoin, mais ici chaque enfant doit individuellement donner sur l'ardoise l'ordre des wagons (soit par une liste, soit par un dessin, soit.....) à partir des renseignements obtenus, puis doit vérifier sur le train témoin si sa liste (ou son dessin) convient.

c) Exercices

1 - Un train est affiché au tableau : par exemple



Consignes :

-"Ecrire la liste des wagons en commençant par le premier,

- Ecrire la liste des wagons en commençant par le dernier,

- Ecrire le nom du wagon qui est juste après i,

- Ecrire le nom du wagon qui est entre i et u,

- Ecrire le nom des wagons qui sont avant o....".

2 - Des informations sont écrites au tableau et lues ; par exemple :

"o est le dernier, a est juste avant u, i est le premier et il est juste avant e"

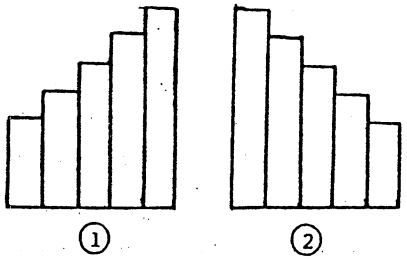
Consigne :

Dessine le train qui correspond à ces informations.

.../..

(2) Rangement de baguettes

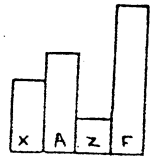
a) Le maître distribue cinq réglettes par groupe de 2 élèves et demande dans chaque groupe un rangement d'après la taille. Il fait expliciter à certains les procédés employés pour obtenir le rangement. Une disposition en escalier de type (1) ou de type (2) permet facilement au maître de vérifier s'il y a échec ou réussite. Mais d'autres dispositions qui respectent l'ordre sont possibles (des trains de baguettes....) et peuvent être réalisées dans certains groupes.



b) Le maître demande à chaque groupe un rangement des baguettes comme en (1) (la plus petite baguette est à gauche), puis un rangement des mêmes baguettes comme en (2) (la plus petite baguette est à droite). Il fait expliciter à certains les procédés employés pour passer d'une disposition à l'autre (destruction du rangement réalisé et reconstruction de l'escalier, ou bien utilisation du rangement déjà réalisé).

c) Exercices

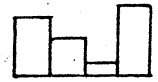
1. Une série de baguettes en désordre et "debout" sont dessinées au tableau avec leur nom, par exemple :



.../..

Consigne :

"Ecris le nom de la plus grande baguette"
"Ecris le nom de la plus petite baguette"
"Ecris la liste de la plus grande à la plus petite".

2. Une série de baguettes en désordre sont dessinées sur une feuille, mais non désignées par exemple  avec une liste écrite, par exemple OIAE.

Consigne :

"Voici la liste de ces baguettes dans l'ordre, de la plus petite à la plus grande. Trouve le nom de chaque baguette et écris-le sur chaque baguette".

(3) Rangement des collections de un à six objets

a) Le maître distribue une feuille n°1 par groupe de deux. Un enfant de chaque groupe découpe les cartes sur lesquelles sont dessinés les ensembles. Le maître demande alors que dans chaque groupe les enfants rangent les ensembles (c'est-à-dire les cartes) de celui qui a le moins d'objets à celui qui a le plus d'objets, et écrivent sur la bande de papier une liste de rangement.

.../..

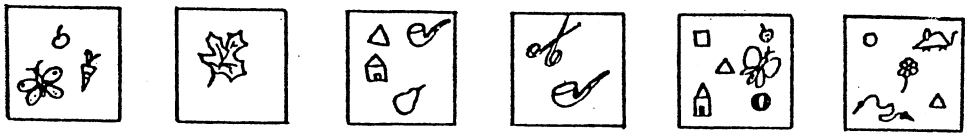
Deux listes sont obtenues ABCDEF ou FEDCBA. Certaines correspondances terme à terme sont nécessaires pour les enfants qui ne peuvent dénombrer globalement des ensembles de 4, 5 ou 6 objets.

b) Le maître distribue une feuille n°2 par groupe de deux et écrit au tableau une liste de signes, par exemple : BAXPVI. Il précise que cette liste permet de ranger les ensembles dessinés sur la feuille, de celui qui a le plus d'objets à celui qui en a le moins et demande aux enfants d'écrire sur la feuille n°2 le nom de chaque ensemble.

Exercices :

• Découpe les dessins d'ensembles

* Range les dessins de celui qui a le plus d'objets à celui qui en a le moins.



75 %

.../...

RECONNAISSANCE DE FORMES

Durée : 2 séquences

Objectifs pour le maître :

• Placer les élèves dans des situations favorisant l'analyse des propriétés métriques ou topologiques des formes et l'explicitation de ces propriétés, exemple :

- Proposer une situation où la reconnaissance d'objets ne peut pas se faire d'une façon visuelle.
- Proposer quelques objets distincts mais suffisamment ressemblants pour que la reconnaissance pose problème et qu'elle nécessite une certaine analyse comparée des objets.

• Proposer quelques objets dont la forme n'est pas familière à l'enfant de telle sorte que leur désignation orale nécessite la désignation de nouvelles propriétés à partir de propriétés connues.

Objectifs pour les élèves :

• Retrouver parmi plusieurs pièces de carton la seule qui s'encastre exactement dans la partie découpée d'un pochoir.

a) A partir d'une reconnaissance visuelle (l'enfant peut voir, manipuler les pièces).

.../...

b) A partir d'une reconnaissance tactile (l'enfant peut toucher les pièces mais ne les voit pas).

c) A partir d'une reconnaissance par le langage (l'enfant entend une description de la pièce à reconnaître mais ne la voit pas).

d) A partir d'une reconnaissance par le dessin.

• Donner oralement une description convenable d'une pièce quelconque de manière à pouvoir la distinguer des autres pièces parmi lesquelles elle se trouve. Utiliser dans cette description des mots connus ("carré", "pointu", "étoile".....) et s'ils ne suffisent pas, créer des expressions qui rendent compte de certaines propriétés de la pièce ("à bord arrondis").

• Dessiner une pièce visible.

Prolongement :

• Mise en place d'un vocabulaire concernant les propriétés d'objets à partir de la reconnaissance d'objets par le langage.

• Pavage du plan, mosaïque, puzzle.

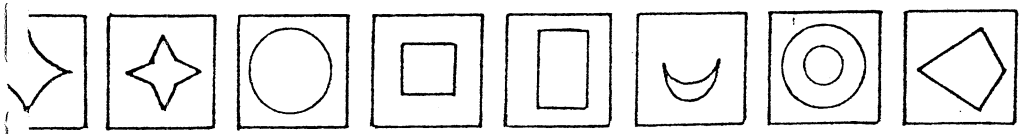
Matériel :

• Pour la classe :

Huit pièces découpées dans du carton et les pochoirs correspondants (figure ci-après).

• Pour chaque équipe de 4 élèves :

- Un bandeau pour couvrir les yeux d'un élève
- Huit pièces identiques (exactement superposables aux pièces collectives).



.../...

Déroulement :

a) Reconnaissance visuelle : les enfants sont par groupe de quatre : chaque groupe dispose sur une table des 8 formes qui sont étalées. La maîtresse affiche un des 8 pochoirs au tableau et demande que dans chaque groupe un élève lui montre la forme qui "va juste" dans le pochoir. Chaque élève, après avoir montré la pièce qui correspond, vient vérifier au tableau en encastrant cette pièce dans le pochoir. L'activité est reprise avec d'autres pochoirs et avec d'autres élèves.

b) Reconnaissance tactile : même disposition qu'en a), mais après avoir affiché un pochoir, la maîtresse demande que dans chaque groupe, un élève se bande les yeux. Cet élève doit choisir la pièce qui convient parmi les pièces qui ont été au préalable rassemblées en tas sur la table. (Pour que la recherche soit moins longue, la maîtresse peut enlever quelques pièces des tas). Chaque élève qui a trouvé "la bonne pièce" vérifie en enlevant son bandeau et en allant disposer sa pièce dans le pochoir. Il change de pièce en cas d'échec sans remettre le bandeau. L'activité est reprise avec d'autres pochoirs et d'autres élèves.

c) Reconnaissance par le langage : Huit enfants sont installés chacun à une table devant un pochoir et les autres élèves sont regroupés de façon à ne pas voir les pochoirs, mais ils disposent de toutes les pièces de carton. Chaque enfant au pochoir demande à son tour au groupe, la pièce qui va dans son pochoir en la décrivant ou en la désignant oralement. Pour se faire comprendre, il doit soit utiliser un vocabulaire connu ("carré", "rond", "pointu", "étoile".....), soit créer un langage original, s'il ne dispose pas d'un mot courant pour

.../...

caractériser la pièce. Dans ce cas, il ajuste son langage en tenant compte de la réaction du groupe avec lequel il communique.

d) Reconnaissance par le dessin : les enfants sont répartis comme ci-dessus et disposent du même matériel dans les mêmes conditions, mais ici les enfants qui ont un pochoir dessinent au tableau la pièce qu'ils demandent.

Exercices :

1. Réaliser une fiche dont la consigne est de type : "montrer pour chaque pièce le pochoir correspondant". L'exercice est proposé soit avec des pièces semblables à celles déjà utilisées, soit avec d'autres pièces, les pièces et les pochoirs étant dessinés en désordre sur la fiche.

2. Dessiner des pièces présentées par le maître, ou déjà dessinées au tableau.

3. Des pochoirs et les pièces correspondantes sauf une sont affichés au tableau. Consigne : "dessine la pièce qui manque".

.../...

ATELIERS 1

Classement - rangement :

- Loto avec des formes (animaux, formes géométriques....)
- Trouver deux cartes identiques (des paires) ou 2 cartes qui ne différent que par les couleurs.
- Jeu de l'intrus : trouver la carte qui "ne va pas avec les autres"
- Dominos : formes - figures
- Jeu de la boîte à lettres : trouver la forme qui passe juste par l'ouverture.
- Images séquentielles : reconstituer le déroulement d'une histoire à l'aide de cartes (bande dessinée)
- Reconstitution d'images à partir d'une suite linéaire de cartes, (puzzle dans une seule dimension)
- Ranger des baguettes, des disques selon leur taille (cf. "Rangement d'objets").
- Nombres et cartes à jouer. (Voir ci-après)

Les nombres :

- Jeu de dominos (Cf. "Classement d'ensembles - les premiers nombres").

Organisation de l'espace :

- Jeu d'encastrement
- Repérage sur quadrillage (Voir ci-après)

.../...

Nombres et cartes à jouer

Matériel :

- Un jeu de 52 cartes par élève
- Quelques cartons blancs format carte à jouer.

Activité (individuelle) :

Un enfant reçoit le jeu de cartes et le maître enlève devant lui 2,3,4 ou 5 cartes (faces cachées) qui sont rangées dans un tiroir.

Le maître remplace chaque carte enlevée par un carton blanc et il demande à l'enfant de trouver les cartes manquantes, de les dessiner sur des cartons blancs (un carton par carte manquante)

Une fois l'activité terminée, l'enfant peut vérifier en allant prendre les cartes cachées dans le tiroir.

Remarque :

Si des enfants emploient toujours systématiquement le classement des cartes 4 par 4 (parce qu'il est efficace), le maître peut enlever par exemple 4 cartes de même hauteur (par exem ple les quatre "six") ce qui obligera les joueurs à faire un rangement pour mettre en évidence un "vide".

Repérage sur quadrillage

Matériel :

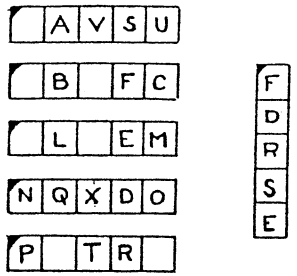
• Un quadrillage témoin 5 x 5 avec des lettres dans des cases.

.../...

• Des parties de ce quadrillage, décalquées (une marque est faite à gauche et en haut sur chaque morceau).

Exemples :

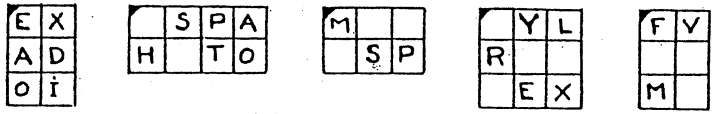
1.



2.



3.



• Un quadrillage de 5x5 carreaux sans aucun motif.

Activité :

Il s'agit de placer les morceaux sur le quadrillage, de manière que les motifs identiques soient superposés. (Il ne s'agit pas d'un puzzle).

.../...

RANGEMENTS DE CLASSES D'ENSEMBLES, DES NOMBRES DE 1 A 6 (SIGNES > ET <)

Durée : 2 séquences

Objectifs pour le maître :

1. Proposer aux enfants une famille d'objets vérifiant les deux conditions suivantes :

- Il existe des ensembles de même nombre donc des classes d'ensem bles.
- Il existe un critère de rangement sur les ensembles tel que : si on range les classes en respectant le rangement sur les ensembles (en choisissant un ensemble dans chaque classe), ce rangement des classes est conservé quels que soient les ensembles choisis dans chaque classe, (le rangement est "compatible" avec l'équivalence).

2. Faire pratiquer un rangement sur les six premiers nombres (pris dans leur ensemble ou non), en utilisant des expressions déjà connues : "est avant", "est après", "est entre", et, "range dans l'ordre", "écris la liste".....", ces expressions prenant un sens pour le rangement des nombres par référence aux rangements des classes d'ensembles correspondants, le nombre d'objets de chaque ensemble étant également perçu globalement.

.../...

3. Introduire les signes < et > à propos de la comparaison de deux nombres.

Objectifs pour les élèves :

- Ordonner des classes d'ensembles de un à six, ordonner les nombres de un à six dans l'ordre croissant ou décroissant.
- Ordonner deux, trois ou quatre nombres choisis parmi ces six.
- Décrire l'ordre obtenu par des expressions telles que "est avant", "est juste avant", "est après", "est entre - et -".

Justifier l'ordre obtenu à partir des ensembles, c'est-à-dire par des affirmations de type "là, il y en a toujours moins que là","là, il y en a toujours deux de plus que là".....

- Ecrire des comparaisons de deux nombres à l'aide des signes < , > .
- Connaître la suite ordonnée "1,2,3,4,5,6" et la suite "6,5,4,3,2,1"

Prolongement :

- Comparaison de nombres, comparaison de sommes.

Matériel :

- Par groupe de quatre : des bandes de papier et au moins une douzaine d'ensembles (ou représentations d'ensembles) de 1 à 6 objets : objets dans des sacs transparents, objets collés sur une feuille , objets attachés par un élastique , cartes sur lesquelles sont dessinées des constellations, cartes sur lesquelles sont collées des gommettes, cartes sur lesquelles sont dessinés ou désignés des ensembles, etc.....
- Des boîtes-nombres de 1 à 6 dans le désordre marquées de leur signe.

.../...

Déroulement :

a) Le maître distribue une douzaine d'ensembles de un à six objets par groupe de quatre enfants, et demande un rangement de ces ensembles. Comme des ensembles ont autant d'objets, les enfant ont un problème pour les ranger : pour deux ensembles A et B qui ont autant d'objets, on ne peut dire si A a moins d'objets que B, ou si B a moins d'objets que A, il n'est donc pas possible de mettre un ensemble "avant" l'autre.

Chaque groupe de recherche adopte la solution trouvée par certains : le rangement n'est possible que si on met en "tas" les ensembles de même nombre, et le rangement obtenu est un rangement sur des classes.

Le maître demande alors dans chaque groupe une liste des nombres associés au rangement. Deux listes sont obtenues : 1,2,3,4,5,6 ou 6,5,4,3,2,1, listes qui permettent de ranger les boîtes-nombres, ce que font les enfants.

b) Le maître place les boîtes de 1 à 6 en désordre devant les enfants. Il prend 3 boîtes par exemple 5,2, 6 qu' il met à part.

Par groupe de 2, les élèves choisissent dans leur matériel une collection associée à chacune des boîtes. Ils doivent expliquer comment à l'aide de ces collections, on retrouve comment sont rangées les 3 boîtes.

"Quelle est celle qui vient d'abord ? Et ensuite ?"

.../...

c) L'activité est reprise avec 2 boîtes, exemple : 6 et 3. Les élèves donnent cette fois leur conclusion oralement ("l'ensemble de 6 en a plus que celui de 3"), puis par écrit à l'aide des chiffres 6 et 3.... Après confrontations des propositions écrites, on convient de deux signes < , > : le signe > pour exprimer que "6 est après 3" et le signe < pour exprimer que "3 est avant 6".

3 < 6 se lit : "trois est inférieur à six" ou
"trois est avant six".

Les boîtes sont de nouveau rangées puis retirées de la vue des enfants. Ces derniers essaient alors de les nommer dans l'ordre des nombres croissants et décroissants.

Exercices

• Ecris des nombres entre 3 et 6, entre 1 et 4, entre 6 et 4, entre 2 et 3.

* Range ces nombres :2,5,3,6 (64 %)

• Complète par < ou >

2 . 4
5 . 4
3 . 1

• Ecris un nombre qui convient

5 > .
. > 3
3 > .

.../...

COMPARAISON DE COLLECTIONS : CORRESPONDANCE TERME À TERME

Durée : 3 séquences

Objectifs pour le maître :

• Présenter aux élèves une situation où l'inefficacité de l'emploi des nombres "intuitifs" (1,2,3,4,5,6) conduit à mettre en place le procédé de la correspondance terme à terme ou éventuellement celui de la correspondance paquet à paquet.

La comparaison d'une collection de six objets à une autre de quatre objets ne nécessite pas la correspondance terme à terme, l'enfant sans même compter un par un quatre objets de la collection de six objets, peut dire : "ici, il y en a deux de plus". Mais, la comparaison d'une collection de quatorze objets à une autre de seize (sans disposition particulière : alignement, groupements figuratifs,.....) nécessite soit une correspondance terme à terme directe, soit une correspondance terme à terme utilisant une collection auxiliaire (comptine par exemple), soit une correspondance paquet à paquet utilisant des collections de 2, 3,4,.....objets.

• Proposer aux élèves des situations leur permettant d'éprouver la correspondance terme à terme et de rejeter éventuellement des modèles perceptifs erronés (Volume par exemple).

.../...

Objectifs pour les élèves :

A propos de collections d'objets comprenant entre 10 et 25 éléments ou de collections dessinées :

• Réaliser une correspondance terme à terme entre deux collections pour conclure :

"La collection A a autant d'éléments que la collection B"

ou

"La collection A a plus ou moins d'éléments que la collection B"

Dans ce dernier cas, montrer les objets qui n'ont pas de correspondants.

• Réaliser une collection qui a autant (plus, moins) d'objets qu'une collection donnée.

Antécédent :

Les nombres de 1 à 6.

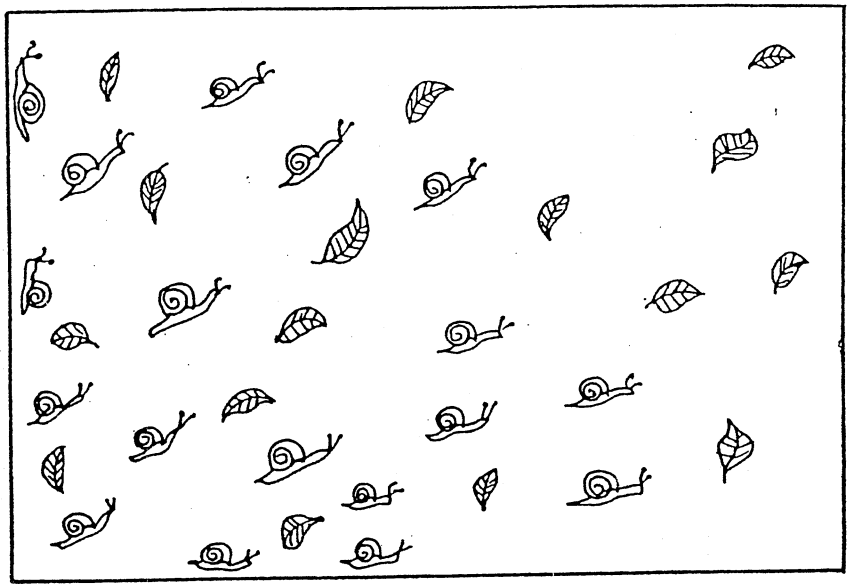
Prolongements :

Etude d'autres nombres
Comparaison de deux nombres

Matériel :

(1) Pour chaque élève : un polycopié (1) tel que le suivant :

.../...



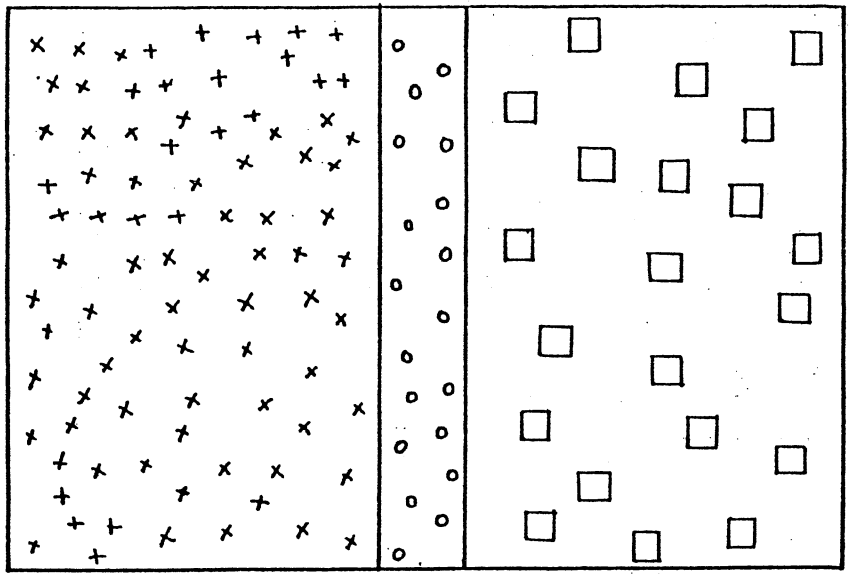
(1)

• Pour chaque équipe de deux élèves :

- environ 25 cubes, 25 jetons
- une vingtaine de feuilles de papier (demi-format ou quart de format courant).

.../...

(2) Pour chaque équipe : un polycopié (2) tel que le suivant :

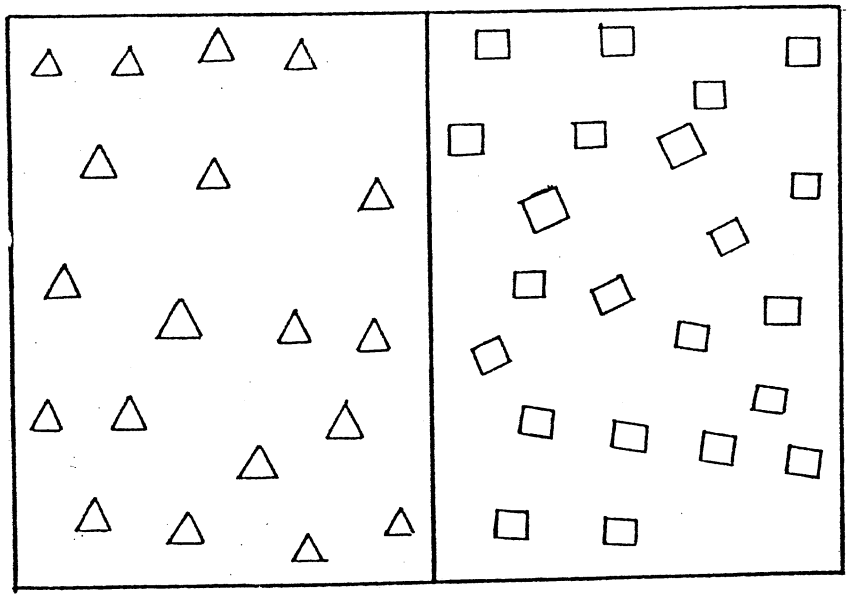


(2)

(3) Pour chaque équipe de deux élèves : un polycopié, non nécessairement lemême pour toutes les équipes, comprenant environ vingt points.

• Pour chaque élève un polycopié (3) tel que le suivant (la feuille est pliée en deux suivant le trait et collée de façon qu'une seule collection soit vue à la fois).

.../...



③

• Pour chaque équipe de deux élèves d'une demi-classe : un polycopié comprenant une vingtaine de points, pour chacune des autres équipes : une trentaine de jetons.

Déroulement :

① • Cubes et jetons sont remis mélangés dans un sac avec une marque, aux enfants, par équipes de deux, ainsi qu'une feuille de papier avec la même marque.

"Dans chaque équipe vous devez regarder si il y a autant de jetons que de cubes. S'il y a autant de jetons, (ou plus de cubes) vous devez dessiner sur la feuille les jetons (ou les cubes) en trop".

.../...

A l'issue de cette activité, les équipes échangent par deux leur matériel (sac et feuilles) pour une vérification. Une discussion a lieu éventuellement en cas de désaccord.

Quelques équipes sont invitées à :

1° - Exprimer leurs résultats.

"Il y a autant de cubes que de jetons" ou "il y a plus (moins) de cubes que de jetons".

2° - Montrer les jetons (ou les cubes) en trop, et expliquer comment ils ont fait.

Au cours de cet inventaire, le maître peut par diverses questions éprouver les convictions des élèves à propos des collections reconnues "équipotentes" et susciter éventuellement des discussions, par exemple : les cubes sont rassemblés en un tas, les jetons dispersés sur le bureau (ou au tableau dans le cas de jetons magnétiques).

- "Maintenant, y-a-t-il toujours autant de cubes que de jetons ?" "Pourquoi ?"

• Les élèves reçoivent le polycopié ①

- "Vérifiez s'il y a autant d'escargots que de feuilles. S'il y a plus d'escargots, ou plus de feuilles, vous entourez ce qu'il y a en trop".

Quelques uns des procédés exploités (liens, marquages, coloriages,....) sont considérés collectivement ; les résultats sont comparés.

.../...

(2) . Les élèves par équipes de deux reçoivent la feuille (non nécessairement la même pour tous) avec un vingtaine de points. Ils doivent aller chercher sur le bureau autant de feuilles de papier qu'il y a de points sur leur feuille.

Une vérification s'effectue par échange de matériel entre deux équipes voisines.

Quelques équipes sont invitées à expliquer pourquoi elles ont effectivement autant de feuilles que de points.

Si la classe dispose d'éléments assez volumineux, (ballons, gros cubes,.....) le maître pourra au cours de ces explications demander aux élèves de rassembler autant de cubes (ou de ballons) qu'il y a de feuilles de papier (ou de points dessinés sur une des feuilles).

Dans un second temps, les élèves doivent aller chercher plus de cubes qu'il y a de points sur leur feuille. Comme précédemment, vérifications et explications par quelques équipes. Pour certains, les explications peuvent être l'occasion de faire exprimer combien il y a de cubes de plus que de points.

L"activité peut être reprise où cette fois les élèves devront aller chercher moins de jetons qu'il y a de points sur la feuille.

. Recherche individuelle à propos du polycopié (2)

- "Entourez un ensemble de croix. Il doit y avoir dans cet ensemble moins de croix que de ronds".
- "Entourez un ensemble pour qu'il y ait plus de carrés que de ronds".

.../...

Certaines réalisations sont considérées collectivement pour des comparaisons des procédés exploités, des résultats.

(3) . <u>Communication entre groupe d'élèves</u>

Les élèves sont répartis par groupes de trois ou quatre, ces groupes sont appariés : un groupe "émetteur", un groupe "récepteur". Les groupes émetteurs possèdent chacun une feuille avec une vingtaine de points dessinés (non nécessairement le même nombre pour tous les groupes), les groupes récepteurs possèdent chacun une trentaine de jetons. Chaque groupe émetteur doit envoyer un message écrit au groupe associé pour que ce dernier prépare autant de jetons qu'il y a de points sur la feuille. Les messages attendus sont des dessins, toutefois, il est possible que cerains messages soient de type (5,9,4). Les groupes appariés vérifient que leurs collections ont bien autant d'objets par comparaison directe.

Les messages sont affichés, ils sont classés selon qu'ils ont permis ou non une communication efficace.

L'activité peut être reprise en intervertissant les rôles des groupes et en modifiant les nombres de points.

.../...

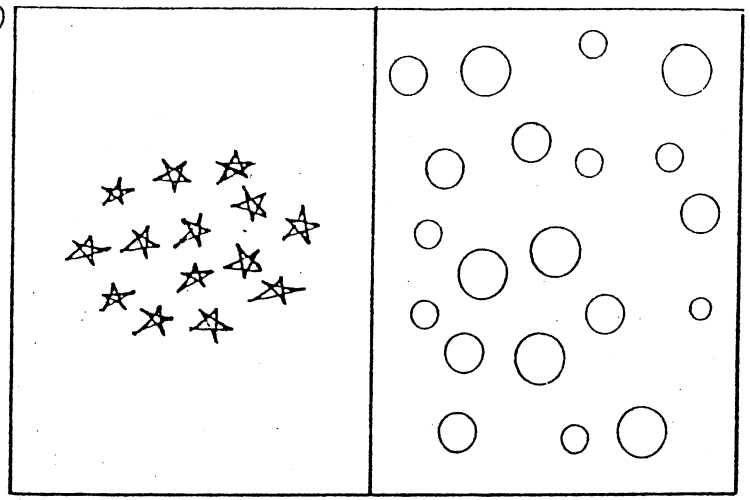
. Recherche individuelle à propos du polycopié (3)

- "Il s'agit de savoir s'il y a des toîts ou des façades en trop. Il faut entourer les éléments en trop "

Comparaison de quelques réalisations : les procédés utilisés, les résultats obtenus.

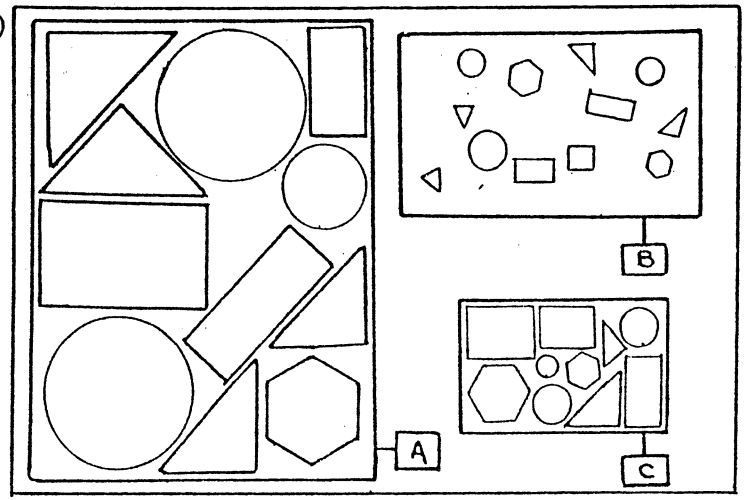
Exercices

(1)



- "Entourez autant de ronds qu'il y a d'étoiles".

(2)



"Entourez le signe de la boîte dans laquelle il y a le plus d'objets".

INTRODUCTION ET COMPARAISON DE CERTAINS NOMBRES (ÉCRITURE USUELLE)

Les leçons concernées

- *Le nombre 9.....p.200*
- *Les nombres 12 et 13.....p.211*
- *Les nombres entre 6 et 9.....p.217*
- *L'ordinal. Les nombres de 1 à 9.....p.241*
- *Le nombre d'élèves de la classe (25).....p.254*
- *Le nombre 10.....p.265*
- *Le nombre 11.....p.270*
- *L'ordinal. Les nombres de 1 à 13.....p.273*
- *Les nombres de 1 à 15. Ajouter 1. Le suivant.p.305*
- *Le nombre 18.....p.325*
- *Les nombres entre 15 et 18.....p.330*
- *Le nombre 19.....p.336*
- *Les nombres de 0 à 19. Comparaison.....p.338*
- *Le nombre 20.....p.342*

Les situations d'introduction des nombres :

Les premiers nombres (jusqu'à 6) ont été introduits directement. Les élèves mobilisent alors certains procédés de perception pour réaliser une partition dans une famille d'ensembles.

Nous proposons ci-dessous les différents types de problèmes que nous considérons dans ce chapitre pour

.../...

introduire les nombres. Confronter les élèves à des introductions différentes nous paraît favorable à enrichir leurs conceptions.

Notons qu'au moment de cette étude, "trouver un nombre" pour l'élève revient à :

• Trouver la "boîte" convenable, c'est-à-dire représenter une collection qui va dans cette boîte.

Cette recherche mobilise la correspondance terme à terme, la correspondance partie à partie. Les solutions sont alors l'occasion de donner une signification à ces procédures.

• Et/ou trouver une désignation du nombre cherché utilisant l'écriture additive. L'écriture usuelle est proposée lors de la recherche.

Exemple : "Trouver le nombre qui vient juste après 9" revient à "trouver une collection qui va dans la boîte juste après 9" ou à "trouver une écriture du nombre qui vient juste après 9".

Les différents types de problèmes :

(1) • "Trouver le nombre d'objets d'une collection donnée constamment visible dans la classe "
Exemple : les élèves ont dans chaque groupe à construire des mobiles de façon à pouvoir en accrocher exactement un à chaque lampe. Ils ont à trouver des représentations de la collection considérée. L'ensemble des lampes constitue un ensemble de référence (ici pour le nombre 9). Les nombres 9,12,13 sont introduits par ce type de problème.

(2) • "Trouver les nombres qui sont entre deux nombres donnés".

.../...

Certains nombres sont connus et peuvent être rangés. Peut-on placer d'autres "boîtes" dans la suite obtenue ? Ainsi après avoir abordé 6 et 9, les élèves déterminent 7,8 de la même façon, ils déterminent le nombre marquant entre 10 et 12, les nombres manquant entre 15 et 18.

(3) • "Trouver le nombre qui correspond à une réunion disjointe d'ensembles de nombres connus".
Exemple : la classe est constituée de deux groupes stables de 12 et 13 élèves. Les élèves doivent préparer un objet pour chaque élève dans chacun des groupes. Il s'agit alors de trouver une représentation de la collection d'objets utilisés et une désignation pour le nombre associé.

Le nombre 25 est abordé de cette façon.

(4) • "Trouver le nombre qui vient juste après un nombre connu".
Exemple : pour chacun des premiers nombres, les élèves connaissent ou savent retrouver le suivant : 2 → 3, 3 → 4, ..., 8 → 9. Ils ont alors à représenter une collection qui va dans la boîte juste après 9.

10, 15 sont abordés de cette façon.

(5) • "Trouver le nombre déterminé par la numération parlée"

La numération parlée utilise implicitement l'addition à partir de dix sept ("vingt neuf" signifie 20 + 9). En considérant les nombres 17,18 déjà connus, les élèves abordent 19 ("dix neuf").

.../...

(6) . "Trouver le nombre différence de deux nombres."

Exemple : dessiner un ensemble qui va dans la boîte □ telle que 27 = □ + 7, ou trouver une désignation de □ à l'aide de l'écriture additive.

Remargue :

L'écriture "18" est proposée dans ce qui suit comme écriture usuelle d'une somme (par exemple : 11+7)

Les activités à propos des nombres introduits :

Rappelons que connaître un nombre nécessite de :

- savoir associer à ce nombre une collection convenable d'objets et réciproquement.
- savoir le lire, l'écrire sous la dictée.
- savoir le comparer à d'autres supérieurs ou inférieurs.
- savoir l'utiliser dans des calculs où apparaissent d'autres nombres inférieurs ou supérieurs.

Nous pouvons dire que l'acquisition d'un nombre par l'élève est l'ensemble de ces savoir-faire relatifs à ce nombre.

La connaissance de 8 par exemple se poursuit tout au long de l'année, elle intervient dans les exercices suivants :

- Range dans l'ordre 4,8,2,12
- Complète 5+.=8 ; 8=.+.+. ; 12+.=20
- Complète par < ou > ou = :6.8 ; 5+4.8+1 ; 5+3+6+7.6+8+10 ; 8+6<.+.
- Complète : 28.29 ; 18+23=.

Les savoir-faire rappelés ont permis de définir les types de problèmes ci-dessus, ils sont mis en oeuvre en permanence dans les activités qui suivent.

.../...

LE NOMBRE 9

Durée : 2 séquences

Objectifs pour le maître :

- Introduire le nombre 9 par référence à un ensemble donné (exemple : le nombre de lampes de la classe). Le dénombrement de collections de 9 objets ne peut se faire globalement, ceci exige que l'élève réalise une correspondance terme à terme ou utilise un autre procédé : le dénombrement par paquets (exemple : "Il y a 3 et 3 et 3"). Ce dénombrement utilise des nombres déjà rencontrés, ce qui permet de mettre ces nombres en relation dans une même formule.

Objectifs pour les élèves :

- Réaliser, représenter des collections ayant 9 objets.
- Une collection étant donnée, dire si elle a ou non 9 objets, et si elle a 9 objets, l'écrire.
- Ecrire le chiffre 9
- Dénombrer des collections ayant 9 objets sans passer par le dénombrement unité par unité.
- Comparer 9 aux nombres déjà rencontrés en utilisant les signes < et >.

Antécédents :

- Les nombres 1,2,3,4,5,6. Rangement des ces nombres.

.../...

. La correspondance terme à terme.

Prolongement :

. Les nombres 12,13.

Matériel :

. Par groupes : Matériel permettant de réaliser neuf mobiles, exemple : ficelles, perles, feutrine, papier argenté (proposer aux groupes plus de matériel que nécessaire). Deux paires de ciseaux.

. Pour la classe : Une boîte

Déroulement :

(1) . Le matériel est remis aux élèves répartis par groupes de quatre. Il est alors demandé aux élèves de réaliser des mobiles pour Noël.

. Chaque groupe doit réaliser un mobile pour chaque lampe. Chacun des mobiles sera suspendu près d'une lampe. (Il y a effectivement neuf lampes dans la salle - disposées en trois rangs de trois - mais un autre ensemble de référence ayant neuf objets aurait pu être choisi, vitres de la fenêtre par exemple, les objets à réaliser étant alors des guirlandes....).

. Chaque mobile doit avoir : une ficelle, une fleur en feutrine,une perle, une étoile argentée.

Lors de l'inventaire des réalisations, il est demandé aux élèves d'expliquer comment ils ont fait pour prévoir le nombre d'objets (par exemple :"à chaque lampe on a fait correspondre un mobile , ça fait trois rangs de trois.....").

.../...

. La boîte 9

Individuellement, les élèves doivent dessiner, pour mettre dans la nouvelle boîte présentée par le maître, un ensemble qui a autant d'objets qu'il y a de lampes dans la classe.

Les réalisations sont vérifiées collectivement au fur et à mesure qu'elles sont placées dans la boîte.

Ecriture de 9.

(2) . Individuellement, les élèves dessinent une collection qui va dans la boîte 9. Entre voisins, ils vérifient que leurs collections ont bien autant d'objets.

. "Comment découper votre dessin en deux ou trois morceaux pour avoir des collections qui vont dans des boîtes que nous avons déjà ?" (boîtes en évidence dans la classe).

. "Si vous découvrez plusieurs possibilités, vous faites un dessin pour chacune d'elles".

Quelques élèves exposent leurs résultats et les comparent.

. Les collections découpées par les élèves sont mises dans les boîtes correspondantes (3,4,5,6) ; la question suivante est alors posée à toute la classe.

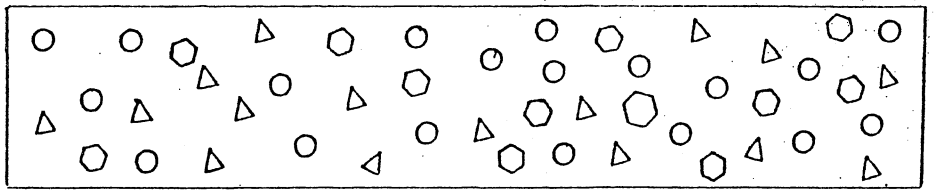
. "Où placer la boîte 9 par rapport à celles que nous avons déjà rangées ?" "Pourquoi ?".

.../...

• Individuellement, les élèves recherchent le plus possible d'inégalités écrites avec les nombres 4,5,6,9.

Exercices :

* A propos d'un dessin tel que le suivant remis à l'élève.

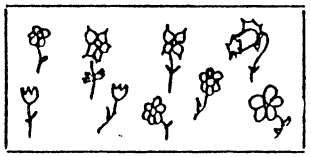


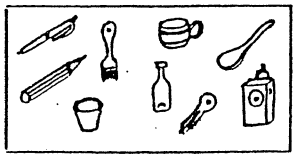
"Entoure des ensembles de neuf objets" (85 %)

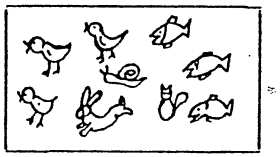
• Complète avec > ou <

3 . 9 ; 9 . 6 ; 5 . 9 .

• Vérifie que sur chaque carton, neuf objets sont dessinés. "Montre avec un trait comment tu peux découper chaque carton. Indique le nombre d'objets dessinés sur chaque morceau obtenu".







.../...

POSITIONS RELATIVES D'OBJETS DANS LE PLAN

Durée : 3-4 séquences

Objectifs pour le maître :

• Placer les élèves dans des situations de communication d'assemblages d'objets, afin de les amener à analyser, décrire les positions relatives des objets, et de cette façon les conduire à donner une signification aux expressions telles que : "à droite de.." "au-dessus de...." concernant ces positions relatives.

Objectifs pour les élèves :

• Reproduire un assemblage donné

• Décrire un assemblage de pièces en utilisant des expressions telles que : "au-dessus de....", "au-dessous de...", "à droite ....", "à gauche de....", "entre.. et...", "en ligne","en colonne", "se touchent", "à l'intérieur de...", "à l'extérieur...".

• Reproduire un assemblage à partir d'une description utilisant les termes précédents.

• Reproduire un assemblage décrit à l'aide d'un dessin des pièces.

Antécédents : classement, désignation : les concepts de "triangle","rectangle","carré", "rond","petit", "grand", sont supposés connus des enfants.

Prolongement :

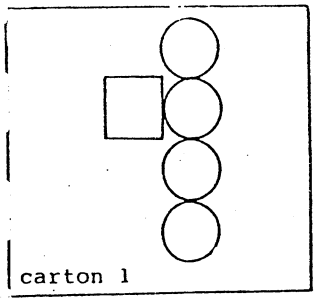
Itinéraire sur quadrillage

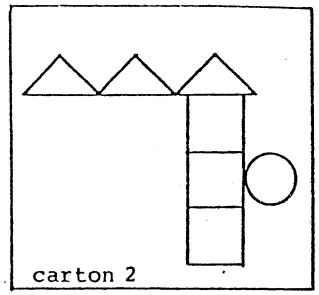
.../...

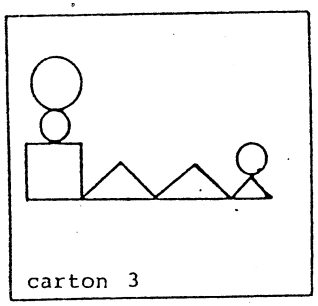
Matériel :

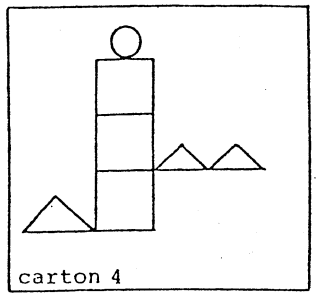
(1) • Pour chague équipe de deux élèves : 6 pièces types "blocs logiques" dans un sac : un carré 8x8, un carré 4x4, un disque de diamètre 8, un disque de diamètre 4, un triangle rectangle isocèle de côté de l'angle droit 8, un triangle rectangle isocèle d'hypothènuse 8.

(2) • Pour la classe : 5 grands cartons format 40x50 sur lesquels sont dessinés les assemblages suivants :


carton 1

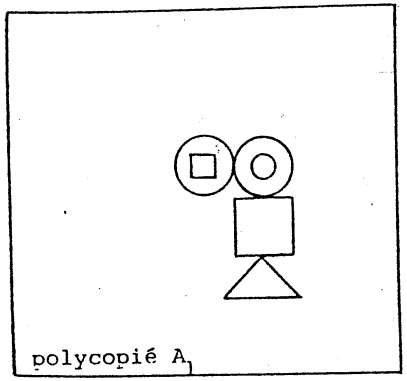

carton 2

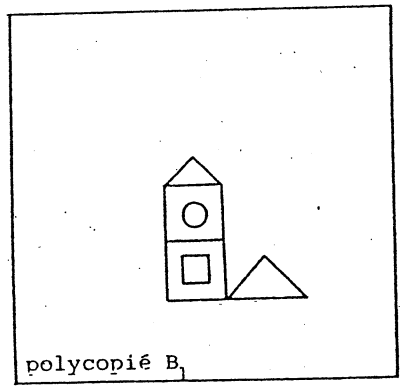

carton 3

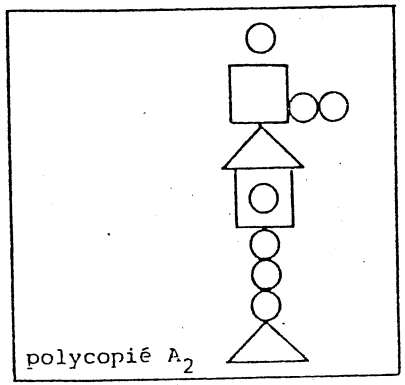

carton 4

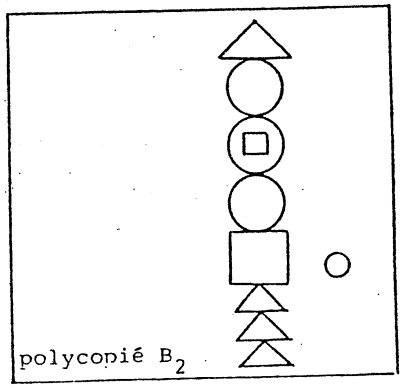
.../...

(3) • Pour chague élève d'une demi-classe, les quatre polycopiés suivants :


polycopié A_1


polycopié B_1


polycopié A_2


polycopié B_2

Conventions d'utilisation des pièces du jeu :

Au cours des premiers jeux, les enfants doivent se familiariser avec certaines conventions à propos de la disposition des pièces. Ces conventions sont communiquée aux enfants au fur et à mesure des besoins, à partir des créations d'assemblages. Elles ne nécessitent pas de formulations orales complexes car elles sont toujours précisées au cours d'activités d'assemblages.

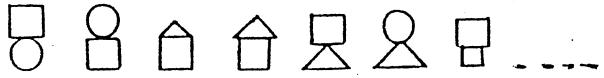
.../...

Exemples :

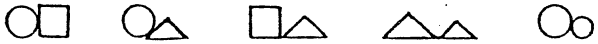
1. "Le triangle est toujours posé comme ceci  et non  comme cela "

"Le carré est toujours posé comme ceci  et non comme cela "

2. "Quand une pièce est au-dessus (ou au-dessous) d'une autre, elles se touchent comme cela" :



3. "Quand deux pièces sont côte à côte, elles se touchent comme cela, comme si elles étaient posées sur une règle".



Les assemblages proposés par le maître sont tels que si une pièce touche une autre pièce, elle est nécessairement soit au-dessus, ou au-dessous, soit à droite, ou à gauche, selon les conventions précédentes.

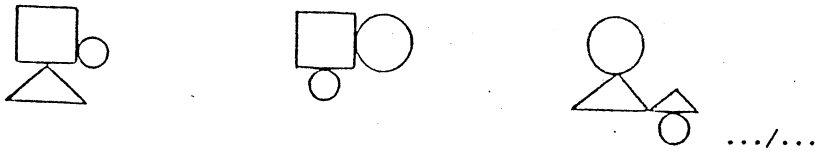
Déroulement :

(1) • Activités avec trois ou quatre pièces

Expressions : "au-dessus de", "au-dessous de", "à droite de", "à gauche de".

a) Le maître propose successivement deux ou trois assemblages avec des pièces au tableau et les enfants les reproduisent par deux sur leur table, avec les pièces.

Exemples d'assemblages :



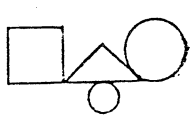
.../...

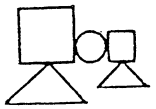
b) Nous voyons comment le déroulement abordé dans "Repérage sur quadrillage" s'adapte ici (cf. p 146) :

• Copie par les élèves d'une réalisation dissimulée derrière un paravent. Les élèves (un de chaque groupe à la fois) viennent observer la construction à reproduire. Ils doivent se déplacer le moins possible (les déplacements sont comptés, par exemple).

• Un groupe émetteur qui dispose d'un assemblage A (de 4 pièces par exemple) donne des informations aux autres élèves répartis en groupes récepteurs, afin que ces derniers réalisent un assemblage identique à A.

• Un assemblage témoin est construit par le maître au tableau, mais il n'est pas vu des enfants. Le maître indique aux enfants quelles sont les pièces utilisées. Les enfants sont par deux et doivent trouver l'assemblage en posant des questions au maître qui ne peut répondre que par ouiou par non. Exemples d'assemblages.





(2) • Chaque élève a une feuille de papier à son nom, séparée en deux, et un feutre. Le maître décrit un assemblage dessiné sur un carton non visible des élèves (Cf. Matériel) : "Il y a 4 ronds en colonne, et un carré à gauche du second rond à partir du haut" (carton 1).

Les enfants dessinent l'assemblage correspondant sur une des demi-feuilles. Puis ils échangent deux par deux leur dessin (entre voisins). Le maître redonne la

.../...

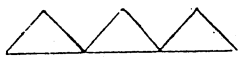
suite d'informations, et chaque enfant vérifie le dessin reçu. En cas de désaccord, les enfants se retrouvent par deux équipes jusqu'à ce qu'un dessin soit accepté. Le maître présente alors le carton 1. L'activité est reprise avec une autre carton, par exemple : "Il y a trois triangles en ligne, au dessous du triangle de droite il y a trois carrés en colonne, à droite du carré du milieu il y a un rond". (carton 2).

(3) . La classe est partagée en deux équipes A et B. Chaque équipe a un représentant devant un tableau, par exemple le tableau de l'équipe A est à droite de la classe et le tableau de l'équipe B à gauche. Chacun des autres élèves reçoit un assemblage dessiné :

Les élèves de l'équipe A reçoivent le polycopié A et ceux de l'équipe B, le polycopié B. Les élèves donnent successivement un seul renseignement à leur représentant qui doit reproduire l'assemblage. Le premier représentant qui arrive à reproduire le modèle fait gagner son équipe. Dans cette activité, les enfants ont besoin, pour décrire le dessin, d'utiliser les expressions : "à l'intérieur de", "à l'extérieur de". Un second jeu de communication est organisé à partir de deux autres modèles (voir matériel).

Exercices :

a . Dessine deux ronds qui se touchent en colonne au-dessous du deuxième triangle.



.../...

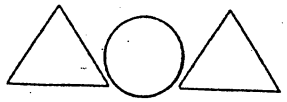
b. Dessine un triangle qui touche à droite le carré, puis dessine un rond au-dessus du triangle, le rond ne touche pas le triangle.



c. Fais une croix à l'intérieur du triangle qui est à gauche du rond.



d. Dessine un petit rond au-dessus du grand rond, mais qui ne le touche pas.



e. Dessine un rond à l'extérieur du carré, qui le touche à gauche. Dessine un petit carré à l'intérieur du grand carré.



.../...

LES NOMBRES 12 ET 13

Durée : 4 séquences

Objectifs pour le maître :

• Objectifs analogues à ceux de la leçon "le nombre 9".

De plus ici, présenter une situation conduisant les élèves à imaginer une partition qui leur permet de dénombrer une collection sans utiliser la comptine.

Remarque : Les nombres 12 et 13 correspondent ici à une partition de la classe en deux équipes, l'étude de ces nombres aurait pu être remplacée par celle des nombres 11,12 ou simplement du nombre 12, l'étude de ces nombres reposant sur l'existence d'ensembles de référence visibles des élèves.

Objectifs pour les élèves :

• Réaliser, représenter des collections ayant 12 ou 13 objets.

• Une collection étant donnée, dire si elle a ou non 12 ou 13 objets, et si elle a 12 ou 13 objets, l'écrire.

• Ecrire 12 et 13. Comparer ces nombres aux nombres déjà rencontrés. Exprimer les résultats à l'aide des signes > et < .

.../...

Antécédents :

• Les nombres 1,2,3,4,5,6,9. Le rangement de ces nombres.

Prolongements :

• Ecriture additive de nombres
• Le nombre d'élèves de la classe 12 + 13
• Le nombre 14

Matériel :

(1) • Matériel permettant diverses distributions aux élèves de la classe, par exemple : feuilles, gommes, feutres, jetons,.....ici ont été choisis des objets utilisés par les élèves en musique : verres, palets, baguettes,....

(2) • Pour deux élèves : 16 jetons, 16 cubes, 2 sachets en plastique.

• Pour la classe : 2 boîtes.

Déroulement :

(1) • Les élèves sont répartis dans la classe en deux équipes A et B, qui peuvent se distinguer dans la disposition matérielle des tables. Dans chacune des équipes les élèves travaillent par groupes de 3,4 ou 5.

• "Dans chaque groupe, vous devez prévoir une collection d'objets pour l'autre équipe. Chaque élève devra avoir un objet de chaque type qui lui servira en musique cet après-midi".

.../...

Chacun des groupes s'occupe d'un type de matériel selon les précisons apportées par le maître.

• "Vous rédigez un message qui m'indique la collection d'objets que je dois fournir. Si le message est clair, je vous remets les objets et vous faites la distribution".

Si les premières "commandes" sont des dessins, une vérification peut être entreprise sans distribution :

• "Expliquez pourquoi à l'aide de votre commande, il ne restera,ni ne manquera d'objets à la fin de la distribution"

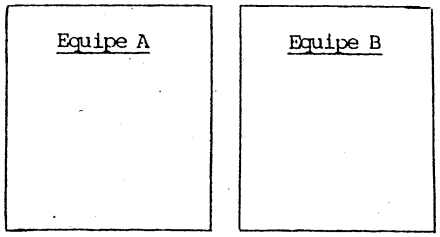
Mais le maître rappelle qu'il faut un message "Quelque chose d'écrit, plus rapide qu'un dessin"

Dès que de nouvelles commandes sont satisfaites (du type 4,3,2,4), elles sont rassemblées. Celles provenant par exemple de l'équipe A sont d'abord satisfaites. Pour la livraison des objets, le maître peut se faire remplacer par des élèves de l'équipe. Les collections fournies sont comparées (ont-elles autant d'objets ?), elles sont distribuées en cas d'accord, sinon les erreurs sont recherchées. Les commandes de l'équipe B, sont l'objet d'une démarche analogue.

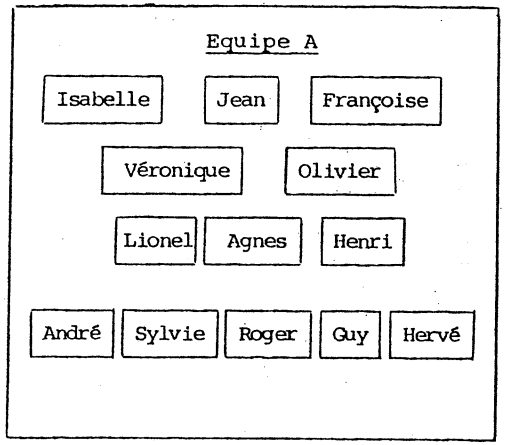
• Individuellement, les élèves de chaque équipe réalisent une commande d'objets pour l'autre équipe, (chaque élève de cette équipe devant recevoir un objet). Les commandes de chacun des élèves de l'équipe A sont vérifiées à l'aide des collections d'objets qui ont été précédemment distribuées, puis rassemblées. Les commandes de chacun des élèves de l'équipe B sont vérifiées de la même façon.

.../...

(2) • Au tableau le maître présente un panneau pour chacune des équipes. Chacun des élèves écrit son prénom sur une étiquette qu'il vient coller sur le panneau de son équipe ; la disposition des étiquettes sur les panneaux devant respecter la dispostion des tables lors du travail en groupes.



Exemple :



• Les élèves par deux, ayant reçu dans l'équipe A des jetons, dans l'équipe B des cubes, doivent préparer des collections pour l'autre équipe de façon que chacun des élèves de cette équipe ait un jeton (équipe B) ou un cube (équipe A).

Plusieurs réalisations sont contrôlées successivement par référence au panneau convenable précédemment élaboré. Les élèves pourront noter lors de ces contrôles, que ces derniers sont facilités quand les jetons sont disposés en paquets comme sur les panneaux.

.../...

• Le maître demande aux enfants de répartir les collections nouvellement réalisées dans des boîtes comme cela a été fait pour les ensembles considérés jusqu'ici (boîtes 1,2,3,4,5,6,9). Etude du nombre de boites nécessaires : les ensembles dejetons d'une part, de cubes d'autre part, ont tous autant d'éléments, ils vont respectivement dans les mêmes boîtes ; les signes 12 et 13 sont écrits sur les boîtes correspondantes et lus à haute voix par différents élèves.

Individuellement, les élèves représentent des collections allant dans chacune des boîtes 12 et 13 et donnent les écritures des nombres correspondants.

(3) • Les élèves par deux doivent représenter un ensemble de 12 jetons, un ensemble de 13 jetons, puis décider quel est celui des deux ensembles qui a le plus d'objet et combiend'objets il y a de plus que l'autre.

Un certain nombre de compte rendusdes équipes sont conduitsafin d'une part, d'avoir un éventail assez large desprocédés de comparaison utilisés (correspondance terme à terme : pointage, lien,.....; correspondance paquet à paquet ;.....) et d'autre part, d'amener les élèves à se rendre compte de la stabilité des résultats. Celle-ci pouvant s'exprimer sous une forme telle que :

"Les ensembles de 12 ont toujours un élément de moins que les ensembles de 13".

• Dans chacune des équipes, les élèves représentent un ensemble de 9 éléments. Les trois ensembles dont chaque équipe dispose sont alors rangés. Les deux types de rangement sont considérés dans l'étude des résultats : soit rangement des ensembles de celui qui a le moins d'éléments à celui qui en a le plus, sont rangements des ensembles

.../...

de celui qui a le plus d'éléments à celui qui en a le moins (9,12,13) ou (13,12,9).

Comment placer alors les boîtes 1 ,13 par rapport à celles déjà obtenues ? Le problème est traité collectivement.

• Ecritures d'inégalités

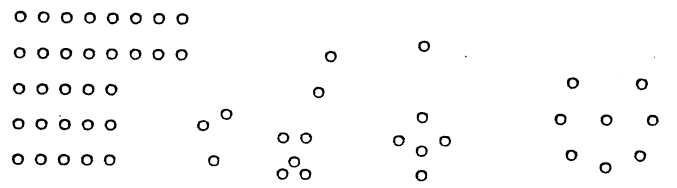
Individuellement, les élèves doivent compléter les inégalités pour qu'elles soient vraies, exemple :

9 < . 12 < . 13 > .
9 > . 12 > .

Inventaire et justification des résultats.

Exercices

• Entoure de rouge deux ensembles de 12 jetons, et en bleu deux ensembles de 13 jetons.

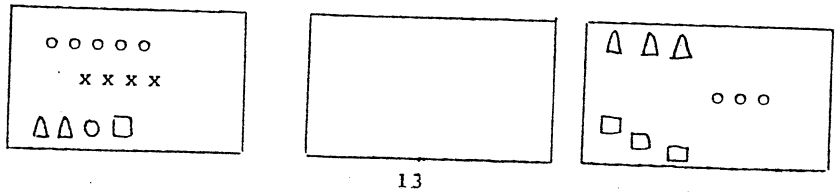


• Range les nombres 9, 13, 12

• Ecris le signe < ou > entre les nombres

13 . 12
3 . 5
12 . 9

• Complète en dessinant des objets, ou en écrivant le nombre.



LES NOMBRES ENTRE 6 ET 9

Durée : 2 séquences

Objectifs pour le maître :

. Poser aux élèves le problème des nombres manquant entre 6 et 9, à partir des collections d'objets.

Objectifs pour les élèves :

. Réaliser, représenter, des collections ayant 7 ou 8 objets.

. Une collection étant donnée, dire si elle a ou non 7 ou 8 objets et si elle a 7 ou 8 objets, l'écrire.

. Ecrire 7,8.

. Comparer 7 et 8, comparer ces nombres aux nombres déjà rencontrés. Exprimer les résultats à l'aide des signes. > , <

. Connaître la liste"1,2,....8,9"

Antécédents :

. Les nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 9.

. La correspondance terme à terme

Prolongement :

. Les nombres jusqu'à 15

.../...

Matériel :

. Les boîtes précédemment mises en place.

. Les boîtes 7, 8 à mettre en place

. Pour 2 élèves : environ 24 jetons ou cubes ou gommettes, ou autres objets divers. Des sacs en plastique, des feuilles et du scotch sont disponibbles sur le bureau.

Déroulement :

. Les élèves répartis en équipes de deux, sont invités à réaliser, à l'aide du matériel remis, des collections ayant à la fois plus de 6 éléments et moins de 9 éléments.

. Le problème du classement de ces ensembles dans des boîtes, comme cela a été fait jusqu'ici, conduit (après avoir considéré l'impossibilité de placer les nouvelles collections dans les boîtes déjà rencontrées) à introduire deux nouvelles boîtes entre 6 et 9.

Les collections réalisées par les élèves sont placées dans ces boîtes, les signes convenables sont écrits sur ces dernières.

. Individuellement, les élèves représentent une collection allant dans chacune des boîtes 6, 7, 8, 9 et donnent les écritures des nombres correspondants.

. Exercices individuels de rangement de nombres tels que :
1. Ranger, en commençant par celui qui est supérieur à tous les autres, les nombres suivants : 7,2,5,8.

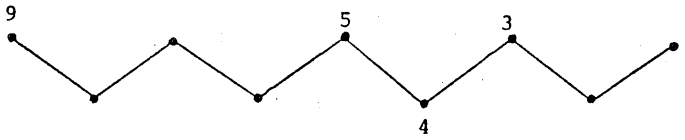
.../...

2. Réaliser un chemin fléché reliant les nombres suivants dans l'ordre :

9 . . 6

5 . . 7

3. Complète :



4. Complète avec > ou < ou avec un nombre

5 . 7 ; 8 . 4 ; . > 7 ;

. < 7 ; . < 9 ; . > 9 ;

Pour chacun des exercices, des élèves justifient leurs résultats, les erreurs éventuelles sont corrigées.

.../...

COMPARAISON DE COLLECTIONS PAR CORRESPONDANCE PARTIE À PARTIE

Durée : 2 séquences

Objectifs pour le maître :

• Proposer aux élèves dessituations où la correspondance terme à terme est inefficace car non fiable en raison par exemple :

- du trop grand nombre d'objets dans les collections
- des conditions défavorables de mise en correspondance terme à terme (objets fixés, nombreux et voisins, dessins.....).
- .....

Les élèves doivent alors mettre en place un autre procédé, par exemple la mise en correspondance de parties ayant le même nombre d'objets.

Objectifs pour les élèves :

• A propos de collections ayant un nombre d'objets relativement grand (une cinquantaine) :

- réaliser des comparaisons en utilisant une correspondance entre sous-ensembles équipotents, et exprimer le résultat : "cet ensemble a autant (a plus, a moins) d'objets que celui-là".
- dessiner ou réaliser une collection qui a autant (ou plus, ou moins) d'objets (ou "3 objets de plus", ou "2 objets de moins".....) qu'une collection donnée, dessinée.

.../...

Antécédents :

La correspondance terme à terme
Les nombres 1,2,3,4,5,6,7,8,9,12,13.

Prolongements :

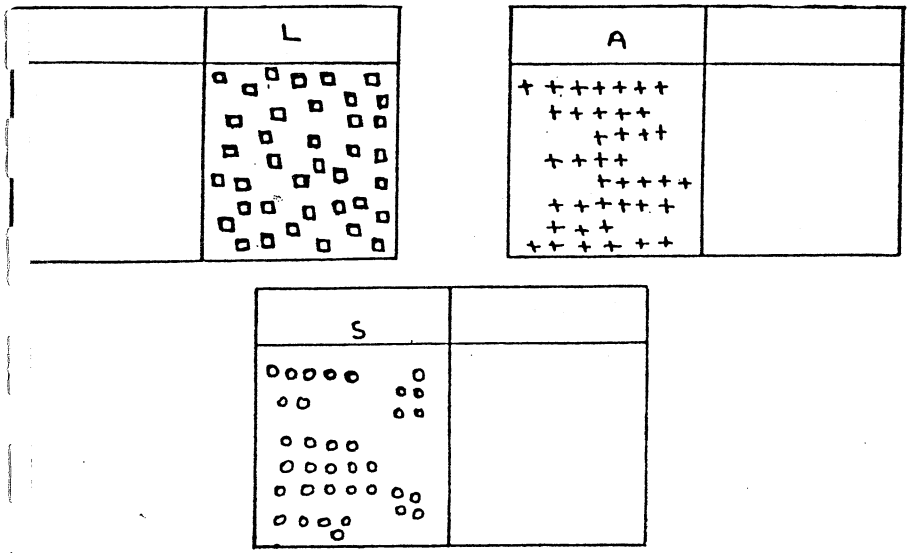
Ecriture de nombres sous forme additive
Rangement de trois collections, de trois sommes.

Matériel :

(1) • Par équipe de deux élèves :

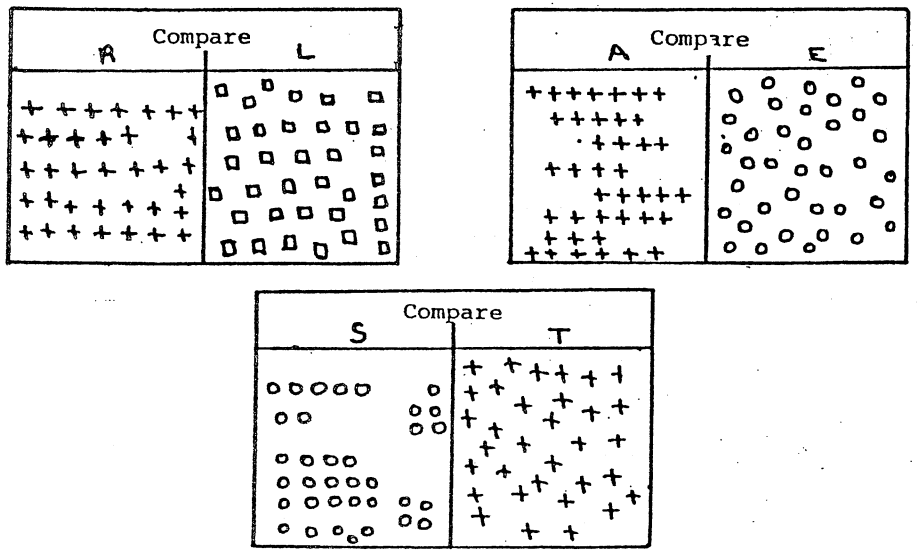
- polycopié dont une moitié comprend une collection dessinée et désignée par une lettre. Toutes les équipes n'ont pas le même exemplaire : les dessins différent par le motif, la répartition des objets ou leur nombre. Trois polycopiés différents par exemple seront ainsi utilisés simultanément dans la classe.

Exemple :



(2) • Pour chaque élève : un polycopié comprenant deux collections. Tous les élèves n'ont pas le même polycopié. Ainsi, les polycopiés remis peuvent être ceux du (1) sur lesquels figure une seconde collection.

Exemple :

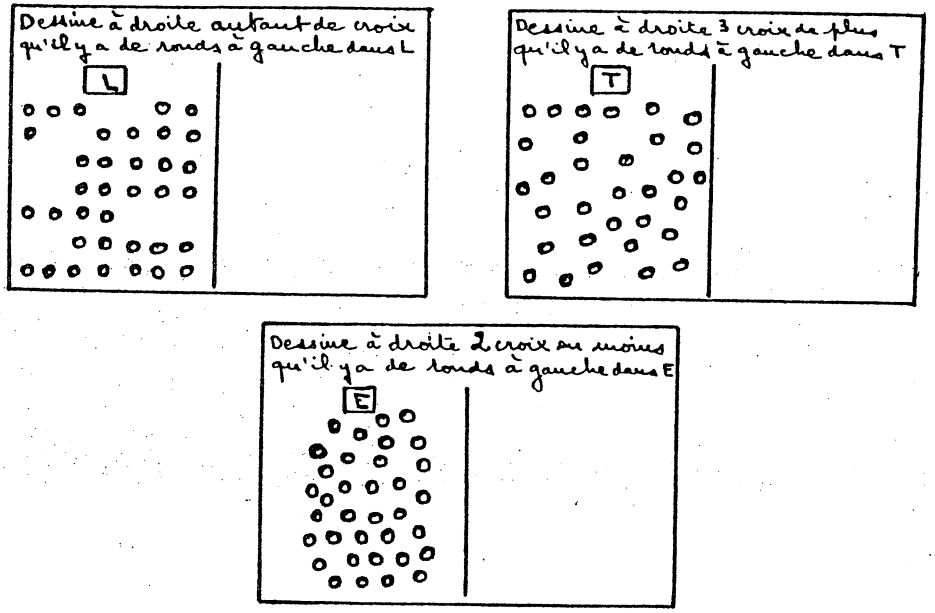


.../...

.../...

(3) . Pour chaque élève : un polycopié dont une moitié comprend une représentation d'une collection de de jetons. Trois types (par exemple) de polycopiés sont utilisés simultanément dans la classe.

Exemple :



Déroulement :

(1) . Les élèves par équipes de deux reçoivent le matériel décrit en (1) précédemment. Ils doivent dessiner autant d'objets sur l'autre moitié de la feuille.

.../...

Les résultats et les méthodes utilisés par les élèves (correspondance terme à terme, correspondance par sous-ensemble équipotents répartis en ligne ou non, entourés ou non.....) sont étudiés et comparés pour chaque type de polycopié proposé.

On peut considérer d'abord les polycopiés concernant la collection L, puis ceux relatifs à la collection S et enfin ceux relatifs à A.

(2) . Individuellement, les élèves reçoivent les feuilles décrites au (2) ci-dessus (matériel).

-"Vous avez des ensembles dessinés, ils s'appellent soit S et T, soit R et L, soit A et E. Vous allez les comparer et trouver celui qui a le plus d'objets. Vous devez entourer le signe de l'ensemble qui a le plus d'objets et à côté écrire combien il a d'objets en plus. S'il y a autant d'objets dans les deux collections, vous entourez les deux signes".

A l'issue de leur recherche, les enfants ayant le même type de polycopiés comparent leur résultat, et recherchent les erreurs éventuelles les ayant conduit à des désaccords.

Justification de quelques résultats pour chacun des types de polycopiés et inventaire des procédés.

(3) . Chacun des élèves reçoit des feuilles décrites en (3) dans le matériel.

-"Les élèves qui ont un dessin de l'ensemble L doivent dessiner à droite autant de croix qu'il y a de ronds à gauche dans L.

.../...

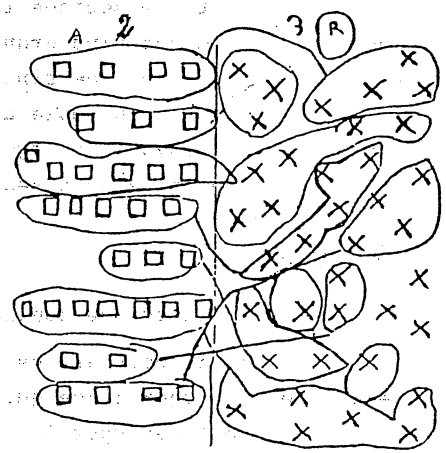
De la même façon, les consignes sont données pour les élèves qui ont les dessins des ensembles T et E.

A l'issue de leur recherche, les élèves échangent leur feuille avec un camarade qui n'a pas travaillé sur le même type de polycopié pour vérification, et recherchent leurs erreurs éventuelles conduisant à des désaccords.

Justification de quelques résultats pour chacun des types de polycopiés et inventaire des procédés.

Exercice

* Compare les deux collections ci-dessous (62%)
* Entoure le signe de la collection qui a le plus d'objets et écris à côté de ce signe combien elle a d'objets en plus (44%)



Exemple de réalisation d'élève

.../..

ATELIER 2

Rangement - Classement

- Rangement de collections, (voir ci-après)
- Comparaison (1) (Voir ci-après)
- Comparaison (2) (Voir ci-après)
- Nombres et dominos (Voir ci-après)

Les nombres

- Les dominos - jeu de dominos (en carton) concernant les nombres 1 à 9 et 12, 13. Voir "classement d'ensembles - les premiers nombres" pour le type de matériel.

Organisation de l'espace

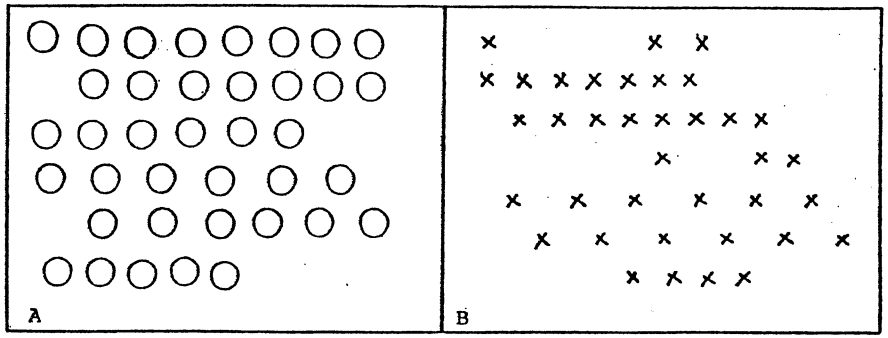
- Construction plane à partir d'une représentation.
- Mosaïques (voir ci-après).

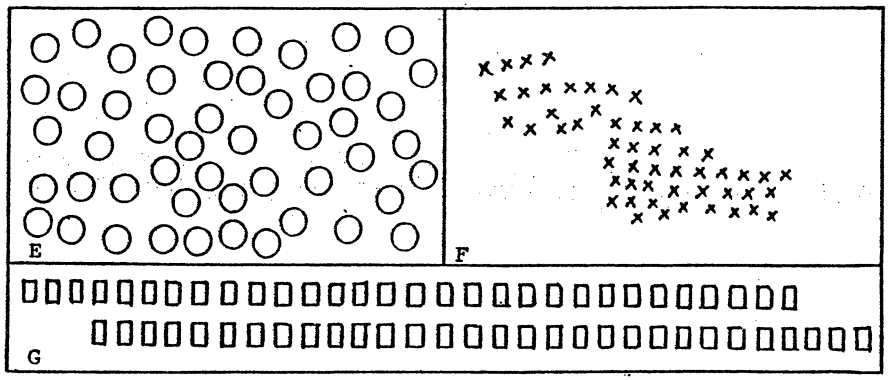
.../...

Rangement de collections

Matériel

- Fiches représentant des collections telles que





Activité

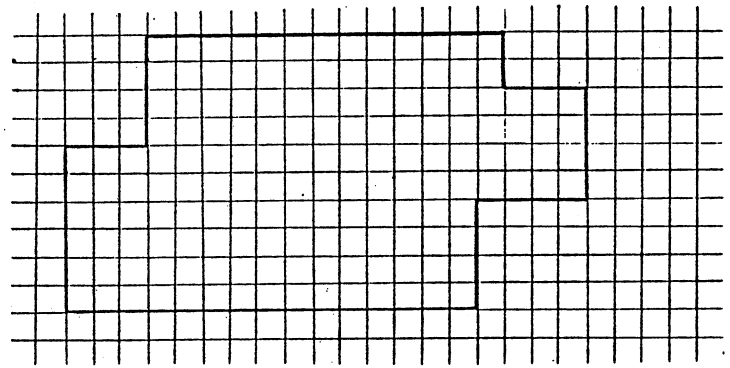
Pour chaque fiche : il s'agit de ranger les collections de celle qui a le moins d'objets à celle qui en a le plus, et de justifier ce rangement. Selon le moment de l'année, les justifications sont susceptibles d'être différentes.

..../...

Comparaison (1)

Matériel :

. Une feuille quadrillée sur laquelle le maître a déterminé un pourtour, exemple :



. Soit une seconde feuille quadrillée dont les cases sont éventuellement plus grandes que celles de la précédente, où un pourtour est aussi dessiné.

. Soit un ensemble d'objets (jetons, cubes,.....chacun des objets ne pouvant se loger dans une case du quadrillage).

. Une paire de ciseaux.

Activités :

Les élèves éventuellement par deux doivent :

- soit découper les quadrillages, suivant le pourtour, déterminer le quadrillage qui a le plus de cases.
- soit découper le quadrillage suivant le pourtour, et déterminer "s'il y a plus de cases ou s'il y a plus de jetons"

. Les méthodes utilisées sont inventoriées et comparées.

Comparaison (2)

Matériel :

• Un carton, sur une face est dessinée un ensemble de points ou un quadrillage, sur l'autre face est dessiné, un autre ensemble de points ou un autre quadrillage (polycopiés collés par exemple).

Activité :

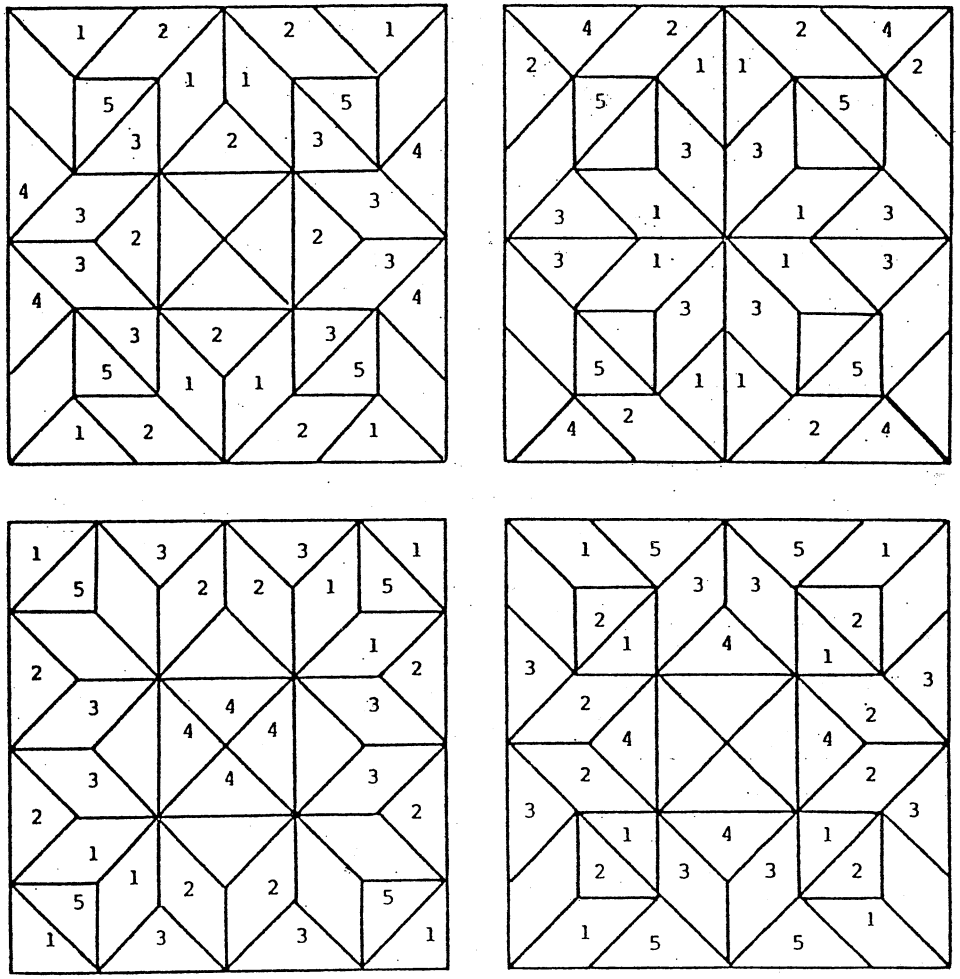
• Il s'agit de déterminer combien d'éléments une collection a en plus de l'autre. Les stratégies peuvent relever du calcul, mais aussi de procédés plus élémentaires (correspondance entre sous-ensembles équipotents).

.../...

Mosaïque

Matériel : Jeu de mosaïque du commerce, et représentations de mosaïques pouvant être réalisées avec un tel jeu.

Exemple



Chaque numéro correspond à une couleur.

Activité :

. Réaliser une des mosaïques.

.../...

Nombres et dominos

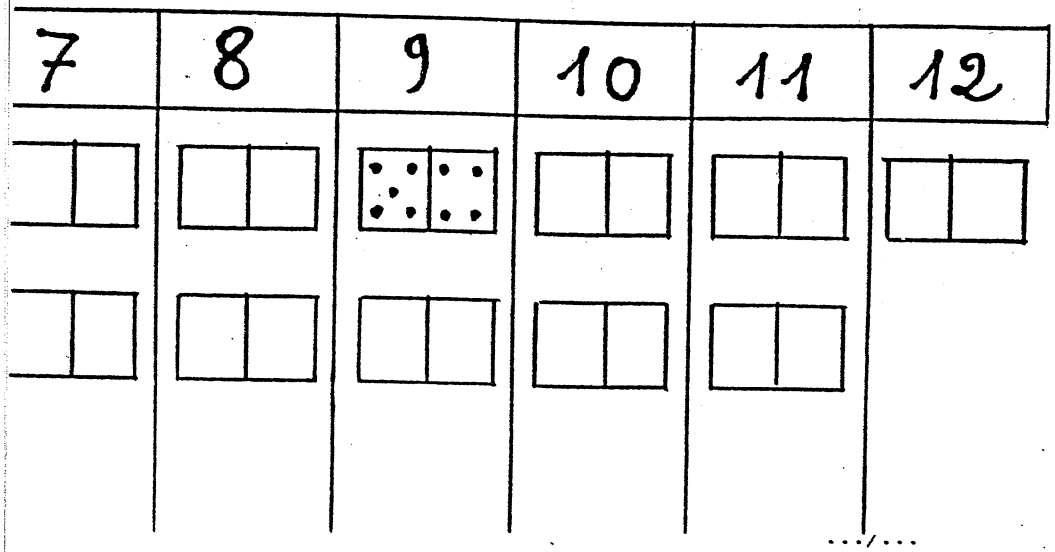
Matériel pour deux élèves :

- Une boîte de dominos du commerce
- Deux fiches avec tous les nombres jusqu'à 12 (exemple ci-après), une fiche par élève. Chaque fiche est préparée de telle sorte que les dominos puissent être dessinés en vraie grandeur sur la feuille.

Activités :

Les enfants doivent placer, chacun sur leur feuille, dans chaque colonne, les dominos qui conviennent puis ils les dessinent avant de ranger les dominos dans leur boîte.

— Il est précisé aux enfants(placés par deux) qu'ils doivent placer tous les dominos de la boîte.



.../...

ECRITURES ADDITIVES ET COMPARAISON DE NOMBRES

Les leçons concernées

- *Ecriture de nombres sous forme additive (1).....p.2*
- *Ecriture de nombres sous forme additive(2).....p.27*
- *Comparaison de nombres écrits sous forme additive (1).....p.2*
- *Comparaison de nombres écrits sous forme additive (2).....p.28*
- *Comparaison des nombres écrits sous forme additive (3).....p.3*

L'introduction du signe + :

- L'écriture additive est obtenue, éprouvée dans des situations de communication où les représentations dessinées sont impossibles.

Les élèves vont devoir confronter le signe + aux signes =, ≠, < , >. Ils ont en particulier à reconnaître implicitement par l'usage :

1° Que le signe + sert à construire de nouvelles désignations à partir d'autres désignations (ex : 7+8+4)

2° Que les signes =, ≠, < , > servent eux à construire : soit des phrases mathématiques à propos desquelles une valeur de vérité (vrai, faux) peut être attribuée, exemple :

4+2+1+2+3 > 7+8

.../...

soit des phrases mathématiques vraies pour certaines valeurs, éventuellement pour toutes, qui sont attribuées à des lettres :

Exemples:

3+8+A<8+6+A ; 8+B+9>9+3+B+2

Dans des énoncés tels que :

3+8+13 = 10+15

3+8+13 < 10+15, il y a :

• Des écritures usuelles de nombres, exemple:8,10.

• Des écritures de nombres utilisant le signe + et les écritures usuelles, exemple : 3+8

• Des écritures d'autres signes tels que :=,<,>,≠.

* Le remplacement d'un nombre (exemple :3+8) par un autre (exemple :12) fournit un nouvel énoncé de valeur de vérité éventuellement différente, mais qui est toujours écrit correctement, ainsi :

3+8+13 = 10+5 est un énoncé écrit correctement qui est faux.

12+13 = 10+15 est un énoncé écrit correctement qui est vrai.

* Le remplacement de = par l'un des signes <,>,≠ fournit de la même façon un nouvel énoncé vrai ou faux, mais toujours écrit correctement, ainsi :

3+8+13 =10+15 est un énoncé écrit correctement mais qui est faux.

3+8+13 < 10+15 est un énoncé écrit correctement mais qui est vrai.

Par contre, le signe + ne peut être remplacé au C.P. par aucun autre signe mathématique connu de l'élève. Le remplacement de + par l'un des signes <,>,= ou ≠ fournit une nouvelle écriture sans signification.

.../...

• Rappelons qu'un des objets de l'étude au C.P. est de faire évoluer cette écriture vers la désignation usuelle des nombres et qu'une étape intermédiaire consiste à écrire les nombres sous la forme a+a+...+a+b, b < a (Cf. préliminaires de "Numération"page 361). Pour une telle écriture à propos du nombre d'objets d'une collection, l'élève réalise une partition de cette collection en sous-ensemblesdont tous sauf éventuellement un, ont le même nombre d'objets a, le sous-ensemble faisant exception ayant moins de a objets. Une telle procédure et la désignation associée peuvent apparaître lors des activités décrites ici.

Situations et procédés de comparaison des sommes

Soit à comparer deux sommes telles que 6+3+12+8 et 10+9+5+7. Nous avons les possibilités suivantes :

• L'élève perçoit le problème en utilisant une situation intermédiaire où l'action sur les objets suffit pour conclure.

Exemples :

1. Sur une piste type jeu de l'oie, André avance de 6+3+12+8, cases, Bernard avance de 10+9+5+7 cases. Lequel des deux joueurs est le premier ?

2. André construit une baguette de 6+3+112+8 pions emboîtables, Bernard une baguette de 10+9+5+7 pions. Quelle est la baguette la plus longue ?

L'élève peut conduire sa recherche en manipulant ou en représentant sa manipulation.

• L'élève perçoit le problème en utilisant une situation intermédiaire où l'action ne permet pas de conclure.

.../...

Exemples :

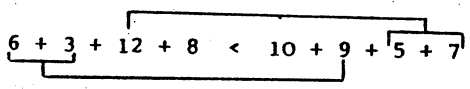
Au jeu de fléchettes sur cible, André a lancé ses fléchettes sur 6, sur 3, sur 12, sur 8 ; Bernard a lancé les siennes sur 10, 9, 5, 7. Quel est le joueur qui a marqué le plus de points ?

• L'élève ne cherche pas à interpréter le problème. Dans chacun de ces deux derniers cas, l'élève pour résoudre doit :

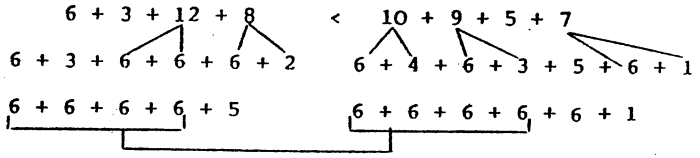
a) ou construire une représentation des nombres (jetons, dessins de points), comparer les collections obtenues (correspondance terme à terme, ou partie à partie), émettre une conclusion. Ici l'élève conduit sa recherche en manipulant, représentant des manipulations, mais il est au niveau des "boîtes-nombres", il considère des collections prises dans les boîtes.

b) ou utiliser directement les écritures et ceci selon divers niveaux.

• Il peut résoudre en faisant des réductions partielles et/ou des allongements partiels de manière à faire apparaître dans une somme des termes de l'autre somme.



• Il peut selon le même procédé mettre les sommes sous la forme a + a + ...+ a + b.



.../...

Une telle transformation apparaît plus facilement lorsque les élèves ont plus de deux sommes à comparer.

Dans les deux cas précédents, la conclusion sans autre calcul implique l'emploi implicite de la propriété suivante :

Si a < b, alors a + c < b + c

• Pour résoudre, l'élève peut encore déterminer l'écriture usuelle pour chaque somme et utiliser alors les procédures associées pour conclure (Cf. "Numération").

L'évolution des situations doit conduire à une évolution des statégies des élèves. Les premières réponses données à l'aide d'actions élémentaires (manipulations, représentations de manipulations) doivent faire place dès que possible à l'emploi de l'écriture. Cet emploi n'a de sens en tant qu'outil mathématique et n'est susceptible d'amélioration par l'élève que si ce dernier conçoit des actions élémentaires qu'il peut conduire pour trouver ou retrouver les résultats recherchés, et pour lesquels ses calculs constituent en fait des prévisions.

.../...

ECRITURE DE NOMBRES SOUS FORME ADDITIVE (1)

Durée : I séquence

Objectifs pour le maître :

• Proposer aux élèves une situation de communication voisine de celle rencontrée dans la leçon "les nombres 12 et 13", mais à propos de collectionsd'environ quarante éléments, afin que les élèves éprouvent les désignations de nombres déjà mises en place, proches de l'écriture additive par exemple (8,13,9,7,5) et se familiarisent avec elles.

Donner aux élèves l'écriture additive (exemple : 8+13+9+7+5) au moment où ils peuvent la percevoir comme équivalente à celle qu'ils utilisent.

Objectifs pour les élèves

• A propos de collections d'environ qua rante éléments, en écrire le nombre à l'aide d'une écriture additive.

• Représenter ou réaliser une collection dont le nombre d'objetsest désigné à l'aide d'une écriture additive, (exemple : 8+9+7+13+6).

Antécédents :

• Les nombres jusqu'à 9.

• Les nombres 12 et 13

• Comparaison de collections par correspondance partie à partie.

.../...

Prolongements :

• Egalité concernant les nombres.

• Comparaison de nombres écrits sous forme additive (1).

• Réductions d'écritures.

Matériel :

• Pour chaque équipe de deux élèves d'une demi-classe A :

- un polycopié a sur lequel sont présentés une quarantaine de jetons.
- une bande de papier pour écrire un nombre d'objets.
- une feuille et un feutre pour représenter une collection.

• Pour chaque équipe de deux élèves de l'autre demi-classe B :

- un polycopié b sur lequel figurent une quarantaine de croix.
- une bande de papier pour écrire un nombre d'objets.
- une feuille et un feutre pour représenter une collection d'objets.

• Pour la classe :

- les deux panneaux avec les prénoms des élèves, élaborés lors de la leçon : "Les nombres 12 et 13".

.../...

Déroulement :

• La classe est divisée en deux groupes : A et B.

Dans chaque groupe, les élèves travaillent par deux, les élèvesdu groupe A, reçoivent le polycopié a, ceux du groupe B, le polycopié b.

- "Vous devez écrire sur la bande de papier, un message pour que des camarades puissent tout à l'heure dessiner la collection que vous avez. Quand vous aurez fini, vous échangerez vos messages entre groupe A et groupe B."

A l'issue de l'échange de messages :

- "Vous avez le message de vos camarades. Sur la feuille qui vous est remise, vous allez dessiner soit les ronds, soit les croix qu'ont vos camarades. Il faudra que le nombre d'objets soit bien le même. Nous comparerons après, avec ce qu'il y a sur les feuilles".

• Les réalisations dessinées sont comparées aux feuilles initiales, puis la classe conduit un inventaire critique des messages obtenus. Dans le cas où ceci ne nécessite pas une reprise de l'activité en vue d'une amélioration des résultats, le maître donne la convention à propos de l'écriture additive, c'est-à-dire remplace l'écriture 8,4,7,9,13 par 8+4+7+9+13.

• L'activité est reprise, après échange du matériel entre équipes de deux élèves, en utilisant la nouvelle écriture.

.../...

• Les élèves par deux recherchent une autre écriture de 12, une autre écriture de 13. Etude et justification des propositions des élèves se font en se référant par exemple aux panneaux mis en place lors de la leçon : "les nombres 12 et 13". Des désignations sous forme additive sont portées sur les boîtes 12 et 13 (exemple : 4+4+4, 3+3+3+4).

.../...

L'ORDINAL
LES NOMBRES DE 1 A 9

Durée : 1 séquence

Objectifs pour le maître :

• Placer les élèves dans des situations de communication rendant pertinentes :

1 L'attribution d'un rang pour transmettre une liste ordonnée ou pour désigner les éléments d'une liste ordonnée.

2 L'utilisation d'expressions liées au rangement telles que : "juste après le 7ème" "entre le 7ème et le 11ème".....

Objectifs pour les élèves :

Dans un rangement d'objets (images, outils,.....)
- trouver l'objet qui a un rang donné (2ème, 5ème,.....).
- attribuer un rang correct à chaque objet
- trouver l'objet désigné par une expression telle que : "l'objet juste après le septième" et désigner un objet de cette façon.
- trouver les objets désignés par une expression telle que "les objets entre le septième et le onzième" et désigner des objets de cette façon.

Antécédents :

Les nombres jusqu'à 9

.../...

Prolongement :

Ordinal pour les nombres supérieur à 9.

Matériel :

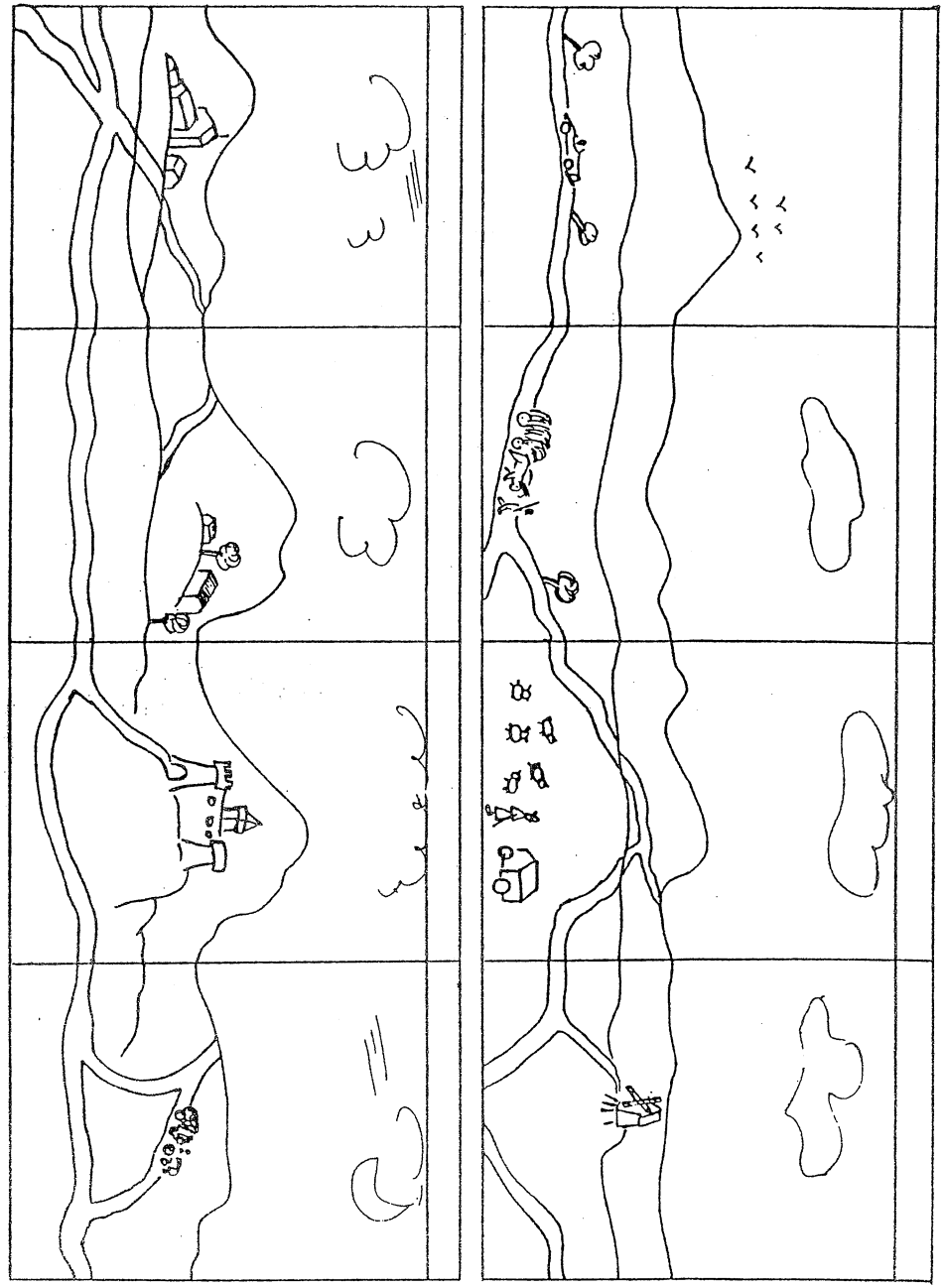
• Pour chaque équipe de deux élèves :

- six à dix dessins pouvant être alignés dans n'importe quel ordre pour constituer un ensemble cohérent.

Exemples :

- différentes phases d'un récit pouvant donner différentes "bandes dessinées".
- différents morceaux d'un paysage permettant différentes associations. Exemple page suivante:

.../...



- les huit dessins précédents collés les uns à côté des autres en une bande "témoin" dans un certain ordre, pour chacune des équipes A d'une moitié de la classe. Les mêmes dessins collés dans un ordre différent pour chacune des équipes B de l'autre moitié de la classe.
- une paire de ciseaux.

Déroulement :

(1) . Les élèves sont répartis en équipes de deux ; les équipes sont de deux types, les équipes A, les équipes B. Chacune des équipes reçoit un polycopié (Cf. matériel) qu'elle découpe. Chacune des équipes A reçoit par ailleurs une bande témoin, et chacune des équipes B l'autre bande témoin. Les équipes doivent aligner les images comme sur les bandes témoins, puis dans les cadres au-dessus de chacune des images, écrire des renseignements, pour que l'autre équipe puisse reconstituer le même paysage (ou la même histoire) quand on lui passera toutes les images mélangées.

A l'issue de leur recherche, les équipes A et B permutent leur matériel et essaient de reconstituer les bandes, les résultats sont confrontés. Le maître conduit un inventaire des moyens utilisés.

Au cas où cette recherche n'aboutit pas, le maître demande aux équipes (A par exemple) de montrer à l'aide de leurs cartes la première de l'alignement, la deuxième de l'alignement,.....puis d'essayer de communiquer par écrit de telles informations (la numérotation de chaque carte doit apparaître).

. Les élèves ayant chacun leur cahier de comptine, (ou de lecture....), le maître propose des questions du type : -"Quelle est la 3ème comptine ? La 6ème ? La 8ème ?.. "
Vérification.
Et à propos d'une comptine déterminée.
- "Lis la 4ème ligne ? La 2ème?....."

Sur quelle ligne est écrite une phrase lue par le maître ?

EGALITÉS À PROPOS DE NOMBRES
RÉPERTOIRE
DICTIONNAIRE DES NOMBRES

Durée : 2-3 séquences

Objectifs pour le maître :

• Placer les élèves dans des situations où :

- ils auront à proposer pour des nombres déjà rencontrés, des écritures désignant le même nombre (écritures additives et écritures usuelles). Par exemple, ces écritures désigneront la même boîte, la même somme d'argent.

- ils élaboreront un premier répertoire d'égalités.

Objectifs pour les élèves :

A propos de nombres déjà rencontrés :

- donner des écritures sous forme additive,

- décider si deux écritures désignent ou non le même nombre, utiliser à ce propos les signes =, ≠, et les termes associés : "égale", "est différente de".

Antécédent :

Ecriture de nombressous forme additive.

Prolongement :

• Comparaison de nombres écrits sous forme additive

• Réductions d'écritures

.../...

Matériel :

(1) • Par équipes de quatre élèves :

- les cinq polycopiés suivants (par exemple) comprenant chacun six écritures de nombres.

1+2	4
2+2+2	3+2
9	3+3+3

2+1+2	2+2
3+3	7
5	3+3+3

9	1+1
5+1	5+4
5	3+1

4+1	6
3	13
4+4	4

1+3+1	4+2
2	1+2+1
2+1	6

- une paire de ciseaux, un pot de colle.

- une grande feuille pour le collage des étiquettes.

- un feutre à écriture large.

.../...

Déroulement :

(1) • Les élèves sont répartis en équipes de quatre, chacune d'elle est désignée par un signe (une lettre).

Chaque équipe reçoit les cinq polycopiés et le matériel décrits précédemment. Le maître donne la consigne de l'activité :

-"Lorsque vous trouverez deux étiquettes qui désignent la même boîte (le même nombre), vous les découpez et les collez l'une à côté de l'autre, sur la grande feuille qui correspond à votre groupe et qui est sur cette table. Les groupes de deux étiquettes seront collés les uns au-dessous des autres.

L'équipe qui aura trouvé le plus de groupes de deux étiquettes qui désignent le même nombre aura gagné".

• Etude de quelques résultats : Les listes sont affichées. Le maître rappelle que les étiquettes placées à côté doivent désigner le même nombre. Pour tout résultat juste, l'équipe gagne un point. Quelques résultats sont justifiés par les élèves dans chacune des équipes :

- "Pourquoi ces deux écritures désignent-t-elles la même boîte ?"

A propos de deux étiquettes associées convenablement, le maître demande quel est le signe qui peut être écrit entre les deux désignations du même nombre. De la même façon, l'observation de deux étiquettes associées par erreur, conduit à écrire le signe ≠ entre les désignations concernées.

Cette partie de l'activité est destinée à rappeler oralement = et ≠, et pourrait éventuellement se conduire sur des couples d'écritures proposés par le maître.

.../...

• Vérification des résultats

Chacune des feuilles où sont collées les étiquettes par deux, est remise à une équipe, qui n'est pas celle qui l'a réalisée. Les équipes qui reçoivent les feuilles écrivent le signe = entre les étiquettes, si elles sont d'accord avec ce qui est proposé, sinon elles écrivent le signe ≠.

Les feuilles sont successivement affichées. Toute formule qui apparaît sur une feuille pour la première fois, est justifiée par le groupe qui a vérifié. Les points sont totalisés. Toute égalité rapporte un point à l'équipe qui a collé les étiquettes.

- Les égalités différentes trouvées dans l'ensemble de la classe sont récapitulées sur une grande feuille. Elles constituent le début d'un répertoire collectif à enrichir auquel on pourra se référer par la suite.

(2) • Le dictionnaire des nombres :

Individuellement, à l'aide d'un carnet d'une trentaine de pages, les élèves sont invités à commencer la construction d'un dictionnaire des nombres.

Chacune des pages de 1 à 20 concernera un nombre étudié, les pages suivantes sont relatives aux nombres dans une dizaine donnée . Ainsi après la page "vingt" vient la page des nombres 20, 21, 22,.....29, puis celle des nombres 30, 31, 32.....39 et ainsi de suite.

Pour chacun des nombres jusqu'à 20 la page relative à un nombre traite :

• de l'écriture usuelle (exemple : 9)

• de l'écriture en lettres (neuf)

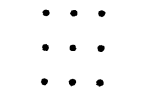
• d'au moins une représentation de points, celle concernant les constellations convenues,

exemple :



l'élève pouvant adjoindre d'autres représentations

exemple :



.../...

. de différentes écritures rencontrées jugées intéressantes (écritures du répertoire et autres).

Chacune des pages se complète au fur et à mesure de l'évolution de l'étude. Ainsi il s'agit à cette époque de l'année de faire le point sur les nombres de 1 à 9, donc de ne porter que très peu d'égalités (certaines rencontrées en (1) ci-dessus).

Sur chacune des pages "dizaine" nous trouverons :

. l'écriture usuelle (27)

. l'écriture en lettres (vingt-sept)

. éventuellement quelques écritures additives jugées intéressantes, exemple :

9 + 9 + 9 ; 20 + 7

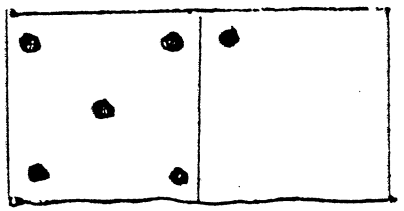
Les pages "dizaine" seront réalisées au cours des leçons :

"la suite des nombres (1) (2) (3)

"numération parlée" (1) (2)

Ci-après des extraits (3 pages) d'un "dictionnaire de nombres" où la présentation est légèrement différente de celle décrite ci-dessus.

.../...



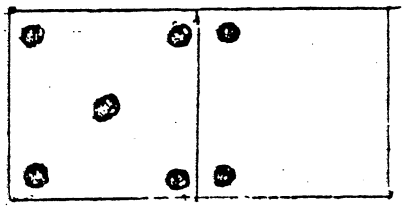
6

5+1=6

3+3=6

six

4+2=6



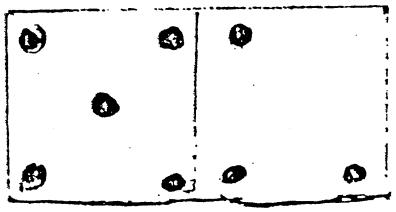
7

5+2=7

4+3=7

sept

6+1=7



8

5+3=8

7+1=8

huit

4+4=8

6+2=8

20 vingt 19+1

20 = 10+10

21 vingt et un 20+1

21 = 20+1 = 10+10+1

22 vingt-deux 21+1

22 = 20+2 = 10+10+2

23 vingt-trois 22+1

23 = 20+3 = 10+10+3

24 vingt-quatre 23+1

24 = 20+4 = 10+10+4

85 quatre-vingt-cinq 84+1

85 = 80+5 = 10+10+10+10+10+10+10+10+5

86 quatre-vingt-six

86 = 80+6 = 10+10+10+10+10+10+10+10+6

87 quatre-vingt-sept 86+1

87 = 80+7 = 10+10+10+10+10+10+10+10+7

88 quatre-vingt-huit 87+1

88 = 80+8 = 10+10+10+10+10+10+10+10+8

89 quatre-vingt-neuf 88+1

89 = 80+9 = 10+10+10+10+10+10+10+10+9

COMPARAISON DE NOMBRES ÉCRITS SOUS FORME ADDITIVE (1)

Durée : 1 séquence

Objectifs pour le maître :

Suite à "Egalité à propos de nombres", conduire les élèves à remplacer des écritures du type a ≠ b par des écritures du type a > b ou a < b ; a,b désignant des écritures additives de nombres déjà rencontrés.

Objectifs pour les élèves :

• Comparer des nombres déjà rencontrés écrits sous forme additive. Utiliser à ce propos les signes = , < , > et les termes associés "égale", "est inférieur à", "est supérieur à".

Antécédent :

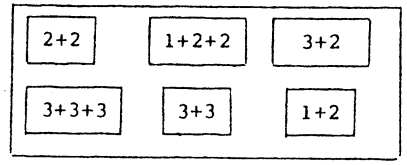
• Egalité à propos de nombres

Prolongement :

• Comparaison de nombres écrits sous forme additive, cas où les nombres condidérés n'ont pas été rencontrés nécessairement.

Matériel :

• Par élève : un polycopié comportant des écritures additives, tel que le suivant :



.../...

• Pour la classe

Le répertoire mis en place lors de la leçon "égalités à propos de nombres"

Déroulement :

• Chaque élève découpe les étiquettes du polycopié qui lui est remis.

• "Vous prenez les nombres deux par deux et vous les comparez. Entre deux étiquettes, vous écrivez parmi les signes =, < ,> celui qui convient. Vous collez vos étiquettes deux par deux en colonne sur une feuille".

• Etude des résultats

Successivement, les élèves viennent au tableau proposer leurs formules et les justifier.

Exemple :

"1+2 < 2+2 parce que 1+2=3 et 2+2=4 et 3 < 4

Les égalités sont trouvées en se référant éventuellement au répertoire affiché.

La liste des inégalités trouvées est constituée.

.../...

LE NOMBRE D'ÉLÈVES DE LA CLASSE (25)

Durée : 2 séquences

Objectifs pour le maître :

• Conduire les élèves à l'étude du nombre d'élèves de la classe à partir d'une partition de cette dernière en deux sous-ensembles ayant respectivement 12 et 13 éléments. A ce propos, poser le problème de l'équipotence des collections obtenues, chacune par réunion de deux collections disjointes ayant respectivement 12 et 13 éléments.

Objectifs pour les élèves :

• Réaliser, représenter des collections de 25 objets.

• Une collection étant donnée, dire si elle a 25 objets et si elle a 25 objets, l'écrire.

• Ecrire 25

• Donner différentes écritures additives de 25.

Antécédent :

• Les nombres 12, 13 (correspondant à une partition de la classe).

Prolongements :

• Le nombre 20 (25 = . + 5)

• Comparaison de nombres écrits sous la forme additive.

.../...

Matériel :

(1) • Le matériel de la leçon : "les nombres 12 et 13" (verres, baguettes, palets, cuillères).

(2) • 25 cubes ou jetons par équipes de deux élèves.

Déroulement :

(1) • La classe est scindée en deux équipes A et B (correspondant à des groupes "musique" par exemple). Chacune des équipes doit rédiger un message indiquant le nombre d'objets à "commander" et à distribuer à l'autre équipe. Il faut un objet par élève.

Par exemple : L'équipe A prévoit pour l'équipe B :

- le nombre de palets, le nombre de cuillères

L'équipe B prévoit pour l'équipe A :

- le nombre de baguettes, le nombre de cuillères.

Un élève B sert de marchand pour l'équipe A.

Un élève A sert de marchand pour l'équipe B.

Ces élèves lisent les messages reçus et préparent les objets demandés. Une vérification a lieu avant la distribution :

-"Y-a-t-il un objet pour chacun des 12 élèves ?"

-"Y-a-t-il un objet pour chacun des 13 élèves ?"

Il y a autant de palets et autant de cuillères que d'élèves dans l'équipe A. Le fait que les deux collections de palets et de cuillères sont équipotentes est éprouvée :

-"Y-a-t-il autant de palets que de cuillères ?

Une question analogue est posée à propos des deux collections de baguettes et de cuillères relatives à l'équipe B.

.../...

• Palets et baguettes sont mis ensemble

"Y-a-t-il maintenant un objet pour chacun des élèves de la classe ?" La réponse est vérifiée s'il est nécessaire. La collection est placée dans une boîte. En accord avec les élèves le nom 12 + 13 est écrit sur cette boîte.

• Les cuillères sont rassemblées et mises dans une autre boîte.

"Quel nom donner à la boîte où sont les cuillères ? Pourquoi ?"

Les réponses 12 + 13 pour chacun des cas précédents, ou 12 + 13 d'une part, 25 de l'autre, ne sont pas nécessairement accompagnées de la conviction des enfants que les deux collections ont autant d'éléments, de sorte qu'une question du type suivant doit être posée :

"Y-a-t-il une des collections qui a plus d'éléments que l'autre ? Pourquoi ?"

En conclusion, une seule boîte est nécessaire. Les signes 12+13, et 25 figurent sur la boîte. Le signe 25 connu éventuellement des élèves, est présenté comme un autre signe de la boîte.

Il est lu par les élèves : "vingt-cinq".

"Peut-on trouver dans la classe des collections de 25 objets ? (cahiers, classeurs, tables.....).

(2) • Recherche par équipe de deux, de différentes écritures de 25. Des jetons, des cubes peuvent être empruntés par les élèves s'ils le désirent.

Plusieurs écritures trouvées sont relevées et vérifiées. Une réflexion sur les résultats précédents ou une nouvelle recherche peut être conduite à propos d'écritures faciles à retenir. Par exemple :5+5+5+5+5, 10+10+5, 8+8+8+1...

.../...

REPRÉSENTATIONS PLANE DE L'ESPACE (1)

Durée : 3 séquences

Objectifs pour le maître :

• Proposer des situations où les enfants sont amenés, pour communiquer, à décrire, à représenter des réalisations, et à trouver des moyens de représentations qui soient à la fois fidèles et économiques.

• Proposer des constructions (à partir de maquettes) telles que la représentation d'un seul point de vue ne permette pas de retrouver la position de tous les éléments de la construction (objets cachés par d'autres).

Objectifs pour les élèves :

• Décrire par le langage et représenter graphiquement une construction réalisée avec maisons, objets, animaux et personnages, en tenant compte :

a) des positions relatives d'objets (devant, à côté, à droite, de l'autre côté.....).

b) des attitudes des personnages et des dispositions d'objets orientés (de face, face à face,...).

• Construire et utiliser un plan (de la classe, du préau....) pour se situer, se diriger, retrouver des emplacements.

Antécédent :

Positions relatives d'objets dans le plan

../...

Matériel :

(1) • Pour la classe

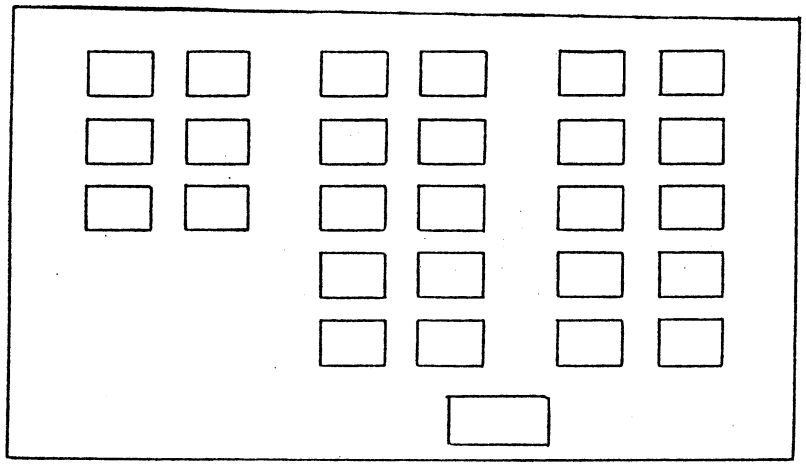
- un grand panneau rectangulaire (environ 1,5 x2,5 en mètres).

• Par élève

- une feuille 21 x 29 marquée en grand du nom de l'élève.

- 2 polycopiés tels que le suivant :

(un polycopié représente le plan de la classe, avec tables et bureaux)



(2) • Pour la classe

- quatre jeux d'éléments de mobilier d'une maison de poupée (2 tables, 4 chaises, 1 fauteuil, 1 lit, et 1 armoire),

- 4 boîtes en carton, identiques sans couvercle.

.../...

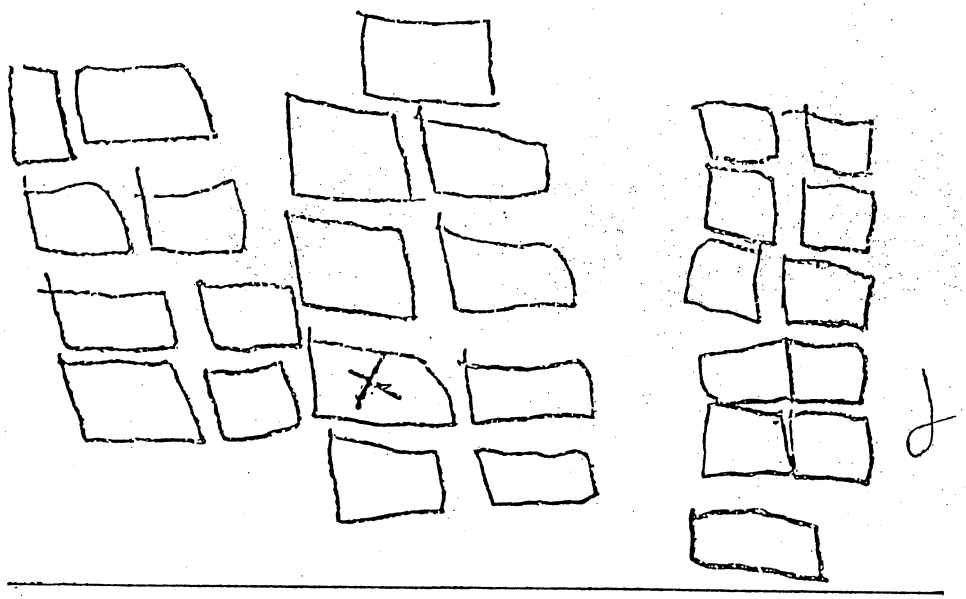
Déroulement :

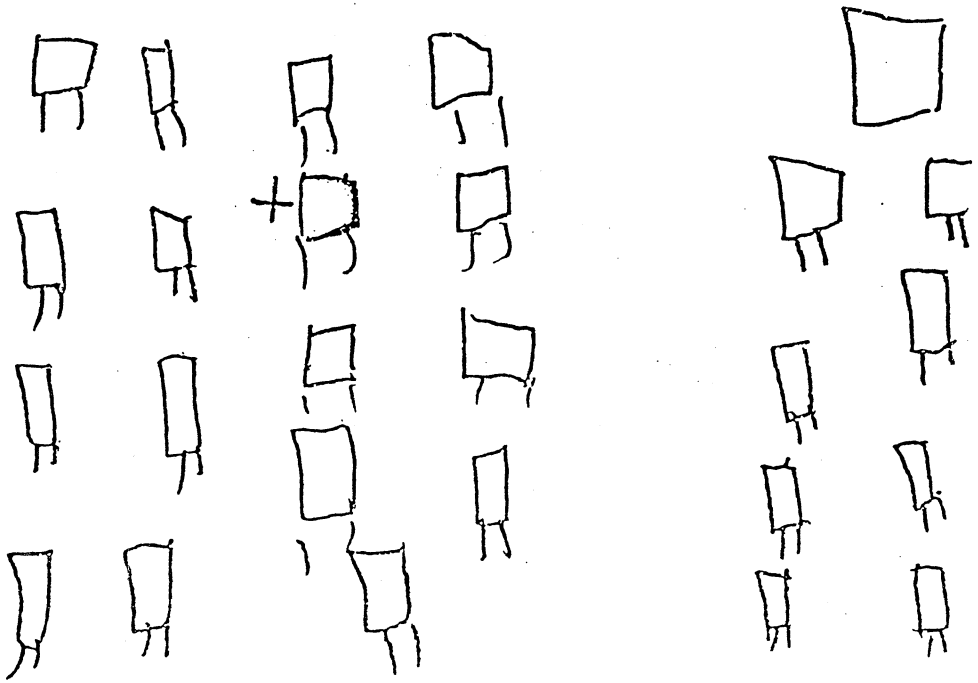
(1) • Activités sur le plan

Chaque élève est assis à sa place habituelle : les tables sont individuelles et groupées par deux (voir polycopié du matériel). Les élèves prennent chacun une feuille marquée en grand à leur nom et doivent aller déposer cette feuille sur un grand panneau rectangulaire posé par terre sous le préau, pour "représenter" la classe, chaque feuille doit "montrer" où est placé chaque élève. Le maître "montre" par une feuille plus grande où est le bureau. Les feuilles sont collées sur le panneau. Les élèves y indiquent l'emplacement des portes de la classe. Les élèves se placent autour du panneau et dessinent sur une feuille blanche, le plan ainsi réalisé (voir deux exemples de réalisations, dont une est fausse page suivante).

.../...

Atelier CP B- Samedi 12 mai 5 mai





ce : nombre de tables incorrect. mauvaise disposition des tables

.../...

• Le maître distribue à chaque élève un plan de la classe polycopié (voir matériel), avec dessins des tables et du bureau. Chaque élève doit marquer d'une croix, sur ce plan, le dessin de sa table. Le maître ramasse ensuite les polcycopiés et les redistribue au hasard. Il demande alors que chacun retrouve et écrive à côté de la croix, le nom de celui qui l'a marquée, puis indique sur le plan l'emplacement des armoires de la classe. Quelques vérifications se font collectivement dans la classe et sur le panneau.

• Trois plans de la classe sont affichés au tableau, 3 élèves sortent. Un élève passe au tableau et dessine sur un des plan un trajet fait par le maître. Un des trois élèves rentre, le maître lui remet le plan sur lequel le trajet a été dessiné et fait entrer un second élève. Devant cet élève, l'enfant qui a le plan réalise le trajet tracé. Le second élève doit dessiner au tableau sur un deuxième plan, le trajet vu. Un troisième élève rentre, prend le second plan et réalise le trajet qui est dessiné devant le quatrième élève. Ce dernier de même dessine ce trajet au tableau sur le troisième plan... Les plans sont ensuite confrontés et corrigés en cas d'erreur.

(2) Activités sur maquette

• Les élèves sont répartis en quatre groupes. Dans chaque groupe le maître distribue le mobilier de poupée et une des boîtes en carton. Sur chaque boîte, des ouvertures (représentant portes et fenêtres) ont été découpées, aux mêmes emplacements. Les enfants disposent leurs objets sur le fond de la boîte, pour "meubler leur pièce". Le maître demande alors que dans chaque pièce, les meubles soient disposés de la même façon. Pour cela, la pièce d'un groupe est choisie comme pièce témoin. Les autres groupes posent tour à tour des questions, sans se

.../...

déplacer, pour avoir les positions de divers objets et les enfants du groupe témoin répondent en décrivant leur pièce, ("l'armoire est en face de la porte", "le lit est contre le mur à droite en entrant"....). Quand tous les objets sont placés, ils sont fixés (au scotch par exemple) sur le fond de la boîte et chaque groupe vérifie la bonne disposition des objets en plaçant sa "pièce" à côté de la "pièce témoin" (avec la même orientation). En cas d'erreur pour un objet, sa position est précisée oralement. (exemple : la table ronde doit être sous la fenêtre de gauche,"là elle est sous la fenêtre de droite....").

• Les élèves reprennent leur place et chaque groupe reprend sa "pièce". Le maître distribue deux feuilles par groupe. Les enfants dans chaque demi-groupe doivent y dessiner le plan de la pièce avec emplacements des meubles et des ouvertures. Les dessins sont affichés comparés et discutés collectivement :

• "Reconnait-on chaque meuble par son dessin ? Si oui, pourquoi ? Sinon, comment faire ? (trait pertinent du dessin, légende, initiale du nom....),

• Les meubles sont-ils bien placés ? Pourquoi ?"

Exercices :

• Chaque enfant dispose d'un plan d'une pièce vide (emplacement des portes et des fenêtres).

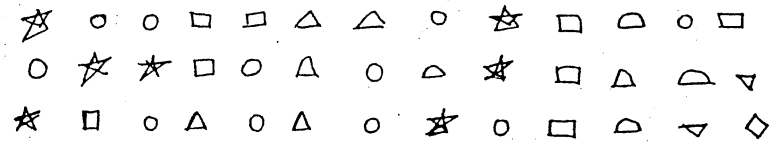
Le maître décrit des positons d'objets à partir d'un plan témoin ("une table ronde est au centre de la pièce", "un lit est contre un mur en face de la fenêtre"...), les élèves dessinent les objets avec les conventions retenues.

• Les élèves disposent de plusieurs plans dessinés sur une même feuille ou au tableau (avec des numéros pour les distinguer). Le maître donne oralement une description d'une des "pièces" dessinées. Les élèves doivent donner le numéro de la pièce décrite.

.../...

CONTRÔLE 1ER TRIMESTRE

1. Montre des collections de 7 objets



2. Entoure les écritures du nombre 7

3+1+1	5+2	2+4+1
2+3+2	4+1+1	1+3+1+1

3. Dessine une collection de 12 objets

4 * Range : 6,13,4

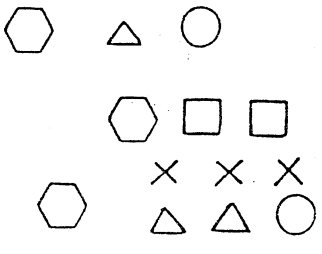
. , . , . (72 %)

5 * Complète avec < , >, =

5 . 7 (74 %) . > 9 (68 %)

8 . 5+3 1+3+1+1 . 2+2+2

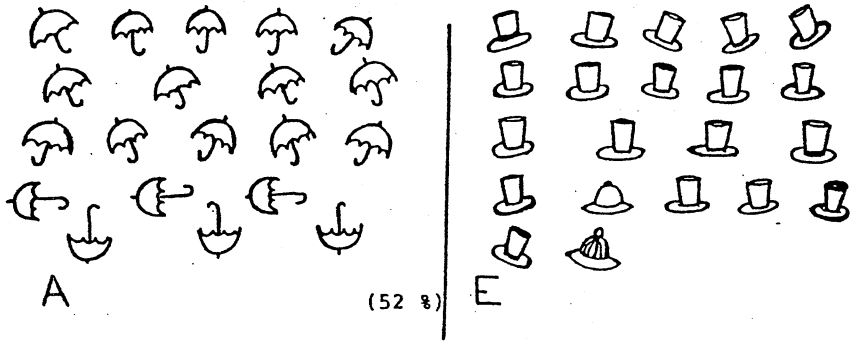
6 * Dessine autant de points



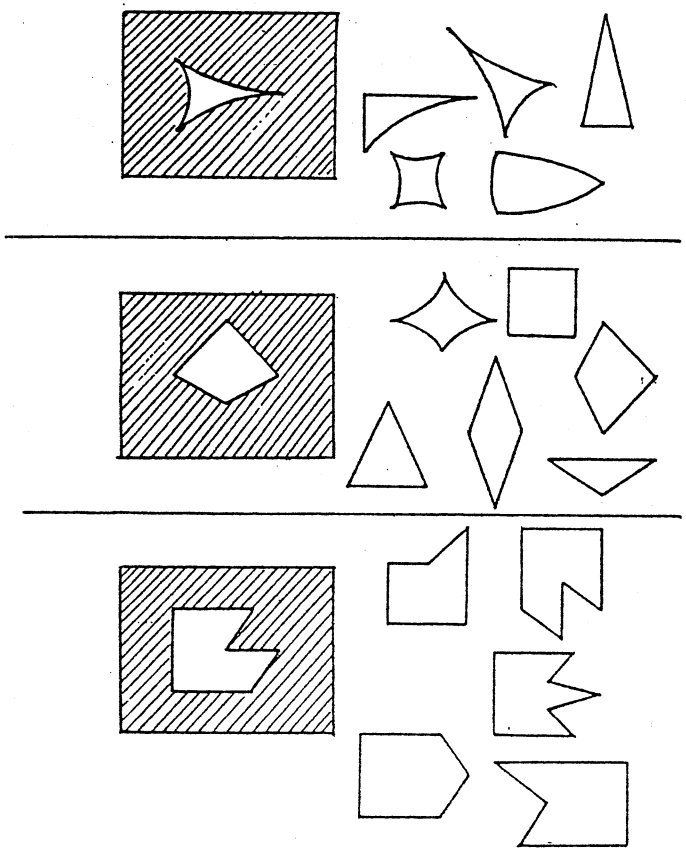
(74 %)

.../...

7 * Compare, entoure le signe de la collection où il y a le plus d'objets



8. Entoure la pièce qui va dans le pochoir



.../..

LE NOMBRE 10

Durée : 3 séquences

Objectifs pour le maître :

- Conduire les élèves à considérer successivement des collections ayant un objet de plus que d'autres collections, faire trouver ainsi la liste 7, 8, 9 et obtenir 10.

- Considérer ainsi, avec les élèves, un nouveau type d'approche de nombre. Les types déjà rencontrés étant :
  - la correspondance terme à terme, pour 9, 13, 14.
  - la recherche de nombres entre des nombres connus pour 6, 7.

Objectifs pour les élèves :

- Réaliser, représenter des collections ayant 10 objets. Une collection étant donnée, dire si elle a ou non 10 objets, et si elle a 10 objets, l'écrire.

- Ecrire 10.
- Comparer 10 à chacun des nombres rencontrés, exprimer le résultat à l'aide des signes $>$, $<$, ou $=$

Antécédents :

- Les nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 12, 13
- Egalité, comparaison de nombres

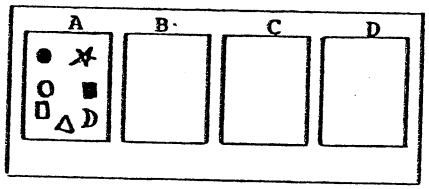
Prolongement

- Etude des nombres supérieurs à 10.

.../...

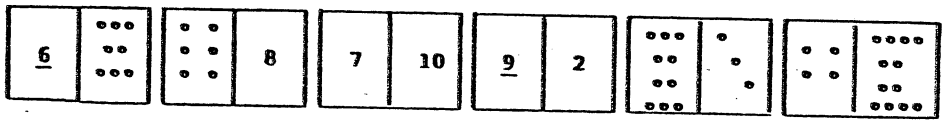
Matériel :

(1) • Un polycopié individuel tel que :



à moins que les élèves reproduisent ce dessin présenté au tableau.

(2) • Dominos collectifs concernant les nombres rencontrés (1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,12,13) tels que :



• Cartons polycopiés avec de tels dominos pour jeu individuel.

Déroulement :

(1) • Les élèves reçoivent le polycopié, ils dessinent une collection B ayant un objet de plus que la collection A. Puis ils dessinent une collection C ayant un objet de plus que la collection B dessinée. Ils font de même pour D.

- "Les ensembles que vous avez dessinés vont-ils dans des boîtes déjà faites ?"

Le maître demande aux élèves d'écrire les nombres pour les collections qui ont déjà leur boîte et de trouver

.../...

un nom pour la boîte à introduire. Certains élèves peuvent proposer 10 s'ils le connaissent, mais aussi d'autres noms tels 5+5, 9+1,.....Ces désignations sont écrites au tableau.

Les collections dessinées sont successivement découpées, vérifiées et rassemblées. mises dans les boîtes convenables. La boîte de 10 est ainsi introduite. Ecriture et lecture de 10 par les élèves.

• Vérification des écritures additives éventuelles, fournies par les élèves, pour désigner 10. Certaines de ces écritures sont portées sur la boîte.

- "Combien de doigts dans une main ? Dans deux mains ?"
- "Comment donner le nombre de doigts dans quatre mains ?" "Dans six mains ?".

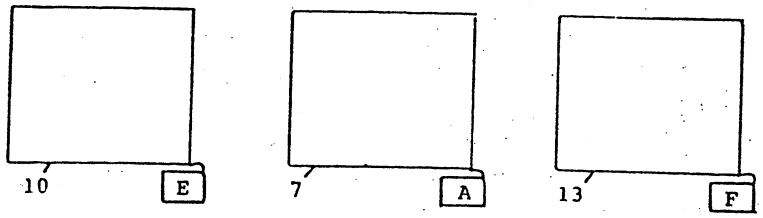
(2) • Jeu de dominos

• Jeu collectif. Chaque élève reçoit un domino (Cf. Matériel) ou chaque équipe reçoit quelques dominos. Le jeu se conduit collectivement au tableau. Les dominos sont disposés au tableau en ligne("sans tourner"). On prend comme règle de jeu de placer après chaque collection dessiné un nombre écrit, et inversement.

• Jeu par deux ou trois avec le même type de métériel en plus petit.

.../...

(3) . Au tableau sont affichées 3 collections E,A,F issues respectivement des boîtes 10,7,13. Ces collections sont cachées. Il faut trouver le rangement des ensembles de celui qui a le moins d'éléments à celui qui a le plus d'éléments,



Puis trouver combien d'éléments chaque ensemble a de plus que celui qui est juste avant.

Avant que les ensembles E,A,F ne soient montrés quelques élèves proposent leurs résultats et leurs justifications. Lors de cette confrontation, les résultats sont exprimés à l'aide d'inégalités et d'égalités.

$7 < 10$; $10 < 13$

$10 = 7+3$; $13 = 10+3$

. L'activité est reprise à propos de collections H, K, L issues des boîtes 9,12,10.

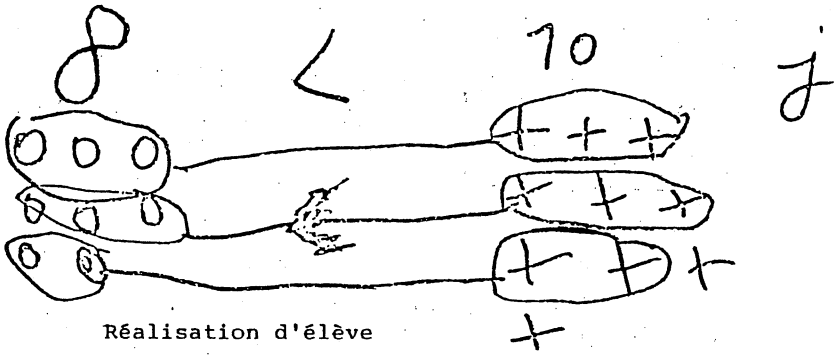
. Enfin, les élèves doivent trouver le rangement des collections E,A,F,H,K.

. Problème du type : "Il y a 10 ballons dans la salle de jeu. Treize enfants dans la salle veulent chacun un ballon. Y-a-t-il assez de ballons?"

.../...

Récherche des élèves (éventuellement par le dessin). Quelques résultats et justifications sont étudiés.

Exercice : "Compare le nombre 10 à un autre nombre que tu connais".



Réalisation d'élève

.../...

LE NOMBRE 11

Durée : 1 séquence

Objectifs pour les élèves :

• Proposer aux élèves le problème des nombres (ou boîtes) manquant avant 13, à partir des collections d'objets.

Objectifs pour les élèves :

• Réaliser, représenter des collections ayant 11 objets.

• Une collection étant donnée, dire si elle a ou non 11 objets, et si elle en a 11, l'écrire.

• Ecrire 11.

• Comparer 11 aux nombres déjà rencontrés. Exprimer les résultats à l'aide des signes < , >, =.

Antécédents :

• Les nombres de 1 à 10, les nombres 12,13.

• Egalité, comparaison de nombres

Prolongement :

• Les nombres au-delà de 13.

Matériel :

Pour la classe :

• Les boîtes précédemment mises en place

• La boîte 11 à mettre en place.

Pour chaque élève :

• Huit quarts de feuilles 21x29,7 ou deux feuilles que l'élève pliera en quatre et découpera.

.../...

Déroulement :

• Réalisation par chaque élève sur des feuilles séparées (quart de feuilles remis) de dessins de collections ayant à la fois plus de 8 objets et moins de 13 objets.

Rangement par chacun des élèves de leurs réalisations, de celle qui a le moins d'objets à celle qui en a le plus et écriture du nombre d'objets avec les nombres connus. Les collections sont rassemblées pour être placées dans les boîtes correspondantes, d'abord les collections ayant le moins d'objets (boîte 9). Vérification. Puis la collection de 10 objets. Le problème du classement des collections suivantes conduit à introduire la boîte 11. Le signe est écrit sur la boîte. Les autres signes pour 11, proposés par les élèves sont vérifiés, certains sont écrits sur les boîtes. Enfin sont rassemblées dans la boîte 12 les collections de 12 objets.

• Recherche par équipe de deux à propos d'égalités à compléter. Exemples :

11 > .	12 >
12 < .	10 <
11 < .	. < 13

Justification des résultats de quelques équipes et correction des erreurs éventuelles.

.../...

• Trouve des écritures du nombre 11 et écris des égalités.

nadia

10 + 1 = 11

9 + 2 = 11

10 + 1 = 11

delphine

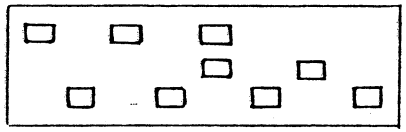
1 + 10 = 11

9 + 2 = 11

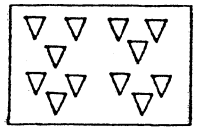
8 + 3 = 11

★ Exercice individuel

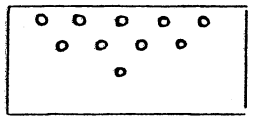
Ecris les nombres

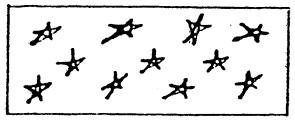


(98 %)



(88 %)





(88 %)

Range les nombres : (55 %)

.../...

L'ORDINAL
LES NOMBRES DE 1 A 13

Durée : 1 séquence

Objectifs pour le maître et les élèves :

• Cf. "L'ordinal - les nombres de 1 à 9".

Prolongement :

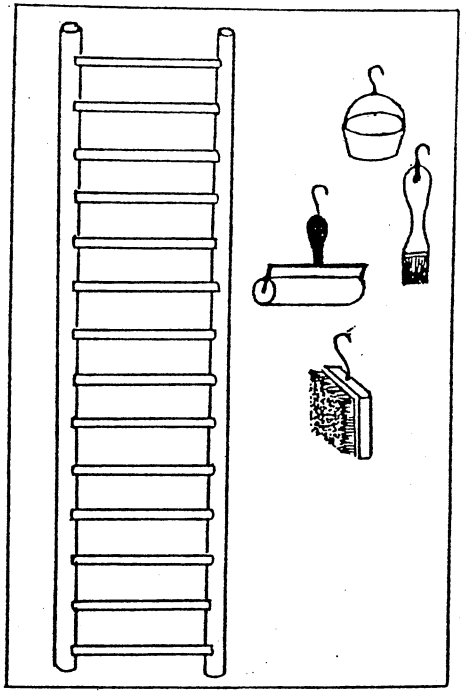
• Ordinal pour les nombres supérieur à 13.

Matériel :

• Pour chaque équipe de deux élèves :

- deux polycopiés où sont représentés : une échelle avec quatorze barreaux, des objets à découper, exemples : un seau, une brosse, un pinceau, un rouleau...
- une paire de ciseaux, de la colle.

.../...



Déroulement :

• Les élèves par équipes de deux ont un polycopié, les ciseaux, la colle. Derrière un tableau se trouve une représentation de l'échelle avec les objets "accrochés" (un au plus par barreau). Deux élèves au tableau communiquent oralement les renseignements convenables à leurs camarades, afin que ceux-ci "attachent" les objets à l'échelle de la même façon qu'au tableau.

L'activité peut aussi être conduite dans une communication écrite, de groupe à groupe.

.../...

• L'activité est reprise. Les équipes ont un polycopié. Une représentation est réalisée derrière le tableau. Mais cette fois les équipes à tour de rôle posent des questions auxquelles l'équipe au tableau répond par oui ou par non. Exemples : "le pinceau est-il sur le 5ème barreau "la brosse est-elle entre le 4ème et le 9ème barreau ?"

La première équipe qui pense avoir trouvé propose son résultat, et le justifie dans le cas où le maître a codé au tableau les questions successives et les réponses données

Exercices :

• Chaque élève dessine 10 bougies, alignées et marque par 1 la première bougie, il "allume" sur son dessin 2 bougies. A tour de rôle, les élèves indiquent les bougies qu'ils ont allumées (exemple : la 8ème, la 3ème) et viennent les montrer sur un dessin au tableau.

• Chaque élève dessine 10 arbres dénudés et marque le premier. Un tel dessin est sur un tableau visible seulement de 2 élèves qui pourront éventuellement être remplacés par la suite. Le maître colorie certains arbres en rouge, en jaune, en bleu. Les deux élèves doivent communiquer des renseignements à leurs camarades pour que ceux-ci fassent "fleurir" les arbres convenables de la même façon (exemple : "le troisième est jaune").

.../...

ECRITURE DE NOMBRES SOUS FORME ADDITIVE (2)

Durée : 2 séquences

Objectifs pour le maître :

• Placer les élèves dans une situation où ils vont pouvoir utiliser l'écriture additive mise en place et acquérir plus de sûreté dans la conduite de l'activité (les séquences reprennent les objectifs de "Ecriture de nombres sous forme additive (1)" mais environ 3 semaines plus tard).

Objectifs pour les élèves :

• Objectifs du même type que ceux de "Ecriture de nombres sous forme additive (1)"

Antécédents :

• Comparaison de collections partie à partie.
• Les premiers nombres (1,2,.....10,11,12,13).

Prolongements :

• Comparaison de nombres écrits sous forme additive (2)
• Réductions d'écritures.

Matériel :

(1) • Pour chaque équipe de deux élèves d'une demi-classe.

- polycopié sur lequel sont représentés environ 60 jetons.

.../...

• Pour chaque équipe de deux élèves d'une demi-classe B :

- polycopié sur lequel sont représentés environ 60 croix.

• Pour chaque équipe :

- un bande de papier pour écrire le nombre d'éléments.
- une feuille et un feutre pour représenter une collection de jetons ou de croix.

(2) • Pour quatre élèves :

- quatre polycopiés comprenant (à propos d'un même nombre) chacun une écriture rencontrée lors de l'activité (1).

Exemple :

10+13+12+9+10 (D)	9+9+9+9+9+9 (E)
5+10+10+5+10+5+10 (F)	9+4+10+8+7+5+6+6 (A)

Déroulement :

(1) • Déroulement analogue à celui de "écriture de nombres sous forme additive (1)", mais ici, les élèves font un examen des premiers messages corrects et peuvent noter par exemple : la répétition d'un même type de groupement ; l'emploi de groupements correspondant à des nombres relativement grands (10,12,13), ce qui conduit ainsi à peu de groupements....

.../...

(2) • Par équipes de quatre, les élèves reçoivent chacun une feuille soit A, soit E, soit F, soit D (cf. Matériel). Ils doivent alors dessiner des collections ayant le nombre d'objets indiqué.

• Au sein de l'équipe de quatre, les enfants comparent leurs collections.

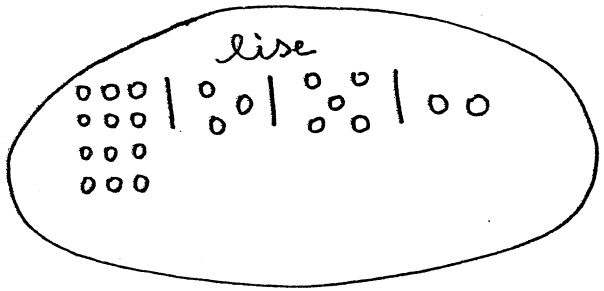
Les résultats des équipes sont confrontés, ainsi que les méthodes de comparaison utilisées.

Enfin, aux élèves peut être posée la question suivante :

• "Parmi les écritures proposées, y en a-t-il une que vous préférez ? Pourquoi ?"

Exercices :

* Consigne orale : "dessine 12 + 3 + 5 + 2 jetons (le nombre est écrit au tableau) 90 %





Jean-Yves

.../...

Exercices :

Ecris le nombre de cubes :



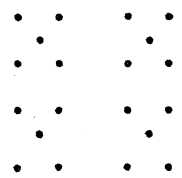
.../...

ATELIERS 3

Les nombres :

• Les dominos : Jeu concernant les nombres et les types d'écritures étudiés . Ainsi il s'agit d'un enrichissement du jeu dominos utilisé dans Atelier 2, les cases comprennent :

- soit des écritures usuelles (10,12,....)
- soit des écritures additives (10+10)
- soit des représentations telles que



sans qu'apparaisse par exemple l'écriture "20".

L'addition :

• Les "dés" : Les élèves par deux lancent les dés successivement, notent à chaque fois qui a le plus de points.

Exemple :

(7)	5	(9)
4	(11)	8

• Emploi de calculatrices (Voir ci-après)

• Ecritures à l'aide de cartes (Voir ci-après)

Organisation de l'espace :

• Constructions avec des cubes (Voir ci-après)

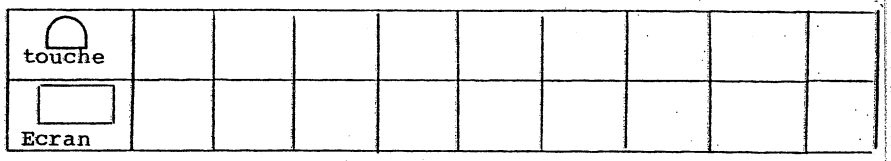
.../...

Calculatrice

Matériel :

• Une calculatrice de poche ou une additionneuse de bureau.

• Des bandes telles :



destinées à décrire les manipulations.

Activités :

• Les activités se situent à partir du moment où les élèves ont déjà conduit des réductions de sommes. Ce qui suit est relatif à une calculatrice de poche "Texas Instrument", mais peut se transférer à tout autre matériel du même type.

Les élèves (deux ou trois) disposent d'un e calculatrice. Les touches permises sont indiquées par le maître : "On ne peut utiliser que les touches marquées des chiffres et des signes +, =, c".

1°) Recherche de la fonction des différentes touches

• "Comment afficher à l'écran certains nombres ? Exemples : 12, 15 ?" Eventuellement, épeler les nombres que l'on ne sait pas lire.

•"Comment effacer ce qui est à l'écran ?"

• "Comment faire trouver par la machine l'écriture usuelle de 2+3+1+2 ?"

.../...

2°) Description de la suite des touches frappées

Les activités précédentes ont conduit les élèves à décrire oralement la suite des manipulations à effectuer pour obtenir certains résultats. Une description écrite peut être recherchée à l'aide d'une bande, sur laquelle l'élève indiquera les touches frappées successivement et les résultats correspondants affichés à l'écran.

Exemple :

touche	1	0	+	3	=
écran	1	10	10	3	13

Les élèves réaliseront une telle description pour que certains de leurs camarades conduisent la même manipulation en utilisant cette bande. Ce type de description peut être utilisé par la suite, éventuellement, dans des recherches individuelles, pour réfléchir à certains résultats, la machine est utilisée pour vérifier et non nécessairement pour conduire la recherche.

Exemple :

a) Décrire sur une bande comment calculer 2 + 4 + 3 + 4

b) Compléter une bande (sans utiliser la machine)

touches	4	+	3	+	5	
écran						

.../...

touches	3	+		+	5	+		=			
écran	3	3	2				3				

touches	5	+									
écran	5	5									

compléter la bande ci-dessus pour que la machine affiche 9
Chercher différentes façons.

Ecritures à l'aide de cartes :

Matériel :

• Cartons sur chacun desquels est reporté soit l'écriture d'un nombre, soit un des signes +, < , > , =, ≠

Exemple :

(1) (2) (3) (4) (5) (8) (12) (7+4) (8+5+7)

(+) (+) (=) (≠)

Activités :

(1) • L'élève reçoit le lot de cartons, il doit formuler des phrases vraies à l'aide des cartes qu'il choisit dans le lot remis.

(2) • L'élève reçoit une partie du lot, il doit formuler une phrase vraie en utilisant toutes les cartes remises.

.../...

Construction avec des cubes

Matériel :

Une vingtaine de cubes en bois de même dimension (2 à 3 centimètres de côté) ou de cubes emboîtables.

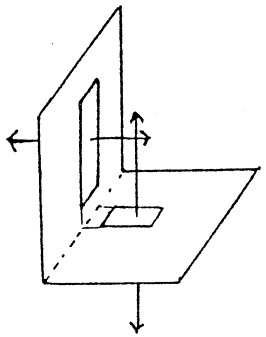
Des constructions à partir d'assemblages de cubes, désignées par des lettres A,B,C.....

Des représentations planes, en vraie grandeur des constructions A,B,C.....: une ou deux "vues" par construction, ou mieux un ou deux "trous" par lequels l'objet doit pouvoir "passer juste" (Cf. film "du passe muraille aux projections" ou cf. boîte de jeu "structuro" de chez Nathan), exemples page suivante.

Activités :

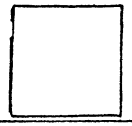
Un enfant reçoit une fiche correspondant à un assemblage de cubes, par exemple la fiche A. Il doit réaliser une construction qui "passe juste" à la fois dans les deux trous.

Le maître peut aider l'enfant : il plie la fiche suivant le pointillé, il la place comme sur la figure ci-contre, et fait passer l'objet (en cours de construction) par un des trous de haut en bas, puis par l'autre trou de droite à gauche. Quand l'objet est terminé, l'enfant peut aller chercher la (ou les) construction préparée par le maître pour vérifier sa (ou ses) construction.

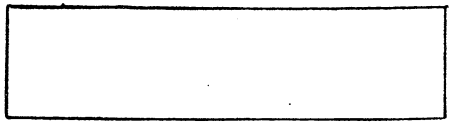


.../...

Constructions avec des cubes

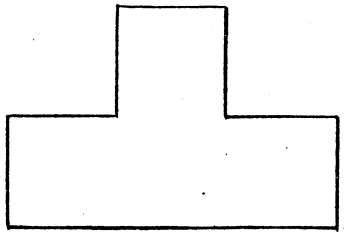
cube unité 

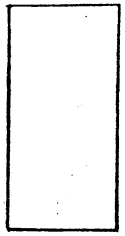
Construction A*:



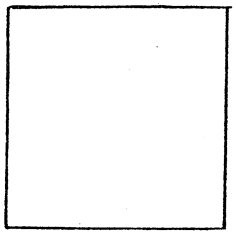


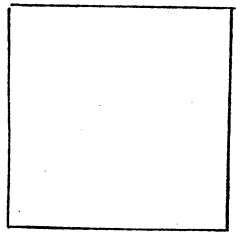
Construction B :



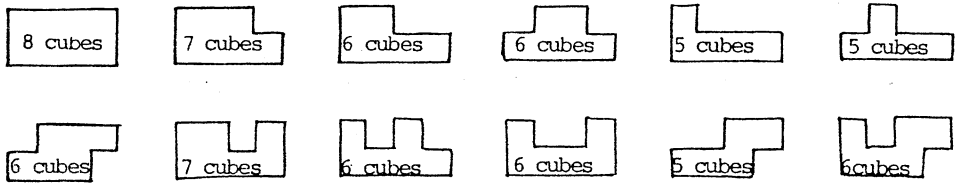


Construction C, avec 7 cubes :





* Il y a 12 objets qui correspondent à ces deux "trous" :



.../...

COMPARAISON DE NOMBRES ÉCRITS SOUS FORME ADDITIVE (2)

Durée : 4 séquences

Objectifs pour le maître :

• A propos de comparaisons, conduire les élèves :

1 • A utiliser de "grands" nombres pour lesquels ils n'ont pas l'écriture usuelle.

2 • A remplacer progressivement les manipulations, les représentations d'objets par l'emploi de l'écriture et de quelques égalités déjà étudiées (répertoire :2+2=4, 3+2=5,.....) pour prévoir certains résultats. En particulier, conduire les élèves à formuler des conclusions s'appuyant non plus sur la comparaison des collections, mais sur la comparaison des "nombres-sommes"
Exemple : "3+2+7+6 > 2+7+2+6"

"Parce que : 7+6 se trouve de chaque côté ; d'un côté il reste 3+2, c'est-à-dire 5 et de l'autre côté 2+2, c'est-à-dire 4, et 5 est supérieur à 4".

Ce r aisonnement utilise implicitement la propriété : si a > b alors a+c > b+c, exprimant la comptabilité de l'addition avec l'ordre des nombres.

L'activité (4) est relative à l'emploi d'une lettre pour désigner un même nombre placé dans les deux membres d'une inégalité. Elle est destinée à éprouver la conviction des élèves à propos d'une formule toujours

.../...

vraie quelle que soit la valeur numérique attribuée à la lettre.

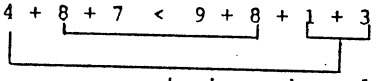
Exemple : "3+3+5+A > 1+4+A+5 car 3+3+5 > 1+4+5"

Objectifs pour les élèves :

• Comparer deux nombres écrits sous forme additive

- soit en reprenant les collections
- soit à l'aide de représentations
- soit à l'aide de l'écriture et/ou du calcul en réduisant et en considérant des écritures d'un même nombre qui interviennent éventuellement.

Exemple :



• Ranger trois nombres dont un au moins est écrit sous forme additive.

• Exprimer les comparaisons à l'aide des signes : =, < , >.

Antécédents :

• Les nombres jusqu'à 13
• Comparaison des nombres de deux collections à l'aide de la correspondance entre sous-ensembles.
• Egalité à propos de nombres. Réalisation du début du répertoire.

Prolongements :

• Calcul de sommes
• Comparaison de nombres, cas général

.../...

Matériel :

Pour deux élèves : un dé, une feuille

Matériel collectif :

- le répertoire mis en place lors de la leçon "égalité à propos de nombres".
- deux collections comprenant chacune 30 cubes rouges, 30 cubes bleus, 30 cubes verts.
- une piste avec une trentaine de cases, sur un tableau métallique. Deux aimants de couleurs différentes, bleu et rouge par exemple, représentant des chevaux;
- deux grandes enveloppes, l'une pour le cheval bleu, l'autre pour le cheval rouge, contenant chacune trois à cinq petites enveloppes. Dans ces enveloppes sont placés des jetons, le nombre de jetons est écrit sur chaque petite enveloppe , sauf pour deux d'entre elles ayant le même contenu où il est remplacé par une lettre. Chaque grande enveloppe contient ainsi une enveloppe avec une même lettre, deux à quatre enveloppes avec des nombres. Chaque nombre de jetons représente un nombre de barrières qu'un cheval doit sauter pour avancer du nombre de cases correspondant sur la piste.

Déroulement :

(1) • Jeu de dés

Le répertoire est affiché.

Les enfants jouent deux par deux. Chacun lance le dé cinq fois et note pour chaque groupe, le nombre de points obtenus. Ce nombre de points, représente un nombre de jetons gagnés, par exemple.

.../...

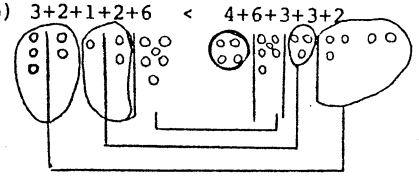
A la fin de la partie, chaque équipe de deux détermine l'élève qui a gagné et souligne son prénom sur la feuille.

- étude de quelques résultats.

Deux équipes (par exemple) qui ont pu trouver "qui a gagné" écrivent leurs formules en les justifiant. Exemples :

a) $3+2+1+2+6 < 4 + 6+3+3+2$

b) $3+2+1+2+6 < 4+6+3+3+2$



c) Les élèves prennent des jetons de manière qu'il y ait un jeton par point.

Le maître ne privilégie aucune des méthodes a,b,c utilisées.

Puis les équipes qui n'ont pu conclure, exposent à tour de rôle leurs résultats ; les autres élèves les aident à trouver le gagnant.

- une seconde partie de dés est abordée selon la même démarche.
- individuellement, les élèves ont à prévoir d'après les sommes affichées d'une ou de deux équipes, l'élève qui a gagné et à expliquer pourquoi.

.../...

(2) ; Jeu avec les cubes

• Deux équipes de deux élèves disposent chacune d'une trentaine de cubes bleus, d'une trentaine de cubes rouges. Ces équipes vont réaliser chacune sans être vues de leurs camarades un train avec chaque type de cubes, le nombre de cubes de chaque train est fixé par le maître, exemple :

4 + 2 + 6 + 3 et 5 + 6 + 2 + 4

(rouge) (bleu)

Les autres élèves doivent prévoir quel sera le plus long des deux trains rouges ou bleus, et expliquer pourquoi.

Dès que les élèves ont fini les trains de cubes et les ont comparés, les autres élèves arrêtent leur recherche.

Quelques élèves proposent leur résultat et leur justification. Une vérification du résultat est effectuée à l'aide du matériel.

• L'activité est reprise pour d'autres nombres, exemple :

2 + 2 + 5 + 6 ; 3 + 3 + 2 + 6

7 + 2 + 5 + 6 + 2 ; 4 + 2 + 3 + 5 + 7

La construction matérielle est conduite quand elle est jugée indispensable.

Lors des justifications successives à propos d'un même exercice, l'attention des enfants est attirée par le maître sur certains procédés utilisés qui se révélent plus rapides. Par exemple : recours à certaines égalités du répertoire. L'activité est l'occasion d'enrichir

.../...

le répertoire d'égalités reconnues vraies lors des justifications. Exemple à propos de la comparaison de 7+2+5+6+2 et 4+2+3+5+7, certains élèves preuvent avancer "6+2, c'est pareil que 5+3, c'est 8", d'où les écritures possibles dans le répertoire : 6+2=5+3 ; 6+2=8 et même 5+3=8.

• Un troisième train est introduit

le train rouge comprend 5+4+6+2 cubes
le train bleu comprend 3+4+5+2 cubes
le train vert comprend 6+5+5 cubes

• "Quel est le train le plus court ? Quel est le train le plus long ? Pourquoi ?"

(3) • Jeu des petits chevaux

• La piste, les chevaux sont présentés aux élèves.

Chacun des chevaux va sauter le nombre de barrières indiqué par le maître, par exemple :

pour le cheval bleu B 3+3+5+8
pour le cheval rouge R 4+4+7+6

• "Nous allons faire sauter aux chevaux le nombre de barrières indiqué. Mais auparavant, vous devez chercher quel est le cheval qui va le plus loin. Vous entourez son signe (B ou R)".

Cette recherche peut être conduite à l'aide de représentations ou de l'écriture.

Sur leur feuille, les élèves écrivent leur prévision à l'aide des écritures additives et des signes =, < , > .

.../...

Quelques élèves expriment leur prévison et les justifient. Si certains élèves l'estiment nécessaire, la "course" est effectivement réalisée.

. L'activité est reprise pour d'autres nombres, exemple :

B	R
3+8+2+4	7+1+5+6
3+3+3+6	2+9+2+2
10+7+1+2	3+5+5+8

(4) . Jeu des petits chevaux, un nombre est désigné par une lettre

. Deux élèves choisissent chacun une grande enveloppe et dictent les nombres lus sur les petites enveloppes respectivement à deux autres élèves qui les écrivent au tableau.

Ils ouvrent les enveloppes et montrent à leurs camarades que les enveloppes marquées d'un nombre contiennent le nombre de jetons indiqué. Quand les enveloppes A sont tirées, elles ne sont pas ouvertes, les élèves posent des questions jusqu'à ce qu'ils devinent que les nombres de jetons sont les mêmes dans chacune des deux enveloppes A. Ces enveloppes sont alors ouvertes et les élèves, au tableau remplacent A par le nombre de jetons trouvé.

On aura par exemple :

1) B : 5+A+8+2 R : 4+A+6+4

Remplacé par Remplacé par

B : 5+7+8+2 R : 4+7+6+4

.../...

Les élèves par deux, doivent comme précédemment chercher quel est le cheval qui ira le plus loin, puis justifier leur prévision. La vérification a lieu si elle est jugée nécessaire par les élèves. Cette vérification peut se faire au niveau de la piste et au niveau des collections.

. " Combien de cases d'avance a le cheval qui est le plus loin ?"

. "Combien de jetons a en plus, la collection du cheval gagnant ?"

. L'activité est reprise, mais cette fois les enveloppes A ne sont plus ouvertes, sauf à l'issue des recherches et de la justification des résultats, pour une vérification éventuelle.

Exemples :

2) B : 10+D+6 R : D+8+2+4

B : 5+1+7+1+C R : C+3+1+4+6

3) Exercice individuel

* Compare

6+3+5+2	.	5+3+2+4	(61 %)
3+5+3+2	.	6+5+2	(59 %)

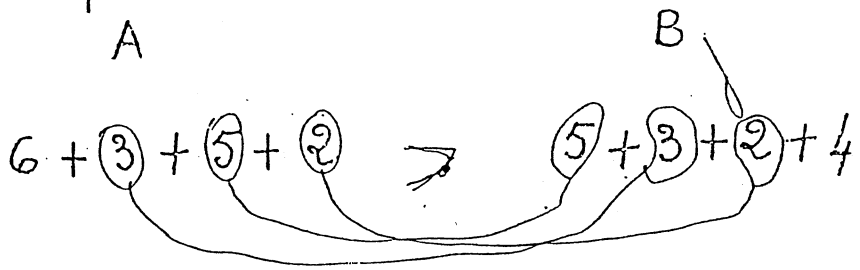
Voir réalisations jointes page suivante.

.../...

jeudi 10 janvier

comparer :

A B

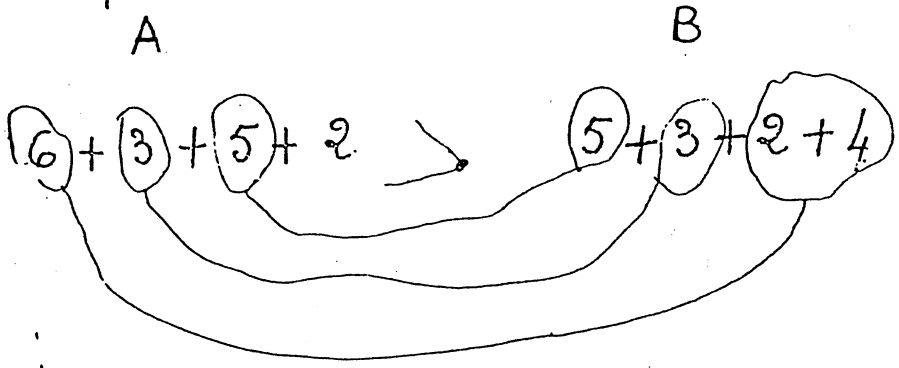


j

jeudi 10 janvier

comparer :

A B

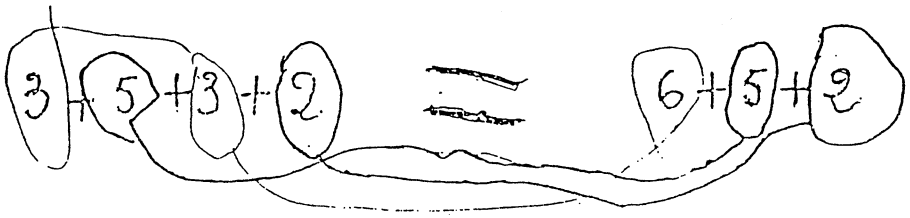


j

---

comparer :

A B



PUZZLES - TANGRAM

Durée : 3-4 séquences

Objectifs pour le maître :

• Proposer des situations d'assemblages (puzzle) de formes géométriques simples (carrés, rectangles, parallélogrammes, triangles rectangles,.....) de façon que les enfants perçoivent au cours de leurs activités certains rapports métriques caractéristiques des formes utilisées (existence ou non de symétries, de côtés de même longueur....) et certaines relations de positions entre ces pièces.

Objectifs pour les élèves :

• Reconnaître une forme donnée, en la montrant ou en la nommant (nom familier) ou en la désignant par son signe.

• Reproduire un assemblage donné

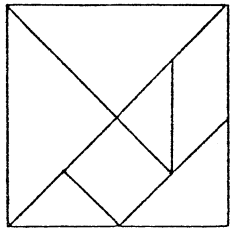
• Décrire verbalement un assemblage de deux pièces, réaliser un assemblage à partir d'une telle description.

• Décrire par le dessin un assemblage de deux ou trois pièces, reproduire un assemblage à partir d'un dessin en vraie grandeur ou non.

.../...

Matériel :

• Le matériel fondamental est constitué des pièces du jeu de Tangram. Le tangram (d'origine chinoise) se compose de 7 pièces découpées dans un carré. (Voir figure ci-dessous)



(1) • Pour le maître :

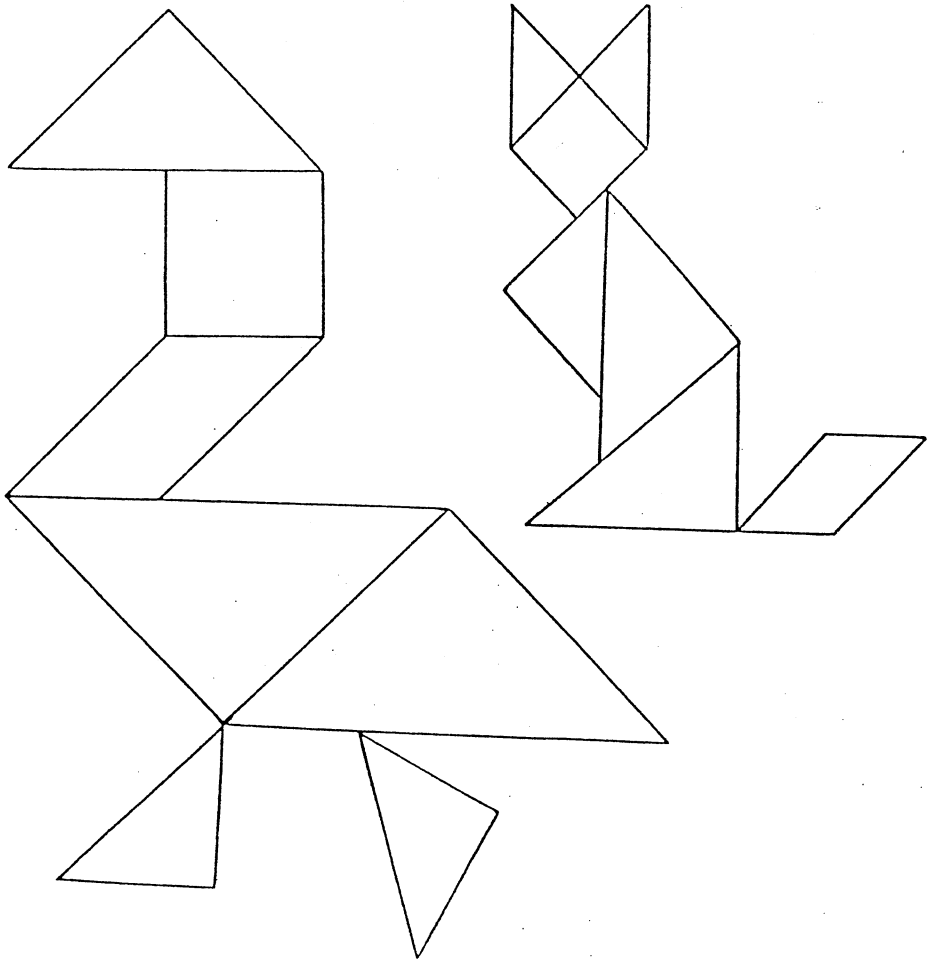
- 2 jeux de pièces découpées dans un carré de 24x24 en (cm)

• Par équipe de deux élèves : 2 jeux de pièces découpées à partir d'un carré de 8x8 (en cm), l'un dans des feuilles de carton bleu (Jeu N°1), l'autre dans des feuilles de carton rouge (Jeu N°2)

Voir polycopié page suivante.

.../...

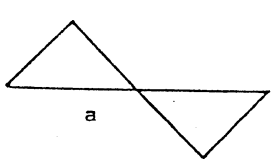
. Le polycopié ci-dessous

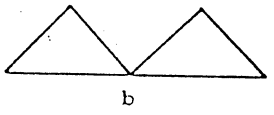


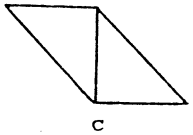
.../...

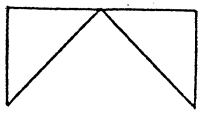
(3) . Par équipe de deux élèves

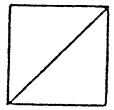
- 2 demi-feuilles (pour écrire les messages)
- 1 des messages suivants, dessiné en vraie grandeur sur une demi-feuille.

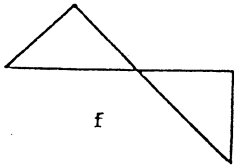


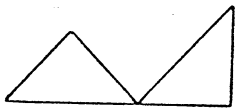


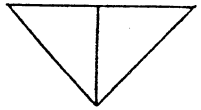


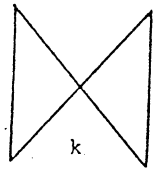


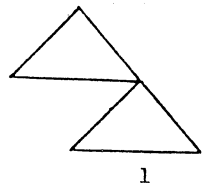












Déroulement :

(1) . Puzzles - Réalisation d'assemblages

. Les élèves sont par deux - chaque équipe de deux dispose des pièces de 2 tangrams (Cf. Matériel).

.../...

a) Activités libres (4 - 5 minutes)

- "pour les pièces d'un même jeu, quelles sont celles qui sont pareilles (superposables) ? Qui ont la même forme ?"

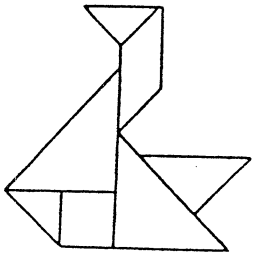
- "Combien de sortes de pièces ?"

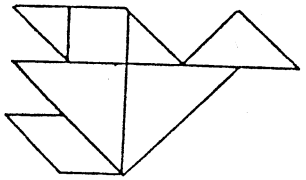
Dessin des pièces par le maître au tableau. Les noms des pièces sont écrits au tableau.

Cette activité est l'occasion d'une distinction à propos des angles, par exemple à propos du carré et du parallélogramme : "les coins ne sont pas pareils", " "dans le carré les coins sont droits, dans le parallèlogramme il y a deux coins pointus".

b) le polycopié sur lequel sont dessinés les deux figures est remis aux élèves. Réalisation. Vérification des réalisations par les élèves (entre voisins par exemple). Discussion.

c) La même activité est reprise à partir d'un assemblage donné au tableau par le maître à l'aide des pièces du grand jeu (voir les figures ci-dessous).

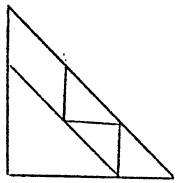


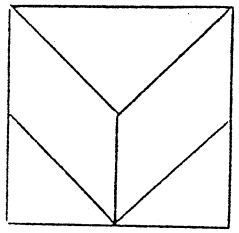


.../...

. Réalisation de figures proposées au tableau, mais nécessitant certaines des pièces de deux trangrams.

Exemples :





(2) . Représentation et communication

. Chaque équipe de deux élèves dispose toujours de deux tangrams. Il leur est demandé cette fois de construire un carré en utilisant plus de 4 pièces parmi les 14 qu'ils possèdent.

Dès qu'ils ont trouvé une construction, ils la dessinent en vraie grandeur, ni plus petite, ni plus grande sur une feuille. "Le dessin doit bien montrer comment les pièces sont placées, pour refaire une construction par exemple" "on peut d'abord dessiner au crayon et repasser au gros feutre après" Les auteurs écrivent leur prénom au dos de la feuille.

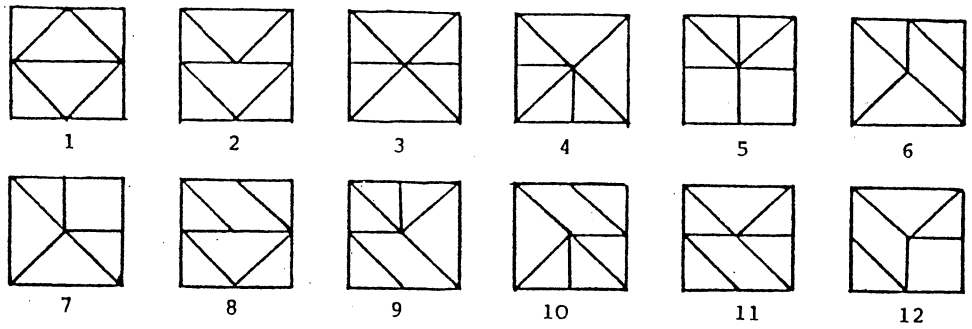
Plusieurs productions (différentes) peuvent être réalisées par une même équipe.

. Les productions sont affichées, puis classées : les productions identiques sont mises en colonne par les élèves. Ils doivent justifier le classement.

.../...

• Quelques auteurs donnent successivement de leur place une description de leur réalisation afin que les autres élèves l'identifient. Pour certaines de ces descriptions, la liste des pièces pourra suffir, pour d'autres utilisant lesmêmes pièces, les élèves auront à distinguer la disposition des pièces, exemples :1,2,3,4 ci-dessous.

Exemples de réalisations



• Communication pour une réalisation

Les productions précédentes sont enlevées du tableau, l'une d'entre elles, est à l'insu des élèves remises à un petit groupe (groupe "émetteur"). Ce dernier doit donner oralement une description du carré qu'il possède afin que chacunedes équipes réalisent l'assemblage correspondant.

Des questions peuvent être posées par les "récepteurs" si les renseignements donnés sont jugés insuffisants.

.../...

Les "émetteurs" peuvent par exemple commencer par l'inventaire des pièces utilisées, puis décrire leur position respective ("les grands triangles se touchent par leur coin droit, l'un est en haut, l'autre est en bas").

L'exercice peut être repris à propos d'une autre construction.

(3) • Position relative de deux triangles. Communication orale

Au tableau sont dessinés les assemblages a,b,c... décrits dans le matériel. Les lettres ne sont pas portées au tableau, les élèves par deux reçoivent le dessin d'un des assemblages. Chaque groupe décrit successivement oralement son assemblage aux autres groupes qui doivent le construire avec leurs pièces, et le retrouver au tableau. Pour différencier et caractériser ces assemblages les enfants sont amenés à affiner les distinctions abordées en (2) :

- à distinguer les "bords" des triangles : les "petits côtés" et le "grand côté",
- à distinguer les "pointes" ou "coins" des triangles : les "coins pointus" et le "coin droit" par exemple,
- à préciser comment se touchent les triangles : "par un petit côté", "par un coin droit"....
- à préciser l'alignement de certains côtés "les petits côtés sont en ligne".....
- à préciser les positions de chaque triangle par rapport à cet alignement ("du même côté", ou non).

On ne distinguera pas deux assemblages s'ils sont superposables par glissement ou retournement.

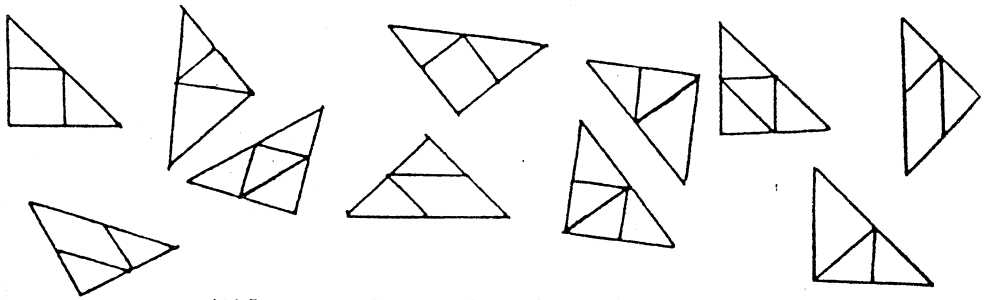
.../...

En cas de difficulté, une ligne de repère (de couleur différente) peut être tracée, à propos de côtés de triangles qui sont dans le prolongement l'un de l'autre.

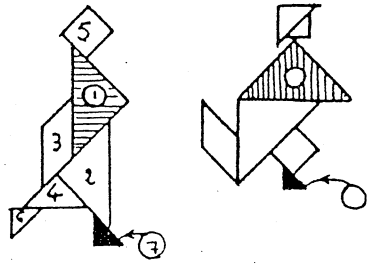
Exercices

(1) Recherche d'assemblages en forme de triangle utilisant plus de deux pièces parmi les quatorze pièces de 2 jeux de Tangram. Dessin de ces assemblages.

(2) "Parmi les assemblages suivants, relie ceux qui sont les mêmes"



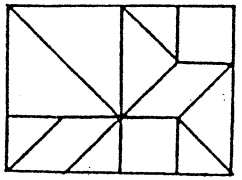
(3)"Reporte les numéros des pièces sur le deuxième dessin".



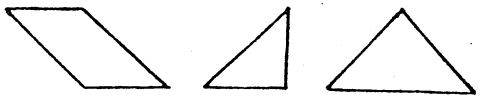
.../...

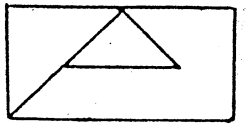
(4) Indique sur le tableau le nombre de pièces de chaque sorte :

petits triangles	
triangles moyens	
grands triangles	
carrés	
parallélogrammes	
Total	



(5) Avec les 3 pièces ci-dessous, compléte l'assemblage ci-contre.





.../...

LES NOMBRES DE 1 À 15
AJOUTER 1, LE SUIVANT

Durée : 5 séquences

Objectifs pour le maître :

• Présenter des situations faisant intervenir des ensembles ayant un élément de plus (ou de moins) qu'un ensemble donné afin de faire apparaître que le nombre a+1 est le suivant de a. A ce propos :

- introduire les nombres 14 et 15 et en commencer l'étude.
- conduire les élèves à utiliser et enrichir le répertoire affiché. Lors des calculs, les procédés de justifications (écriture, représentation....) seront comparés afin de montrer l'économie de l'emploi du répertoire.

Objectifs pour les élèves :

• Réaliser, dessiner des collections de 14 et 15 objets.

• Pour une collection de moins de 16 objets en dire le nombre.

• A propos des nombres inférieurs à 15, donner par exemple :

- le nombre qui vient "juste après" ou "juste avant" un nombre donné.
- un nombre quelconque qui est "avant" ou "après" un nombre donné.

• Pour chacun des nombres inférieurs à 15, compléter des égalités du type 11+1= . ; 9=1+.

• Comparer 2 nombres inférieurs à 16, écrits sous forme usuelle et/ou additive.

.../...

• Compléter à l'aide du signe convenable =, < , > des formules concernant ces nombres et ces écritures.

• Ranger troisnombres inférieurs à 16 dont l'un est écrit sous forme additive.

Antécédents :

• Les nombres de 1 à 13
• Ecriture de nombres sous forme additive
• Egalité à propos de nombres
• Rangement des nombres de 1 à 13 (ordinal).
• Comparaison de nombres écrits sous forme additive.

Prolongement :

• La suite des ordinaux de 1 à 100, fonction n → n + 1

• Comparaison de nombres supérieurs à 15, écrits ou non sous forme additive

Matériel :

(1) • Les boîtes de 1 à 13. Deux nouvelles boîtes (14 et 15).

(2) • Pour chaque élève, une ardoise, un polycopié à découper tel que :

11	2+2	1+3	14	11+1	6+2
7	2+8	9	15	13	3
4	5	6+4	7	8	9+1
10	2	13+1	4+4	5	6

.../..

• Pour chaque élève, une des cartes polycopiées suivantes ; les différents types de cartes sont répartis dans la classe.

1 + 13	1 + 8	5 + 1
1 + 6	1 + 13	1 + 10
12 + 1	1 + 11	1 + 4

5 + 5	1 + 3	1 + 14
8 + 1	4 + 4	7 + 1
3 + 2	6 + 1	3 + 3

2 + 1	11+ 1	1 + 2
1 + 9	7 + 1	1 + 12
10 +1	5 + 1	1 + 14

1 + 4	1 + 6	11+ 1
10+1	12+1	4 + 1
5 + 1	8 + 1	3 + 1

1 + 10	11 + 1	1 + 8
1 + 6	8 + 1	10 + 1
1 + 9	4 + 1	12 + 1

• Une poche avec des jetons portant les numéros de 2 à 15.

• Le répertoire affiché.

Déroulement :

(1) a) "Devinettes" : Exemple, les questions sont posées oralement par la maîtresse. Les réponses sont données sur l'ardoise, individuellement.

• "Je suis un nombre, je suis juste après 6. Qui suis-je ?"

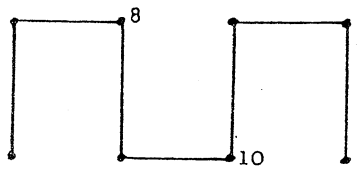
• "Je suis juste avant 12. Qui suis-je ?"

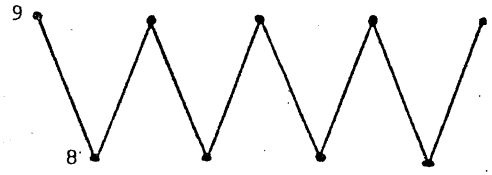
• "Je suis entre 9 et 11"

• "Je suis le nombre 5+1. Comment m'appelle-t-on aussi ?"

..../...

• Compléter : les dessins sont affichés au tableau l'un après l'autre, les réponses sont demandées sur l'ardoise.





b) "La boîte qui vient juste après".

• Ranger les boîtes disposées en désordre sur le bureau.

• Par deux, les élèves ont à dessiner un ensemble qui ira dans "la boîte que nous placerons juste après 13".

Les résultats sont vérifiés, et conduisent au deux désignations 13+1, 14 ainsi qu'aux écritures :

13+1=14 ; 13 < 14 ; 14 > 13

• Recherche par les élèves d'autres écritures de 14. Emploi éventuel de cubes pour certains d'entre eux.

Inventaire et justification des résultats dont certains sont reportés sur la boîte 14 : 5+5+4 ; 10+5 ; 13+1.

• De la même façon construction de la boîte 15 comme boîte qui vient juste après 14.

(2) a) Rappel de quelques résultats. Chaque élève ayant son ardoise, par exemple :

- dictée de nombres 15,13,12,11,7
- dictée de formules complètes ou à compléter : 15 > 14 ; 14 . 15 ; 10 + 5 = . ; 14 = . + .

b) Jeu de loto :

• Chaque élève reçoit le polycopié avec les nombres de 2 à 15, (cf. Matériel), ce polycopié est découpé,

.../...

les écritures sont classées et rangées ensuite d'après l'ordre des nombres associés.

Chaque élève reçoit ensuite une carte du loto. Le maître (ou un élève) sort un jeton de la poche, lit le numéro qu'il porte. Les élèves qui le peuvent, placent sur leur carte, le carton portant le nombre lu. Par exemple, le maître a tiré le jeton 6, les élèves doivent placer le carton 6 sur la case 1+5.

Dès que quelques cartes sont remplies le jeu s'arrête. Les enfants qui ont compris le jeu, l'expliquent aux autres. Les résultats sont vérifiés à ce propos.

• Les élèves conservent leurs cartons-nombres et échangent leur carte. Cinq minutes sont laissées aux élèves pour l'observation de leur carte. Une nouvelle partie est reprise et cette fois plus rapidement. A l'issue de cette partie quelques explications complémentaires sont échangées, si nécessaire, entre les élèves, et les résultats sont vérifiés.

(3) a) Les élèves sont répartis en équipes de deux. Chaque équipe reçoit une boîte-nombre (les nombres compris entre 2 et 14).

Dans chaque équipe, les élèves prennent une collection dans leur boîte, y retirent un élément (le décollent, le découpent dans le cas d'un dessin....).

De même, ils prennent une autre collection et y adjoignent un élément.

A l'issue de ces réalisations, les équipes doivent demander successivement et oralement où sont les boîtes convenables pour placer les collections réalisées. A ce sujet, il est demandé aux élèves de ne pas utiliser les noms usuels des boîtes requises, par exemple, ils

.../...

doivent poser leurs questions sous la forme : "qui a la boîte qui vient juste avant sept ?"

Aux réalisations de chaque équipe sont associées au tableau les deux égalités telles que : 7 = 6 + 1 ; 8 = 7 + 1 et un ensemble correspondant, de sept éléments pour l'exemple cité. Les réalisations sont placées dans les boîtes correspondantes.

b) Les équipes échangent leur boîte.

Une activité analogue à la précédente est conduite, mais cette fois (nombres compris entre 3 et 13) les élèves retirent et adjoignent deux objets respectivement à chacune des deux collections qu'ils prennent dans leur boîte. Chaque équipe prépare les égalités associées.

Comme précédemment, les élèves doivent demander les boîtes convenables sans utiliser leur nom usuel, exemple : "on saute une boîte après 7 et on a la boîte que je cherche" ; "qui a la deuxième boîte après sept ?"...

Les réalisations des élèves sont placées dans les boîtes, les égalités écrites au tableau et validées (7 = 5+2 ; 9 = 7+2....)

(4) a) Rappel des résultats étudiés. Les élèves utilisent leur ardoise. Exemple :

• dictée de nombres 15,13,12,7,8,.....
• dictée de formules complétes ou à compléter :

9 < 11 ; 14 > . ; 10 + 2 . 6 + 6 ; 13 . 10 + 5

9 = . ; 14 = . ; 7 + 7 = .

.../..

• Problèmes oraux tels que :

- "J'ai un collier qui a 5 perles jaunes, 5 perles bleues,5 perles rouges, combien y-a-t-il de perles à ce collier ?"

b) Au tableau, le maître écrit :

14	.	10 + 1	13 + 1	.	15
6 + 6	.	12	.	>	12
3 + 3	.	6	.	<	.
15	=				

Les élèves par deux doivent recopier ces données et compléter les écritures à l'aide de > , <, = ou de nombres

• Etude des justifcations : emploi du répertoire, affiché, d'autres résultats, du dessin .....comparaison des procédés de justification.

c) Par équipe de deux, recherche du rangement de trois nombres, du nombre le plus grand au nombre le plus petit.

Exemples :

. 8 ; 7 + 7 ; 15

. 9 ; 11 ; 2 + 5 + 1

(5) Recherche par équipes de deux élèves

" Deux joueurs A et B jouent aux fléchettes. Ils font plusieurs parties. Pour chaque partie, vous entourez le nombre du gagnant"

..../....

	A	B
1°partie	5 + 4 + 3	(9 + 3 + 2)
2°partie	1 + 13 + 3	4 + 7 + 6
3°partie	5 + 5 + 4	7 + 3 + 2
4°partie	3+ 4 + 2 + 6	3 + 8 + 2 + 1

• Etude des résultats des élèves et des justifications

Exercices :

• "Complète par le signe = ou < ou >"

15 . 14 + 1	14 . 15
11 . 5 + 5	15 . 5 + 5 + 5
13 + 1 . 15	10 + 5 . 12 + 1

• "Relie les écritures du même nombre"

10	5 + 5
8 + 1	
15	
	14 + 1
5 + 5 + 5	
	9 + 1

• "Complète"

Juste avant		Juste après
.	8	.
.	13	.
.	6	.

.../...

* Ranger du nombre "le plus grand" au nombre "le plus petit".

- 10 +1 ; 12 ; 14 (76 %)
- 14 ; 4 + 2+ 2 ; 15 (69 %)

* entoure le signe du joueur qui a gagné au jeu de fléchettes.

A	B
4 + 2 + 4 + 4	6 + 3 + 1 + 5 (66 %)

.../...

L'ADDITION

Les leçons concernées

- *Calcul de sommes : sommes inférieures ou égales à 15, répertoire.....p.318*
- *Organisation et emploi du répertoire.....p.356*
- *Problèmes (1) et calcul de sommes (nombres de 2 chiffres).....p.405*
- *Problèmes (2) et calcul de sommes.....p.433*
- *Recherche de termes inconnus d'une somme:...p.444*
- *Utilisation des parenthèses.....p.452*

Les situations et les procédés associés de calcul

Nous retrouverons ici les caractères que nous avons évoqués lors des comparaisons de sommes.

A propos d'un calcul proposé (ex : 8 + 17 + 8) :

. Soit l'élève interprète le problème à l'aide d'une situation où l'action sur les objets conduit à la conclusion.

Exemples :

- Emploi de baguettes et d'une toise
- Emploi d'objets d'une même masse et d'une balance
- Emploi d'un compteur type machine à polycopier.
- Emploi de la monnaie avec une convention sur les règles d'échanges conduisant à avoir le moins de pièces possible, 6 + 17 + 8 correspond à 1 pièce de 10, 3 pièces de 5, 2 pièces de 2, 2 pièces de 1, soit après échange, à 3 pièces de 10, et 1 pièce de 1, donc à 31. L'élève peut conduire sa recherche en manipulant ou dans certains cas en représentant la manipulation.

.../...

• Soit l'élève interprête le problème à l'aide d'une situation où l'action sur les objets ne permet pas de conclure.

• Soit il ne cherche aucune interprétation

Dans ces deux derniers cas, pour conclure, l'élève peut :

Comparer des collections extraites des "boîtes-nombres" (jetons, dessins) puis des réunions de collections.

Ou utiliser l'écriture et un répertoire mémorisé ou affiché. Les procédures sont alors fonction du répertoire (Cf. partie A)

Les premières situations proposées aux élèves dans ce qui suit, sont choisies de manière à fournir des interprétations ultérieures si nécessaire ; et surtout à solliciter les élèves dans l'emploi du modèle mathématique, et leur permettre de l'améliorer par confrontation aux situations, par les justifications qu'ils auront à fournir et qui devront être discutées.

• Les calculs de sommes ont été proposés en liaison avec des problèmes évoquant ou non un matériel, dont une certaine manipulation pourrait permettre d'obtenir une solution. De tels problèmes peuvent être en partie, remplacés par des situations voisines de celles évoquées dans le chapitre "Numération", où les élèves disposent effectivement d'un matériel.

Ainsi, les élèves peuvent avoir une collection d'objets répartis en sous-ensembles constituant une partition ; ils connaissent les écritures usuelles des nombres associés à chaque partie, ils doivent obtenir l'écriture usuelle du nombre d'objets de la collection

.../...

(combien de dizaines, combien d'objets restants).

Exemples : 1. Les élèves par équipes déterminent l'écriture usuelle du nombre d'objets d'une collection que le maître a remise. Les équipes se rassemblent par 2 (ou par 3.....) et doivent déterminer l'écriture usuelle du nombre d'objets de la collection obtenue en réunissant tous les objets. La recherche doit s'effectuer à partir des messages, sans le matériel. Ce dernier peut servir à une vérification.

2. Chaque équipe écrit au tableau son nombre d'objets et doit déterminer le nombre d'objets qu'il y a en réunissant plusieurs collections, la sienne comprise. Ici, chaque équipe conserve son matériel.

• La recherche du terme inconnu d'une somme est proposée ici (nombres de deux chiffres) simultanément avec le calcul de sommes, comme nous l'avons déjà fait pour des raisons de compréhension (Voir Partie A). Là aussi, des situations peuvent être conçues selont les schémas précédents, où il s'agira alors de calculer le nombre d'objets qu'il faut adjoindre à une collection possédée par une équipe A de façon que cette équipe ait autant d'objets qu'une équipe B.

Nous utilisons directement dans ce chapitre des sommes du type 24 + 35 + 11 (qui signifient en réalité pour les élèves 2 (10) 4 + 3 (10) 5 + 1 (10) 1) sans évoquer de sommes de type 5 (8) 3 + 4 (8) 3. L'emploi de telles sommes ne nous a pas paru indispensable pour obtenir la compréhension à la fois du problème et des méthodes associées.

.../...

• Dans l'esprit de ce document, un calcul est toujours conçu comme une opération mentale (comme un calcul mental). L'expression "calcul écrit" ne doit pas laisser supposer qu'il existe en mathématique des procédures autres que les procédures mentales (ainsi par exemple il n'existe pas de procédure mathématique de "comparaison écrite....."). En fait, le "calcul écrit" doit être compris comme un procédé de mise en mémoire, pour se rappeler les résultats intermédiaires (un boulier, un abaque pourraient jouer le même rôle). En particulier un "calcul écrit" ne se conduit pas nécessairement en colonnes, même lorsqu'il correspond à une technique (à une technique de mise en mémoire). Ainsi la technique traditionnelle de l'addition nous apparaît comme un cas particulier de calcul mental. La compréhension de l'addition par l'élève implique celle de la "technique traditionnelle" qu'il peut finir par trouver, mais la capacité de conduire cette "technique traditionnelle" qui a pu être obtenue par apprentissages locaux voisins de conditionnements, n'implique pas nécessairement la compréhension de l'addition.

.../...

CALCUL DE SOMMES
(SOMMES INFÉRIEURES OU ÉGALES À 15)
RÉPERTOIRE

Durée : 3 séquences

Objectifs pour le maître :

• A propos de l'étude de situations, conduire les élèves :

- à exploiter un répertoire mémorisé ou écrit soit pour le calcul de sommes élémentaires, soit inversement pour obtenir deux ou plusieurs termes d'une somme connue.
- à enrichir le répertoire abordé.
- à distinguer les écritures qu'ils peuvent réduire complétement, exemple : 9+3+2+1, des autres, exemple : 10+4+2+1.

Objectifs pour les élèves :

• Conduire le calcul de sommes inférieures ou égales à 15.

• Trouver différentes écritures additives des nombres de 2 à 15.

Antécédents :

• Les nombres de 1 à 14
• Ecriture de nombres sous forme additive
• Egalité à propos de nombres.

.../...

Prolongement :

Donner des écritures équivalentes à des écritures données ("raccoucir" ou "allonger" des écritures) afin de comparer les nombres qu'elles désignent.

Matériel :

(2) Une grande feuille collective comportant le tableau ci-dessous.

15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2

(3) Le polycopié suivant (par exemple) pour chaque équipe d'élèves

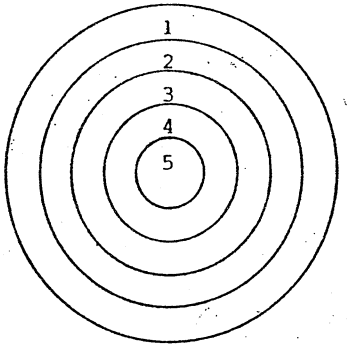
5 + 4 + 3	5 + 5 + 4	10 + 4 + 2 + 1
9 + 3 + 2	1 + 13 + 1	1 + 2 + 10 + 3
4 + 7 + 6	3 + 4 + 2 + 6	2 + 1 + 3 + 2
7 + 3 + 2 +8	3 + 8 + 2 + 1	3 + 4 + 2 + 1

12 feuilles collectives (21 x 29,7) comprenant chacune un des nombres précédents.

.../...

Déroulement :

(1) a) Au tableau figure le dessin d'une cible, que les élèves peuvent reproduire :



• Recherche par équipe de deux élèves.

- "On joue au jeu de fléchettes. Pour gagner un lot, il faut faire exactement 8 points"
- "Comment peut-on y arriver avec 2 fléchettes ?"
- " Comment peut-on y arriver avec 3 fléchettes?"

• Recherche des élèves puis inventaire et justification des résultats (dessin, emploi éventuel du répertoire,....).

Les nouvelles égalités sont écrites sur le répertoire.

b) Avec deux fléchettes

- "Comment obtenir le plus de points possible ?"
- "Comment obtenir le plus de points possible si les deux fléchettes n'atteignent par la même région ?

.../...

- "Que peut-on obtenir si les 2 fléchettes atteignent la même région ?"

Lors de l'inventaire critique, les résultats sont reportés sur le répertoire.

c) Etude éventuelle du même type avec 3 fléchettes

(2) a) • Les élèves sont répartis en équipes A,B,C. La feuille collective est présentée aux élèves. Pour chacun des nombres du tableau, chacune des équipes doit trouver des écritures additives (écritures que l'on a déjà rencontrées ou d'autres). Un concours peut être organisé entre les équipes pour l'obtention du plus grand nombre possible d'écritures.

• Les résultats sont reportés dans les colonnes du tableau. En particulier doivent apparaître les écritures du type a+1, les doubles, les écritures telles que : 10+3 ; 10+5+.....; 5+5+5 ; 3+3+3 ;.....spécifiques à certains nombres.

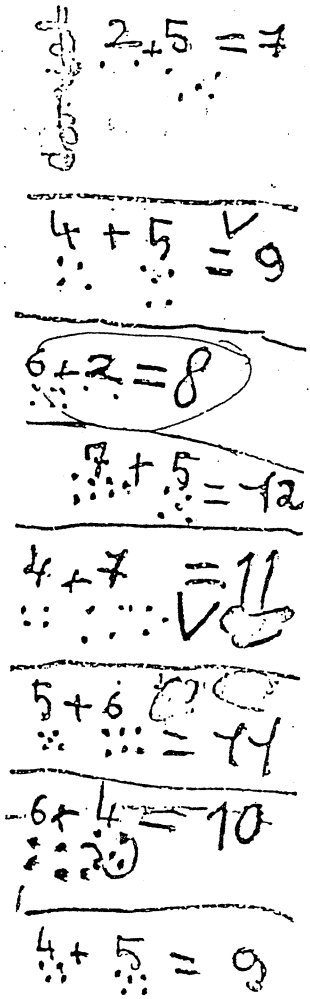
b) • Problèmes. Les élèves doivent fournir une réponse écrite.

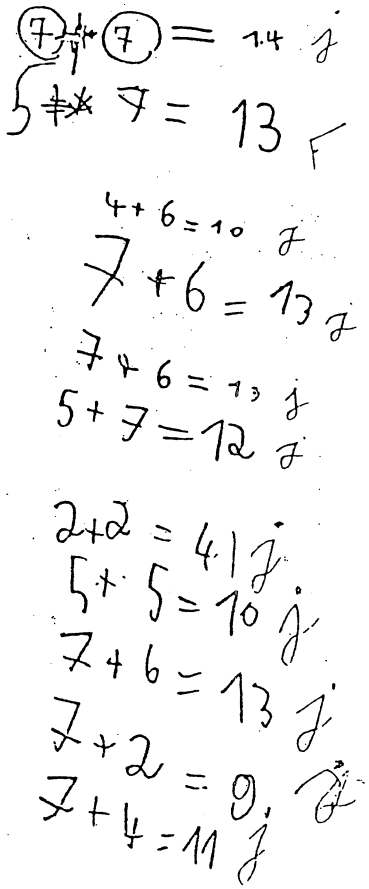
• "Dans un garage, il y a 5 voitures rouges, 3 vélos, 4 voitures bleues, 5 voitures noires. Combien y-a-t-il de voitures dans le garage ?"

• "Armand a donné 4 feutres à Françoise, 3 à Thierry, il lui en reste 5. Combien avait-il de feutres avant qu'il en donne ?"

.../...

• Réalisations d'élèves à propos de (2)





.../...

(3) • Les enfants par équipe de quatre reçoivent le polycopié (cf. Matériel).

"L'autre jour au jeu de fléchettes vous avez comparé les nombres obtenus par deux joueurs. Aujourd'hui, il faut dire si les nombres obtenus sont des nombres que nous connaissons.

Vous découpez les étiquettes et les répartissez entre vous pour les calculs. Vous écrivez les calculs sur l'étiquette. Vous faites ensuite un tas des étiquettes pour les nombres dont on a la boîte et un tas des étiquettes pour les autres nombres."

• Certains résultats sont éventuellement étudiés à l'issue de quelques minutes de recherche afin de préciser les procédés de validation : emploi du répertoire, indication des calculs,.....

• A l'issue des calculs des élèves, les écritures sont étudiées l'une après l'autre, chaque équipe apporte par exemple l'étiquette 3 + 4 + 2 + 1 et précise s'il s'agit d'un nombre dont on a ou non la boîte, le résultat est vérifié en calculant sur l'étiquette collective. Les étiquettes collectives sont réparties en deux tas au fur et à mesure de leur élaboration.

Exercices :

* Avec deux fléchettes un joueur a marqué 6 points. Où les fléchettes ont-elles pu tomber ? Explique avec des égalités (65 %).

.../...

* Avec trois fléchettes, un joueur a marqué 9 points. Où les fléchettes ont-elles pu tomber ? Explique avec des égalités(64%)

Pour ces deux exercices, la cible est(1,2,3,4,5)

* Complète

10 + 1 = . (82 %)

6 = . + 1 (64 %)

14 + . = 15 (65 %)

.../...

LE NOMBRE 18

Durée : 2 séquences

Objectifs pour le maître :

• A propos de la réduction d'écritures additives, présenter 18 comme étant l'écriture usuelle permettant de désigner certaines sommes proposées, après réduction complète (exemple : les élèves peuvent obtenir 10+8 ou 11+7, comme réduction de 1+6+4+5+2, mais ne peuvent aller au-delà).

• Faire constuire la boîte 18 par les élèves.

Objectifs pour les élèves :

• Réaliser, dessiner des collections ayant 18 éléments.

• Dire si une collection a ou non 18 éléments.

• Ecrire, lire 18.

• Justifier si une écriture additive donnée désigne ou non le nombre 18.

• Comparer 18 à 15. Exprimer le résultat à l'aide des signes > ou <.

Antécédents :

• Ecriture de nombres sous forme additive.

• Egalité à propos de nombres

• Les nombres jusqu'à 15

Prolongement:

• Ecriture additive des nombres de 10 à 20 sous la forme 10 +.

.../...

Matériel :

(1) • Une feuille par équipe de 3 ou 4 élèves, sur laquelle figure une écriture additive. Les désignations remises aux équipes sont éventuellement différentes, certaines concernant le nombre 18, d'autres concernant un nombre connu : 15

Exemples :

1 + 6 + 4 + 5 + 2 pour 1 équipe
2 + 8 + 2 + 4 + 2 pour 1 équipe
5 + 2 + 3 + 3 + 5 pour 2 équipes
3 + 5 + 2 + 4 + 1 pour 2 équipes
3 + 4 + 2 + 4 + 1 pour 2 équipes
3 + 4 + 3 + 7 + 1 pour 2 équipes

• Une boîte pour le nombre 18

(2) • Par équipe de 2, une feuille où figurent 2 écritures additives telles que que celles obtenues à l'issue des réductions de l'activité (1) par exemple :

10 + 8	11 + 7	10 + 8	12 + 6	11 + 7	12 + 6

Trois types de feuilles sont ainsi utilisés dans la classe.

Déroulement :

(1) • Les élèves sont répartis en équipes de 3 ou 4 élèves. A chaque équipe est remise une feuille comportant une écriture additive (Cf. Matériel). Chaque équipe doit conduire la réduction de la manière suivante : successivement chacun des élèves recopie le message en remplaçant deux termes par leur somme.

.../...

Exemple :

1 + 6 + 4 + 5 + 2 peut être recopié
1 + 10 + 5 + 2 qui a son tour peut être recopié
1 + 10 + 7 ..... " " " " " " "

Tous les calculs n'aboutissent pas, "nous, on n'a pas pu terminer, on ne connaît pas ce nombre disent par exemple certains élèves qui aboutissent à 10 + 8, tandis que les autres arrivent à l'écriture usuelle (15) à propos de leur message.

Pour l'un des messages (par exemple le premier ci-dessus) le maître introduit l'écriture usuelle 18, et la lecture de ce nombre. Il demande aux élèves qui n'ont pu aboutir si cette écriture convient à leur message. Ce qui revient pour ces élèves à vérifier si leur désignation (par exemple : 11 + 7, 10 + 8, 8 + 7) correspond ou non au même nombre 18.

Cette vérification est faite avec des représentations ou du matériel si nécessaire.

Des ensembles de 18 éléments sont représentés et la boîte 18 munie de quelques écritures de 18 est constituée.

(2) • Les élèves sont par équipes de deux. Chacune des équipes reçoit une feuille avec des écritures additives (Cf. Matériel).

Les élèves doivent comparer les nombres écrits et être capables de justifier leur comparaison sans matériel :

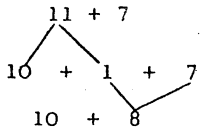
- soit ils dessinent et expliquent
- soit ils donnent des justifications orales ;

par exemple pour 11 + 7 : "tu enlèves 1 à 11, ça fait 10, tu l'ajoutes à 7 et ça fait 8"

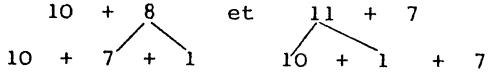
.../..

- soit ils justifient à partir des écritures, par exemple :

* ils transforment 11 + 7 en 10 + 8 :



* où ils transforment 10 + 8 et 11 + 7 en somme de trois nombres



• Etude des propositions d'élèves et des justifications. Les conclusions sont écrites sur le répertoire :

11 + 7 = 12 + 6
10 + 8 = 11 + 7
10 + 8 = 12 + 6

Les collections éventuellement dessinées vont dans la même boîte qui est la boite 18.

• Par deux, les élèves représentent une collection de 18 jetons et donnent dans chaque équipe une écriture de 18 qui correspond à une partition de leur collection.

Exemples:

5 + 5 + 5 + 3
10 + 8
6 + 6 + 6

.../...

. Exercices:

- dessiner un ensemble de 18 croix
- dessiner un ensemble de 15 jetons
- comparer les deux nombres

18 . 15

. "Avec une égalité indiquer combien 18 a de plus que 15 ?"

.../...

LES NOMBRES ENTRE 15 ET 18

Durée : 1 séquence

Objectifs pour le maître :

Proposer aux élèves la recherche de nombre entre 15 et 18. Donner aux élèves la désignation usuelle de ces nombres.

Objectifs pour les élèves :

. Réaliser, dessiner des collections ayant 16 ou 17 éléments.

. Donner sous la forme usuelle le nombre d'objets d'une collection ayant 18 ou moins de 18 éléments.

. Ecrire, lire 16, 17.

. Placer 16, 17 par rapport aux nombres déjà rencontrés.

Antécédents :

. Les nombres jusqu'à 15.

. Le nombre 18

Prolongement :

. Le nombre 19.

.../...

Matériel :

Par élève un polycopié tel que :



• Dessine les collections correspondant aux nombres écrits.

• Dessine uneou des collections qui ont entre 15 et 18 objets. Trouve un nom pour le nombre de chaque collection.

• Deux boîtes, une pour 16, une pour 17.

Déroulement :

• Recherche individuelle

Chaque élève reçoit le polycopié (Cf. Matériel). La consigne est lue avec l'aide du maître. Les élèves répondent à la consigne.

• Activités par équipe

Les élèves sont répartis en équipes. Les feuilles sont ramassées et redistribuées à d'autres élèves. Chacune des équipes doit choisir une feuille dont la réalisation lui paraît satisfaisante et expliquer son choix :

.../...

les élèves éliminent les feuilles dont les collections ont moins de 15 ou plus de 18 objets. Les feuilles choisies ont soit une seule collection (de nombre 16 ou 17), soit deux collections (une de nombre 16 et unede nombre 17).

Les équipes proposent successivement la feuille choisie. Les écritures des nombres considérés sont reportées au tableau : 10 + 6 ; 10 + 7 ; 15 + 2 ; 15 + 1 ; 16 ; 17.

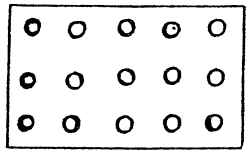
Les élèves classent ces écritures en mettant ensemble celles qui correspondent au même nombre et valident ce classement soit par manipulation ou explication orale ; ainsi deux nouvelles boîtes sont construites, désignées et rangées.

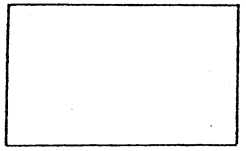
Lecture, écriture de 16, de 17 par les élèves.

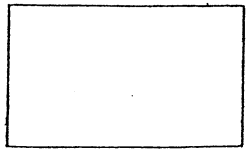
Exercice :

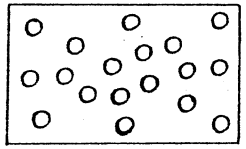
• Complète ce qui suit en :
- écrivant les nombres qui manquent,
- dessinant les collections.

• Range les nombres


(95 %)


15 + 2 (86 %)


15 + 1 (83 %)


(98 %)

.../...

ATELIER 4

Les nombres :

1. Les dominos : jeu concernant tous les nombres étudiés, et les types d'écritures étudiés. Enrichissement du jeu mis en place dans Atelier 3.

2. Loto avec les nombres rencontrés. Emploi d'écritures usuelles et additives (Cf. leçon "les nombres de 1 à 15").

3. Jeu de l'intrus : trouver un nombre qui ne convient pas dans une suite donnée.

4. Jeu de bataille : les cartes sont du même type que les cases des dominos considérés dans le jeu 1 ci-dessus (écritures usuelles et additives, dessins de collections).

L'addition :

- Calculatrices - Activités du type de celles conduites dans "Atelier 2" mais avec les nombres récemment étudiés.

- Ecritures à l'aide de cartes (Cf. Atelier 3). Adjonction du signe [>] et de nouvelles cartes-nombres. Ici l'élève peut recevoir une partie du lot, ex : +,+,3,8,12, il doit rechercher plusieurs nombres que l'on peut écrire en utilisant une fois au plus chaque signe, puis ranger les nombres obtenus. (Dès qu'un nombre est trouvé, il est écrit et les cartes sont à nouveau disponibles).

Organisation de l'espace :

- Tangram (voir ci-après)

.../...

Tangram

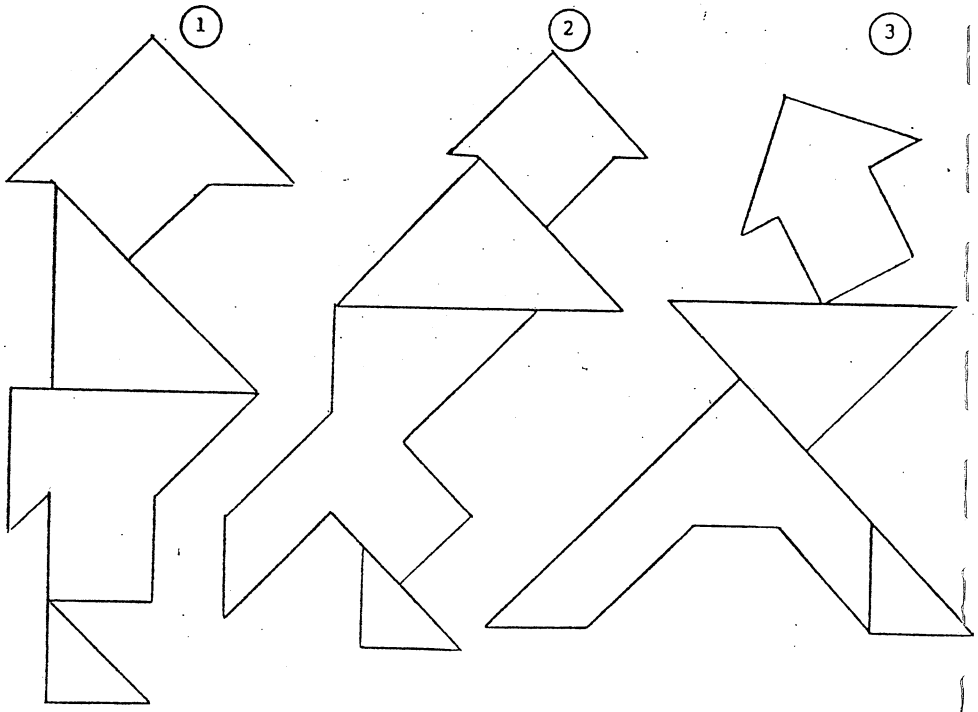
Matériel :

1. Les 7 pièces du tangram

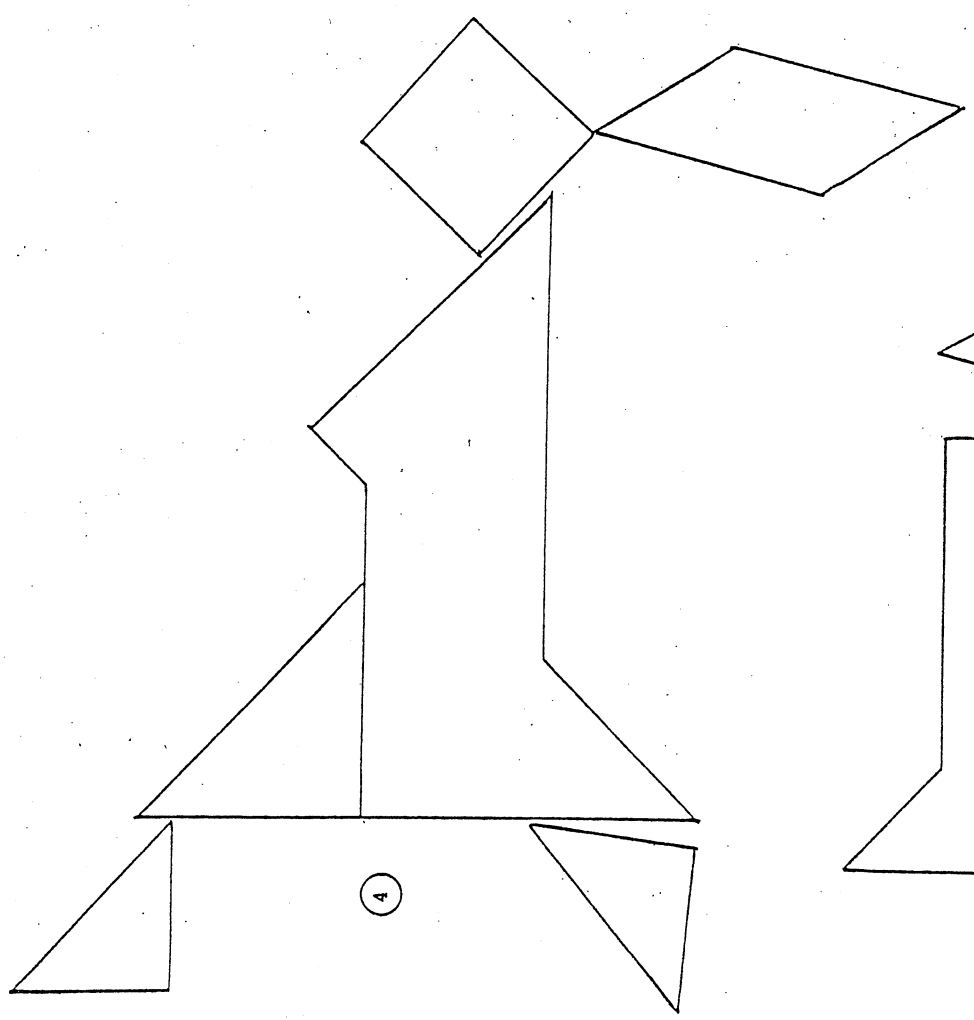
2. Plusieurs silhouettes avec certaines pièces déjà représentées. Exemples : les silhouettes (1), (2), (3) en dessins réduits (voir ci-dessous), les silhouettes (4) (5) en vraie grandeur (voir page suivante)

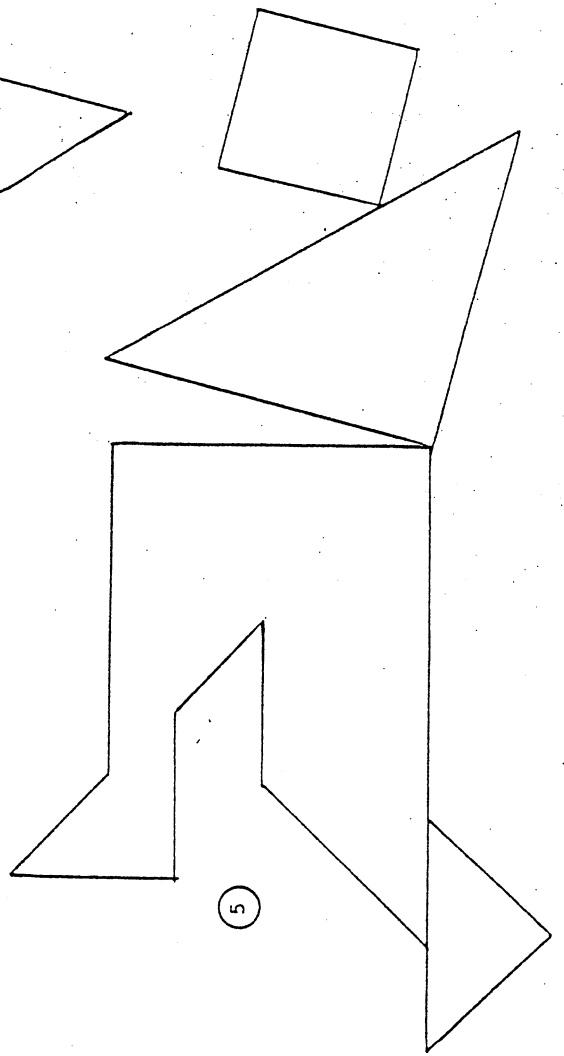
Activités :

A l'aide des sept pièces, l'élève doit reproduire une silhouette qu'il choisit, puis il dessine sur le modèle choisi chac une des pièces. A l'issue de cette réalisation, l'élève prend une seconde silhouette .....etc....



.../...


4


5

.../...

LE NOMBRE 19

Durée : 1 séquence

Objectifs pour le maître :

• Introduire le nombre 19 en utilisant les règles de la numération parlée qui sont en accord avec celles de la numération écrite pour certains nombres déjà rencontrés : 17, 18.

Objectifs pour les élèves :

• Donner les écritures qui expliquent pourquoi on lit : "dix-sept", "dix-huit", "dix-neuf".

• Réaliser, dessiner des collections ayant 19 éléments.

• Dire si une collection a ou non 19 éléments.

• Ecrire, lire 19.

• Placer 19 par rapport aux nombres déjà rencontrés (nombres inférieurs).

Antécédent :

• Les nombres jusqu'à 18.

Prolongement :

• Le nombre 20.

Matériel :

• Par équipe de 4 élèves
  - une trentaine de cubes
  - une centaine de jetons
  - une boîte pour le nombre 19.

.../...

Déroulement :

• Activités de révision :

Chaque élève sur l'ardoise :

1. Ecrit les nombres dictés par le maître
   15,18,9,16,17.....
2. Ecrit le nombre d'objets de collections que le maître dessine au tableau (18,14,.....).
3. Complète des égalités, des inégalités :

Exemple : 8 = . ; 12 = .
16 > . ; 15 < .

• Présentation de 19

Les questions suivantes sont proposées successivement aux élèves.

- "Quels sont les deux mots que l'on entend dans "dix-sept"?"
- "Avec 10, 7, 17, +, =, écrivez une égalité vraie"
- "nous avons :

dix-sept
17 = 10 + 7

Cette égalité "dix-sept égale dix plus sept" explique pourquoi on lit dix-sept. Trouvez l'égalité qui explique pourquoi on lit dix-huit"

- "Connaissez-vous un autre nombre ou l'on entend dix en lisant ?"
- "Trouvez l'égalité qui explique pourquoi on lit dix-neuf"

dix-neuf
19 = 10 + 9

.../...

• La boîte 19

Les élèves sont répartis par équipe de 4, ils reçoivent des cubes et des jetons. Chaque équipe doit réaliser un ensemble de 19 cubes, un ensemble de 19 jetons, et trouver une écriture de 19 différente de celles rencontrées (19,10 + 9).

Les réalisations sont rassemblées dans la boîte 19. Les écritures sont reportées au tableau et justifiées, certaines d'entre elles sont écrites sur la boîte, exemple :

10 + 9
18 + 1
15 + 4

• Collectivement

- "Comment placer la boîte 19 parmi celles déjà rencontrées ? Pourquoi ?"

Les élèves doivent préciser : "19 vient juste après 18, parce que 18 + 1 = 19".

Etude de quelques comparaisons telles que :

19 . 7

- "Avec une égalité indiquer combien 19 a de plus que 17".

.../...

Exercices :

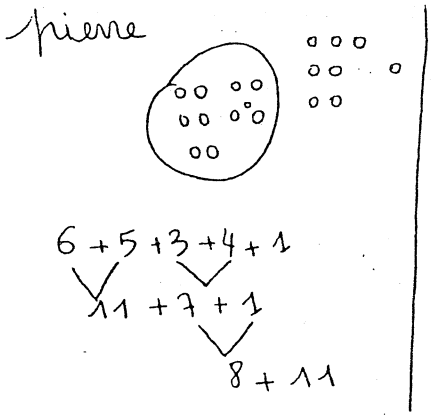
* • Dessiner une collection de 19 cubes (78%)
* • Complète (74%)

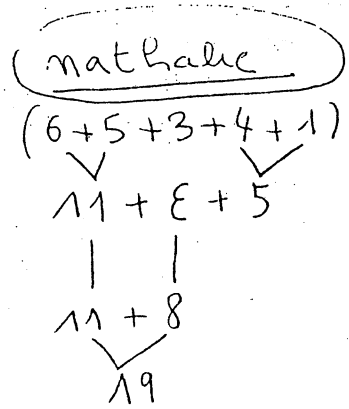
19 = . + .
19 > 8 + . + .

• Trouve une écriture plus courte pour

6 + 5 + 3 + 4 + 1

Exemples de réalisations d'élèves





LES NOMBRES DE 0 A 19
COMPARAISON

Durée : 2 séquences

Objectifs pour le maître :

• Proposer aux élèves :

1. Des situations leur permettant d'investir leurs connaissances quant à la somme et la comparaison de nombres connus.
2. Des questions concernant la suite des nombres les conduisant à exploiter les aspects cardinal et ordinal.

Objectifs pour les élèves :

• A propos de nombres inférieurs ou égaux à 19.
- trouver un nombre entre 2 nombres donnés
- donner un nombre venant avant, après un nombre donné.
- ranger trois nombres écrits éventuellement sous forme additive.

Antécédent :

• Les nombres jusqu'à 19

Prolongement :

• La suite des nombres, écriture usuelle

Matériel :

Par équipe de 2 ou 3 élèves : 28 cubes de même dimension et dans 4 couleurs différentes, (7rouges, 7 bleus...).

../...

Déroulement :

① • Activités de révision

Chaque élève sur l'ardoise :

1. Ecrit les nombres dictés par le maître
   13,17,16,4,19,.....
2. Ecrit les nombres d'objets de collections que le maître dessine au tableau (19,12,.....) en constellations.
3. Complète des égalités, des inégalités telles que :

   3 + 2 =

   15 > .

   17 < . + .

• Activités par équipes

Les élèves sont répartis par équipes. Le maître lit le problème suivant :

- "Des trains sont en gare. Le premier train a 3 wagons de première classe, 4 wagons de marchandise, 7 wagons de deuxième classe. A côté, il y a un second train, moins long que le premier, qui n'a que 2 sortes de wagons : des wagons de première classe, des wagons de deuxième classe. Combien le second train peut-il avoir de wagons de chaque sorte ?"

Lors d'une lecture, Le maître invite les élèves à noter des renseignements pour se rappeler le problème. Un ou deux élèves répètent le problème.

Les élèves qui le désirent peuvent prendre des cubes sur le bureau pour représenter les wagons.

Recherche par les élèves, puis inventaire des différentes possibilités trouvées.

Les réponses données par les enfants sont du type : "il y a 4 wagons de première classe, et 8 de seconde classe". Tous les couples ainsi trouvés (par exemple (4,8)) sont solutions de : 3 + 4 + 7 > . + . Il est à remarquer cependant, que dans cette première écriture, chacun des . ne représente pas nécessairement le même nombre.

.../...

Les justifications sont conduites à l'aide du matériel, de dessins, de l'écriture (répertoire).

Dans un second temps, il est demandé aux élèves de compléter une égalité ou une inégalité, de trouver un problème correspondant. Exemples :

3 + 4 + 7 + 5 = 5 + ..

. + . < 7 + 10 + 2

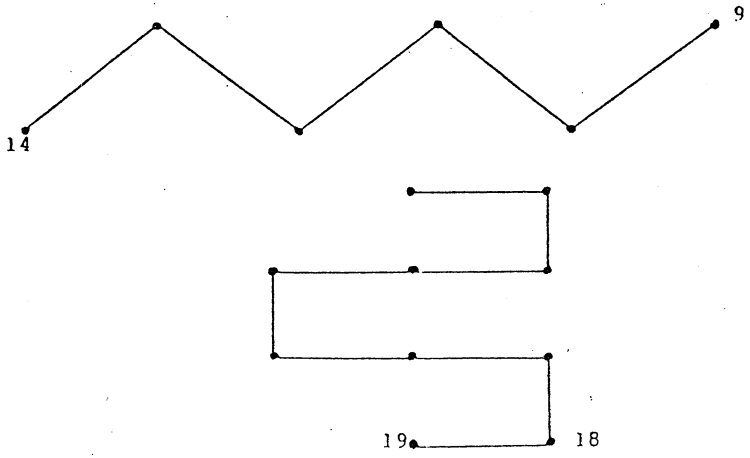
. + . + 4 < 3 + 5 + 8

Etude des propositions des élèves, de leurs justifications.

(2) • La suite des nombres

Les exercices suivants sont proposés individuellement, ils sont suivis successivement d'une étude de quelques propositions d'élèves, les erreurs sont examinées et analysées.

1. Les élèves recopient les dessins ci-dessous reproduits au tableau, les complétent, les prolongent s'ils le désirent.



2. Oralement ou par écrit , les élèves complétent des tableaux tels que :

Avant		Après
-	10	-
-	18	-
-	7	-
-	16	-

Avant		Après
14	-	17
8	-	10
18	-	19

3. Les élèves rangent des nombres proposés :

Exemple : 10 + 8, 5 + 5 + 5, 19

13 + 1 , 6 + 6 , 10 + 6

10 + 5 , 3 + 3 + 3 , 17 , 10 + 4

.../...

LE NOMBRE 20

Durée : 2 séquences

Objectifs pour le maître :

- Introduire le nombre 20 comme étant le "nombre qu'il faut ajouter à 5 pour obtenir 25".

Objectifs pour les élèves :

- Réaliser, dessiner des collections ayant 20 éléments.
- Dire si une collection a ou non 20 éléments.
- Ecrire, lire 20.
- Comparer 20 à 19, à 25 ; ranger 25,19,20
- Compléter 25 = 5 + .
  20 = 1 + .

Antécédents :

- Les nombres jusqu'à 19
- Le nombre 25.

Prolongement :

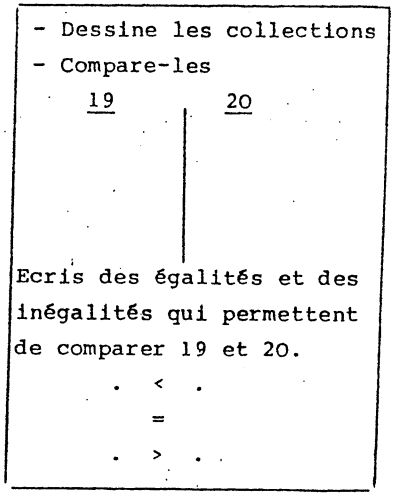
- Ecritures de 20.

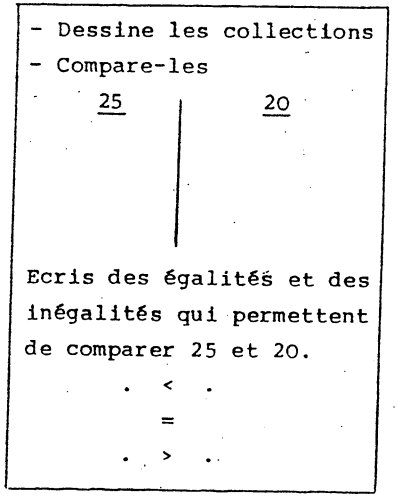
Matériel :

(1) Une boîte pour le nombre 20

(2) Pour chaque équipe de 2 élèves, les 2 polycopiés suivants :

.../...





Déroulement :

(1) • Collectivement - Rappels à propos du nombre 25.

- Le nombre d'élève de la classe
- D'autres écritures de ce nombre :

- celle vue pour la première fois : 12+13 ; au tableau est représentée la partition associée de la classe en 2 groupes (les groupes "musique").

- celles qui correspondent à la partition de la classe en rangées, à la partition de la collection de classeurs en tas.....

Aux élèves répartis en équipes de 2, il est demandé de compléter l'égalité :

25 = 5 + .

et de pouvoir justifier la réponse.

Puis, sont étudiées les propositions des élèves et leurs justifications, exemples :

25 = 12 + 13

25 = 5 + 7 + 13

25 = 5 + 20

.../....

• Eventuellement 25 = 5 + 20 justifiée peut être par "dans vingt-cinq, on entend "vingt" et "cinq".

Au cas où elle n'apparaît pas, l'écriture 20 est introduite par le maître dans l'égalité 25 = 5 + 20.

La boîte 20

Aux élèves, il est demandé de représenter une collection de 20 objets, de faire des paquets (une partition) pour voir rapidement qu'il y a 20 objets, puis de donner une écriture correspondante de 20.

Les réalisations sont rassemblées dans la boîte 20.

Les écritures sont reportées au tableau et justifiées, certaines d'entre elles sont écrites sur la boîte, exemples : 10 + 10

5 + 5 + 5 + 5

6 + 6 + 6 + 2

(2) Les élèves sont répartis par équipes. Un polycopié concernant 19 et 20 est remis à chacune des équipes. Les consignes sont lues avec l'aide du maître. Dans chacune des équipes, un élève dessine une collection de 19 objets, un autre une collection de 20 objets.

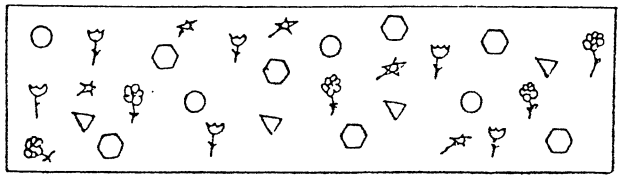
Les conclusions concernant les comparaisons sont écrites. Quelques-unes des réalisations des élèves sont étudiées, puis le second polycopié est remis aux élèves pour une étude analogue.

- "Comment allons-nous placer la boîte 20 parmi celles que nous avons déjà ?"
- "Juste après 19, pourquoi ?"
- "Avant 25, pourquoi ?"

Exercices :

* Dessine un ensemble de 20 objet s (86 %)

Montre un ensemble de 20 objets



* Ecris le nombre 20 d'une autre façon (74 %)

20 =

* Complète :

19 + . = 20 (90 %)
27 + . = 20 (79 %)
19 + . = 20 (92 %)
27 = 20 + . (71 %)

.../...

PAVAGES

Durée : 3 séquences

Objectifs pour le maître

• Faire construire à partir de pièces carrées de même dimensions les divers assemblages répondant à un même ensemble de contraintes (Polyminos).

• Faire dessiner sur un quadrillage les assemblages obtenus, afin de réaliser un inventaire par exemple.

• Proposer la recherche de pavages à l'aide d'un type d'assemblages obtenus.

Objectifs pour les élèves

• Construire et dessiner sur quadrillage un "polymino" donné.

• Reconnaître si deux pièces données sont "distinctes" ou non. (Deux pièces sont distinctes si elles ne sont superposables ni par glissement, ni par retournement).

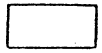
• Réaliser un pavage à partir de certaines pièces imposées, toutes superposables.

• Reproduire sur un quadrillage un pavage donné à l'aide de pièces et réciproquement.

Matériel :

Les polyminos sont des assemblages de deux, trois, quatre, cinq,... pièces carrées de mêmes dimensions, tels que deux pièces voisines se touchent le long d'un côté, il y a :

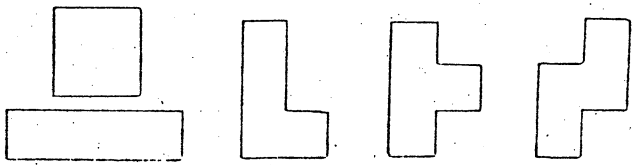
un domino



deux triminos



cinq tétraminos



.../...

(1) • Pour chaque équipe de 2 élèves

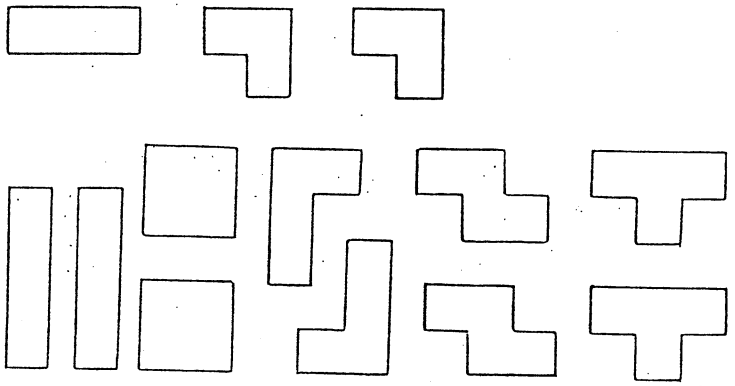
• Une feuille de papier quadrillée 1 x 1 format 20x28 quatre pièces carrées de mêmes dimensions 1x1

(2) • Par élève

• Une feuille de papier blanc format 10 x 14 sur laquelle un carré 3 x 3 et un carré 4 x 4 sont dessinés.

• Des triminos, des tétraminos à base de carrés 1 x 1 à découper dans de la cartonnette (polycopiés)

Exemple

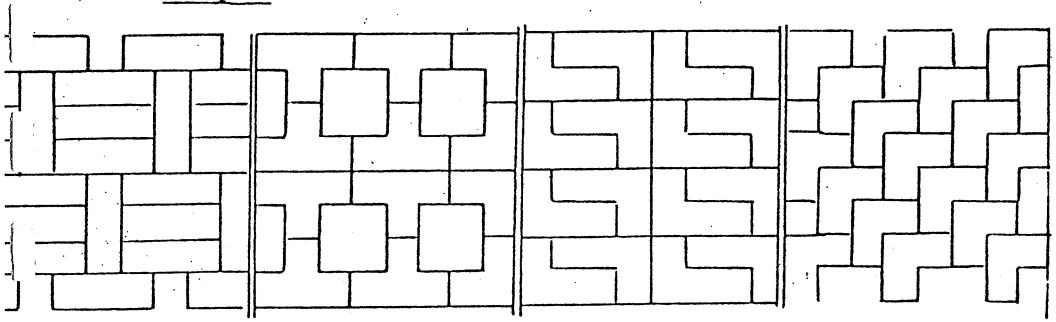


Une demi-feuille quadrillée 1 x 1

③ • Pour chaque équipe de 4 élèves

• Le dessin d'un pavage obtenu à partir de polyminos. Plusieurs types de pavages sont utilisés simultanément dans la classe.

Exemples :



• Une vingtaine de pièces dans deux couleurs (dix bleues, dix jaunes, par exemple) et ceci pour chacune des catégories concernées par le pavage.

Déroulement :

① • Les enfants sont par groupes de 2. Chaque groupe dispose de 4 pièces carrées et d'une feuille de papier quadrillée (quadrillage 1 x 1). Le maître demande à chaque équipe de trouver des assemblages de 2 carrés, se touchant d'un côté. Un seul assemblage est possible : le domino. Un élève d'un groupe dessine la figure obtenue sur la feuille quadrillée, à partir de carreaux 1 sur 1 ; une rapide confrontation de quelques feuilles montre que le domino peut être disposé de 2 façons sur la feuille. Le second élève du groupe dessine alors le domino dans l'autre position.

Les mêmes consignes sont données pour les assemblages de trois carrés (puis 4 carrés) tels que 2 carrés voisins se touchent le long d'un côté.

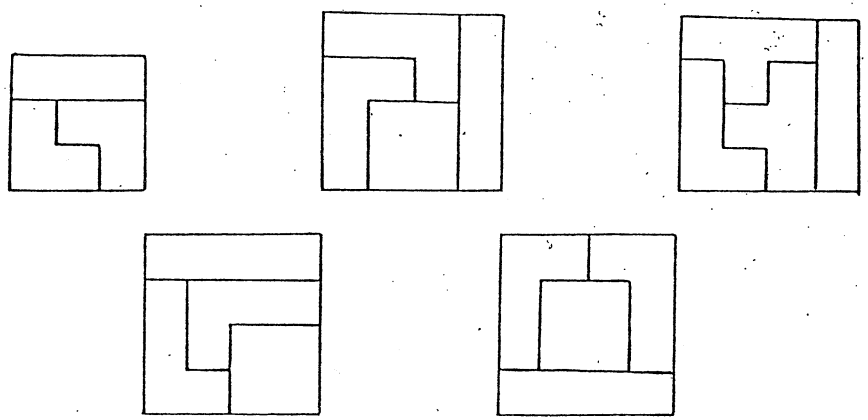
.../...

Les différentes figures obtenues (2 triminos et 5 tétraminos) sont dessinées dans diverses positions sur la feuille quadrillée, à partir de carreaux de 1 sur 1

② • Chaque élève reçoit une demi-feuille de papier quadrillé 1 x 1, (feuille de 10 x 14) avec 2 carrés (3 x 3 ; 4 x 4) dessinés. Les enfants sont invités à recouvrir le carré 3 x 3 à l'aide de triminos, et le carré 4 x 4 à l'aide de tétraminos. Dès qu'un enfant trouve une disposition, il la dessine sur sa feuille quadrillée, puis cherche une autre disposition....

Après un moment de recherche, les enfants découpent les carrés dessinés sur la feuille quadrillée. Ils se mettent par 4 pour classer ces découpages. Ils mettent ensemble les dispositions "pareilles". Un inventaire des différentes dispositions est réalisé enfin au niveau de la classe : les dispositions sont examinées successivement et regroupées, chaque disposition nouvelle fait l'objet d'un dessin par un élève au tableau quadrillé.

Exemples :



.../...

(3) . Les enfants sont par groupes de quatre. Chaque groupe reçoit un pavage différent à partir de polyminos. Il dispose des pièces correspondantes en vrac, les enfants doivent reconstituer à l'aide de leurs pièces le pavage proposé. Puis à l'aide des mêmes pièces, ils doivent imaginer un autre pavage et le représenter.

ECRITURES DE 20
COMPARAISON DE NOMBRES ÉCRITS SOUS FORME ADDITIVE (3)

Durée : 2 séquences

Objectifs pour le maître :

Proposer aux élèves la vérification d'égalités de sommes déjà obtenues en utilisant uniquement l'écriture. Pour faire apparaître les mêmes termes dans chacun des membres de l'égalité les élèves peuvent :

- soit calculer des sommes partielles dans les membres.

Exemples :

7 + 7 + 6 = 14 + 6 = 14 + 6

8 + 6 + 4 + 2 = 10 + 6 + 4 = 14 + 6

- soit allonger des écritures additives pour éventuellement calculer des sommes partielles ensuite.

Exemples :

10 + 10 = 11 + 9 car
10 + 10 = 10 + 1 + 9
= 10 + 10

Proposer aux élèves une situation relative à l'emploi de la monnaie où ils auront à :

- exploiter des conventions concernant la valeur dans les échanges.
- réaliser des comparaisons de sommes

.../...

Objectifs pour les élèves :

• A propos de nombres inférieurs ou égaux à 20, prouver à l'aide de l'écriture qu'une égalité est vraie ou fausse.

Antécédents :

• Les nombres jusqu'à 20.
• Ecritures de nombres sous forme additive.
• Comparaison de nombres écrits sous forme additive.
• Constitution d'un répertoire (au cours des activités).

Prolongements :

• Elaboration de la table d'addition
• Elaboration d'une technique opératoire de l'addition.

Matériel :

(1) • Le répertoire élaboré au cours des leçons antérieures, le répertoire affiché.
• Par équipe de 2 ou 3 élèves : feutres et grandes feuilles de papier sur lesquelles les calculs seront écrits et par la suite observés collectivement.

(2) • Pour la classe :
30 pièces de 1F
6 pièces de 5F
3 pièces de 10F.
Une quinzaine d'objets avec les prix affichés.

.../...

Exemples :

1ère partie :

un ensemble de feutre : 10 F
un livre : 20 F
un ensemble de cahiers : 15 F
une boîte de punaises : 4 F
un vase : 9 F
un classeur : 6 F
un tube de colle : 8 F

2ème partie :

une boîte de fruits au sirop : 18 F
un livre : 17 F
un réveil : 19 F
un ours : 11 F
un jeu de carte : 13 F
un ensemble de feutres : 14 F
une tirelire : 16 F
un ensemble de protège-cahiers : 8 F

Déroulement :

• Inventaire des écritures de 20 obtenues :
- "Quelles sont les écritures additives du nombre 20 que nous avons trouvées ?"
10 + 10 ; 7 + 7 + 6 ; 14 + 6
5 + 5 + 5 + 5 ; 11 + 9 ; 6 + 6 + 6 + 2

• Recherche individuelle
-"Il faut montrer par l'écriture - et non plus par le dessin - que : 7 + 7 + 6 = 14 + 6. Il faut montrer sur votre feuille comment vous faîtes".

Après l'étude de quelques propositions d'enfants l'exercice est repris à propos de : 10 + 10 = 11 + 9

.../...

• Recherche par équipes de 2 ou 3 élèves

Les équipes reçoivent les grandes feuilles, les feutres.

- "En utilisant des justifications écrites comme tout à l'heure, écrire : V ou F pour chacune des égalités suivantes :

14 + 6 = 11 + 9

5 + 5 + 5 + 5 = 14 + 6

7 + 7 + 6 = 5 + 5 + 5

7 + 7 + 6 = 11 + 9

Il faut vérifier le plus possible d'égalités".

Etude des justifications de chacune des équipes.

(2) • Des pièces de monnaie sont présentées aux élèves. Les nombres qu'elles portent font l'objet d'un rapide commentaire.

Les élèves sont répartis en trois équipes A,B,C. Ces équipes reçoivent respectivement les pièces de 1 F, de 5 F, de 10 F. Dans chaque équipe les élèves sont par deux.

1ère partie : Les objets sont disposés devant les élèves. "Vous allez acheter des objets parmi ceux qui sont là, et payer avec les pièces que vous avez. Par deux, vous décidez la commande d'un ou de deux objets. Vous préparez la somme qui correspond exactement aux prix des objets que vous désirez.

Si ce que vous désirez est déjà pris, vous préparez l'argent pour une autre commande."

Des élèves peuvent jouer le rôle de vendeurs. Les objets vendus sont inscrits au tableau au fur et à mesure, les pièces données correspondantes sont représentées par les élèves ; ceux-ci écrivent de même une égalité qui correspond à leur paiement.

Exemple : 15 = 5 + 5 + 5 ; 8 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1

.../...

A l'issue de quelques achats, les élèves peuvent se rendre compte qu'à moins de "faire de la monnaie", les équipes B, C n'ont acheté ou ne peuvent acheter que certains objets (objets à 10, à 15 F, à 20 F).

2ème partie : D'autres objets sont proposés aux élèves, ceux-ci sont ici invités à faire des échanges entre eux avec leurs pièces pour pouvoir acheter. L'activité se déroule alors comme précédemment.

A l'issue des achats, une discussion est conduite afin de déterminer s'il était possible de payer ceux-ci de façon différente. Les élèves peuvent s'aider des représentations des pièces associées aux achats au fur et à mesure. Chaque possibilité est exprimée à l'aide de l'égalité correspondante.

Exercice :

• Vérifie par l'écriture si les égalités suivantes sont vraies ou fausses. Indique par V ou F.

7 + 7 + 6 = 7 + 10 + 3

5 + 5 + 5 + 5 = 11 + 7

6 + 14 = 5 + 5 + 7 + 3

Exercice :

* Il faut payer avec le moins de pièces possible. Dessine les pièces. Ecris l'égalité correspondante.

8	(66 %)
17	(49 %)
13	(62 %)
15	(68 %)

.../...

ORGANISATION ET EMPLOI DU RÉPERTOIRE

Durée : 3 séquences

Objectifs pour le maître :

La liste des égalités constitue un répertoire qui évite les manipulations ou représentations lors de la réduction de sommes. Certaines des égalités sont peu utilisées, exemple : 7 + 8 + 3 + 6 = 24, et de plus elles peuvent être retrouvées à l'aide d'autres égalités déjà présentes, exemples pour le cas ci-dessus : 7 + 8 = 15, 6 + 3 = 9 ; 9 + 15 = 24.

Un objectif des activités est alors de conduire les élèves :

1. A construire de nouvelles égalités à partir de celles déjà obtenues, exemple :
A partir de l'égalité a : 7 + 8 = 9 + 6, l'élève peut proposer l'égalité b : 7 + 8 + 2 = 9 + 6 + 2 ou inversement il peut proposer a, à partir de b.

Dans ce cas, l'enfant utilise implicitement une propriété qui sous sa forme générale s'exprime par : a = b ⇔ a + c = b + c pour tout c.

2. A supprimer du répertoire les égalités qui peuvent être obtenues à partir d'autres égalités plus "courtes" déjà écrites, et ainsi à ne retenir que les égalités du type a + b = c.

Un second objectif est d'organiser les égalités restantes afin de pouvoir retrouver rapidement un résultat (disposition en table à double entrée).

.../...

Objectifs pour l'élève :

- Trouver la somme de deux nombres dans une table à double entrée.
- Compléter une table à double entrée à propos de l'addition.

Exemple :

+	8	4	6
4			
5			

Antécédent :

- Egalité à propos de nombres. Constitution et emploi d'un répertoire d'égalités.

Prolongement :

- Calcul de sommes (nombres de 2 chiffres)

Matériel :

- Une grande bande de papier par équipe
- Le répertoire collectif déjà mis en place.

Déroulement :

(1) Les élèves sont par équipes de trois. Le répertoire est affiché. Le maître instaure un concours de découverte entre les équipes. Chacune des équipes sur une grande feuille cherche de nouvelles égalités, le plus possible :"à partir d'égalités affichées dans le répertoire, essayez d'en trouver d'autres qui sont vraies".

A l'issue d'un temps de recherche les propositions des élèves et leurs justifications sont étudiées. Utilisation de collections ou du répertoire.

.../..

L'activité est reprise. Les élèves peuvent se rendre compte qu'à partir d'une égalité reconnue vraie, il est possible d'en fournir rapidement d'autres en n'utilisant que l'écriture.

On peut convenir au cours des exposés qu'une équipe qui propose une égalité et qui prouve qu'elle est vraie gagne un point, tandis qu'une équipe qui prouve qu'une égalité avancée par une autre équipe est fausse, rapporte 2 points.

(2) . Le maître montre dans le répertoire une égalité qui peut être retrouvée à l'aide d'égalités déjà écrites. Par exemple, dans le répertoire figurent simultanément :

a. 5 + 3 = 8
b. 5 + 4 + 3 = 12
c. 8 + 4 = 12

b.peut être retrouvée à l'aide de a et c, alors le maître l'enlève du répertoire.

Par équipe de deux, les élèves recherchent les égalités "superflues". Les propositions de suppression sont justifiées par les élèves.

Les égalités fondamentales (du type a+b = c) restent cependant abondantes. Les enfants les organisent en un "dictionnaire" collectif. Des propositions sont faites ; regrouper sur une même page toutes les formules de type 3 + . = ., sur une autre page les formules de type . + 5 = . etc. ..., sur une autre . + 2 = . etc.... une des propositions est adoptée. Chaque équipe de 2 construit sur une feuille une page du dictionnaire, les pages ainsi constituées sont rassemblées puis ordonnées collectivement . Les pages manquantes sont indiquées et l'ordre des formules de chaque page est vérifiée ; le

.../...

dictionnaire ainsi construit permet de retrouver plus facilement une formule parmi d'autres, pour un calcul de sommes, mais les pages du dictionnaire sont nombreuses.

Aussi le maître propose une autre organisation des formules du répertoire à l'aide d'un tableau à double entrée qu'il présente aux élèves : Quelques résultats sont écrits, les élèves sont invités à poursuivre à l'aide du répertoire affiché. Cette table n'est pas nécessairement complète à l'issue de l'activité, elle sera complétée par la suite.

+	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1									
2									
3									
4									
5									
6									
7									
8									
9									

(3) . Calcul mental
"Donner le nom usuel"

3 + 2 = . ; 10 + 8 = . ; 14 + 4 = .
13 + 2 = . ; 10 + 10 = . ; 10 + 5 + 1 = .

• Les élèves par équipe de deux doivent recopier une table présentée au tableau, et la compléter :

+	8	10	6
7			
10			
9			

.../..

• De la même façon, ils ont à déterminer et à justifier parmi les propositions suivantes celles qui sont vraies ou fausses.

8 + 7 = 16 5 + 7 > 12
9 + 4 = 7 + 6 13 > 6 + 6
5 + 7 = 12
6 + 5 = 9 + 4

Exercices :

(2) • A l'aide de la table affichée

• Complète :

+	8	4	6
5			
7			
3			

• Compléte le plus rapidement possible

8 + 7 = .
9 + 4 = .
5 + . = 12

(3) * Réponds par V ou F :

7 + 5 = 8 + 4 (82 %)
8 + 9 > 6 + 10 (59 %)

• Complète :

+	5	1
4		
.		
3		20

.../...

NUMÉRATION

Les leçons concernées :

- *Ecriture de nombre sous la forme a+a+....+a+b ; b < a p.365*
- *Ecriture du type a+a+...+a+b équivalente à une écriture usuelle ou additive quelconque..p.371*
- *Ecriture de nombres sous la forme n a b, b < a p.381*
- *Comparaison de nombres écrits sous la forme a+a+...+a+b; b a et/ou sous la forme n a b p.395*
- *Numération parlée (1).....p.399*
- *La suite des nombres (1),écriture usuelle...p.423*
- *Numération parlée (2).....p.429*
- *La suite des nombres (2),écriture usuelle....p.437*
- *La suite des nombres (3),écriture usuelle....p.458*
- *La suite des nombres et l'addition.....p.462*

Les situations utilisées :

Pour désigner des nombres d'objets de collections, les élèves ont pu utiliser des écritures du type a+a+...a+b ; b < a (ex : 9+9+9+9+7), mais pour des raisons qui n'ont pas été nécessairement explicitées (vitesse de réalisation par exemple).

• Nous désirons ici que l'emploi de telles écritures soit rendu indispensable et qu'apparaisse la nécessité d'utiliser le même nombre d'objets par groupements. Les situations doivent alors être conçues de façon que les désignations telles que 7+9+8+11+10 se révèlent inefficaces. Parmi les situations susceptibles de conduire à une amélioration de l'écriture nous avons en particulier :

- la comparaison d'après les écritures de nombres d'objets de collections. Le nombre d'objet de chaque collection doit être choisi suffisamment grands (70 environ) le nombre de collections peut être plus ou moins important, 2,3,4,.....

.../...

Exemple 1 :

Les groupes d'élèves sont appariés et utilisent deux collecti ons pour deux groupes. Ils ne disposent pas du matériel au moment de la comparaison. C'est ce qui est proposé ci-après

Exemple 2 :

Chaque groupe écrit au tableau son nombre d'objets et doit déterminer le rangement des collections selon les écritures.

- la "livraison" la plus rapide possible d'un certain nombre d'objets par des élèves à leurs correspondants, le nombre d'objets communiqué par écrit étant celui d'une collection possédée par ces correspondants. Les élèves peuvent se rendre compte que la répartition des objets par paquets de même nombre favorise une livraison rapide, à condition que le nombre choisi pour chaque paquet (et le message) soit le même dans les deux groupes.

• La recherche de messages écrits courts équivalents aux précédents est l'occasion d'écritures du type 7 p8 et 3 ("7 paquets de 8 et 3"). Mais là aussi de tels messages peuvent être obtenus au cours d'activités antérieures. Par exemple : la communication orale du nombre d'objets d'une collection ne sera pas nécessairement : "j'ai huit plus huit plus huit plus huit plus huit plus huit plus cinq", mais plutôt : "j'ai six paquets de huit et un paquet de cinq" : ceci est alors l'occasion d'un "codage" plus concis que l'écriture 8+8+8+8+8+8+5, que l'élève peut être invité à mettre en place. Exemples :

a)

Nombre de paquets de 8	Nombre d'objets restants
6	5

6	5
Nombre de paquets de 8	Nombre d'objets restants

.../...

b) $6\,(8) + 5$; $6 + 5$ (8) ; $6 + 5$ (8) ; $6_8 + 5$ etc.....

• Les élèves fournissent des écritures du type $7\,(5)\,3$, $13\,(10)\,8$. Cette dernière écriture deviendra par convention 138. Ces écritures signifient respectivement $(7\times5)+3$ $(13\times10)+8$.

Afin d'explorer plus amplement que précédemment l'aspect ordinal du nombre, nous proposons aux élèves d'utiliser des cartons (des disques) portant la liste ordonnée des chiffres à utiliser pour désigner après groupement, d'une part le nombre de paquets, d'autre part, le nombre d'objets restants. Ce matériel est alors à améliorer par les élèves lorsque leurs collections les conduisent à dépasser les capacités d'affichage initiales.

Un tel matériel donne en outre la liste de tous les nombres de façon presque automatique ("il sait compter", "il aide à compter"), de sorte qu'il permet à l'élève lors de ces premiers apprentissages, de confronter des procédures qu'il met en place.

Exemples :

1. Compter le nombre d'objets d'une collection, d'une part "par dizaines", d'autre part, élément par élément.

2. Additionner plusieurs nombres (écritures usuelles) d'une part à l'aide de l'écriture (en utilisant les procédés dégagés) d'autre part en respectant l'ordre dans lequel les nombres sont énoncés, comme peut le faire le "compteur".

3. Comparer des nombres écrits sous forme usuelle d'une part à l'aide de l'ordre total (la comptine, 25 vient avant 31) d'autre part par référence à l'addition.
$25 = 10 + 10 + 5$, $31 = 10 + 10 + 10 + 1$ d'où $25 < 31$, ou bien $31 = 25 + 5 + 1$ et $25 + 5 + 1 > 25$.

.../...

Notons qu'un autre type de réflexion sur la numération de position aurait pu être conduit à partir de la désignation d'un très grand nombre d'objets (plus de 1000). En effet, si l'on ne dépasse pas 1000, les élèves peuvent écrire par exemple 978 en donnant à ceci le sens de (97 x10) + 8 et non pas celui de (9 x 100) + (7 x 10) + 8 qui s'appuie sur la numération de position.

ECRITURE DE NOMBRES SOUS LA FORME a + a +....+ a + b ; b < a

Durée : 3 séquences

Objectifs pour le maître :

• Placer les élèves dans des situations de désignation de nombres et utilisation de ces désignations où des écritures telles que 8 + 7 + 12 + 9 + 14 seront d'un emploi malaisé, afin qu'ils leur substituent des écritures de la forme a + a +.....+ a + b ; b < a mieux adaptées.

Objectifs pour les élèves :

• Ecrire un nombre d'objets d'une collection sous la forme a + a +....+ a + b, b < a. Exprimer oralement une telle écriture et décrire la partition associée par des expressions telles que : "J'ai six paquets de cinq et un paquet de quatre".

• Réaliser ou dessiner une collection ayant un nombre d'objets écrit sous la forme a + a +....+ a + b.

• Comparer deux nombres écrits sous la forme considérée ici.

Antécédents :

• Ecriture de nombre sous forme additive.

• Comparaison de nombres écrits sous forme additive (les calculs éventuels ne nécessitant pas l'écriture usuelle de nombres supérieurs à vingt).

.../...

Prolongement :

• Egalités entre nombres écrits sous forme additive et nombres écrits sous la forme a + a +....+ a + b, b < a

Matériel :

(1) •Pour chaque couple de deux élèves d'une moitié de la classe :

- 68 cubes,
- une feuille,
- un feutre.

•Pour chaque couple de l'autre moitié de la classe :

- 70 jetons,
- une feuille,
- un feutre.

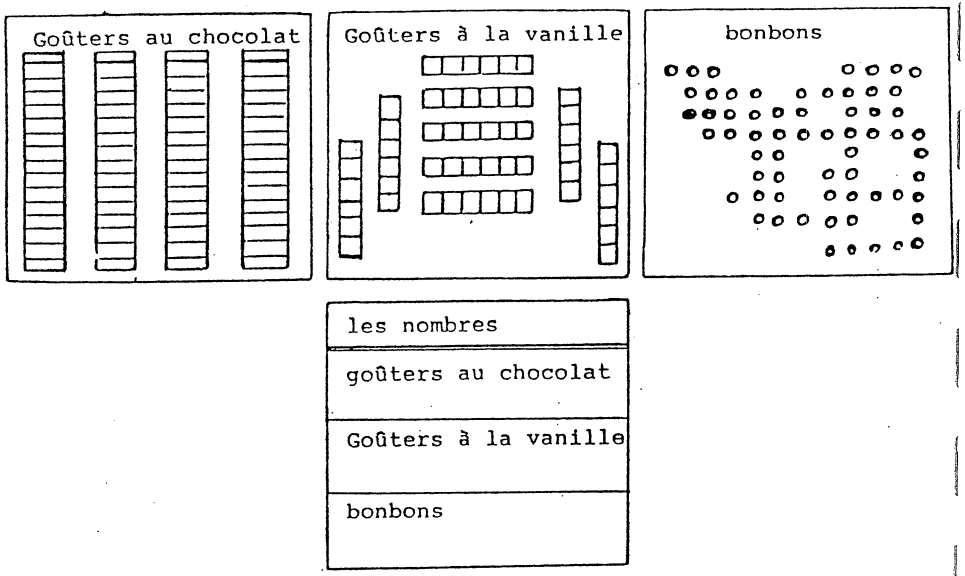
(2) •Pour la classe :

- 4 paquets de 16 goûters au chocolat,
- 9 bandes de 6 gâteaux fourrés
- 63 bonbons en vrac.

•Pour chaque équipe de trois élèves : quatre polycopiés ; trois polycopiés pour représenter chacune des collections, un quatrième polycopié sur lequel les élèves écriront le nombre de chaque collection. (Certains de ces polycopiés peuvent être remplacés par des représentations au tableau).

.../...

Exemples :

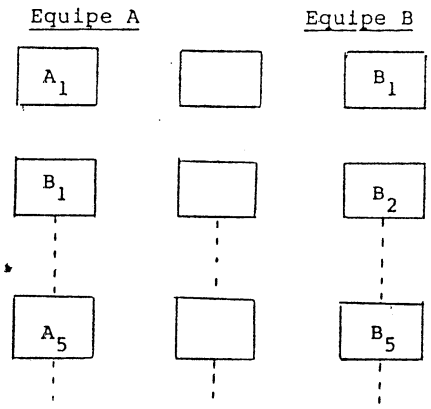


(3) • Par élève : un polycopié comportant 73 points et les consignes : "fais le plus possible de paquets de même nombre. Donne l'écriture qui correspond à ce que tu as fait".

Déroulement :

(1) •Les élèves sont répartis en 2 équipes A et B, ils travaillent par deux. La disposition de la classe est celle illustrée ci-dessous. Chaque couple d'élèves a un couple correspondant :

.../...



A_1 correspond à B_1

A_2 correspond à B_2

.....

Ces couples correspondants sont séparés par une table où ils pourront se rassembler au cours de l'activité. Chaque couple reçoit d'une part les jetons (équipe A), d'autre part les cubes (équipe B), il doit alors écrire le nombre d'objets de la collection. Les couples associés se rassemblent alors et uniquement avec leur "message" doivent comparer les nombres d'objets des deux collections. Certaines comparaisons peuvent aboutir et faire l'objet d'un inventaire critique. Les difficultés rencontrées conduisent à proposer aux couples rassemblés par deux, d'essayer de se mettre d'accord pour trouver une amélioration de l'écriture des messages, qui rende les comparaisons plus simples et plus rapides.

• Les élèves s'étant concertés, reprennent la réalisation des messages à l'aide du matériel. Une nouvelle confrontation a lieu afin de conclure s'il y a plus ou moins cubes que de jetons. Ces comparaisonsfont l'objet d'un inventaire, de justifications; puis d'une vérification matérielle éventuelle. Les équipes gagnantes (c'est-à-dire les plus rapides et les plus "sures") sont celles qui ont convenu de faire des groupements en "paquets" de même nombre a, pour donner une écriture de type a + a +...+ a + b. Il faut noter cependant qu'il peut y avoir échec si le nombre choisi est trop petit (3 par exemple) ou trop grand (17 par exemple).

.../...

(2). Les élèves sont par équipes de trois. Chaque équipe reçoit les 4 polycopiés (Cf. Matériel). Le matériel pour la classe est présenté.

- "Cet après-midi, nous ferons un goûter. Nous avons des caramels, des goûters au chocolat par paquets de 16, des gâteaux fourrés par bandes de 6. A chaque collection correspond un polycopié."

- "Vous devez écrire sur le polycopié sans dessin, le nombre d'objets : gâteaux ou bonbons de chaque collection. Après vous devez comparer les collections à l'aide des nombres comme nous avons déjà fait".

Les élèves sont invités à se concerter avant d'écrire.Le maître relève les collections dessinées une fois que les nombres sont écrits. Les élèves comparent ces nombres. Il leur est demandé alors de ranger ces trois nombres.

• Etude des réalisations, des méthodes, des justifications de chacune des équipes. En particulier, y-a-t-il réalisation systématique de paquets équipotents dans chaque équipe, de 6, de 16, de 12, de 10 objets,..... ou emploi simultané de deux types de paquets, de 6 et de 16 par exemple ; et à ce moment, comment s'effectuent les comparaisons.

De nouvelles questions peuvent être envisagées : quelle est la collection qui a le plus d'éléments ? Celle qui en a le moins ? Combien une collection a-t-elle de plus ou de moins qu'une autre ?

Vérifications éventuelles à l'aide :

- des représentations dessinées ; emploi des procédés correspondants à ceux utilisées pour l'écriture (paquets de 6, de 16, de 12,.....)
- du matériel collectif.

.../..

(3). Recherche individuelle. Le polycopié est remis à chaque élève. La consigne est lue avec l'aide du maître.

. Etude collective des productions. Chaque élève décrit sa partition. Les productions qui relèvent d'un même type ou de types de groupements voisins, sont comparés, examinés simultanément ; elles conduisent à vérifier sur l'écriture qu'il s'agit bien du même nombre, exemple :

$$\underbrace{6+6}_{12}+\underbrace{6+6}_{12}+\underbrace{6+6}_{12}+\underbrace{6+6}_{12}+\underbrace{6+6}_{12}+\underbrace{6+6}_{12}+1=$$

Exercices :

. Comparer

- $6+6+6+6+6+1$. $6+6+6+6+5$
- $8+8+8+8+4$. $8+1+8+8+8$

.../...

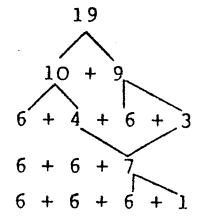
ÉCRITURE DU TYPE a + a + ... + a + b
ÉQUIVALENTE À UNE ÉCRITURE USUELLE
OU ADDITIVE QUELCONQUE

Durée : 3 séquences

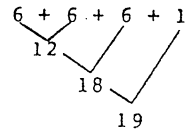
Objectifs pour le maître :

Proposer aux élèves des situations conduisant à la recherche pour un nombre donné à l'aide d'une écriture additive ou sous forme usuelle, de l'écriture du type a + a +....+ a + b, (b < a) a étant donné. Le choix de la situation par le maître, avec ses contraintes, doit permettre aux élèves de résoudre le problème soit avec le matériel ou des représentations, soit par le calcul, exemple : pour le nombre 19 et a = 6

- les élèves allongent successivement une écriture (en utilisant un répertoire et non pas des soustraction successives) ce qui se traduit par :



- où ils procédent par additions successives de 6, ce qui se traduit par :



.../...

Objectifs pour les élèves :

Un nombre étant donné sous forme usuelle (nombres déjà abordés) ou à l'aide d'une écriture additive, l'exprimer sous la forme a + a +....+ a + b, b < a. Exprimer oralement le résultat.

Antécédents :

- Ecriture de nombres sous forme additive,
- Ecriture de nombres sous la forme a + a +...+ a + b, b < a

Prolongement :

- Ecriture de nombres sous la forme n (a) b

Matériel :

(1) • Pour chaque équipe : un polycopié sur lequel figure un problème pris parmi les suivants. Dans la classe se trouvent ainsi répartis différents problèmes (ici 3). Ces polycopiés peuvent être remplacés éventuellement par les énoncés écrits au tableau.

• "Combien de boîtes à oeufs (boîte de 6) faut-il pour une collection A de 8 + 5 + 4 + 6 + 2 oeufs ?"

• "Combien de boîtes à oeufs (boîte de 6) faut-il pour une collection B de 7 + 6 + 12 + 5 oeufs ?"

• "Combien de boîtes à oeufs (boîte de 6) faut-il pour une collection C de 9 + 3 + 2 + 1 + 4 + 3 oeufs ?"

.../...

• Sont à la dispostion des élèves pour des réalisations matérielles éventuelles.

- des jetons (ou des cubes) pour représenter les oeufs.
- quelques boîtes à oeufs (boîte de 6), des sachets.

(2) • Les jetons, les cubes, les boîtes, les sachets décrits en (1)

• Pour la classe :.le répertoire est affiché. De la même façon est affichée une récapitulation des différents écritures de 25 déjà recontrées, exemple :

25 = 10 + 10 + 5
25 = 13 + 12
25 = 20 + 5
25 = 8 + 8 + 8 + 1
25 = 8 + 7 + 10

• Des jetons et des cubes sont à la disposition des élèves pour des réalisations matérielles éventuelles.

Déroulement :

(1) • Les élèves sont par deux. Chaque équipe reçoit un polycopié.

- "Des oeufs sont en vrac dans des caisses ou des paniers. Pour les vendre, ils sont mis en boîtes de six. Il faut trouver combien de boîtes pleines et combien il reste d'oeufs ?"

Recherche des élèves puis étude collective des propositions, des procédures utilisées : emploi des dessins auxiliaires, éventuellement du matéreil emprunté, de l'écriture. Nous avons :

.../...

Pour A : 8 + 5 + 4 + 6 + 2 ; 4 boîtes et il reste 1 oeuf
Pour B : 7 + 6 + 12 + 5 ; 5 boîtes
Pour C : 9 + 3 + 2 + 1 + 4 + 3 ; 3 boîtes et il reste 4 ceufs

Lors des justifications, les élèves sont invités à écrire ce qu'ils ont trouvé à l'aide d'égalités. Exemple :

8 + 5 + 4 + 6 + 2 = 6 + 6 + 6 + 6 + 1

Les collections considérées (A,B,C) sont rangées de celle qui a le moins d'oeufs à celle qui en a le plus.

(2) . Les élèves sont par deux. Le maître propose le problème suivant :

- "Dans un panier, il y a 19 oeufs. Combien peut-on remplir de boîtes de 6 oeufs ?".

Quelques unes des propositions des équipes sont étudiées ainsi que les procédures utilisées comme précédemment.

. Recherche analogue à propose de la question suivante :

- "En lançant un dé plusieurs fois, j'ai eu 16 points. J'ai toujours eu le même nombre sauf une fois. Décris ce que j'ai pu obtenir".

Les propositions des élèves peuvent être :
6 + 6 + 4 ; 5 + 5 + 5 + 1 ;.....
Mais aussi : 3 + 4 + 3 + 3 + 3 ; 5 + 5 + 6 ;.....
Elle conviennent toutes au problème.

.../...

(3) . Problèmes

Les problèmes suivants écrits au tableau sont proposés simultanément. Ils sont lus avec l'aide du maître. Les élèves les traitent dans l'ordre qu'ils désirent. Ils auront à justifier leurs réponses.

a) Pour payer un livre à 25 F, un stylo à 12 F, un puzzle à 14 F, combien faut-il que j'emporte de billets de 10 F et de pièces ?".

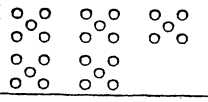
b) J'ai payé des cerises 18 F, des pêches 12 F, des abricots 8 F, des tomates 5 F, un poulet 20 F. Je n'ai donné que des billets de 10 F, et le commerçant m'a rendu des pièces. Combien ai-je donné de billets ? Quelles pièces m'a t'on rendues ?"

Exercices :

1. "Il y a 20 oeufs, il faut les mettre dans des boîtes de 6. Combien y aura-t-il de boîtes d'oeufs et d'oeufs tout seuls ?"

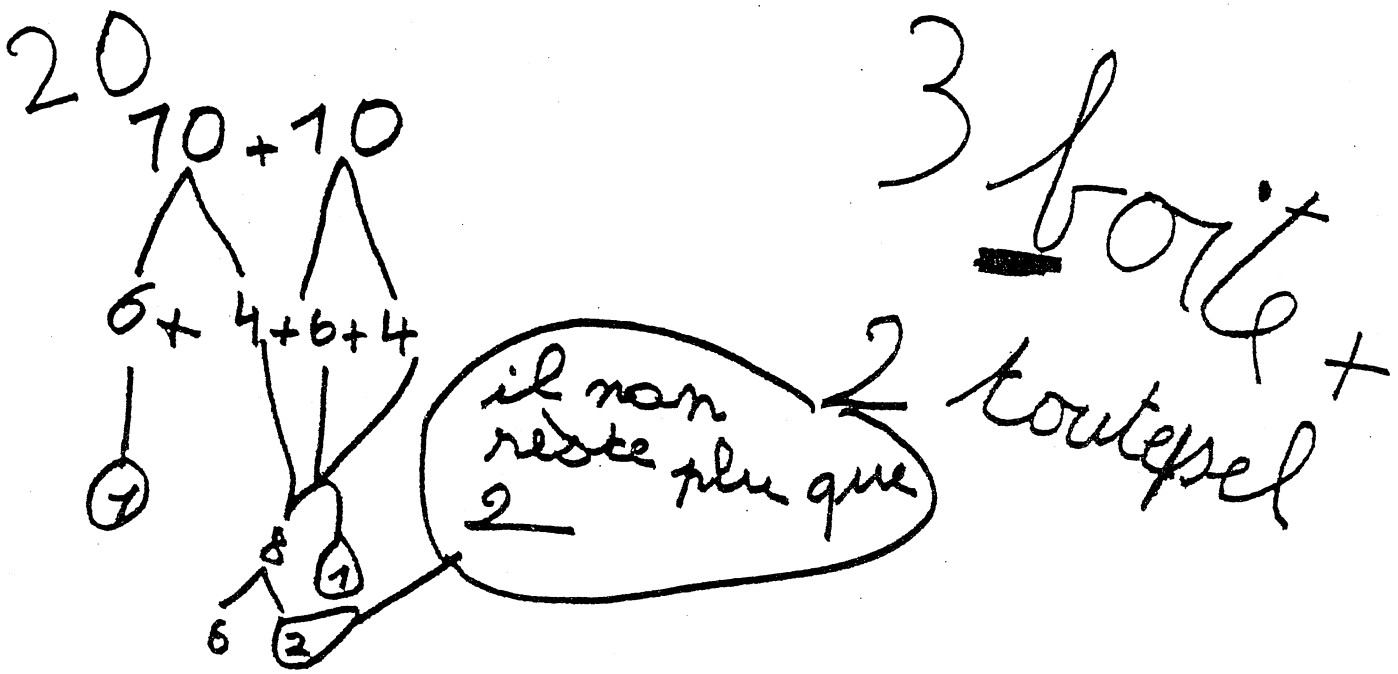
2. "On a apporté 8 + 9 + 10 oeufs. Combien y aura-t-il de boîtes d'oeufs et d'oeufs tout seuls ? Justifie ta réponse par des calculs écrits".

3. Complète :

Ecriture additive (groupements)	Ecriture usuelle	Représentation
4 + 4 + 4 + 4 + 3		
		
	18	

.../...

Une réalisation d'élève pour l'exercice 1



.../...

ATELIERS 5

Les nombres

- Les dominos-cartons (Cf. Ateliers 4)
- Loto
- Jeu de l'intrus
- Jeu de bataille
- Dominos piochés (Voir ci-après)

L'addition

- Calculatrice
- Ecritures à l'aide de cartes

Organisation de l'espace

- Pavage : réalisation de pavages à l'aide de pièces remises : Copie d'un pavage (modèle représenté)
  Invention et représentation sur papier quadrillé ou pointé. Confrontation de différentes réalisations.
- Puzzle (1) (Voir ci-après)
- Puzzle (2) (Voir ci-après).

.../...

Dominos piochés :

Matériel :

- Pour 2 ou 3 élèves :
  - une boîte de dominos du commerce,
  - une feuille de papier partagée en 2 parties marquées au nom de chaque joueur.

Règles du jeu :

- Le jeu se déroule en plusieurs parties, entre 2 joueurs. Au cours d'une partie, un joueur tire 2 dominos l'autre tire 3 dominos, celui qui gagne la partie est celui qui totalise le plus de points. A la partie suivante, le gagnant tire 2 dominos et le perdant tire 3 dominos, ainsi de suite. A la fin du jeu, on compte le nombre de parties gagnées par chaque joueur.

- Un jeu identique peut se jouer entre 3 joueurs : le premier joueur tire 2 dominos, les autres joueurs tirent 3 dominos le gagnant tire au coup suivant 2 dominos, les 2 autres joueurs tirent 3 dominos.

Déroulement :

Au début de chaque partie, les joueurs prennent la feuille marquée, inscrivent le numéro de la partie jouée et les nombres de points tirés (éventuellement sous forme additive). A la fin de cette partie, ils comparent leur score et le gagnant marque G à côté de son score (voir organisation de la feuille de jeu page 312).

.../...

Puzzle (1) :

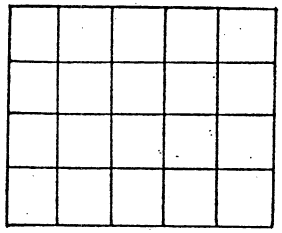
Matériel :

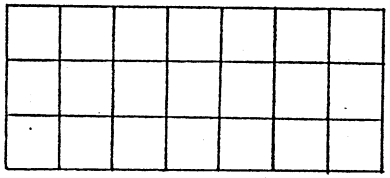
• Pour un élève :

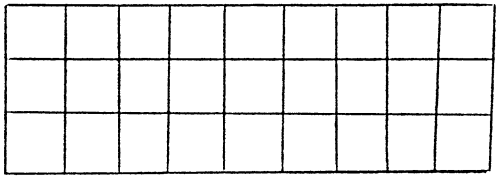
- des cartons quadrillés (1x1) de différentes dimensions : 5x4, 3x7, 3x9.

- des jeux complets de pièces triminos et tétraminos.

- des feuilles quadrillées 1x1, format 10x14, avec des dessins de rectangles 5x4, 3x7, 3x9.







Activités :

- remplir un rectangle 5x4 avec 5 tétraminos dont 2 sont "pareils", puis dessiner la réalisation obtenue.

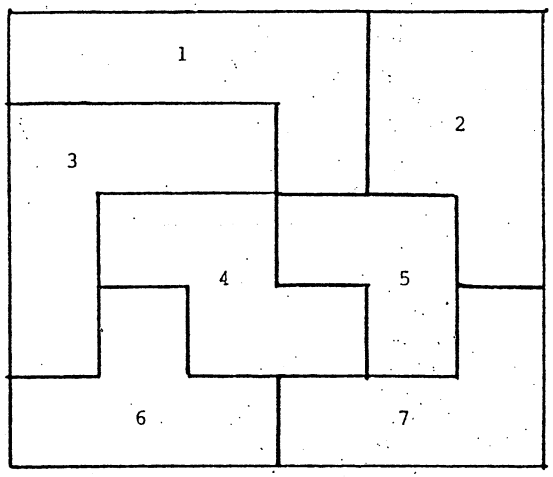
- remplir un rectangle de 3x7 avec 5 tétraminos distincts en laissant une case vide, puis dessiner la réalisation obtenue.

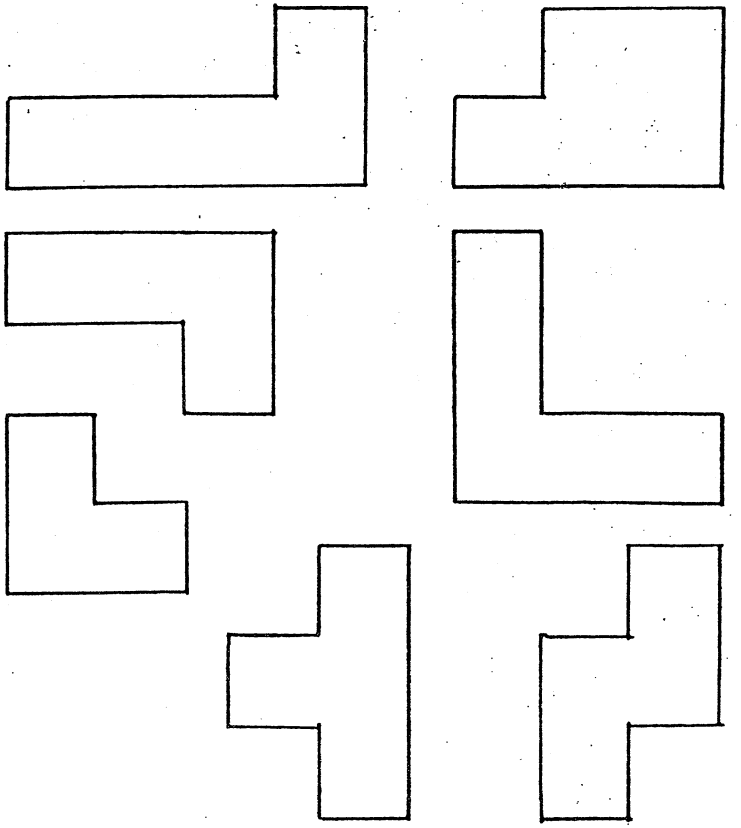
- remplir un rectangle de 3x9 avec 5 tétraminos et les 2 tétraminos en laissant une case vide, puis dessiner la réalisation obtenue.

.../...

PUZZLE (2)

Reporte les numéros sur les pièces en dessous :





Des pièces peuvent être découpées pour favoriser la réalisation en cas de difficulté.

.../...

ECRITURE DE NOMBRES SOUS LA FORME n (a) b, b < a

Durée : 2 séquences

Objectifs pour le maître :

• Proposer des situations aux élèves les conduisant à remplacer l'écriture a + a +...+ a + b par l'écriture condensée n (a) b. Une telle écriture présente des avantages dans certaines occasions, elle permet, compte tenu des acquisitions des élèves, de conduire des comparaisons de nombres plus rapidement (exemple : comparer 5 (6) 2 et 4 (6) 5), certaines comparaisons demandant cependant un développement (exemple : comparer 4 (5) 2 et 3 (6) 4).

Objectifs pour les élèves :

• Ecrire un nombre d'objets d'une collection sous la forme n (a) b, b < a. Exprimer oralement une telle écriture et décrire la partition associée par des expressions telles que : "il y a 5 paquets de 6 et 1 paquet de 3".

• Réaliser ou dessiner une collection ayant un nombre d'objets écrits sous la forme n (a) b.

• Donner l'écriture condensée du type n (a) b équivalente à a + a +.....+ a + b.
(exemple : 5 (6) 4 = 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 4) et inversement.

Antécédents :

• Ecriture de nombres sous la forme a + a +...+ a + b, b < a.

.../...

• Ecriture du type a + a +....+ a + b équivalente à une écriture additive quelconque.

Prolongements :

• Ecriture usuelle des nombres. Signification du zéro.

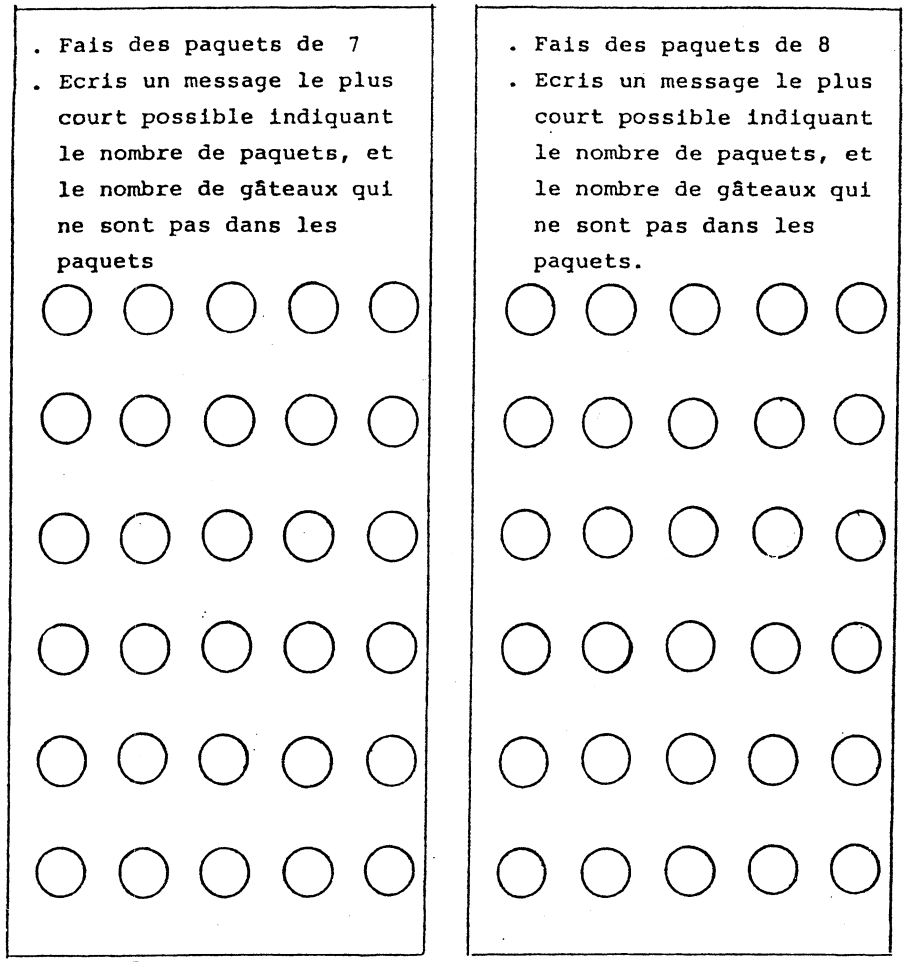
• Comparaison de nombres écrits sous la forme a + a +....+ a + b et/ou sous la forme n (a) b.

Matériel :

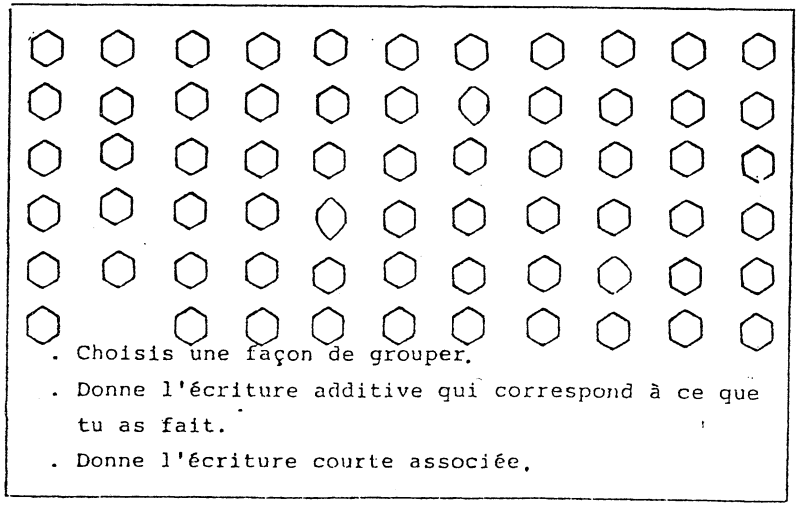
(1) • Pour chaque couple de deux élèves d'une moitié de la classe : un des polycopiés suivants.

Pour chaque couple de l'autre moitié : l'autre polycopié.

.../...



(2) • Pour chaque élève un polycopié tel que :



Déroulement :

(1) • La classe est partagée en deux équipes A et B, chaque couple de l'équipe A est associé a un couple de l'équipe B. Chacun des couples reçoit un polycopié (Cf.Matériel). La consigne est lue avec l'aide du maître.

- "Il faut faire le plus possible de paquets de 7 (ou de 8) puis écrire le message, le plus court possible, indiquant le nombre de paquets et le nombre de gâteaux qui ne sont pas dans les paquets".

"Ensuite, vous échangerez les messages avec vos correspondants et ceux-ci devront dessiner la collection d'après le message".

Au cours de l'activité, il est rappelé aux élèves qu'il faut un message le plus court possible.

• A l'issue des réalisations, les dessins des élèves sont comparés aux dessins initiaux, puis les messages sont étudiés, les causes d'échecs éventuels recherchées : erreur de codage, de décodage, absence d'indications claires.....Ces messages sont comparés, éventuellement améliorés. Le maître convient avec les élèves de l'écriture n (a) b (exemple 4 (6) 3) dès qu'une ou des écritures équivalentes ont été obtenues ; exemples : 4 p 6 + 3 ; 4 . 6 + 3 ("quatre six plus trois").....

• Exploitation de la convention précédente.

Individuellement, les élèves doivent compléter les égalités suivantes soit à l'aide de l'écriture a + a +.....+ a + b, soit à l'aide de l'écriture courte, un ou deux exemples sont traités en commun.

..../...

3 (7) 5 = 7 + 7 +

4 (9) 8 =

12 + 12 + 12 + 5 =

6 + 6 + 6 + 6 =

= 8 + 4 + 8 + 8 + 8

= 4 (11) 10

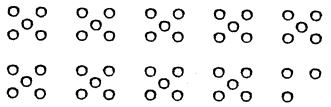
(2) • Groupement par dix

• Chaque élève reçoit un polycopié. La consigne est lue avec l'aide du maître et l'exercice réalisé.

Les différentes écritures obtenues sont lues et reportées au tableau : écritures additives et écritures courtes correspondantes.

Si l'écriture associée à un groupement par dix apparaît le maître donne la convention de l'écriture usuelle, sinon il demande de trouver l'écriture courte du nombre d'objets qui correspond à un groupement par dix, puis donne la convention.

• Ecriture usuelle du nombre de jetons représentés au tableau par exemple :

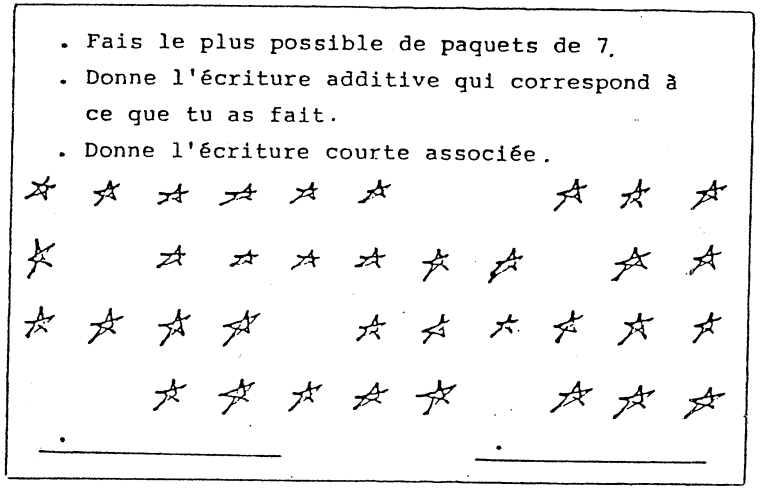


"48" peut toujours être lu par les élèves "quatre paquets de dix et huit unités" ou " quatre dizaines et huit unités" ou .....

• Inversement représentation par les élèves de collections de jetons dont les nombres sont donnés.

.../...

Exercices :



• Dessine 4 (8) 6 points

Donne l'écriture additive correspondante

.../..

Quatre réalisations d'élèves à partir du polycopié (2)

10+10+10+10+10+10+5

6 paquets de 10 et 5

J

8+8+8+8+8+8+8+8+1

Christian

9 (8) 1

16 Mars

J

Guillaume

6+6+6+6+6+6+6+6+6+5

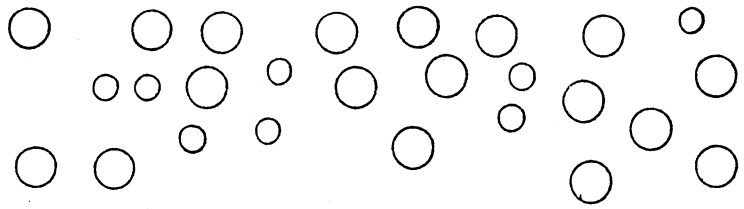
10 (6) 5

15+15+15+15+5

4 (15) 5

CONTRÔLE 2ÈME TRIMESTRE

1 ★Ecris le nombre de ronds



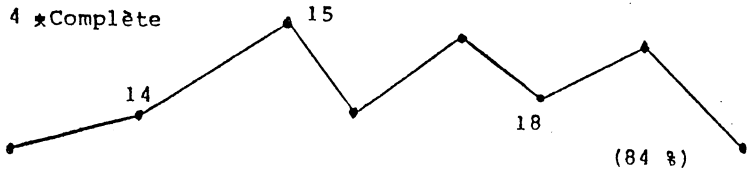
(72 %)

2 ★Dessine 8 + 8 + 8 + 5 points

3 ★Range les nombres du plus petit au plus grand : 13, 9, 20, 18

. . . . (66 %)

4 ★Complète



(84 %)

5 ★Compare

10 + 5 + 6 . 4 + 15 + 2 (78 %)

10 + 10 + 10 + 5 20 + 7 + 10

6 ★Complète par < , > ou =

10 + 5 . 18 (88 %)

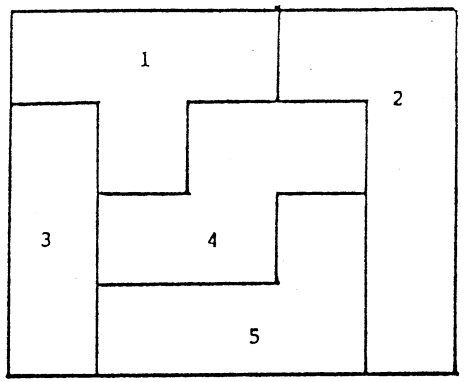
20 . 27 (90 %)

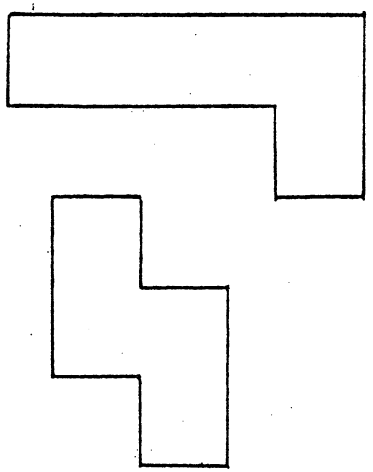
7 ★Trouve l'écriture usuelle

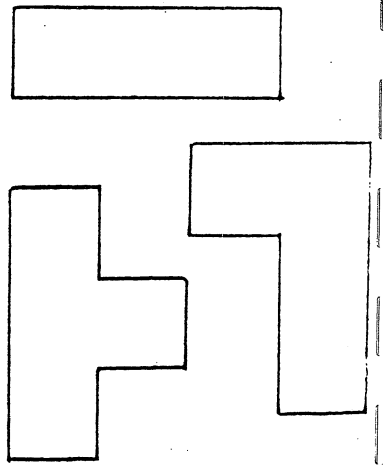
3 + 10 + 4 + 2 =

.../...

Reporte les numéros sur les pièces en dessous:







.../...

PLIAGES, DÉCOUPAGES, GÉOMÉTRIE SUR QUADRILLAGE (1)

Durée : 2 - 3 séquences

Objectifs pour le maître :

• Proposer des situations où les enfants utilisent implicitement des translations et des symétries.

Objectifs pour les élèves :

• Plier une feuille rectangulaire (ou carrée) en quatre ou en huit, et reconnaître les différents types de pliages obtenus.

• Reproduire par le dessin sur quadrillage une figure déjà dessinée sur quadrillage de façon que le dessin réalisé se superpose à la figure donnée : a) par glissement, b) par retournement.

• Décrire une figure dessinée sur quadrillage (pour la faire reproduire).

• Décrire les positions relatives et l'orientation des motifs d'une frise (pour la reconnaître parmi d'autres).

Matériel :

(1) • Par élève :

• Une figure découpée dans une feuille 21x29 (rectangle, carré, bonhomme, bouteille, cloche, disque, triangle, maison,.....)

.../...

• Une feuille blanche 21 x 29, une feuille blanche 21 x 21, une feuille 16 x 24 quadrillée 1 x 1.

• Une paire de ciseaux.

• Par groupe de deux élèves :

• Une feuille 21 x 29 (ou une feuille 21 x 21) pliée en huit, il y a huit types de pliages possibles pour une feuille rectangulaire suivant qu'on la plie en deux successivement selon un pli parallèle à la bngueur ou à la largeur, et il y a 5 types de pliages possibles pour une feuille carrée, 4 pliages à plis parallèles aux côtés et un pliage à plis suivant une diagonale puis parallèles au côté. Chaque pliage est marqué par une lettre, 2 pliages distincts sont marqués de 2 lettres distinctes et 2 pliages de même type sont marqués de la même lettre.

(2) • Pour chaque groupe (1ère activité) :

• Un itinéraire dessiné sur papier calque quadrillé 1x1 format 10x14, à partir d'un point D (départ) marqué à un noeud du quadrillage.

• Deux quadrillages 1x1 format 10x14, avec un point D (départ) marqué à un noeud, de telle sorte que tout l'itinéraire décrit par le groupe puisse y être dessiné.

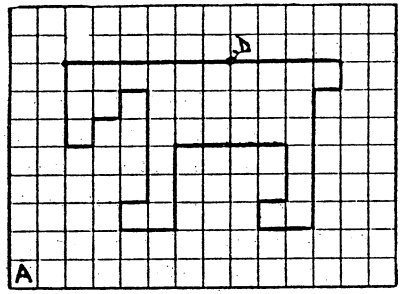
Par groupe de 4 (2ème activité) :

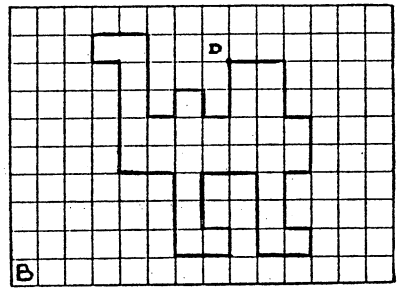
• Pour chaque groupe d'une demi-classe, la figure A dessinée sur papier calque quadrillé 1x1,

• Pour chaque groupe de l'autre demi-classe, la figure B dessinée sur papier calque quadrillé 1x1,

.../...

Sur chaque figure un point D marqué à un noeud du quadrillage.





• Pour chaque groupe :

Un quadrillage 1x1 format 10x14, sur lequel figure le point D, à un noeud du quadrillage. Le point D est placé comme sur les quadrillages munis des figures (Voir ci-dessus).

Une feuille blanche marquée.

Déroulement :

① Pliages

a) Activités de pliages de figures de formes diverses présentant ou non des symétries (rectangles, triangles, carrés, disques, polygones....) où on distinguera les "pliages en deux" d'autres pliages, en convenant que "plier en deux" quand c'est possible, c'est superposer exactement 2 parties de figure ; et où on distinguera les figures qui peuvent se plier en deux, et les autres.

.../...

b) Les enfants sont pardeux et chaque groupe reçoit 2 feuilles rectangulaires, 2 feuilles carrées et 1 pliage (feuille carré ou rectangulaire pliée en huit). Les pliages sont distincts et marqués chacun d'une lettre. Dans chaque groupe, les enfants sont invités à réaliser un pliage de même type que celui reçu, avec la feuille qui convient. Ils doivent marquer leur pliage par la même lettre, et par leurs noms. L'activité est reprise après échanges entre groupes des pliages "modèles" reçus. Le maître rassemble tous les pliages et redistribue à chaque groupe au hasard 3 pliages portant une même lettre. Chaque groupe vérifie qu'il s'agit bien du même type de pliage. En cas de désaccord, il y a confrontation avec l'équipe qui a construit le pliage. Cette équipe, si c'est nécessaire, refait le pliage.

c) Les enfants reçoivent chacune une feuille 16x24 quadrillée 1x1. Chacun est invité à découper (en suivant un ligne droite du quadrillage) sa feuille en deux, puis une des demi-feuilles obtenus en deux, puis un des quarts de feuille obtenu en deux. A chaque fois, le maître ramasse les morceaux de feuille non employés de façon à ce qu'il y ait dans la classe, après le découpage, 4 formats de rectangles : 16 x 3, 8 x 6, 4 x 12 et 2 x 24. Les enfants sont invités, en comptant leurs carreaux, à donner chacun leur format et le nombre total de carreaux de leur rectangle, puis ils se mettent par deux, et dans chaque groupe ils essayent de découper un des rectangles pour reconstituer l'autre par puzzle. Représentation au tableau des découpages et des reconstitutions par les élèves.

.../...

(2) Description et reproduction d'un itinéraire sur quadrillage.

• La classe est partagée en 6 groupes. Dans chaque groupe, 2 élèves qui jouent le rôle d'émetteur sont assis face à 2 autres élèves du groupe qui jouent le rôle de récepteur. Chaque groupe émetteur reçoit un itinéraire sur quadrillage avec point de départ D. Chaque élève récepteur reçoit un quadrillage avec point de départ D marqué. Dans chaque groupe, ceux qui possèdent l'itinéraire dessiné doivent transmettre oralement aux autres une suite d'informations qui leur permette de reproduire à partir du point de départ, sur leur quadrillage, le même itinéraire. Un écran est placé de façon que les récepteurs ne puissent voir l'itinéraire des émetteurs. Les messages proposés sont approuvés, critiqués par discussion dans chaque groupe, les dessins reproduits sont vérifiés à l'aide du calque, puis un langage commun oral est adopté après confrontation collective des différents messages proposés (par exemple : "3 vers le haut", "5 vers la gauche"....).

• Les élèves de la classe sont répartis en groupes appariés pour une communication

Chaque groupe reçoit :

- une figure sur quadrillage (Cf. Matériel)
- un quadrillage muni d'un point D
- une feuille blanche non quadrillée

Sur la feuille blanche, chaque groupe doit rédiger un message afin que le groupe associé puisse réaliser sur son quadrillage le dessin de l'autre groupe.

Les messages sont effectivement échangés et éprouvés. Les productions sont confrontées. Vérification par superposition et transparence.

Le maître reproduit au tableau chacune des figures initiales, affiche les message utilisés, et provoque un inventaire critique. Les écritures les plus précises et les plus rapides sont adoptées (ex : →→↑↑→, 2 D, 2 H, 1 D....)

.../...

COMPARAISON DE NOMBRES ÉCRITS SOUS LA FORME a + A +....a + b, b < a ET/OU SOUS LA FORME n (a) b

Durée : 3 séquences

Objectifs pour le maître :

• Proposer aux élèves des comparaisons de nombres. Ces comparaisons sont l'occasion d'exploiter la signification de l'écriture et conduisent éventuellement à des représentations.

Objectifs pour les élèves :

• Comparer les nombres écrits sous la forme a + a +.... + a + b, b < a et/ou sous la forme n (a) b.

Exemple : comparer

7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 5 et 5 (6) 3

4 (7) 5 et 4 (8) 4

• Comparer 2 nombres désignés à l'aide d'écritures variées (exemple : 39. 10 + 20 + 7). Exprimer le résultat à l'aide des signes <, > et =.

Antécédents :

• Ecriture de nombres sous la forme a + a +...+ a + b, b < a.

• Ecriture usuelle des nombres. Cas élémentaires.

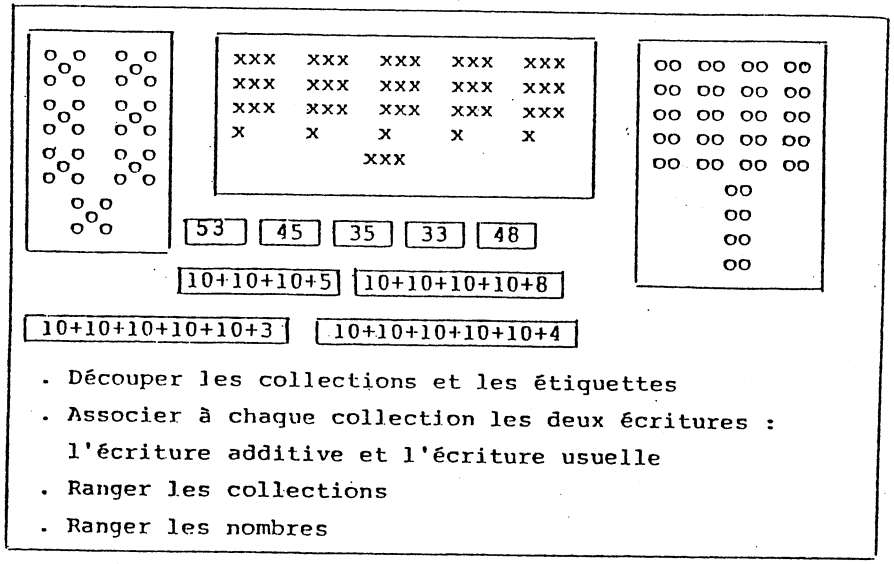
Prolongement :

• Comparaison de nombres écrits sous forme usuelle.

.../...

Matériel :

(2) . Par couple d'élèves un polycopié tel que le suivant :



Déroulement :

(1) . Aux élèves répartis par équipes de deux sont proposés les exercices suivants écrits au tableau.

Il s'agit de compléter ce qui suit avec l'un des signes < , > ou =.

8 + 8 + 8 + 8 + 2 . 4 (7) 6

5 (7) 3 . 4 (8) 3

3 (4) 2 . 2 (6) 2

A l'issue des recherches, les propositions des élèves sont étudiées, exercice par exercice. Les justifications se conduisent soit à l'aide des représentations soit à l'aide de l'écriture.

.../...

Exemple : "8 + 8 + 8 + 8 + 2 = 4 (7) 6 parce que

7 + 1 + 7 + 1 + 7 + 1 + 7 + 1 + 2 = 7 + 7 + 7 + 7 + 6"

(2) a) Les élèves par deux, reçoivent le polycopié (Cf. Matériel). Ils doivent découper les collections et les étiquettes puis associer à chaque collection les étiquettes correspondantes. Il est précisé éventuellement que des étiquettes sont en trop.

Etude des réalisations des élèves.

b) Les collections sont ensuite rangées de celle qui a le moins d'objets à celle qui en a le plus, puis collées sur une feuille. De la même façon, les nombres sont rangés et collés.

Les réalisations sont confrontées entre équipes voisines, puis font l'objet d'un examen collectif au cours duquel les élèves justifient leur résultat.

Nous rappelons qu'une écriture telle que "53" peut être lue par les élèves "cinq paquets de dix et trois" ou "cinq dizaines et trois unités". La lecture usuelle qui peut éventuellement être utilisée sera l'objet d'une prochaine leçon.

(3) Recherche individuelle suivie de la justification des résultats à propos de formules écrites au tableau, à compléter.

Exemple : Complète par > , < ou =

10 + 5 + 4 . 2 + 15 + 3

10 + 10 + 8 . 20 + 5 + 3

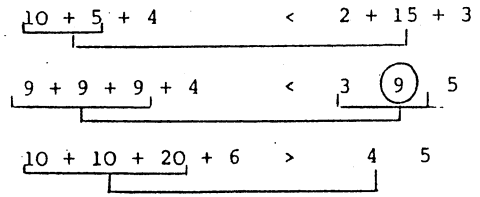
9 + 9 + 9 + 4 . 3 (9) 5

10 + 10 + 20 . 45

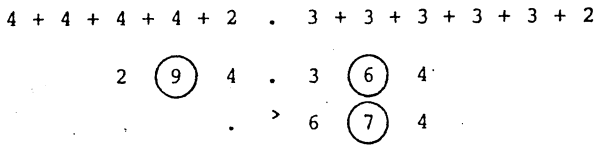
68 . 71

.../...

Les justifications qui font appel au répertoire, aux propriétés de la numération sont l'objet d'une trace écrite, exemple :



Exercices : Complète :



.../...

NUMÉRATION PARLÉE
SIGNIFICATION DU ZÉRO

Durée : 4 séquences

Objectifs pour le maître :

• Proposer aux élèves différentes situations, en particulier de communication, les conduisant à grouper les objets par dix, à formuler et à éprouver des écritures dont les règles sont à compléter par la signification du zéro (chiffre des unités), à se familiariser avec de telles écritures et à analyser la numération parlée.

Objectifs pour les élèves :

A propos de collections ayant moins de 70 objets.

• Donner l'écriture usuelle du nombre d'objets, lire une telle écriture.

• Donner l'écriture usuelle équivalente à une écriture additive associée à un groupement des objets par dix et inversement.

• Réaliser ou dessiner une collection ayant un nombre d'objets donné par son écriture usuelle.

• Ranger des nombres, exprimer le rangement par écrit et oralement.

Antécédent :

• Ecriture de nombre sous la forme a + a +...+ a + b, b < a.

Prolongements :

- Comparaison de nombres écrits sous forme usuelle.
- Calcul de sommes.

Matériel :

(1). Par couple d'élèves : 2 feuilles de papier, 1 feutre.

(2). Pour chaque élève : un polycopié avec la table suivante.

+	1	2	3	.	5	.	7	8	9
10		.	.	..		..			..
20	..	..	..	..	..	..	..	..	..
30	.	..	..	..	..	..		..	..
40		..	..	..	..	..		..	..
50	..	..		..	..	..	..	.	
60	..		..	..	..	..	..	..	..

- Un polycopié tel que le suivant :

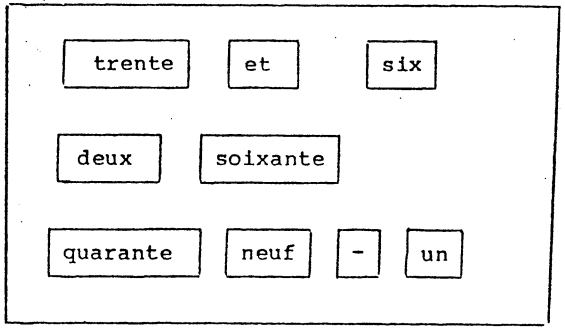
Complète :
10 + 10 + 10 + 6 = .
. = 53
42 = .
10 + 10 + 10 + 5 + 10 + 10 = .
. = 10 + 10 + 10 + 2 + 10
. = 61

La consigne écrite : "complète" est explicitée oralement par : "trouve l'écriture usuelle des nombres" ou "donne l'écriture additive qui correspond à des groupements par dix des objets".

.../...

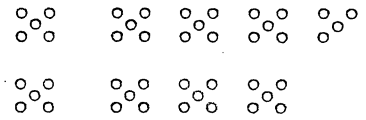
(4). Pour chaque équipe d'élèves

Un polycopié (bristol si possible) sur lequel figurent des étiquettes à découper par les élèves.



Déroulement :

(1). Rappel de la convention quant à l'écriture usuelle : il est demandé aux élèves d'écrire le nombre d'objets d'une collection représentée au tableau (écriture usuelle) exemple :



.../...

Inversement, les élèves ont à représenter une collection de 36 jetons.

• Signification du zéro

Les élèves sont invités à représenter 15+15 jetons, 20+20 jetons et à trouver ce que peut être l'écriture usuelle. Pour 15+15 on n'accepte plus 3 (10), 3 ne convient pas non plus, d'où discussion et la convention du zéro pour coder l'absence d'unité.

• Lecture, écriture de 30, 40, 50, 60 (chiffres et lettres). Report dans le dictionnaire des nombres : chacun des nombres : 20, 30, 40, 50, 60 est écrit en tête d'une page.

(2) • Chaque élève reçoit la table d'addition décrite (cf. Matériel). Une telle table est reproduite derrière un tableau avec certains nombres, écrits en rouge, exemples : 17, 18, 19, 25, 38, 57, 63, 67,.....Quelques élèves (3ou4) vont lire les nombre en rouge de manière à permettre à leur camarade de reporter ces nombres sur leur table. Ils peuvent lire "trente plus huit", dans ce cas le maître donne la bonne lecture "trente huit".

Correction à l'aide de la table des émetteurs rendue visible.

• Réalisation individuelle sur polycopié (Cf.Matériel). Etude des égalités obtenues.

(3) • Un nombre est écrit derrière le tableau (nombre de 2 chiffres). Seul un petit groupes d'élèves (3ou4) peut le lire. Les autres élèves doivent trouver le nombre écrit. Pour cela, ils posent des questions auxquelles il n'est répondu que par "oui" ou par "non" par les élèves du groupe.

.../...

Le maître sollicite les élèves pour que les nombres soient désignés sous la forme usuelle, éventuellement il écrit au tableau les renseignements obtenus à l'aide des questions. Exemple : Si A est le nombre à trouver on a pu obtenir : A < 45, A > 27. Reprise éventuelle de l'activité.

• Ranger du plus petit au plus grand :

48, 29, 42

Etude des propositions et des justifications.

(4) • Chaque équipe dispose des étiquettes (Cf.Matériel)

Il est demandé d'abord aux élèves de trouver le plus possible de nombres que l'on peut désigner avec ces étiquettes.

- soit en utilisant une seule étiquette nombre exemple : [six]

- soit en utilisant deux étiquettes nombres et l'étiquette [-] , ou [et] exemples :

[soixante] [-] [deux] , [quarante] [-] [deux]

Une même étiquette peut servir pour plusieurs nombres.

Dans un second temps, les élèves ont à ranger tous les nombres obtenus, du plus petit au plus grand.

Confrontation des propositions des élèves et améliorations éventuelles.

L'obtention de la liste complète des nombres peut ne pas constituer un objectif de l'activité (1; 2; 6; 9; 30; 31; 32; 36; 39; 40; 41; 42; 46; 49; 60; 61; 62; 66; 69).

.../...

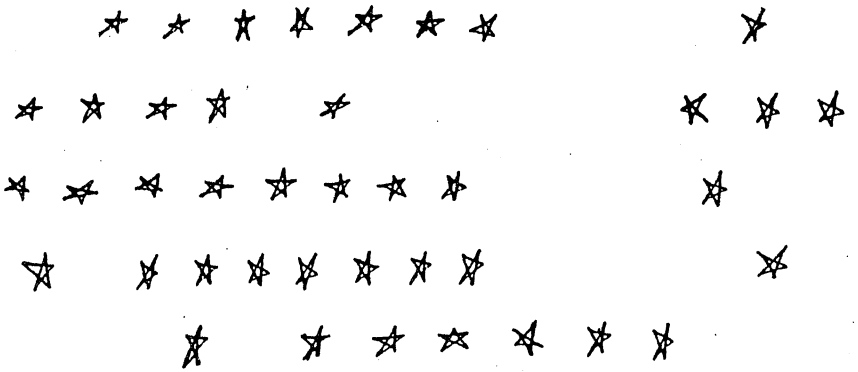
Exercices :

• Dessine trente-neuf points, quarante-cinq points.

* Range les nombres suivants :

29, 32, 50, 25. (48 %)

* Ecris le nombres d'étoiles de deux façons



(65 %)

• Complète :

Ecritures en lettres	Ecritures en chiffres	Ecriture additive associée
Cinquante-quatre	54	50 + 4
Soixante-huit		
	47	
		10 + 10 + 10 + 3

.../...

PROBLÈMES (1) ET CALCUL DE SOMMES (NOMBRES DE 2 CHIFFRES)

Durée : 4 séquences

Objectifs pour le maître :

• Proposer des problèmes conduisant à des calculs de sommes, ces problèmes étant associés éventuellement à des situations où les dizaines ont une représentation (exemple : la monnaie).

Objectifs pour les élèves :

• Calculer une somme, inférieure à 100, de trois ou quatre nombres.

• Donner différentes écritures additives d'un nombre de 2 chiffres, en particulier des écritures telles que :

48 = 40 + 8

48 = 10 + 20 + 10 + 8

Antécédent :

• Ecriture usuelle des nombres.

Prolongement :

• Recherche de termes inconnus d'une somme.

Matériel :

(1) • Par élève : trois feuilles, une pour chaque problème, un feutre.

.../...

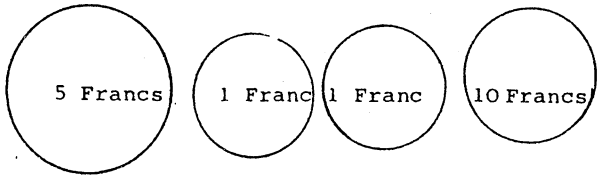
• Les trois problèmes suivants écrits au tableau :

Problème n°1 :

J'ai acheté un livre 15 F, un stylo 8 F, un cahier 7 F. Pour payer, je n'ai donné que des pièces de 5 F, combien en ai-je donné ?

Problème n°2 :

J'ai donné les pièces suivantes :



Combien ai-je dépensé ?

Problème n°3 :

Lucie a acheté des fleurs 13 F,

Lucie a acheté un bouquet de fleurs 13 F, un sac de bonbons 14 F, un paquet de gâteaux 12 F. Elle paie tout à la même caisse, elle donne juste ce qu'il faut, avec le moins de pièces possibles, qu'a-t-elle donné ?

.../...

(2) • Pour chaque équipe de 3 élèves : 3 polycopiés 1, 2, 3, tels que les suivants :

1	2	3
Ecris le nombre de croix xxxxx xxx xx xx xxxxx xxx x x xxx xx xx x xxxx xxxx x x xx x x x x	Dessine 46 points	10+10+10+10+6 = 20+10+10+6 = 6+30+10 =

(3) • Pour chaque équipe de 2 élèves : par exemple, 4 billets de 10 F, 2 pièces de 10 F, 4 pièces de 5 F, 9 pièces de 1 F, une feuille et un crayon.

• Pour la classe : une pile de cahiers neufs, une pile de classeurs, une pile de livres, un lot de feutres,.....

Déroulement :

(1) • Entretien :

• Dictée de nombres

20, 27, 19, 8, 12, 14, 13.

• Compléter : 17 = 7 +

26 = . + .

26 > .

28 < .

.../...

• Pierre, Jean, Amélie jouent aux dés.

Pierre tire : 6, 5, 3, 4, 1
Jean tire : 3, 5, 3, 2, 1
Amélie tire : 4, 3, 5, 4, 4

Quel est pour chacun le nombre de points ? (écriture usuelle) Qui a le plus ? Qui a le moins ?

(2) •"Au tableau, vous avez 3 problèmes à résoudre numérotés 1.2.3. Nous les lisons ensemble. Cherchez-les dans l'ordre que vous voulez. Quand vous les avez faits, vous regardez avec vos camarades si vous trouvez les mêmes résultats."

• Recherche individuelle par les élèves et confrontation de leurs résultats.

• Inventaire critique des différentes démarches. Le maître s'attend à ce que le 2ème problème soit choisi et recherché en premier, les réponses des élèves sont justifiées par un calcul rapide <u>oral</u>. Les démarches et les résultats des deux autres problèmes sont validés à partir de la monnaie, d'écritures additives et d'égalités.

(3) Les élèves sont répartis en équipes de trois. Les polycopiés 1, 2, 3 sont remis respectivement aux élèves numérotés 1,2,3 dans chacune des équipes. Dans chaque équipe les élèves réalisent les exercices puis comparent les nombres sur lesquels ils ont travaillé.

Justification collective des résultats : il s'agit du même nombre. A l'écriture usuelle 46, on peut associer :
- une collection d'objets (groupés par 10) réels ou dessinés,
- des écritures additives parmi lesquelles 40 + 6, ce qui peut être une justification de la lecture de quarante six.

.../...

Le même travail est fait à propos d'autres nombres de deux chiffres.

(4) • Les élèves par équipe de deux reçoivent le matériel. Cahiers, classeurs, feutres, livres,.....sont sur une table, le prix de chacun des objets est indiqué, par exemple : le cahier 8 F, le classeur 13 F, le livre 34 F, le feutre 3 F,.....

Trois élèves constituent une équipe de vendeurs. Les autres équipes sont invitées à écrire ou à représenter, sur leur feuille une commande, à calculer le montant par écrit et à préparer l'"argent" correspondant. En s'aidant de leur feuille, quelques uns réalisent ensuite à tour de rôle leur commande en payant. L'équipe "vendeurs" ne délivre les objets que si elle est d'accord avec la somme proposée.

Un des élèves de l'équipe "vendeurs" est chargé d'enregistrer tout ce qui se "vend" au fur et à mesure (en utilisant un tableau par exemple), un autre est caissier, le troisième délivre les marchandises.

A l'issue de la vente, une vérification a lieu : les enfants doivent vérifier par un calcul que l'argent en caisse correspond à l'ensemble des objets vendus. En cas de litige, il peut être vérifié si l'"argent" reçu par les vendeurs correspond bien à la somme des différentes dépenses prévues par les équipes.

.../...

Exercices :

• Complète :

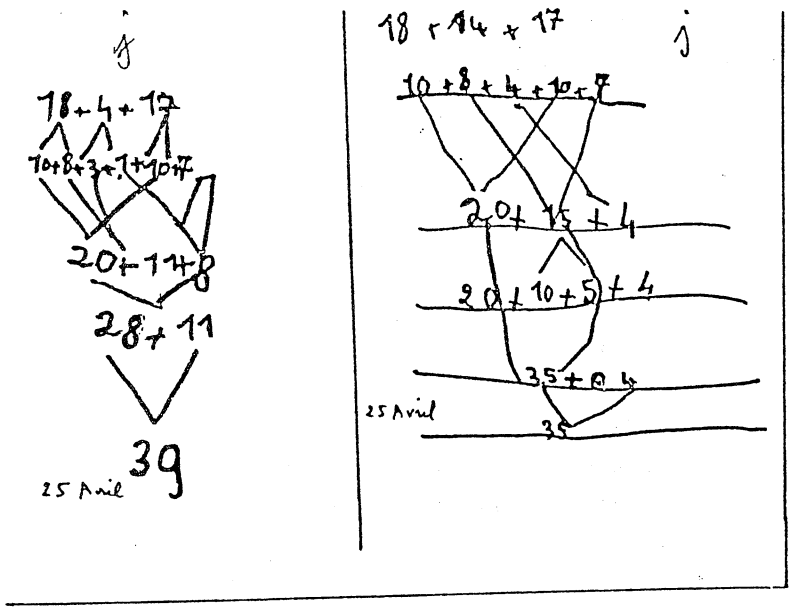
* 2 + 4 + 4 + 5 + 3 = . (53 %)
18 + 4 + 17 = . (voir réalisations d'élèves ci-après)
28 + 15 + 30 = . id.
20 + 10 + 5 = .
. = 10 + 10 + 50 + 6

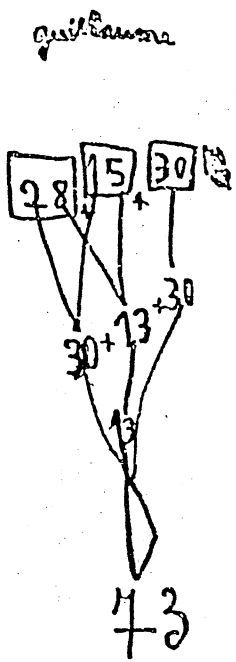
• Trouve une autre écriture pour :

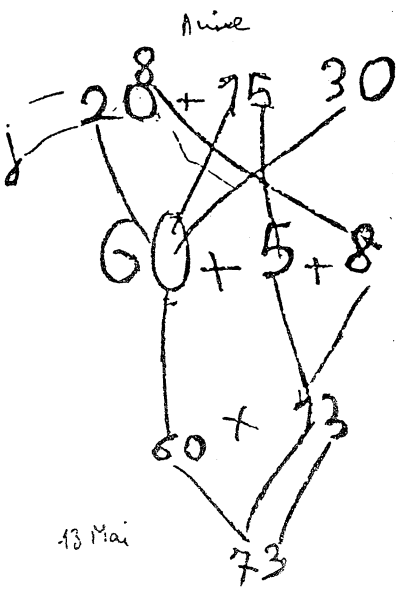
52 = .
48 = .
40 + 5 =
. = 30 + 6

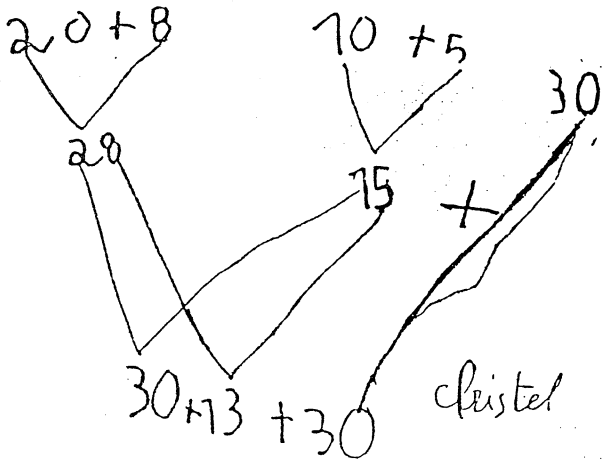
.../...

Réalisation d'élèves :









.../...

FRISE ET ROSACES

Durée : 3 séquences liées aux activités de travail manuel.

Objectifs pour le maître et les élèves :

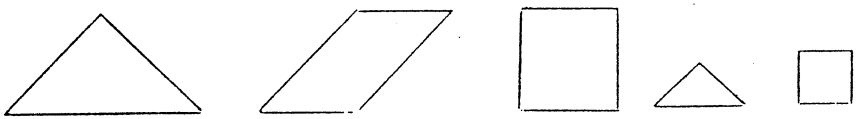
- Cf. Objectifs "Puzzles - Tangram".

Les formes utilisées ici sont celles rencontrées dans "Puzzles-Tangram" auxquelles sont adjoints différents polygones réguliers.

Matériel :

- Pour chaque équipe de 4 élèves :
  - trois bandes de papier blanc 8x29
  - des pièces dans 2 couleurs et dans plusieurs formes conduisant ainsi par exemple à 5 catégories si on classe les pièces par superposition (de telles pièces ont déjà été utilisées antérieurement, activités relatives aux tangrams)

Exemples :

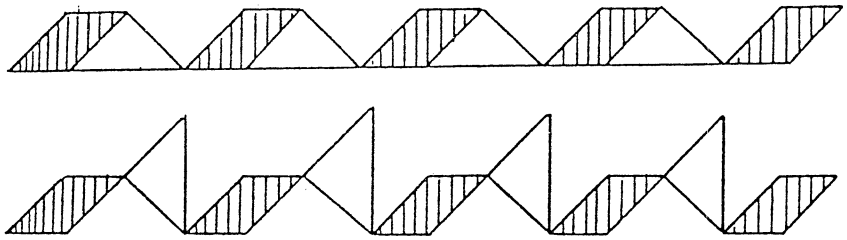


.../...

Déroulement :

(1) . Les enfants sont par groupes de quatre. Dans chaque équipe ils disposent de colle, de 2 bandes de papier (8 x 29) et d'un tas de pièces en vrac (Cf. Matériel). Ils doivent classer ces pièces en tenant compte uniquement de la forme et de la taille (il s'agit de répartir en 5 classes - enveloppes ou bôites - les pièces qui sont superposables).

Le maître propose alors au tableau les deux frises suivantes réalisées à partir de dessins de pièces de 2 formes (parallélogrammes bleus, petits triangles jaunes, par exemple).



Les enfants sont invités à comparer les deux frises pour formuler les différences et les ressemblances (mêmes pièces, de même couleur, qui se touchent toujours par la pointe, qui se touchent tantôt par une pointe tantôt par un côté, triangle avec grand côté "en bas" ou "debout".....) En même temps, deux par deux, ils choisissent une frise et diposent leurs pièces sur une bande pour reproduire cette frise. Quand une frise est réussie par un groupe, les pièces sont collées. Chaque équipe doit obtenir en collages les deux frises. Il se peut que certains découvrent, avant le collage, que pour passer d'une frise à l'autre, il suffit de changer l'orientation des triangles.

.../...

(2) • Activités libres de création de frises à partir de 2 ou 3 formes dans 1 ou 2 couleurs et représentations pour une reproduction par d'autres élèves.

• Activités de construction de frises à partir d'une seule forme :

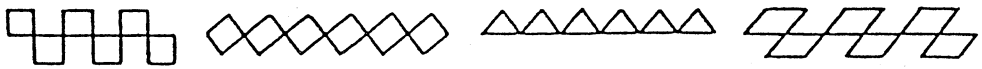
Les enfants sont par groupes de 4, ils doivent inventer des frises à partir d'une seule forme. Chaque enfant d'un groupe choisit une forme et chaque groupe a une consigne très précise donnée par le maître, consigne non connue des autres groupes. Exemples de consignes:

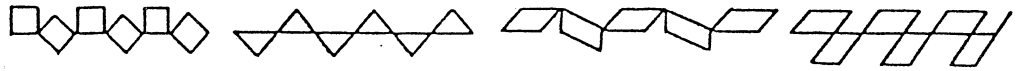
1. Les pièces sont de même couleur, elles ont même disposition, 2 pièces voisines ne se touchent que par une pointe.

2. Les pièces n'ont pas la même disposition et ne se touchent que par une pointe.

3. Les pièces sont de 2 couleurs et se touchent par tout un côté.

Exemples de réalisations possibles :

1. 

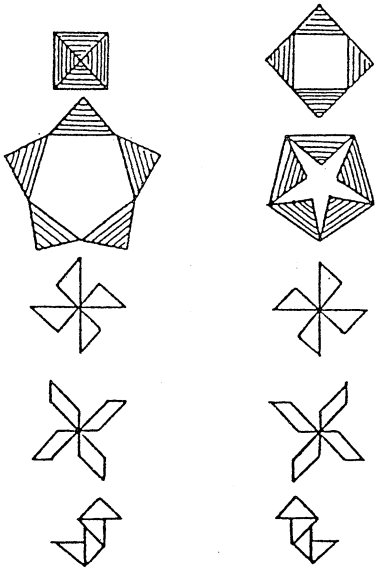
2. 

3. 

Les frises obtenues sont réalisées en collage sur des bandes de dimensions convenables fournies par le maître. Ces bandes sont affichées groupe par groupe et les élèves sont invités, par comparaison, à deviner les consignes de chaque groupe.

.../...

(3) • Des motifs constitués par des assemblages de plusieurs pièces de même forme sont dessinés (ou réalisés) au tableau, 2 par 2 (voir figures ci-dessous).



Les enfants sont par deux. Un enfant réalise avec ses pièces le premier motif pendant que l'autre réalise le second. Chacun d'eux vérifie la réalisation de son voisin puis la reproduit avec ses propres pièces. Le maître demande alors s'il est possible de réaliser la 2ème figure à partir de la 1ère, sans la démolir complétement. Les procédés sont formulés et expérimentés par tous.

.../...

ATELIERS 6

Les nombres :

- Jeu de dominos (Voir ci-après)
- Jeu de bataille
- Jeu à points (Voir ci-après)
- Trouve l'intrus (Voir ci-après)
- Jeu de l'oie (Voir ci-après)

L'addition :

- Calculatrice (Voir ci-après)
- Les quilles (Voir ci-après)
- Sommes de nombres (Voir ci-après)
- Carrés magiques

Organisation de l'espace :

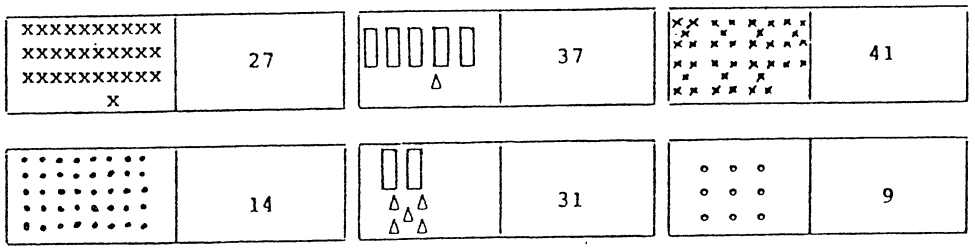
- Frises - rosaces - Réalisation à l'aide des pièces remises.
  - Copie d'après une représentation.
  - Invention et réalisation sur papier quadrillé ou pointé.

.../...

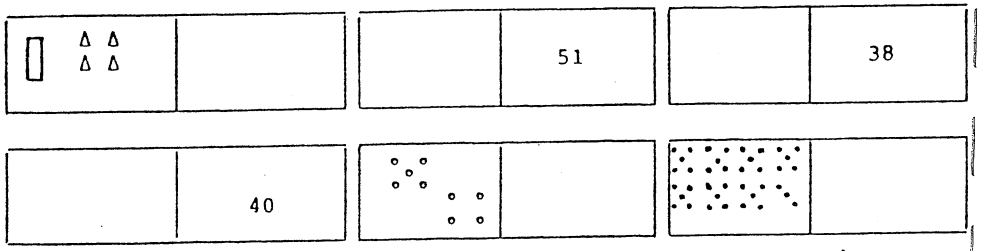
Dominos

Matériel :

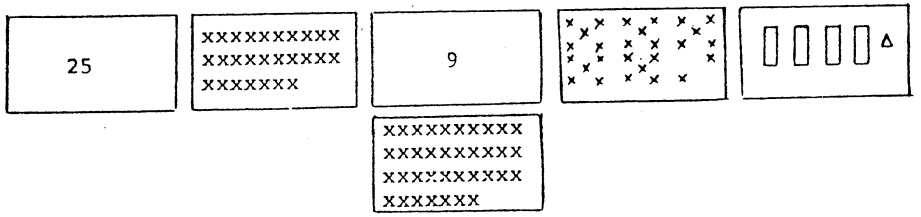
- 6 dominos aux cases remplies tels que :



Six dominos dont une seule case est remplie.



Six cartons (pour compléter les dominos ci-dessus)

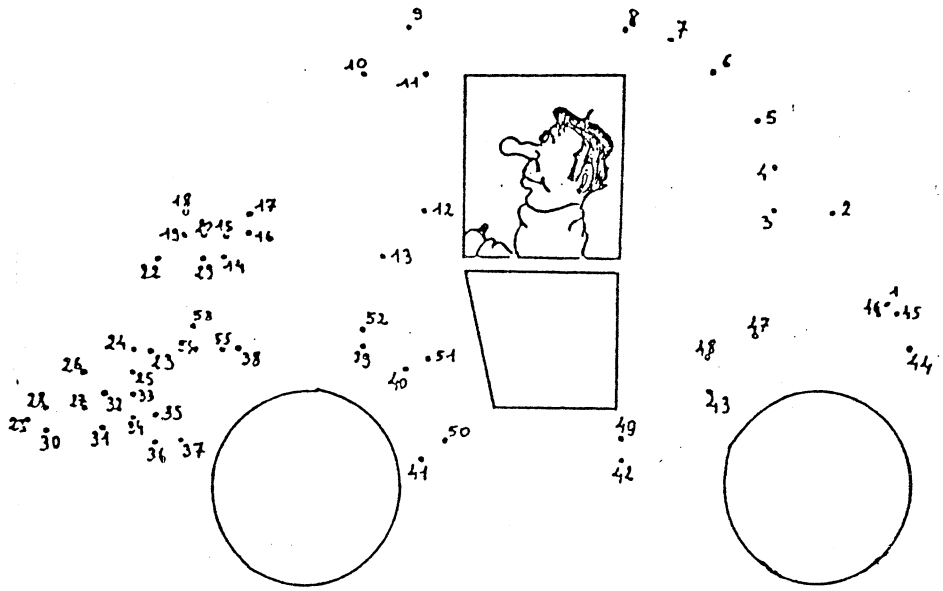


Activité : (Pour un élève)

Il s'agit de réussir à placer les dominos comme dans la règle traditionnelle, les cartons sont utilisés pour compléter les cases vides.

.../...

Jeu à points



Joins les points de 1 en 1 à partir de 1 jusqu'à 55.

Trouve l'intrus

Dans chacune des listes de nombres, trouve le nombre qui n'est pas comme les autres. Entoure-le.

Dans chaque liste, trouve d'autres nombres qui vont et écrits-les dans les cases vides.

(1)	22	66	55	77	99	11	33		

(2)	14	54	32	64	84	34			

.../...

Jeu de l'oie

Matériel :

- Une piste avec des cases numérotées de 0 à 52.
- Un dé rouge, un dé bleu.
- Deux jetons.

Activités :

Les élèves jouent à deux successivement. Chaque élève lance les 2 dés, les points marqués par le dé rouge font avancer le jeton du joueur, d'un nombre de cases égal au nombre de points marqués. Les points marqués par le dé bleu font reculer.

Des règles complémentaires sont éventuellement convenues entre les enfants ou précisées par le maître.

Calculatrices

Voici quelques types de problèmes :

" - Comment afficher 37 en appuyant uniquement sur 2, 3, 5, +, = ?

- Peut-on afficher 23 en appuyant uniquement sur 3, 4, +; = ? "

- Certaines machines réalisent les additions réitérées du dernier nombre frappé, en appuyant successivement sur la touche + ; compléter pour de telles machines un ruban tel que : "compter de six en six à partir de huit" .

Touche	8	+	6	+	+	+	+	+	+	+
Ecran										

Les quilles

Matériel :

- 5 quilles avec un nombre écrit sur chacune d'elles (exemple : 8, 13, 25, 30, 42 ou 3, 6, 14, 20, 51,.....; les nombres peuvent être rangés en cours de partie).
- 2 boules.

Activité :

Chaque élève lance une boule, les résultats sont écrits successivement au tableau.

A	B	C	D	E
8	25	13		
30	30	8		
13		25		

Le score est la somme des points des quilles culbutées. Dans un jeu par équipes, le score est la somme des points des quilles culbutées par les élèves de l'équipe. Les scores sont calculés, les calculs vérifiés entre élèves ou équipes, puis les scores sont rangés par chacun des élèves (ou par chacune des équipes).

.../...

Somme des nombres

Matériel :

- Un sac contenant 9 jetons. Sur chacun de ces jetons, un des nombres suivantsest écrit.

3 10 23
22 13 20
21 30 11

Ces nombres sont reportés au tableau ou sur une fiche remise aux enfants.

Activités :

Selon le niveau des élèves différents problèmes sont proposés, exemples :

1. Tu tires 2 jetons. Combien as-tu de points en tout ? Tu tires 3 jetons. Combien as-tu de points en tout ?

2. Céline a fait 46 points avec 3 jetons, 1 jeton est 13. Quels peuvent être les deux autres ?

3. Cédric, Corinne, Charles tirent chacun 3 jetons. Ils ne les remettent pas dans le sac. Ils comptent leurs points. Cédric en a le plus. Charles en a le moins.

Ecris ce que chacun a pu avoir :

Cedric :
Corinne :
Charles :

Carrés magiques

Matériel :

• Feuilles portant des ensembles de nombres répartis ou non en carrés magiques, ou conçus pour être complétés afin d'obtenir des carrés magiques.

Exemples :

a

17	10	15
12	14	16
13	18	11

b

7	8	9
10	11	12
17	15	13

c

26	19	24
.	21	23
.	.	.

e

1	12	8	13
15	6	10	3
14	7	11	2
4	9	5	16

f

16	15	14	13
9	10	11	12
8	7	6	5
1	2	3	4

g

1	8	.	14
15	10	5	4
6	.	16	.
.	13	.	.

h

17	28	23	30
24	29	18	.
.	.	32	.
31	.	.	20

Activités :

• a, b,e,f : on fait la somme dans chaque ligne, chaque colonne, chaque diagonale. Trouve-t-on toujours le même nombr e ?

• c, g, h : compléter pour avoir la même somme dans chacune des directions.

LA SUITE DES NOMBRES (1)

ECRITURE USUELLE

Durée : 2 séquences

Objectifs pour le maître :

Pour déterminer le nombre d'objets d'une collection, l'élève peut "compter" par paquets, en réalisant une partition et en s'aidant de calculs (exemple : 12+12+15+15+7=61), il peut aussi "compter" par 1, par 2, par 5, par 10,..... sans faire de calcul s'il connaît la liste des nombres (la comptine) ou la liste des multiples de 2, de 5, de 10,...

Dans les activités suivantes, il s'agit de proposer aux élèves des situations, afin de les conduire à exprimer la suite des nombres et à concevoir à propos de l'écriture, les règles de passages de la désignation d'un nombre à la désignation du nombre suivant (algorithme). Ces règles peuvent faire l'objet d'une explicitation, mais le but des situations est plutôt d'amener les élèves à les faire fonctionner, à les éprouver dans des circonstances où elles se révélent efficaces pour construire de façon économique une suite infinie de termes avec un petit nombre de signes choisis initialement.

Ceci conduit alors à présenter des situations où :

• Les élèves auront à utiliser simultanément deux suites des chiffres de 0 à 9, écrites chacune sur des supports indépendants, pour compter des objets (nombres inférieurs à cent), et à concevoir un tel matériel comme un "compteur").

.../...

• Les élèves auront à établir des suites de nombres compris entre 2 nombres donnés ; à ce moment les élèves pourront utiliser soit l'addition réitérée de 1, soit le matériel précédent.

Objectifs pour les élèves :

• A propos des nombres de 0 à 69 :

- 2 nombres étant donnés par écrit ou oralement donner par le même moyen, la suite des nombres compris entre ces 2 nombres.

- un nombre étant donné par écrit ou oralement donner par le même moyen le suivant de ce nombre, le précédent de ce nombre.

Antécédent :

• Ecritures usuelles additives de nombres (exemple : 39 = 10 + 10 + 10 + 9)

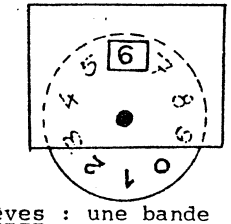
Prolongement :

• La suite des nombres et l'addition, comparaison de nombres.

Matériel :

(1) • Pour la classe : une centaine de jetons, une boîte.

• Pour chaque équipe de 2 élèves : 2 disques de carton où sont écrits les chiffres de 0 à 9, ces disques sont fixés à l'aide d'une attache parisienne à un carton muni d'une fenêtre. Deux de ces disques sont utilisés simultanément en tant que "compteur".



(2) • Pour chaque équipe de 2 élèves : une bande de papier sur laquelle pourra être écrite de façon lisible pour toute la classe, une liste de 14 nombres de 2 chiffres (par exemple : morceau de bande de rouleau de machine à calculer), un feutre à écriture large.

.../...

Déroulement :

(1) • Les élèves sont par équipes de deux. Chaque équipe reçoit un disque. A l'issue de l'observation de celui-ci le maître propose de laisser tomber les jetons dans une boîte sur le bureau, et d'utiliser le disque pour indiquer au fur et à mesure le nombre de jetons tombés.

Les exercices successifs (par exemple : deux exercices pour des nombres de jetons inférieurs à 10, un exercice pour 22 jetons) conduisent les élèves à percevoir la nécessité de disposer d'un second disque pour indiquer le nombre de dizaine de jetons. Ce second disque est remis à chacune des équipes.

Au cours des exercices suivants concernant par exemple, 27 jetons, 43 jetons,.....chaque équipe vient écrire au tableau ce qu'elle a obtenu. Ces résultats sont discutés, vérifiés à l'aide de la collection témoin de jetons.

• Un des élèves par équipe doit indiquer à l'aide des disques le nombre de jetons que le maître fait tomber dans la boîte, l'autre élève doit représenter ces jetons et doit à l'issue de l'activité, déterminer le nombre de jetons, puis comparer son résultat à ce qu'indiquent les disques.

L'activité est conduite par exemple pour 40, pour 33. A chaque fois, les résultats sont discutés d'abord au sein des équipes puis collectivement, vérifiés à l'aide de la collection témoin. La fonction de chaque disque est dégagée.

• A partir d'un certain nombre de jetons dans la boîte (33 par exemple, ou 40), nombre qui est affiché sur les disques, et représenté au tableau, le maître

.../...

ajoute (ou retire) un, deux ou trois jetons. Un élève peut prendre la place du maître. A l'aide des disques d'une part, des représentations d'autre part, les élèves doivent au fur et à mesure indiquer le nombre d'objets dans la boîte. Les résultats sont confrontés entre voisins et collectivement. L'ensemble des deux disques fonctionne comme un compteur.

(2) • La suite des nombres de 0 à 69

• Chaque équipe de 2 élèves reçoit une bande de papier. Elle doit sur cette bande écrire la suite des nombres compris entre 2 nombres fixés par le maître. Les nombres fixés par le maître ne sont pas les mêmes pour toutes les équipes; mais sont choisis pour permettre une exploitation de la suite de 0 à 69.

Exemples d'intervalles :

38 ; 52	0 ; 14
11 ; 23	26 ; 40
49 ; 52	47 ; 51
15 ; 28	35 ; 48
56 ; 69	50 ; 64

Les suites obtenues par les équipes sont étudiées collectivement :

- comparaison des réalisations des équipes ayant eu les mêmes suites à déterminer.
- comparaison des procédés pour construire les listes (en ajoutant 1 à chaque nombre déjà obtenu ou ce qui revient au même en utilisant les disques).
- lecture des nombres considérés.

.../...

• Les bandes éventuellement corrigées sont affichées au tableau.

- "certaines bandes ont des nombres communs. Comment les placer les unes par rapport aux autres, pour faire une seule suite ?"

Recherche de la bande venant la première, la suivante.....Etude des chevauchements.

• Le"damier"à 100 cases (Début)

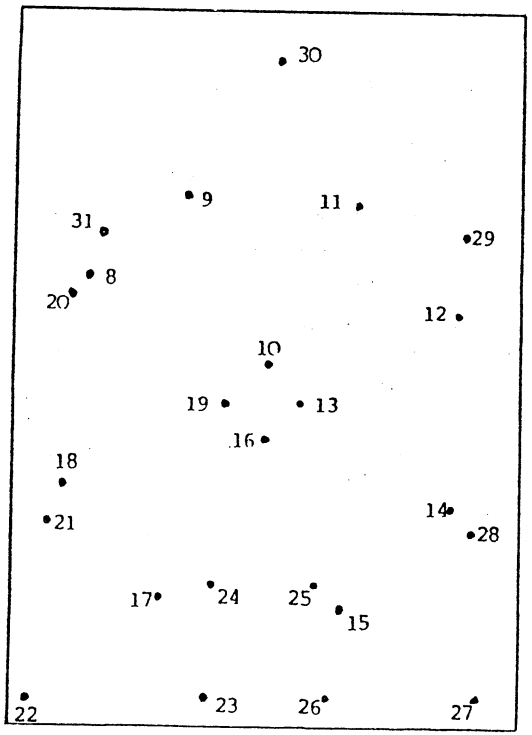
• Une discussion à propos de l'encombrement de la bande des nombres construite, conduit à imaginer un découpage de la bande en vue d'obtenir une autre disposition plus commode, (par exemple à la manière des calendriers : dans certains calendriers les numéros des jours du mois sont alignés, dans d'autres ils sont répartis sur plusieurs lignes). Les bandes découpées par dizaines sont placées, ainsi les unes sous les autres.

• Réalisation des pages 20,30,40,50,60 du dictionnaire.

Exercices :

"Ecris la suite des nombres compris entre 37 et 51"

"Joins les points en suivant l'ordre des nombres".



.../..

NUMÉRATION PARLÉE (2)

Durée : 3 séquences

Objectifs pour le maître et les élèves :

- Cf. Objectifs "Numération parlée" (1) mais ici à propos des nombres de 70 à 99.

Antécédents :

- Ecriture usuelle de nombres
- Numération parlée : nombres inférieurs à 70

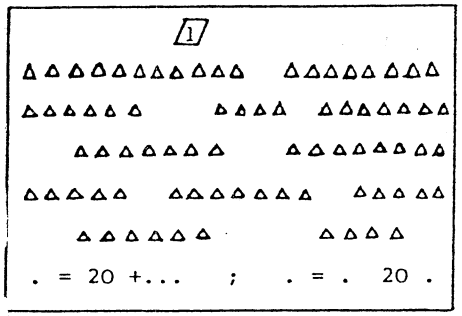
Prolongements :

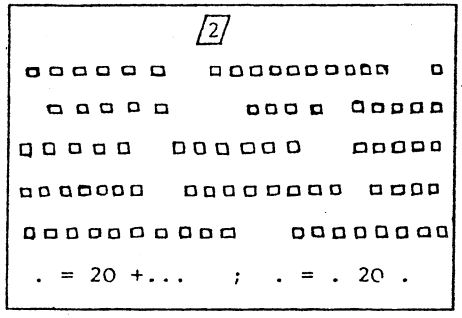
- Numération parlée. Cas général
- Comparaison de nombres. Cas général

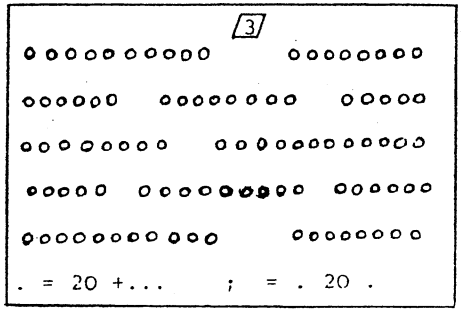
Matériel :

(1) • Pour chaque équipe de 3 élèves : 3 polycopiés numérotés respectivement [1] [2] [3] (Voir page suivante)

.../...







(2) • Pour chaque équipe d'élèves : 1 polycopié (Bristol si possible) sur lequel figurent des étiquettes à découper par les élèves.

Pour la classe : un jeu collectif des étiquettes

soixante		cinq
vingt	-	douze
quatre	-	seize

Déroulement :

(1) • Les nombres de 70 à 99

• Les élèves sont par équipes de 3. Dans chacune des équipes, ils sont numérotés 1,2,3. Chacun des élèves

.../..

reçoit le polycopié correspondant à son numéro, il doit écrire de la façon la plus courte le nombre d'objets de la collection qu'il possède.

Au sein des équipes, les élèves font tourner leur feuille pour une vérification. Les nombres sont écrits au tableau, reportés dans le "damier" mis en place précédemment et prolongé. Ces nombres sont à cette occasion écrits sous la forme :

78 = 70 + 8 ; 84 = 80 + 4 ; 96 = 90 + 6

• Sur chacune des feuilles les élèves sont invités à entourer des paquets de 20 et à compléter les égalités avec l'écriture additive qui correspond aux paquets de 20 réalisés, et avec l'écriture courte associée.

Ainsi par exemple : 84 = 20 + 20 + 20 + 20 + 4
84 = 4 (20) 4

Lecture par les élèves des nombres considérés ainsi que des nombres de dizaines "soixante-dix"; "quatre-vingt" ; quatre-vingt-dix". Report dans le dictionnaire des nombres.

(2) • Chaque équipe dispose des étiquettes (Cf.Matériel)

Comme dans "Numération parlée (1) il est d'abord demandé aux élèves de trouver le plus possible de nombres que l'on peut désigner avec ces étiquettes :

• Soit en utilisant une seule étiquette-nombre.
• Soit en utilisant plusieurs étiquettes nombres et un ou deux étiquettes [-] , exemple [soixante] [-] [douze], [quatre] [-] [vingt] [-] [douze] . Une même étiquette peut servir pour plusieurs nombres.

.../...

Dans un second temps, les élèves ont à ranger tous les nombres obtenus, du plus petit au plus grand.

Confrontation des propositions des élèves et améliorations éventuelles.

Il faut éventuellement préciser que 80 s'écrit "quatre-vingts".

La liste des étiquettes peut être modifiée. Avec la liste proposée on obtient : 4 ; 5; 12; 16; 20; 24; 25; 60; 64; 65; 72; 76; (80); 85; 92; 96.

L'obtention de la liste complète à partir d'un jeu d'étiquettes données, n'est pas nécessairement un objectif de l'activité.

Exercices :

- Range les nombres suivants :

75 , 84 , 93 , 89

- Complète :

97 = . + .
70 = . + .
80 + 6 = .

- Complète :

Ecritures en lettres	Ecritures en chiffres	Ecriture additive associée
Soixante-dix-sept	77	60 + 17
Quatre-vingt-un		
	93	
		60 + 11

.../...

PROBLÈMES (2) ET CALCUL DE SOMMES (NOMBRES DE 2 CHIFFRES)

Durée : 3 séquences

Objectifs pour le maître et les élèves :

- Cf. "Problèmes (1) - Calcul de sommes"

Antécédents :

- Ecriture usuelle des nombres
- Problèmes (1) et calcul de sommes

Prolongement :

Matériel :

(1) • Factures ou à défaut des reproductions de factures présentées au tableau ou sur polycopiés. Il pourra s'agir de factures complétes ou à compléter. Des indications pour réaliser une facture pourront être proposées de la même façon.

Exemples :

Nom : Papeterie

Facture

1 paquet de cigarettes	3
1 stylo	32
1 journal	5
Total à payer	67

Est-ce que cette facture est juste ?

1

Nom : Vêtements

Facture

1 robe	53
1 chemise	24
1 paire de chaussettes	
Total à payer	89

Calculer ce qui manque dans cette facture .

2

.../...

Nom : Fruits et légumes

Facture

Fais la facture pour un achat de cerises 13 f, de pommes de terre 30 F, de pêches 14 F, et de carottes 6 F.

3

Déroulement :

• Le maître provoque une discussion avec les élèves afin de dégager des éléments à propos de ce qu'est une facture (comment elle se présente, comme elle est établie), à propos de son utilité pour le client, (vérification) pour le vendeur (enregistrement). La réalisation de plusieurs commandes est éventuellement reprise comme dans l'activité précédente mais avec des factures établies par les vendeurs.

Une machine à calculer imprimante (additionneuse de bureau) peut éventuellement être utilisée.

Au cours de cette réflexion les élèves sont invités à calculer les sommes associées aux factures en laissant les nombres disposés en colonne. Les élèves explicitent leurs démarches. La démarche la plus économique est adoptée.

.../...

• Aux élèves répartis en équipes de 2 sont proposés successivement les exemples 1,2, (Cf. Matériel). Les consignes sont lues avec l'aide du maître.

Les élèves justifient leur propositions à l'issue de chacun des exercices.

(2) • Problèmes

Les problèmes suivants écrits au tableau, sont proposés simultanément, ils sont lus avec l'aide du maître. Les élèves peuvent les traiter dans l'ordre qu'ils désirent. Ils auront à justifier leurs réponses.

1. Cécile collectionne les timbres. En Mars elle a eu 19 timbres d'Angleterre, en Avril elle a obtenu 15 timbres d'Angleterre et 14 d'Allemagne, en Mai, elle a eu 12 timbres d'Allemagne et 10 d'Angleterre. Combien a-t-elle eu en tout de timbres d'Angleterre ?

2. Florence achète des feutres à 6 F, des cahiers à 8 F, et un livre à 25 F. Elle a dépensé 45 F. Combien de feutres et de cahiers a-t-elle achetés ?

Exercices :

1. Voici les prix : 1 cahier 8 F
1 classeur 13 F
1 livre 34 F
1 feutre 3 F

Patrick achète : 2 cahiers
2 classeurs
1 livre
4 feutres

.../...

Combien doit-il payer ?

Donne une écriture qui correspond aux pièces et aux billets qu'il remet pour payer.

2 • Dans sa collection de voitures et de camions, Julien trouve 20 autos, 7 voitures de courses, 4 voitures de pompier, 10 camions. Combien Julien a-t-il de voitures ?

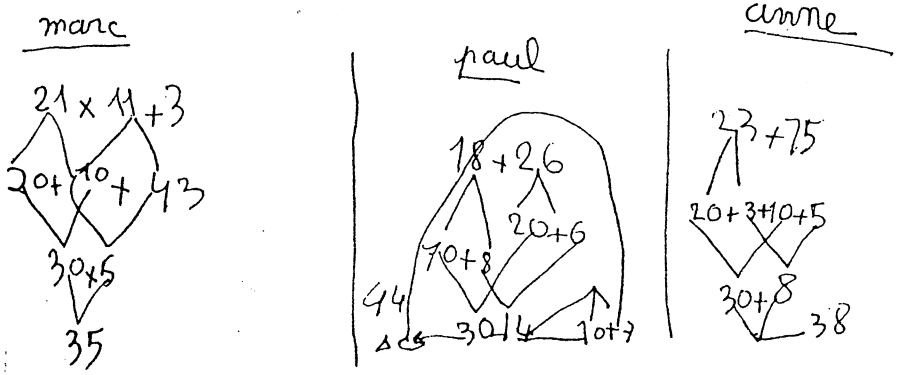
3

23 •		18 ♦	15	33	42	
	8	21 ■	28		9	51
36	15 •			11 ■	32	
57	43	15	3 ■		34	26 ♦

Anne a joué les jetons rouges •
Marc les jetons bleus ■
Paul les jetons verts ♦

Range les joueurs d'après les points qu'ils ont obtenus.

olivier 1er : paul : 44 points
2e : anne : 38 points
3e : marc : 35 points



.../...

LA SUITE DES NOMBRES (2)
ECRITURE USUELLE

Durée : 2 séquences

Objectifs pour le maître et les élèves :

• Cf. Objectifs "La suite des nombres (1) mais ici à propos des nombres de 70 à 99.

Antécédent :

• La suite des nombres (nombres de 0 à 69)

Prolongement :

• La suite des nombres et l'addition

Matériel :

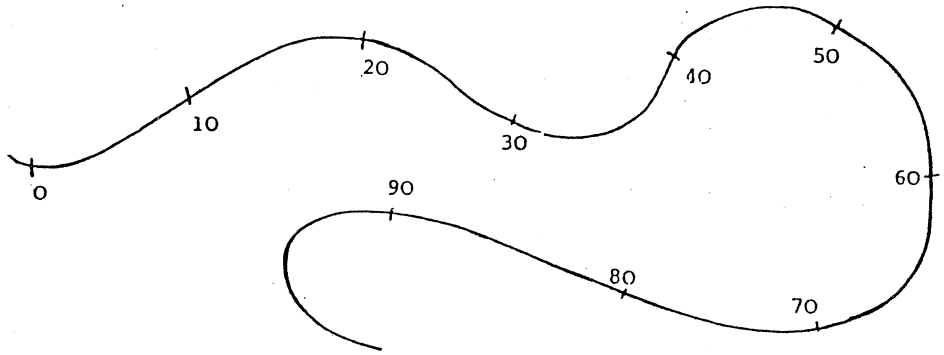
(1) • Les disques utilisés dans "la suite des nomb
(2) • Pour chaque élève : le polycopié suivant.

0	1	2	3	.	5	..	7	8	9
10	11	.2	.3	..	15	..	1.	18	..
..	..	..	..	..	..	..	..	..	..
30	3.	..	..	..	..	..	37	..	..
40	41	..	..	..	..	..	7	..	..
50	..	..	53	..	..	..	..	.8	5.
60	..	62	..	..	..	..	..	..	..

Déroulement :

(1) • Les élèves donnent par écrit la liste des nombres de 2 chiffres à partir de 60. Confrontation des listes. Usage éventuel des compteurs.

• Les élèves sont par équipes de deux. Chaque équipe reproduit sur une feuille de papier la piste suivante dessinée au tableau.



Chacune des équipes à tour de rôle place un nombre sur sa piste, le lit, les autres doivent à leur tour placer ce nombre sur leur piste. Il est convenu que chacun des intervalles avant 70 ne peut avoir plus de 2 nombres et les autres plus de 3. Une équipe conduit l'exercice sur une grande feuille qui sera utilisée lors des justifications.

Etude des réalisations des équipes et des justifications.

(2) • Chaque élèves reçoit le polycopié (Cf.Matériel). Au tableau, le maître a écrit des nombre à reporter sur le polycopié, dans la case correspondante, exemples:

70 ; 84 ; 97 ; 80 ; 5 + 90 ; 40 + 7 ; 50 + 3 ;

60 + 9 ; 4 + 30 ; 99 .

Confrontation des réalisations. Justifications.

• Ecriture dans le dictionnaire des nombres de 70 à 99.

Exercices :

* L'élève dispose d'une piste comme celle montrée dans la leçon "Place sur la ligne les nombres suivants":

86 ; 47 ; 72 ; 49 ; 94 ; (75 %)

• Ecris les nombres compris entre 73 et 87.

PLIAGES, DÉCOUPAGES, GÉOMÉTRIE SUR QUADRILLAGE (2)

Durée : 2-3 séquences

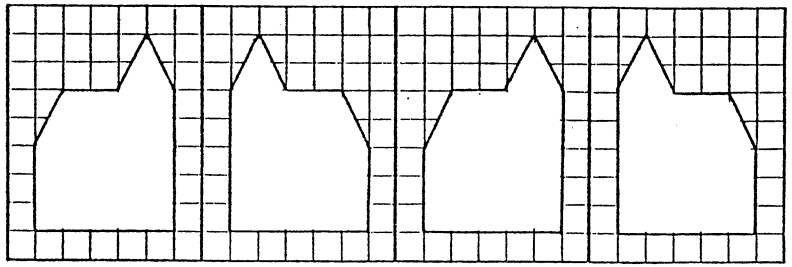
Objectifs pour le maître et les élèves :

• Cf. Leçon "Pliages, découpages, géométrie sur quadrillage (1)".

Matériel :

(1) • Pour le maître :

• 2 pliages "accordéon" avec maisons découpées : ces pliages sont faits à partir d'une bande de papier quadrillé 1x1 format 9x28, qui une fois pliée donne un pliage de dimensions 9x7 ; le découpage (des maisons) passe par les noeuds du quadrillage :

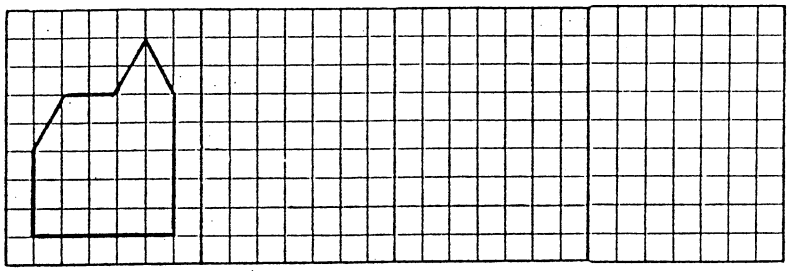


.../...

• Par groupe de 4 élèves :

• Le polycopié P format 9x28 sur papier quadrillé 1x1, une paire de ciseaux, du papier blanc, du papier transparent.

P



(2) • Par groupe de 2 élèves :

• 1 quadrillage 1x1 format 6x6 numéroté 1
• 1 quadrillage 1x1 format 6x6 numéroté 2

• Par élève :

• 1 bande quadrillée 1x1 format 6x14

• Par groupe de 4 élèves :

• 1 bande quadrillée 1x1 format 6x14, de la colle.

(1) • Construction de la transformée d'une figure par translation ou symétrie.

• Les 2 pliages accordéon, avec maisons découpées, (Voir matériel) sont affichés, l'un déplié à plat, l'autre plié. La classe est partagée en groupesde 4. Chaque groupe reçoit des ciseaux, des règles, du papier transparent, du papier blanc, le polycopié P (Voir matériel). Sur ce polycopié, est dessinée une maison. Les enfants dans chaque groupe doivent dessiner les 3 autres maisons de façon

.../...

qu'elles coincident, après superposition, avec les maisons découpées dans les pliages affichés. Quand dans un groupe les dessins sont terminés, le maître passe vérifier avec un pliage.

Après un temps de recherche, les dessins de chaque groupe sont affichés au tableau.

Les procédés employés sont décrits :

- les enfants peuvent avoir plié (une ou plusieurs fois) leur feuille, pour obtenir leur dessin par empreinte du dessin donné.
- les enfants peuvent avoir décalqué puis découpé une maison, et utilisé ce découpage comme "gabarit".
- les enfants peuvent avoir compté et utilisé les carreaux du quadrillage.....

. La figure A est dessinée au tableau sur un quadrillage. Les enfants sont par groupes de deux et chaque groupe reçoit les feuilles quadrillées 1x1 format 6x6, numérotées [1] et [2]. Un des enfants doit d'abord reproduire la figure A sur le quadrillage [1]. Les réalisations sont comparées pour vérification, les vérifications faisant intervenir le nombre de carreaux ("là il y a 2 carreaux et pas 3....") et l'orientation ("là, il faut aller à droite...") de la figure. Une fois la reproduction acceptée, le deuxième enfant du groupe doit construire sur le quadrillage [2] une figure telle quelle se superpose à la première construite, après un retournement que le maître précisera. La vérification se fait par exemple en superposant les 2 dessins après retournement de l'un d'eux et en regardant par transparence s'ils coïncident. Les 2 cocottes dessinées sont ensuite découpées.

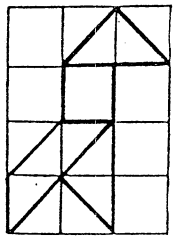


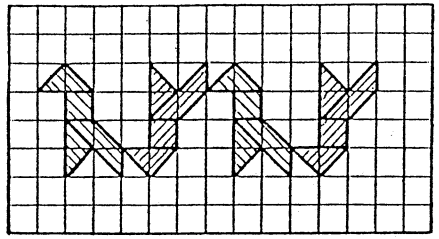
figure A.

.../...

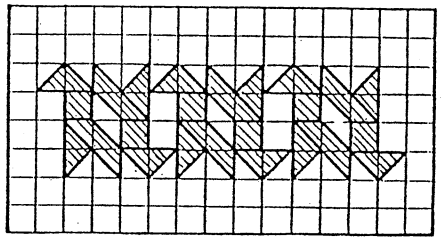
. Une frise est dessinée au tableau, à partir d'un motif de deux "cocottes" analogues aux précédentes.
Les enfants reçoivent chacun une bande quadrillée 6 x 14 et doivent dessiner une partie de la frise (au moins deux "cocottes").

. Les enfants sont par groupes de quatre. Chaque groupe reçoit quatre cocottes (découpées précédemment) et une bande quadrillée 6 x 14. Ils doivent coller les quatre cocottes sur la bande, en suivant les lignes du quadrillage, pour construire une frise.

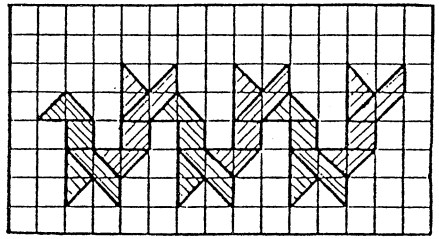
. Quatre frises sont dessinées au tableau et numérotées de 1 à 4, par exemple :



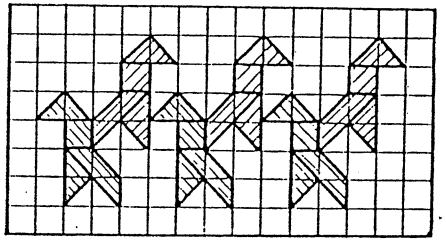
[1]



[2]



[3]



[4]

Le maître choisit une frise et inscrit son numéro sur un papier qu'il cache. Les enfants doivent deviner la frise choisie en posant des questions auxquelles le maître répond par oui ou par non.

.../...

RECHERCHE DE TERMES INCONNUS D'UNE SOMME

Durée : 4 séquences

Objectifs pour le maître :

Des situations de recherche de termes inconnus d'une somme ont été proposées et résolues mais il s'agit ici plus précisément d'observer les procédés de calcul mobilisés par les élèves, leurs justifications, de conduire les élèves à améliorer ces procédés sans en privilégier nécessairement certains.

Les élèves peuvent par exemple :

- utiliser une "décomposition par dizaines", ainsi soit à compléter 23 + . = 41 : ceci s'écrit

20 + 3 + . = 20 + 10 + 10 + 1
= 20 + 3 + 7 + 10 + 1
= 20 + 3 + 18

- ou "aller" de 23 à 41 dans la suite des nombres

23 —a7→ 30 —a10→ 40 —a1→ 41

41 = 23 + 18

- ou "aller" de 24 à 41, de un en un, en utilisant la suite des nombres : "24,25,26,....."

.../...

Objectifs pour les élèves :

- Compléter des égalités telles que :

. + 17 = 46 ; 13 + 11 + 23 = 42 + .

- Résoudre des problèmes conduisant à de telles égalités.

Antécédent :

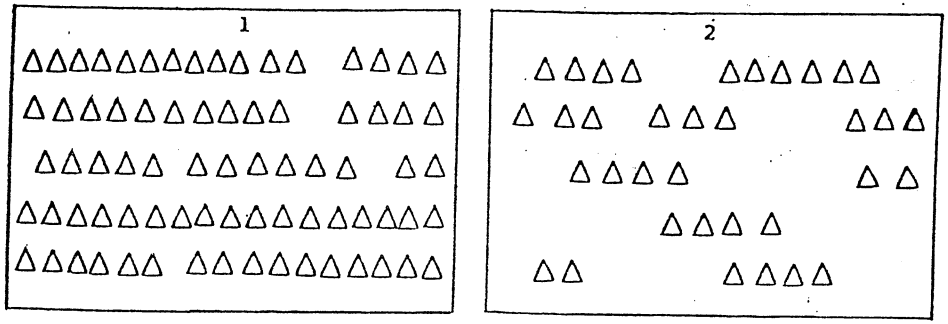
- Calcul de sommes (nombre de 2 chiffres)

Prolongement :

La différence de 2 nombres. La soustraction (au cycle élémentaire).

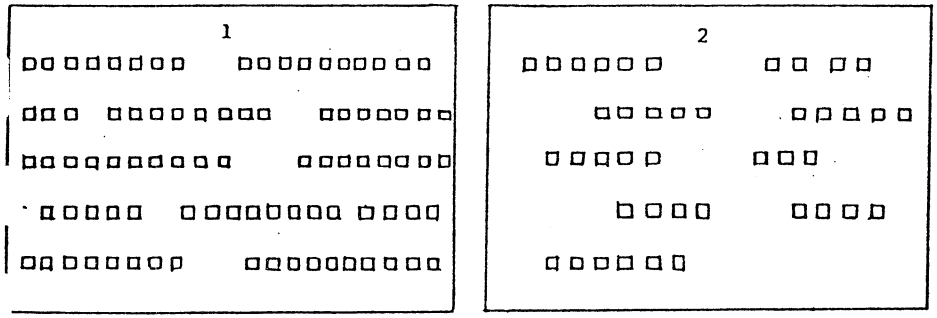
Matériel :

(1) • Pour chacune des équipes de 2 élèves d'une moitié de classe (A et B) les 2 polycopiés 1, 2 ci-dessous correspondants une feuille de papier (pour le message et les calculs), un feutre.



Polycopiés pour les équipes de la demi-classe A

.../...



Polycopiés pour les équipes de la demi-classe B.

Déroulement :

(1). Les élèves sont répartis en équipes de deux. A chaque équipe d'une demi-classe est associée une équipe de l'autre demi-classe. Dans chaque équipe les élèves sont numérotés 1,2. Les équipes de chaque demi-classe reçoivent les polycopiés (Cf. Matériel) les élèves 1 reçoivent le polycopié 1, les élèves 2, le polycopié 2.

Dans un premier temps, les élèves individuellement doivent compter le nombre d'objets présentés sur leur feuille 1 ou 2, puis écrire ce nombre sur la feuille blanche commune de l'équipe.

Dans un second temps, la feuille blanche avec le "message" comportant 2 nombres est remise au groupe correspondant. Celui-ci doit trouver, puis écrire le nombre d'objets qu'il faut ajouter au nombre de la feuille 2 (le plus "petit") pour avoir le nombre de la feuille 1 (le plus "grand") . Les élèves doivent donc comparer les 2 nombres

.../...

écrits pour déterminer le plus petit, puis trouver une procédure leur permettant de calculer la différence cherchée.

A l'issue des réalisations, le message initial avec les 2 nombres et leur différence est renvoyé pour vérification. Cette vérification peut se faire :

- uniquement à l'aide de la feuille 1 en isolant une partie ayant le nombre d'éléments de la feuille 2, puis en vérifiant que le nombre d'objets restants est celui proposé.

- uniquement à l'aide de la feuille 1 en dessinant le nombre d'objets proposé par le groupe associé et en vérifiant qu e le nombre total d'objets est bien celui de la feuille 1.

- en utilisant une addition

.....

Toutes les méthodes de calcul utilisées sont inventoriées justifiées, comparées. Les élèves cherchent les égalités que l'on peut associer à chacune des situations.

(2). Au tableau sont écrits les nombres suivants :

20	6	10	0	16
4	18	24	14	8
8	4	0	2	10

- "Dans un sac, sur des cartons sont écrits les nombres ci-dessus. On tire 3 jetons et on fait la somme des points".

La situation peut être réelle et plusieurs tirages peuvent être effectués.

.../...

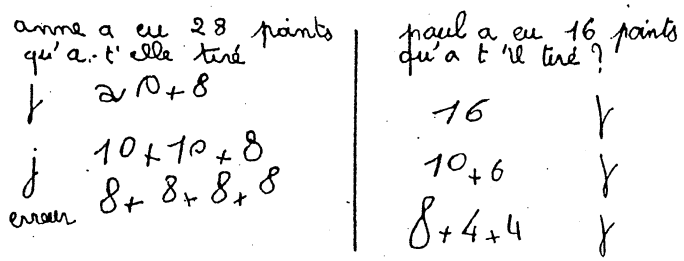
Les élèves recherchent par équipes de deux :

- "Anne a eu 28 points en tirant 3 jetons, qu'a-t-elle pu tirer ?"
- "Paul a eu 16 points en tirant 3 jetons, qu'a-t-il pu tirer ?"

Les diverses propositions des élèves sont relevées successivement au tableau et font l'objet de justifications.
Exemples :

Pour 28 : 20 + 8 + 0 ou 20 + 8 ou 20, 8
18 + 10 ou 18, 10
20 + 4 + 4 ou 20, 4, 4

Pour 16 : 10 + 6 ou 10, 6
16
8 + 8
8 + 4 + 4
.....



• Calcul mental

25 = 5 + .	12 = . + .
42 = 40 + .	68 = . + .
57 = . + .	10 + 10 + . = 37
38 = 30 + .	20 + . + 5 = 45
34 = 10 + 10 + 4 + .	20 + . + 6 = 56

.../..

(3) • Jeu du scrable

• Au tableau est décrite la correspondance suivante :

a → 3
m → 7
i → 4
p → 6
l → 2
e → 5

-"A chaque lettre est ainsi associé un nombre de points"
-"Que vaut le Mot "ami" ?"

Calcul par les élèves

• Les élèves cherchent la valeur de certains mots qu'ils se donnent ou que donne le maître, exemple : "pale", "lame", "pelle".

Etude des propositions et des justifications

• Inversement, à partir de la valeur de certains mots, trouver la valeur de certaines lettres, exemples :

- "sale" vaut 18, que vaut la lettre s ?"
- "rale" vaut 13, que vaut la lettre r ?"
- "malin" vaut 25, que vaut la lettre m ?"
- "vive" vaut 13, que vaut la lettre v ?"
- "cale" vaut 20, que vaut la lettre c ?"

Etude des démarches et des justifications.

.../...

=18 s a l e vaut 18, que vaut la lettre S ?

8 + 10 — [8]

=13 r a l e vaut 13, que vaut la lettre r ?

3 3+2+5 — (3)

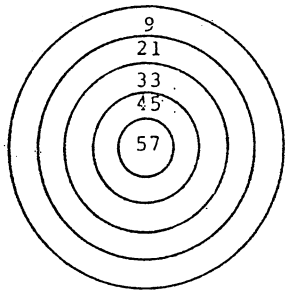
=20 c a l e vaut 20, que vaut la lettre c ? [10]

10 3+2+5 — 22 vaut

Christel et Laurent

(4) • Jeu de fléchettes

Au tableau est dessinée une cible de jeu de fléchettes telle que :



Par deux, les élèves recherchent les exercices suivants écrits au tableau et lus avec l'aide du maître.

"Au jeu de fléchettes, Cécile a eu avec ses deux fléchettes, 21 et 33 points. Etienne avec sa première flèche a eu 45 points. Où doit-il lancer sa deuxième fléchette pour avoir autant que Cécile ?"

"Chaque joueur lance toujours deux fléchettes. Denis a eu 45 et 21. Alice a eu autant de points, qu'a-t-elle pu avoir pour chaque flèche ?

.../...

Bertrand a eu moins, qu'a-t-il pu avoir pour chaque fléche ?"

Les propositions des enfants sont relevées. Les différentes éventuelles sont justifiées et comparées.

Exercices :

* (1) "Voici les nombres écrits sur les cartons"

20,	6,	10
4,	18,	24
8,	4,	4
16,	8,	10

Paul a eu 16 points. Ecris les égalités qui correspondent à ce qu'il a pu tirer (85 %).

(2) a →3 l →2 n → 9
m →7 e →5 v → 2
i →4 s →8 c →10
p →6 r →4 d → 8

Avec le mot "carte", on a 29 points que vaut la lettre t ?"

Avec le mot "cordon", on a 37 points que vaut la lettre o ?"

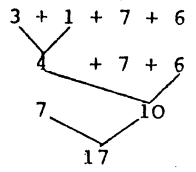
.../...

UTILISATION DES PARENTHÈSES

Durée : 2 séquences

Objectifs pour le maître :

Les élèves savent décrire par écrit ou oralement l'organisation de leurs calculs. Exemple : soit à calculer: 3+1+7+6, les élèves peuvent proposer :



Il s'agit ici de les conduire à propos d'une communication entre eux par exemple, à décrire l'ordre du déroulement d'un calcul, uniquement sur la ligne d'écriture où figure la somme à calculer. Les élèves sont susceptibles d'utiliser différentes couleurs, différents tracés et de proposer des expressions telles que :

3 + 1 + 6 + 7 ; (3 + 1) + 6 + 7 ; 3 + 1 + 6 + 7 ;...

équivalentes à l'expression [(3+ 1) + 6] + 7 qui sera éventuellement proposée par le maître, et utilisée par la suite.

Objectifs pour les élèves :

• Décrire à l'aide des parenthèses, l'organisation des calculs décrits verbalement et réciproquement.

.../...

Prolongement :

Emploi des parenthèses dans des écritures concernant la soustraction ou concernant simultanément plusieurs opérations (addition et multiplication par exemple, au cours élémentaire).

Matériel :

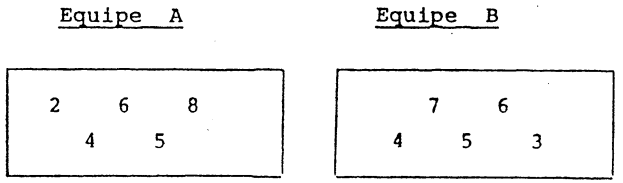
Pour chaque équipe de 2 élèves : une feuille de papier, une bande de papier de 1 cm de large.

Déroulement :

Les élèves sont répartis en équipes de deux. Une demi-classe constitue les équipes A, l'autre demi-classe les équipes B. Une équipe A est associée à une équipe B pour l'échange des messages.

Un ensemble de nombres dont il faut calculer la somme est écrit au tableau pour chaque demi-classe.

Exemple :



Chaque équipe sur sa feuille doit calculer la somme des nombres qui la concernent en indiquant l'ordre des calculs à l'aide d'un "arbre". Dans un temps suivant, elle doit rédiger un message d'une ligne sur la bande de papier afin que l'équipe correspondante puisse retrouver l'arbre (c'est-à-dire l'ordre des calculs) pour calculer la somme.

.../...

Les messages sont échangés, les arbres représentés sur la feuille.

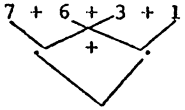
Les équipes associées confrontent ensuite les deux réalisations aux productions initiales.

Les messages accompagnés des productions initiales et des réalisations sont examinés et critiqués. Les indications superflues sont supprimées, à moins qu'elles ne soient apparues précédemment, la convention des parenthèses est apportée par le maître dès que des propositions équivalentes sont données par les élèves.

L'activité est reprise à propos d'autres nombres afin d'éprouver le langage mis en place.

Exercices :

• Complète 7 + 6 + 3 + 1



Décris ton calcul à l'aide de parenthèses.

• Dessine l'arbre qui correspond au calcul indiqué par les parenthèses.

(3 + 7) + (2 + 9)

Calcule la somme d'une autre façon, décris ton calcul à l'aide des parenthèses.

.../...

ATELIERS 7

Les nombres

• Damier à cent cases (Voir ci-après)
• Désignation de nombres (Voir ci-après)

Addition

• Calculatrice. Etude de problèmes déjà abordés en Atelier 6, mais avec des nombres plus grands.

• Etude de la fonction de la touche (en liaison avec le calcul d'additions à trous), en particulier comment afficher le nombre qui vient juste avant un nombre déjà affiché, sans effacer ce dernier.

• Jeu du scrabble. Cf. Leçon "Recherche de termes inconnus d'une somme".

Organisation de l'espace

• Pliage-découpage. En utilisant pliage, découpage, collage, les élèves réalisent des boîtes identiques à celles proposées par le maître. Une boîte est proposée terminée (éventuellement collée), une autre démontable ou démontée.

.../...

Damier à cent cases

Matériel :

• Un polycopié représentant le damier à cent cases, seuls quelques nombres sont reportés.
Exemple :

0	1						8		
10		12							
						27			
			33						
					46				
			54						
				75					

Activités :

• Placer 73, 37, 98, 89, 90.

70 + 6 ; 7 + 60 ; 8 + 80 ; 20 + 30 ;

• Ecrire les nombres dans les cases entourées.

.../...

Désignation de nombres

Matériel :

Deux sacs A, B avec chacun 6 jetons. A chacun des jetons du sac A correspond un des chiffres 3,4,4,5,5,6 à chacun des jetons du sac B correspond un des chiffres 0,1,2,7,8,9. Les jetons peuvent être remplacés par 2 jeux de couleurs différentes A,B, de 6 cartes chacun.

Activité :

• Les élèves jouent par deux, trois ou quatre ; chaque élève prend au hasard un jeton dans chacun des sac (ou une carte dans chacun des jeux). Les deux jetons sont juxtaposés de manière à donner l'écriture d'un nombre. Le gagnant est celui qui a le plus grand nombre. Les jetons sont remis dans les sacs à l'issue de chaque comparaison entre les joueurs.

• Diverses questions peuvent être proposées.
On convient chaque fois d'essayer d'obtenir le plus grand nombre avec les deux chiffres tirés.

1. Quel est le plus grand nombre que l'on peut avoir ?
Le plus petit ?
2. Alice, Bruno, Cyrille jouent ensemble. Alice a 41, Bruno 50, Cyrille est juste entre eux deux, qu'a-t-il pu obtenir ?
3. Fais (ou imagine) 6 tirages l'un après l'autre, sans remettre les jetons. Range les nombres.
4. Retire les 2 jetons qui donnent le plus grand nombre. Quel est le plus grand nombre juste après que tu peux obtenir ? Continue ainsi de suite pour avoir 6 nombres.

• On convient que les jetons du sac A sont les jetons des dizaines ; ceux du sac B, les jetons des unités. Les 4 questions précédentes peuvent être reprises.

.../...

LA SUITE DES NOMBRES (3)
ECRITURE USUELLE

Durée : 3 séquence

Objectifs pour le maître :

L'approche des objectifs décrits dans "la suite des nombres (1)" est ici entreprise dans 2 types de situations :

- Comment la suite se prolonge-t-elle après 99 ?
- Comment numéroter des objets ou dénombrer des collections en n'utilisant qu'une suite finie et ordonnée de signes (par exemple : O, ✳, □, Δ), de telles suites de chiffres ou de signes étant fournies sur des supports indépendants (bandes, disques).

Objectifs pour les élèves :

- Pratiquer à l'aide des écritures l'algorithme de la numération pour des nombres au-delà de 99.

Antécédent :

La suite des nombres de O à 99.

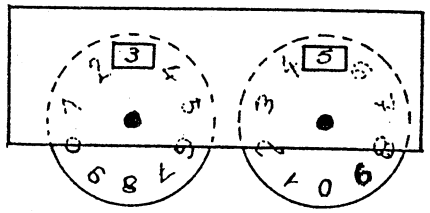
Prolongement :

La numération (C.E.1).

.../...

Matériel :

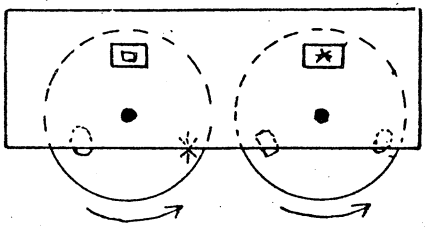
(1) • Pour chaque équipe de 2 élèves, d'une demi-classe : "un compteur" constitué de deux disques comprenant chacun les chiffres de O à 9.



(2) • Pour chaque équipe d'élèves, un "compteur" constitué de 2 disques comprenant chacun les signes : ✳ O □
La matériel peut être réalisé par les élèves.

Pour la classe :

Un "compteur" collectif.



Déroulement :

(1) • Les nombres de 3 chiffres écrits avec les chiffres de O à 9.

Les élèves sont par deux. Dans une moitié de la classe, chacune des équipes a un compteur. Les élèves sont invités à donner l'écriture usuelle de plusieurs nombres successifs à partir de 90 et à aller ainsi aussi loin qu'ils peuvent.

Les résultats des recherches sont exposés et justifiés :

- soit en considérant explicitement ou non des collections, exemple :

"99 c'est 9 dizaines et 9, juste après c'est 10 dizaines on peut l'écrire 10 (10) 0".

.../...

Ce qui s'écrit aussi 100 d'après les conventions antérieures.

"Juste après nous avons 10 (10) 1"

Ce qui s'écrit aussi 101

.....

- soit en considérant la suite donnée par l'algorithme. Dans ce cas, les élèves peuvent se rendre compte de la nécessité d'un 3ème disque, pour "compter" le nombre de tours du 2ème disque (le disque des dizaines).

La liste des nombres obtenus est écrite au tableau ces nombres sont lus par les élèves.

Les dernières pages du "dictionnaire" peuvent être complétées.

(2) • Ecriture de nombres à l'aide d'un système arbitraire de figures.

• Chaque équipe reçoit le compteur utilisant les signes ✱, ○, □. Il s'agit de trouver un procédé avec ce compteur pour écire la suite des nombres:

- 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.

En cas de difficulté, l'obtention du code peut être favorisée par l'utilisation de jetons. Un élève laisse tomber un à un des jetons d'une collection. Certains élèves font tourner les disques selon les règles déjà abordées à propos des compteurs décimaux, d'autres écrivent simultanément le nombre de jetons tombés et ce qui apparaît au compteur.

Il est nécessaire bien sûr de convenir d'une position de départ commune des compteurs afin de trouver les mêmes écritures.

0	○ ○
1	○ □
2	○ ✱
3	□ ○
4	□ □
5	□ ✱
6	✱ ○

.....

.../...

Pour continuer les élèves peuvent se rendre compte de la nécessité de l'adjonction d'une 3ème ou même d'un 4ème disque. De toute façon, cette question est abordée lors de la synthèse des recherches.

• "Comment à l'aide des signes du compteur, coder le nombre de points écrit au tableau ?" Exemples : 22, 18.

Inversement : dessiner une collection qui correspond à ✱ □ ✱.

Comme précédemment, en cas de difficulté, l'obtention du code associé à 22 peut être favorisé par l'utilisation de jetons.

Inversement, pour obtenir la collection associée à ✱, □, ✱, les élèves peuvent partir du compteur à la postion ooo (pour o). A chaque fois que le compteur "avance" d'une unité, un jeton est dessiné, on arrête le compteur dès qu'il atteint la position ✱ □ ✱.

Exercices :

• Complète : 

• Qui vient juste avant, juste après.

Juste avant		Juste après
	113	
	125	
	100	

.../...

LA SUITE DES NOMBRES ET L'ADDITION

Durée : 4 séquences

Objectifs pour le maître :

Proposer aux élèves des calculs les conduisant :
1. A exploiter les propriétés de la numération rencontrée. Ainsi, soit à calculer 34 + 17, l'élève peut :

• Utiliser une écriture additive à l'aide des dizaines des nombres considérés, exemple :

$$\begin{aligned} 34 + 17 &= 30 + 10 + 4 + 7 \\ &= 40 + 11 \\ &= 40 + 10 + 1 \\ &= 50 + 1 \\ &= 51 \end{aligned}$$

• Utiliser une succession de calculs associés à une succession de "pas" dans la suite des nombres.

$$\begin{aligned} 34 + 17 &= 34 + 10 + 7 \\ &= 44 + 6 + 1 \\ &= 50 + 1 \\ &= 51 \end{aligned}$$

2. A remplacer dans un calcul, par exemple : "ajouter 12" par "ajouter 10 puis ajouter 2" et réciproquement.

.../...

Objectifs pour les élèves :

A propos des nombres inférieurs à 100 :

• A partir d'un nombre nommé a, compter ou décompter de n en n. Exemples : compter de 3 en 3 à partir de 5, décompter de n en n à partir de 25. En particulier donner oralement les nombres de 10 en 10 de n'importe quel nombre dans l'ordre croissant ou dans l'ordre décroissant. Exemples : 3, 13, 23, 33,.....

• Calculer mentalement la somme d'un nombre et d'un nombre de dizaines, la somme d'un nombre et d'un nombre inférieur à 10 (calcul sans retenue).

Antécédents :

• La suite des nombres. Ecriture usuelle

• Calcul de sommes (nombres de 2 chiffres)

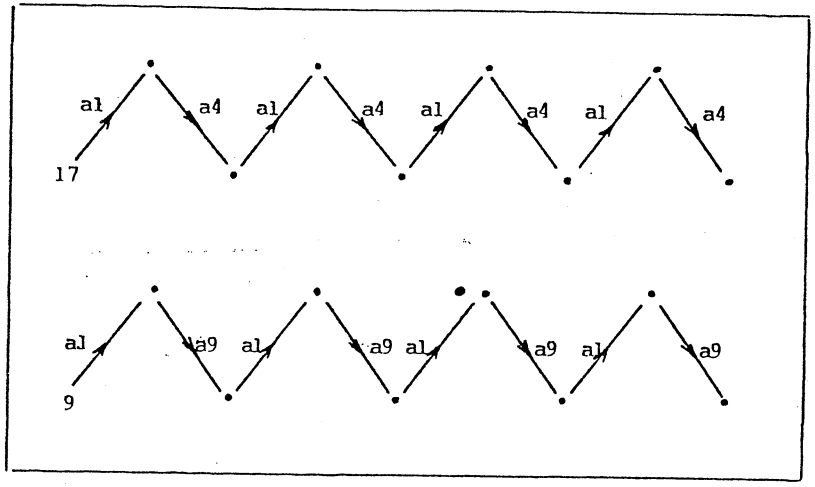
Prolongement :

• Recherche d'un ou de plusieurs termes inconnus d'une somme.

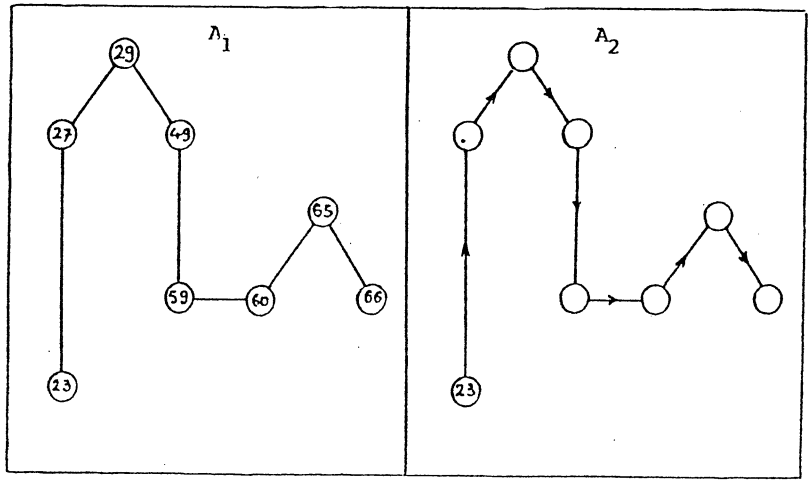
.../...

Matériel :

(1) • Pour chaque équipe de 2 élèves, un polycopié tel que le suivant :

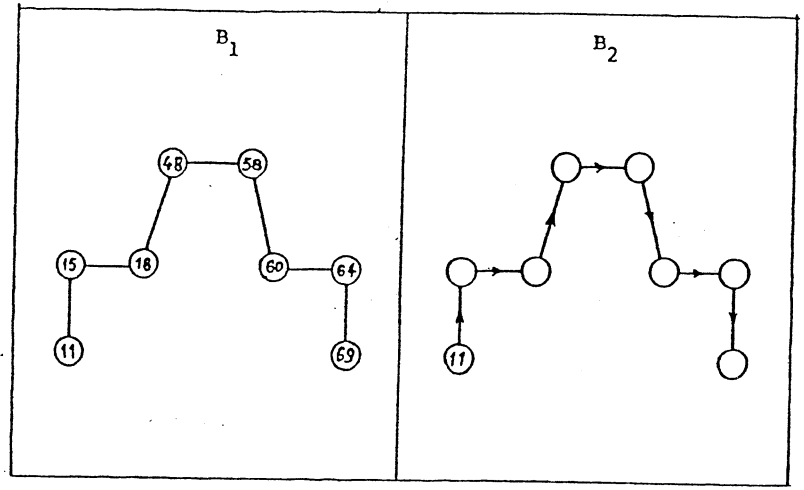


(3) • Pour chaque équipe de 2 élèves d'une moitié de la classe, l'un des polycopiés, ci-dessous ; pour chaque équipe de l'autre moitié, l'autre polycopié.



Polycopié A

.../...



Polycopié B

• Les "compteurs" sont disponibles sur le bureau.

(3) • Pour chaque équipe de 2 élèves : un "compteur"

Déroulement :

(1) • Les élèves par équipes de 2 reçoivent le polycopié et le complétent suivant les indications du maître.

- "a 2 signifie que l'on ajoute 2 au nombre précédent". Un ou deux exemples sont traités collectivement, les équipes sont invitées à prolonger sur une autre feuille les calculs proposés et à aller ainsi le plus loin possible.

Les nombres successifs sont lus par les équipes, écrits au tableau et les démarches différentes pour les obtenir exposées, les "compteurs" sont éventuellement utilisés pour les vérifications.

.../...

• Les 2 lignes de la seconde bande sont considérées :

10 ; 20 ; 30 ; .....

19 ; 29 ; 39 ; .....

- "Dans chaque ligne, comment passe-t-on d'un nombre au suivant ?"

- "Quels sont les nombres qui viennent après ?"

Les noms des dizaines successives sont écrits en lettres et lus par les élèves.

(2) • Le maître désigne les élèves à tour de rôle, ceux-ci doivent donner oralement le nombre obtenu en ajoutant 2 au dernier nombre dit. Le nombre de départ est fixé par le maître.

L'exercice est repris en comptant de 20 en 20, en décomtant de 10 en 10. L'écriture et/ou le "compteur" peuvent être utilisés pour les explications des élèves ou les vérifications.

• Les élèves par équipes de 2, cherchent et écrivent les nombres qui vont de 11 en 11 à partir de 3.

3 ——all—— ——all—— ——all—— .---

Les propositions des élèves sont étudiées collectivement ainsi que les justifications. Emploi de l'écriture et/ou des "compteurs".

(3) • La classe est séparée en 2 parties A et B. Chaque équipe de 2 élèves de A est associée à une équipe de 2 élèves B. Chacune des équipes (A et B) reçoit le polycopié correspondant (Cf. Matériel) . Elle le partage en deux,

.../...

et garde comme témoin la demi-feuille A_1 (ou B_1). Dans chaque équipe, les élèves indiquent sur la demi-feuille A_2 (ou B_2), à côté de chaque fléche, le calcul à faire de façon que les correspondants de l'autre équipe puissent, sur cette même feuille, écrire les nombres manquant dans les "ronds". Les demi-feuilles avec les fléches sont échangées entre les équipes associées qui complétent "les ronds" en respectant les calculs indiqués par les fléches. Les parties A_2 (ou B_2) du polycopié sont confrontées ensuite aux parties A_1 (ou B_1) qui ont été conservées. Les justifications des résultats obtenus font l'objet d'une étude collective (emploi de représentations, de l'écriture, des "compteurs").

(4) • Les élèves sont répartis par équipes de 2. Chaque équipe reçoit un "compteur". Les élèves et le maître affichent un même nombre au "compteur", par exemple 34. Le maître (par la suite : un élève) décrit de combien de crans tourne maintenant chaque disque, les élèves doivent mentalement trouver quel nombre a été ainsi ajouté au nombre initial. Dans un second temps, ils écrivent le nombre affiché maintenant au compteur du maître, confrontent leur résultat, le justifient, le vérifient éventuellement à l'aide du matériel ou de l'écriture.

Exemples : 1. Le disque des unités a avancé de 4 crans
2. Le disque des dizaines a avancé de 4 crans
3. Le disque des unités a avancé de 3 crans, celui des dizaines de 2 crans.
4. Toujours en partant de 34, le disque des unités a avancé de 7 crans, celui des dizaines de 2 crans.

.../...

• Continue

.	.	.	.	.	25	28	31	.	.	.	.

a3 a3 a3

• Trouve pour chaque bande la règle pour passer d'un nombre au suivant et complète les bandes.

.	.	23	25	27	29	.	.	.	.	.

.	.	58		63	68	.	.	.	.

.	.		.	43	53	63	.	.	.	.

Invente une suite de nombres

.../...

REPRÉSENTATIONS PLANES DE L'ESPACE (2)

Durée : 3 séquences

Objectifs pour le maître et pour les élèves :

Cf. "Représentations planes de l'espace (1)"

Antécédent :

Positions relatives d'objets dans le plan.

Matériel :

Pour la classe

• Deux jeux d'éléments permettant de faire deux constructions identiques. Les deux jeux constituent deux matériels M_1 et M_2. Dans chaque jeu, il y a :

- des animaux (cheval, chien, vache....) environ une quinzaine.
- des personnages (berger, bergère,....) environ une dizaine.
- des maisons (quatre ou cinq)
- des routes, une rivière, un pont.

Dans un jeu donné, les objets de même nature se distinguent par leur taille, leur couleur ou leur forme.

- six petites boîtes, des feuilles blanches, des feutres.

.../...

Déroulement :

① • Activités sur maquettes avec objets, animaux et personnages.

a) Le matériel est proposé et le maître organise des jeux pour que les enfants se familiarisent avec les objets, utilisent un vocabulaire commun non ambigu pour nommer chaque élément, donnent des représentations graphiques permettant de distinguer les éléments : tous les éléments d'un matériel M_1 sont distinguables et il faut donner (oralement ou par écrit) le trait pertinent qui permet de désigner chaque élément, ("la vache noire", "la bergère au panier", "le berger au chapeau", "le pommier", "la grande maison".....).

Exemples de jeux :

• Le maître construit sur une table, face aux élèves, une ferme avec animaux, arbres et personnages du matériel M_1, puis fait reproduire la même construction par un groupe d'élèves sur un table voisine, avec le matériel M_2. Cette deuxième construction est ensuite cachée par le maître qui y déplace quelques objets, en enlève certains autres. Les deux constructions sont maintenant visibles simultanément et les élèves doivent de leur place dire quels sont les objets qui manquent ou qui ont été déplacés dans la deuxième construction.

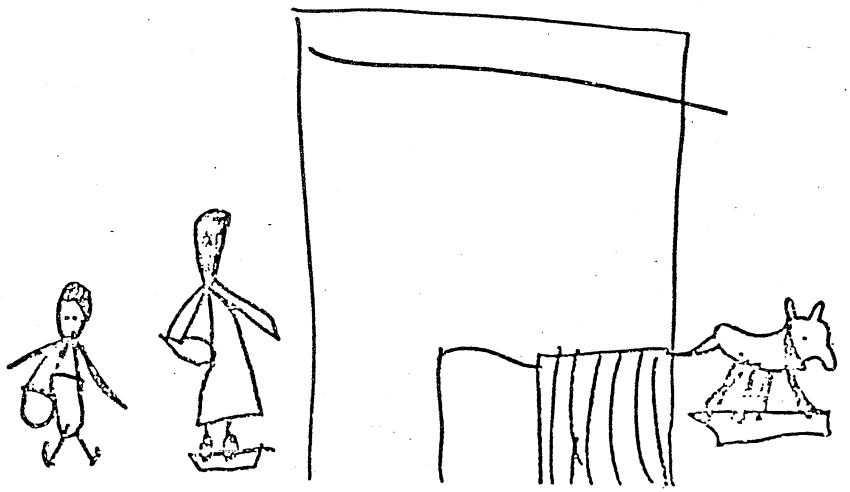
• Les élèves d'une demi-classe ont une construction simple (avec M_1) proposée par le maître. Ils la décrivent par écrit aux élèves de l'autre demi-classe qui ne la voient pas, et qui doivent en construire une identique avec leur matériel M_2

.../...

Ci-après deux réalisations d'élèves à propos d'une communication écrite.

2 fermières, un chien, un portail.

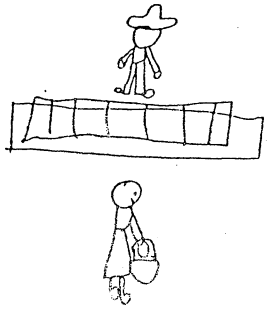
a



sevrouine

3 Mars

2ème jeu
1 homme de dos derrière la barrière
1 femme profil droit. devant la barrière



.../...

• Les élèves sont répartis en 6 groupes qui se correspondent deux à deux : A_1 et A_2, B_1 et B_2, C_1 et C_2. Chaque groupe reçoit dans une boîte marquée à son nom, un des 6 personnages du matériel M_1. Les 6 personnages du matériel M_2 sont disposés sur le bureau à la vue de tous les enfants. Chaque groupe doit dessiner, sur une feuille marquée à son nom, le plus rapidement possible, le personnage reçu. Quand les dessins sont terminés, ils sont échangés entre équipes correspondantes. Dans chaque groupe les élèves essayent de reconnaître le personnage dessiné et vont le chercher sur le bureau. Il y a confrontation entre les personnages trouvés par message et ceux dans les boîtes. Les dessins qui ont permis de bien deviner sont affichés au tableau et les groupes qui ont trouvé expliquent pourquoi (exemple : "celui-là est le seul à avoir un chapeau, celui-là à un bâton sur l'épaule....").

b) • Les enfants sont répartis en 6 groupes, qui se correspondent deux à deux : A_1 et A_2, B_1 et B_2, C_1 et C_2, les groupes qui se correspondent se tournent le dos. Chaque groupe a sur sa table un assemblage témoin fixe, construit avec 4 ou 5 éléments du matériel M_2. A côté de cet assemblage, il y a en vrac les mêmes éléments du matériel M_2 et une feuille de papier. Tous les enfants d'un groupe sont placés de façon à avoir le même point de vue de l'assemblage témoin.

Dans chaque groupe, les enfants dessinent l'assemblage témoin sur la feuille de papier, puis recouvrent cet assemblage (par exemple avec une boîte à chaussures retournée) et changent de place avec leurs correspondants qui doivent à l'aide du dessin, replacer les éléments en vrac pour reproduire l'assemblage témoin .

Le dessin doit permettre de retrouver :
- l'orientation des éléments (de face, de dos....)
- leurs positions relatives (devant, à gauche....).

.../...

Les dessins sont affichés et commentés collectivement : "quels sont les dessins qui ont permis de retrouver l'assemblage témoin ? Pourquoi ? Comment voit-on qu'un personnage est de profil ? Comment voit-on que les éléments sont placés à des niveaux différents ? Le dessin n'a pas permis de replacer les éléments, pourquoi ?...."

Une deuxième activité, de même type est organisée en faisant tourner les équipes de façon à ce que chacune ait à dessiner, puis à reproduire un nouvel assemblage.

Dans le cas où une représentation type "vue de dessus" n'apparaît pas, le maître propose de nouvelles constructions à représenter en adjoignant un matériel convenable, (route, rivière, pont,.....) et en disposant des objets qui se trouveront cachés quel que soit le point de vue de l'observateur face à la construction, seule la "vue de dessus" étant pertinente.

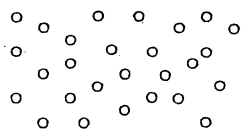
..../...

CONTRÔLE 3ÈME TRIMESTRE

✱ 1. Dessine les jetons :

36	
12 + 14 + 18	

✱ 2. Ecris le nombre :

	oooooooo ooooo oooooo
	

✱ 3.

Voici une liste de nombres :

53, 13, 9, 31, 60

Mets un rond sous le nombre inférieur à tous les autres

66 %

Mets une croix sous le nombre supérieur à tous les autres.

64 %

.../...

Voici un autre liste de nombres :

14 , 5 , 41 , 40 , 29

Range- les

_____ (73 %)

✱ 4.

Complète par < , > ou =

20 . 27 (89 %)

10 + 10 + 10 + 5 . 34 (88 %)

19 . 31 (85 %)

✱ 5.

Indique Vrai ou Faux par V ou F

18 = 10 + 6 ▱ (83 %)

10 + 10 + 10 + 10 + 4 > 48 ▱ (77 %)

24 = 10 + 10 + 4 ▱ (82 %)

✱ 6.

Complète par < , >, ou =

7 + 8 + 5 . 8 + 6 + 7 (84 %)

2 + 3 + 9 + 7 . 9 + 7 + 5 (76 %)

.../...

★ 7.

Remplis les cases :

+	3	5	10
4			
20			
8			

Entre 70 % et 85 %

+	19	28	59
1			
2			

Entre 62 % et 78 %

★ 8.

• David a pêché dans une marre 12 têtards, 3 grenouilles vertes, 15 poissons rouges.

Combien a-t-il mis d'animaux dans son seau ?

(70 %)

★ 9.

Compléter :

17 + 5 = . (70 %)

. + . = 27 (75 %)

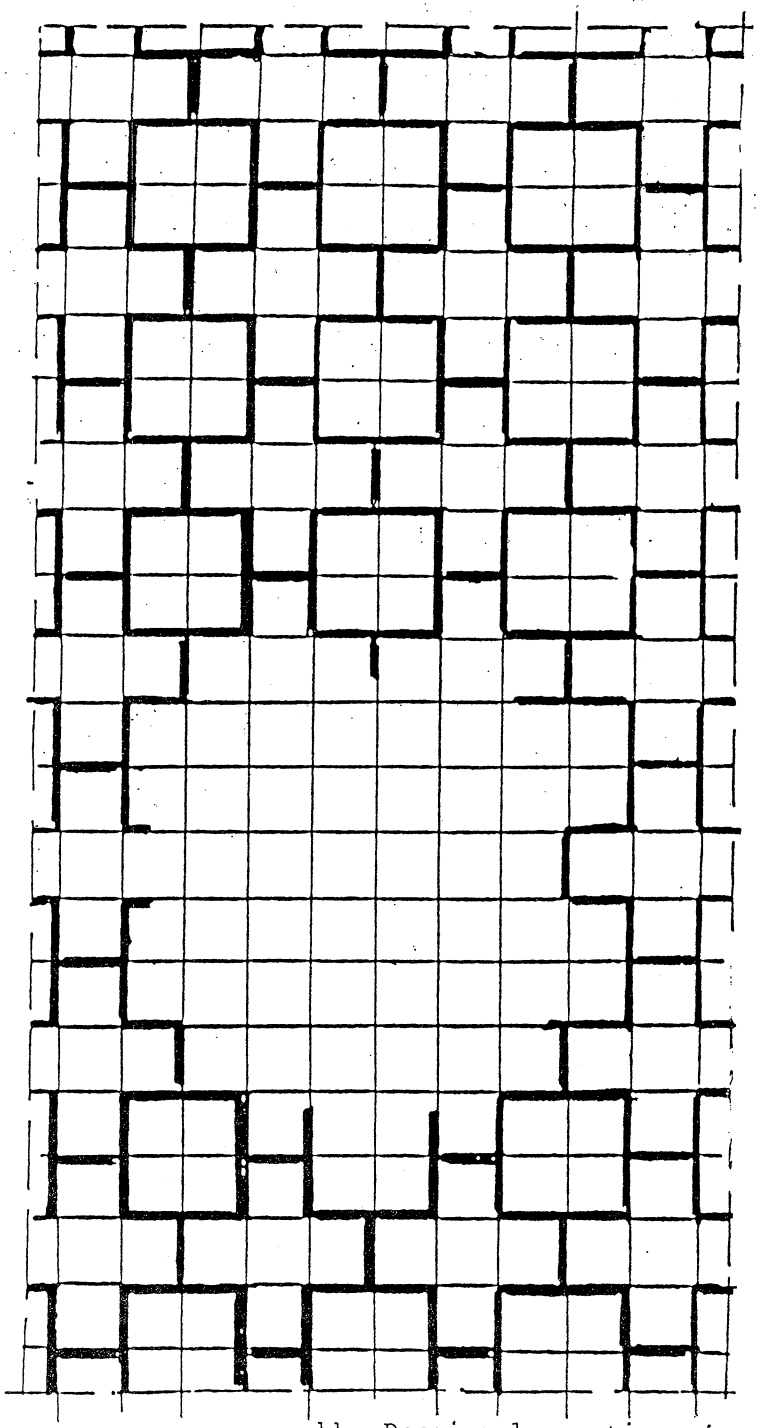
24 + . = 36 (40 %)

.../...

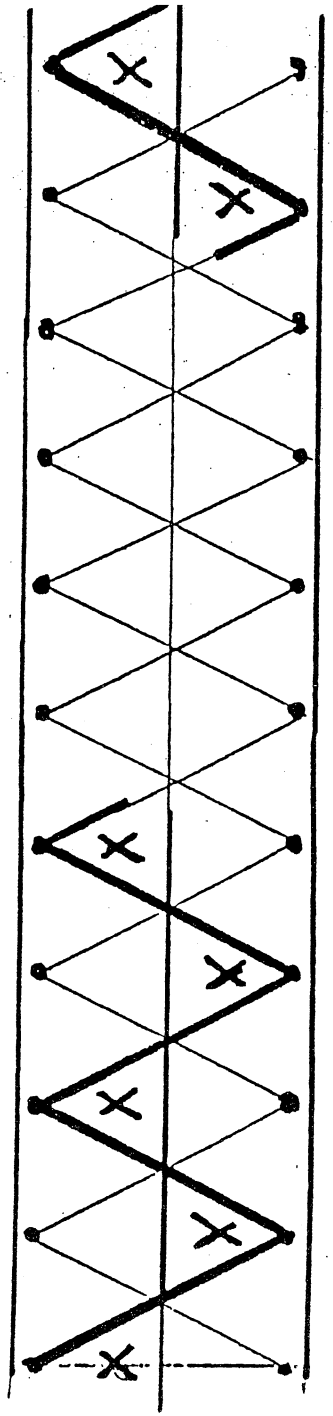
★ 10. Trouve l'écriture usuelle

2 + 2 + 3 + 1 (83 %)	13 + 3 + 22 + 40 (45 %)
20 + 10 + 20 + 4 (72 %)	18 + 47 (55 %)

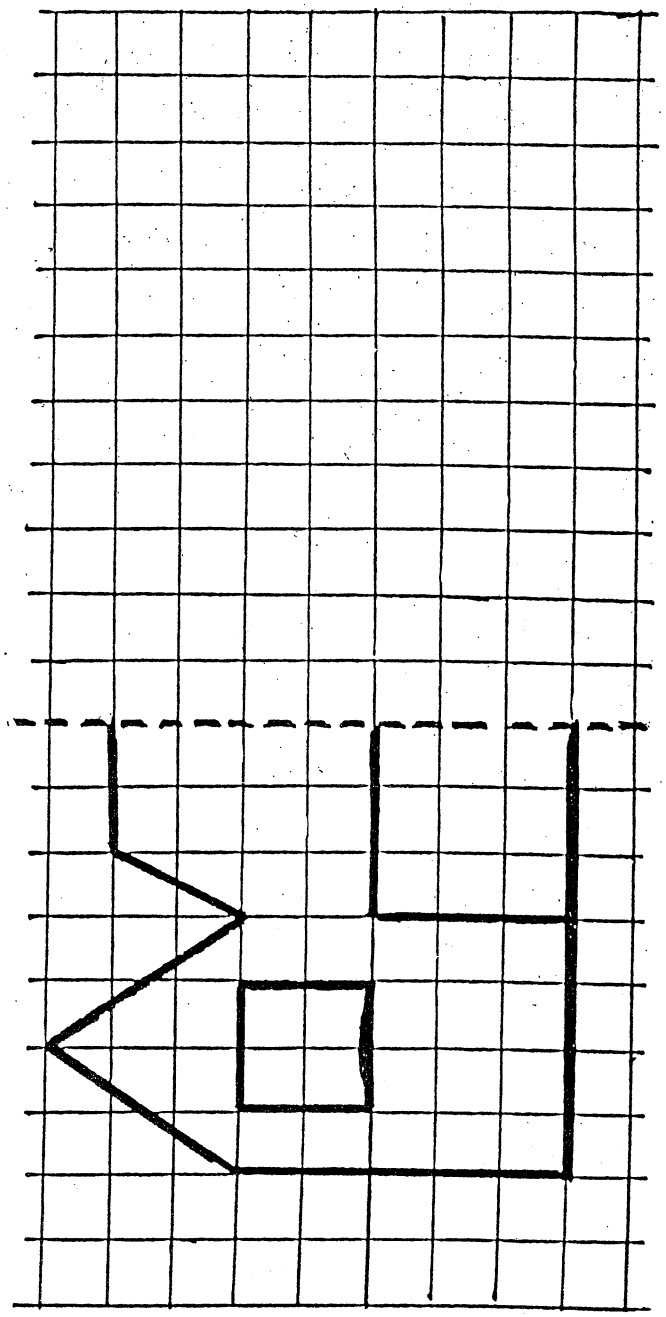
.../...



11. Dessine la partie qui manque



12.



13. Dessine la figure symétrique par rapport au trait pointillé.

.../.

BIBLIOGRAPHIE

[1] AEBLI H

Didactique psychologique - DELACHAUX et NIESTLE - 1966

[2] A.P.M.E.P.

Mots 1
Mots 2
Mots 3
Mots 4

[3] BACHELARD

La formation de l'esprit scientifique - VRIN 1975

[4] BROUSSEAU G

Processus de mathématisation - in "La mathématique à l'école élémentaire" - A.P.M.E.P. - 1972.

[4'] BROUSSEAU G

Etude locale des processus d'acquisitions en situations scolaires - in cahier 18 de l'IREM de Bordeaux - 1978.

[5] BROUSSEAU G

Un exemple de processus de mathématisation : l'addition dans les entiers naturels - in "La mathématique à l'école élémentaire" - A.P.M.E.P. - 1972.

[6] BROUSSEAU G

L'apprentissage des opérations dans les naturels - in cahier 13 de l'IREM de Bordeaux - 1973.

.../...

[7] BROUSSEAU G

Réflexions sur l'enseignement du calcul numérique - in cahier 15 de l'IREM de Bordeaux - 1974.

[8] BROUSSEAU G

Langage mathématique - in cahier de l'IREM de Bordeaux.

[9] BROUSSEAU G

Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématique - in "compte rendu de la rencontre C.I.A.E.M. Louvain (BELGIQUE) - 1976.

[10] CLAPAREDE

Psychologie de l'enfant et pédagogie expérimentale - 11ème édition - DELACHAUX et NIESTLE.

[11] CLAPAREDE

L'éducation fonctionnelle - 2ème édition - 1946 - Neufchâtel.

[12] C.O.P.I.R.E.L.E.M. (1)

Aides pédagogiques pour le cycle préparatoire - IREM de Bordeaux.

[13] DARCHE M

Rôle des objectifs dans l'analyse, la construction et l'évaluation des apprentissages au niveau du groupe classe - Intervention au Colloque IDE 17.3.77 - IREM de Bordeaux.

.../...

(1) Commission permanente des IREM pour l'Enseignement Elémentaire.

[14] DERAMECOURT G

Enseignement des mathématiques au C.P. - IREM de de Bordeaux - 1969.

[15] DERAMECOURT G

L'addition au C.P. - IREM de Bordeaux - 1974.

[16] DEWEY J

Comment nous pensons - Bibliothèque de philosophie scientifique - PARIS - 1925.

[17] DEWEY J

L'étude et les enfants - Actualité pédagogique et psychologique.

[18] DIENES

Les 6 étapes du processus d'apprentissage en mathématique - O.C.D.L.

[19] ERMEL

Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire. Cycle préparatoire - HATIER.

[20] The principles of programmed learning - T.M.I. - GROLIER - 1961.

[21] LURCAT

Se situer - P.U.F.

[22] MONTESSORI M

Pédagogie scientifique - La découverte de l'enfant. Editions sociales - PARIS 1970.

.../...

[23] PIAGET J

La psychologie de l'intelligence - Armand Colin Paris - 1947.

[24] PIAGET J

L'équilibration des structures cognitives - P.U.F. - 1975.

[25] PIAGET J

Classes, relations et nombres - VRIN - 1942.

[26] PIAGET J

Problèmes de psychologie génétique

[27] PIAGET J. et INHELDER B

La représentation de l'espace chez l'enfant. P.U.F.

[28] PIAGET J

Introduction à l'épistémologie génétique. P.U.F.

[29] RENAUT O

Activités numériques au C.P. - IREM de Dijon.

[30] SALIN M.H.

Le rôle de l'erreur dans l'apprentissage des mathématiques à l'école primaire - Etudes didactiques des mathématiques - IREM de Bordeaux - 1976.

[31] DERAMECOURT G. - FAUCON E.- MARTIN F.

Maths-CP. Programme 1977 :
Tome 1 : Analyse des objectifs
Tome 2 : Une suite de séquences de classe - IREM de Bordeaux.

- *Productions didactiques pour la formation des maîtres (manuels)*

G. DERAMECOURT, F. MARTIN, E. OLEJNITZCHAK

.-MATH C.P (Programmes 1977)

G. DERAMECOURT

.-La multiplication au C.E

F. MARTIN

.-Ateliers mathématiques : - pour l'élève, cahier A
cahier B

G. DERAMECOURT, F. MARTIN

.-Ateliers mathématiques : - livret du maître

I.R.E.M. DE BORDEAUX, 351 COURS DE LA LIBÉRATION

33405 TALENCE CEDEX