UNIVERSITÉ DE BORDEAUX I

I.R.E.M. DE BORDEAUX

ÉTUDES EN DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES

LES SITUATIONS ET LES PROCESSUS
DANS L'APPRENTISSAGE DES NOMBRES.

PAR

Blanca QUEVEDO DE VILLEGAS

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN OCTOBRE 1983
DEVANT LE JURY DE D.E.A. DE
DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES

MM. P. Damey
G. Brousseau
G. Dumas
P.H. Terracher

S O M M A I R E

* * *

INTRODUCTION p. 1

CHAPITRE I : Le dénombrement p. 4
1.1. Quelques questions p. 4
1.2. La méthode p. 5
1.3. Le dénombrement p. 6
1.4. Les dénombrements et le comptage p. 7
1.5. La situation fondamentale des dénombrements p. 10

CHAPITRE II : p. 14
2.1. Quelques variables p. 14
2.2. Le débat: comptage ou pas p. 15
2.3. Quelques questions p. 18

CHAPITRE III : Recherches et expériences p. 20
Première partie : Vérification des connaissances des élèves p. 23
3.1. Les tâches que l'élève doit réaliser p. 23
3.2. Les connaissances des enfants sur les nombres p. 62
Deuxième partie : Jeu présenté aux enfants p. 68
3.3. Jeu du livreur p. 68
3.3.1. Dispositions générales p. 68
3.3.2. Quelques procédures qui peuvent être observées p. 68
3.3.3. Distributions observées p. 72
3.3.4. Comportements observés p. 75
3.3.5. Résultats p. 77
3.3.6. Comportements observés en général p. 91
3.3.7. Analyse factorielle du jeu du livreur p. 92

CONCLUSION : p. 101

BIBLIOGRAPHIE : p. 105

LES SITUATIONS ET LES PROCESSUS DANS L'APPRENTISSAGE DES NOMBRES

* * *

*

Je remercie :

* M. BROUSSEAU pour les heures qu'il a bien voulu me consacrer pour l'élaboration du plan et pour les nombreuses remarques judicieuses à propos de ce travail.

* M. RATSIMBA-RAJHON Harrisson pour l'aide et l'initiation en Informatique.

* Les Directeurs :
- M. DAMEY, Directeur de l'IREM
- M. RAYMOND, Directeur de l'Ecole Jules Michelet
- Me. MASSIE, Directrice de l'Ecole Maurice Ravel

* Les Enseignants :
- Me. DESTOUESSE
- M. GIL
- Me. MASSIE

* Michèle, Nicole et Françoise pour l'aide qu'elles m'ont apportée dans la rédaction et la dactylographie de ce mémoire, ainsi que le personnel de l'imprimerie de l'IREM pour la publication de ce document.

Annexe I

Traces historiques d'utilisation des dénombrements p. 2

Annexe II

Principes généraux du comptage p. 5

Attributions du principe de "comment compter" p. 6

Annexe III

Différents types de situations présentés aux enfants p. 7

Annexe IV

Différents types d'écritures de suite de nombres p. 12

Annexe V

Procédures observées dans le jeu du livreur avec utilisation des messages p. 16

Annexe VI

Différents résultats des traitements statistiques du "jeu du livreur" p.2

Annexe VII

Jeu des billes p. 53

I N T R O D U C T I O N

* * *

Pour étudier les processus didactiques qui provoquent la genèse du nombre et l'acquisition des connaissances fondamentales à propos du nombre et de la numération, il faut regarder les méthodes d'étude.

L'enseignement du nombre a été l'objet d'une étude de plusieurs chercheurs ce qui a déterminé diverses approches de détermination de l'apprentissage.

Il y a parmi ces approches celle de M.Piaget qui détermine expérimentalement l'ordre dans lequel les connaissances sont acquises, et permettent de regrouper des acquisitions concomitantes et simultanées.

Ce point de vue ne définit pas un objet d'enseignement en tant que tel, parce qu'il ne donne pas ce qu'il considère comme objet d'enseignement. Les conditions d'apprentissage, d'acquisition, ou d'enseignement des notions ne reçoivent aucun apport, parce que l'approche piagetienne étudiée est susceptible d'être des objets d'enseignements, ils ne sont pas donnés comme tels par M.Piaget, alorscette approche laisse ouvert le problème de l'apprentissage didactique.

L'approche que l'on peut appeller "analy tique" complète cell ede M.PIAGET, dans une certaine mesure (1) même qu'elle ait un peu laissé de côté les problèmes des stades et la théorie piagetienne.

.../...

(1) Il est suivi entre autre par M.Jean-Paul FISCHER

En utilisant cette approche on part des connaissances précises qui permettront de savoir quelles sont les difficultés que rencontrent les élèves, leurs manières de travailler et la dépendance qui existe des connaissances entre elles, ainsi qu'elle essaie d'en déduire dans quel ordre ces connaissances doivent enseignées.

Cette approche est encore basée sur une analyse à priori de comportements, elle ne dit pas grand chose des situations d'apprentissage, ce qui limite les conclusions du point de vue didactique car il n'y a pas les moyens dans cette approche de savoir dans quelle mesure ce qui est observé est dû à la genèse ou à la didactique.

Jusqu'à maintenant, on voit donc que ni l'approche piagetienne, ni l'approche dite "Analytique" ne permettent de déduire de suite des conclusions didactiques sûres. Parce que leurs méthodes ne permettent pas de prendre une décision didactique, elles ne possèdent pas d'informations sur les situations, sur les conditions dans lesquelles fonctionnent les connaissances. On connaît les conditions dans lesquelles sont observées les élèves, mais on ne sait pas avec ces approches , dans quelles conditions on peut les enseigner.

Il existe aussi, l'approche d'analyse de la didactique, qui est exposée et pratiquée par M.Guy Brousseau. Elle est basée sur l'étude des situations didactiques et de leurs caractéristiques. Cela pose à l'élève des problèmes tels que l'invention de la connaissance à acquérir.

M.Guy Brousseau a conçu un processus d'apprentissage dialectique construit selon les types de relations pertinentes existants entre les différents systèmes en présence dans une situation didactique : Elève-Maître, connaissance et milieu (2).

---

(2) Processus de Mathématisation, G.Brousseau - 1972

Son approche permet de faire une analyse du processus de l'enseignement et une analyse du processus de la connaissance (3).

Dans cette voie Me BOUAZZAOUI (1982) a étudié les premiers apprentissages du nombre dans l'enseignement de la numération. Dans ce travail nous essayerons d'approfondir les situations qui rendent possible le processus où le dénombrement et la numération jouent un rôle et ont un sens, où les enfants auront l'occasion de création et non de redécouverte des solutions au moment de dénombrer une collection.

Dans un premier temps (voir le chapitre I), après avoir rappelé la définition de dénombrement, sa situation par rapport au nombre et la numération, nous essayerons de restituer le problème dans son contexte historique et de démontrer des situations classiques de l'enseignement comme cas particuliers des dénombrements.

Ensuite, nous étudierons les variables qui apparaissent dans les situations, ainsi que des questions didactiques comme celle du rôle du comptage dans la numération.

Enfin, nous ferons la présentation et l'étude de situations didactiques que nous avons expérimentées et on essayera de donner les conditions qui peuvent rendre possible un processus de ce type.

.../..

(3) Observations des faits didactiques - G.Brousseau

CHAPITRE I : LE DÉNOMBREMENT

1.1. *Quelques questions*

Quand on dit à un enfant : "est-ce que tu sais compter ?"

Culturellement, tout le monde est satisfait que l'enfant réponde : 1,2,3,4,....(4)

Du point de vue de la didactique on peut se demander si c'est cela savoir compter ? On sait bien que savoir le nombre c'est savoir un peu plus que savoir compter.

Mais dans quel genre de situations est-ce que l'enfant apprend autre chose que simplement à compter ?

. Qu'est-ce qui va faire la différence entre une situation d'apprentissage et une situation comme celle décrite précédemment ?

. En quoi les situations sont elles différentes ?

. Quelles situations assureront que les objets pris en considération et mis en oeuvre pour les enfants auront les propriétés du nombre ?

. A quelles occasions à propos d'une collection l'enfant doit utiliser le cardinal pour agir ?

. Une situation de dénombrement est-elle maîtrisée correctement par le comptage ?

. Qu'est-ce qu'il y a comme différence entre les nombres que l'enfant connait et le comptage ?

. Est-ce que l'enseignement du dénombrement est équivalent à l'enseignement du comptage ?

. Est-il pareil ou y-a-t-il des différences ?

. Le dénombrement peut-il conduire à la fois au comptage quand c'est plus efficace, aux propriétés du nombre et aux autres méthodes ?

.../...

(4) Exemple : programme à la télévision de M.Jacques MARTIN "Ecole des Fans"

. Peut-on créer, gérer un processus où l'enfant apprendra d'une part à dénombrer, soit en comptant, soit en ne comptant pas et d'autre part les propriétés du nombre en même temps.

. La situation de dénombrement est-elle une situation d'apprentissage .

. Est-ce que les enfants apprennent cette situation ?

1.2. *La méthode*

Pour analyser l'enseignement du nombre nous allons étudier les connaissances qui visent cet enseignement, mais La méthode que nous emploierons sera celle exposée et pratiquée par M.Guy BROUSSEAU.

Dans cette méthode le maître est centré sur la mise en place d'une suite de situations où l'élève peut acquérir progressivement de nouvelles notions à partir de connaissances antérieures et plus primitives. Il est conduit à organiser l'activité du sujet, à observer dans cette activité les modèles mobilisés par l'élève et ainsi proposer d'autres activités pertinentes quant à l'évolution souhaitée.

D'une façon générale cette méthode permet à la connaissance d'être perçue par l'élève comme solution du problème dans lequel il est engagé. Le problème avec ses contraintes et sa solution font partie intégrante de la notion "Une notion apprise n'est utilisable que dans la mesure où elle est reliée à d'autres.....mais elle n'est apprise que dans la mesure où elle est utilisable et utilisée effectivement, c'est-à-dire si elle est une solution du problème"(5)

.../...

(5) "Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques" Guy BROUSSEAU, cahier n°18

Mais, il faut que l'élève puisse faire des anticipations des projets et qu'il puisse engager, réviser, modifier, compléter ou rejeter des connaissances antérieures pour construire des conceptions nouvelles qu'il peut mettre en oeuvre et qui soient plus efficaces.

Ainsi les situations plus intéressantes seront celles qui permettront de franchir un véritable obstacle en didactique.

1.3. *Le dénombrement*

Dans cette optique une des fonctions les plus fondamentales du nombre est de permettre les dénombrements.

Il y a des dénombrements quand l'élève peut mettre en correspondance une famille de collections, une famille de noms et/ou une famille d'écritures de nombres.

Qu'est-ce que le nombre ?

Une étude d'épistémologie historique (6) a montré que les notions du nombre et de la numération sont intimement liées, parce que la numération est l'action d'énoncer et d'écrire les nombres, alors il y a un rapport dialectique entre le nombre et la numération.

Est-ce que le nom des objets fait partie ou non du prédicat du nombre ?

Pour le nombre on n'a pas besoin d'avoir le nom des objets, on a besoin de savoir ce qu'on va peut être prendre.

Par exemple :

Dans les problèmes on s'aperçoit que le nom des objets que l'on compte, intervient dans la capacité ou non, de compter des ensembles d'objets :

.../...

(6) G. Guittel 1975 et Me.H.EL Bouazzaoui 1978

Un élève ne peut pas ajouter dans un problème la quantité de pertes à la quantité de gains, parce que c'est de la perte et du gain.

Donc le caractère qui aide à définir l'objet peut faire obstacle aux dénombrements. Alors, est-ce qu'il fait partie ou non du nombre ?

Ici, on revient à ce qui m'intéresse : le rôle de la compréhension des situations que l'on peut contrôler grâce au nombre et aux dénombrements.

Mais, dans quelle mesure le fait d'avoir des situations dans lesquelles la numération ou les dénombrements ont besoin d'être mieux compris pour l'élève, des situations plus larges apportent quelque chose par rapport au strict enseignement du comptage ?

1.4. *Les dénombrements et le comptage*

Il est difficile de maîtriser une situation de dénombrement seulement avec le comptage comme procédure, car il est limité dans les situations où les enfants ne peuvent pas compter.

Le comptage, ça va, mais il exige plus, car il demande que l'on ait déjà la réponse à la question que l'on pose. Par exemple.

Habituellement, on donne des connaissances du nombre aux élèves, on essaye de leur enseigner à compter, jusqu'à quatre (4), jusqu'à cinq (5) etc... Mais l'enfant devant deux collections ne sait pas dire si elles sont ou non égales, sans les compter, parce qu'on ne lui a appris qu'à compter et s'il ne connait pas ce nombre, il est limité.

A ce moment là, l'enfant a besoin des choses plus générales sur les nombres pour agir sur la situation et pouvoir la maîtriser d'autres façons.

.../...

Si l'enfant doit représenter une collection de quinze (15) objets et ne connaît pas ce nombre, il peut représenter cette collection à l'aide de quinze (15) signes, quinze (15) traits, ou il peut le communiquer par écrit à l'aide de quelques chiffres connus et il dira : "il y a 3+1+4+2+5 objets".

Ces exemples sont des procédés de dénombrements, mais qui sont souvent réduits à celui du comptage. Ne peut-on pas dénombrer une quantité sans savoir compter ?

Nous entendons compter au sens classique de M.GELMAN et M.GALLISTEL (7) et le dénombrement est l'activité qui permet d'attribuer à une collection son cardinal sans avoir besoin de passer par la méthode de M.GELMANet M.GALLISTEL.

Dans ces occasions, la situation des dénombrements pourra conduire à la fois au comptage quand celui-ci est plus efficace et/ou aux propriétés du nombre et aux autres méthodes.

Donc le dénombrement est plus général que le comptage parce que n'importe quel procédé qui permet de dire le nombre d'objets qu'il y a dans un ensemble est un dénombrement et le comptage va être un procédé de dénombrements qui est limité, parce qu'il y a des situations où l'enfant ne peut pas compter, mais il peut être capable de dénombrer par d'autres façons.

.../...

(7) M.Jean-Pierre FISCHER 1981.p.2 Annexe II

Quand l'enfant fait la décomposition d'une collection par exemple 3+3+3+3, il ne compte pas au sens de M.GELMAN et de M.GALLISTEL, mais il sait combien il y en a. Donc, il y a des exemples de dénombrements qui ne sont pas du comptage.

Mais, ces dénombrements (autres que le comptage) ont-ils une importance ?

Bien sûr, et c'est peut-être la méthode la plus ancienne. On trouve des traces (8) dans "l'histoire des mathématique" (9) où "à partir de ces observations brutes, l'enfant dégage graduellement l'idée de comparaison et associera à chaque objet observé un signe, une chose qui lui sont familières". M.IFRAH (10) a montré aussi que "plusieurs peuplages contemporaines.... possèdent des techniques numériques particulières leur permettant, dans une certaine mesure d'effectuer des "opérations" par des procédés qui leur sont propres... et ils savent en effet obtenir les mêmes résultats, au moins jusqu'à un certain point, en s'aidant d'intermédiaires matériels de toutes sortes mais "la notion de nombre (qu'ils ont) se réduit à une vision globale de l'espace occupé par les objets qu'ils envisagent".

.../...

(8) Cf. Annexe I

(9) Jean-Paul COLLETTE, P.45

(10) Histoire des chiffres, p.15

Autres traces des dénombrements : on les trouve aussi dans "l'histoire comparée des numérations écrites"(11) et dans "l'histoire des mathématiques"(12)

Finalement, le dénombrement est plus primitif et plus général que le comptage,et celui-ci va être seulement un moyen ou un problème de dénombrements.

Quand on dit comptage, quand on dit dénombrement, on n'oppose pas des méthodes. Une méthode consiste à apprendre l'algorithme du comptage et en suite les enfants auront l'occasion de s'en servir. L'autre méthode est centrée sur le contrôle des situations des dénombrements, à l'occasion dequel les enfants pourront utiliser entre autres le comptage.

Mais si on fait trop de situations ouvertes, l'enfant peut être ne va pas apprendre a compter, si au contraire on lui fait faire des situations de comptages trop strictes, il va peut être ne pas savoir s'en servir.

Alors peut-on créer, gérer un processus ou l'enfant apprendra d'une part à dénombrer soit en comptant, soit en ne comptant pas et d'autre part les propriétés du nombre en même temps ? Oui, à travers des situations où la communication va jouer le rôle fondamental (13).

1.5. La situation fondamentale des dénombrements

La situation fondamentale des dénombrements va permettre aux enfants de développer progressivement les connaissances qu'ils pourraient avoir au sujet des dénombrements, en suivant leur propre rythme, leur propre dialectique ; et le moyen de

.../...

(11) Mme Geneviève GUITTEL (1975)

(12) M.Marcel BOLL (1974)

(13) Me.Habiba EL BOUAZZAOUI (1982). Elle a travaillé sur ce point p.17.18.19.20.

progresser va être la communication qui va permettre le changement des connaissances de l'élève.

Cette situation fondamentale exige-t-elle toutes les connaissances que l'on a l'habitude de décrire comme connaissances du nombre ? Oui, parce qu'il n'est pa s suffisant de savoir le nom du nombre, de compter ou de faire le nombre pour le comprendre il faut pouvoir composer, le corriger...

Et dans les dénombrements le nombre apparaît comme le moyen de les effectuer, parce que dénombrer c'est l'activité qui peut mettre en correspondance une famille de collection, une famille de noms et/ou une famille d'écriture du nombre. Mais ce ne sont pas n'importe quelles écritures, n'importe quel nom ; il y a ces propriétés que doivent avoir des ensembles de collections. Alors quelles sont les propriétés que doivent satisfaire ces ensembles de nombres et ces familles de collections, ces ensembles de mots, ces familles d'écritures pour que les premiers soient les nombres des seconds ?

Voilà le problème qui est posé dans la situation fondamentale.

Quelles situations assurent que les objets effectifs réels ou cognitifs pris en considération ou mis en oeuvre par l'enfant auront ces propriétés ou les acquierront finalement ou obligatoirement ? Voilà la question qui se pose.

Quand une écriture ou un nom de nombre apparaît, faut-il qu'il y ait une communication ? Autrement dit : S'il y a écriture la question est : "qui écrit ?""Pourquoi ?""Pour se souvenir ?" ou bien informer quelqu'un ?

Si l'enfant utilise un mot, c'est pourquoi ? Quels sont les pourquoi de l'écriture ? Quels sont les pourquoi de l'énonciation d'un nombre ?

.../...

Si c'est pour se souvenir, alors c'est une auto commu nication.

Si c'est pour informer quelqu'un c'est une communication. Mais cela peut être aussi pour l'intégrer à l'intérieur de l'action. Par exemple: 1,2,3,4,5,6,.... le quatre (4) n'est pas communicable, il n'est pas communiqué, il accompagne une action, car c'est le quatre (4) qui permet de dire cinq (5), et c'est le cinq (5) qui permet de dire six (6) autrement dit l'énonciation n'est pas toujours nécessaire.

On voit là que la fonction de communication est indispensable au moment de l'apprentissage (14) et c'est à partir de la situation fondamentale proposée, où il y a une description générique de situations d'apprentissage du nombre et non comme dans l'apprentissage traditionnnel où on partage les connaissances et on apprend (après ou avant) les connaissances particulières et les connaissances générales.

Dans les situations que l'on propose, si on pose une question de connaissance générale à un moment donné, c'est parce qu'elle est nécessaire pour l'apprentissage de la connaissance particulière qui se présente, et que l'enfant pourra mettre en oeuvre dans la même situation.

Par exemple : quand l'enfant fait une représentation d'une collection à l'aide de signes, il utilise des connaissances générales et on lui donne des situations dans lesquelles cela peut se produire.

Donc, en même temps qu'il apprend à compter, on lui permet progressivement d'apprendre les connaissances générales nécessaire au dénombrement. Cela c'est une stratégie didactique différente de celles utilisées traditionnellement.

.../...

(14) J'essaierai dans un prochain travail de bien discerner ce point, en approfondissant comment l'usage du nombre implique toujours une communication.

On peut se demander aussi si les situations classiques d'enseignement sont bien des cas particuliers de la situation fondamentale. On en a vu ici quelques unes, Madame Habiba El BOUAZZAOUI (1982) en a montré d'autres.

Quand l'élève travaille avec des grands nombres il peut résoudre certains problèmes sans vraiment regarder le nombre. Donc ce nombre permet de résoudre les problèmes de dénombrement. Un enfant peut se faire une représentation mentale ou écrite pour chercher ce qu'on lui demande, il ne connaît peut-être pas le nom du nombre, mais il doit savoir si la solution qu'il donne est vraie ou fausse et il doit la corriger pour s'approprier ou construire cette nouvelle connaissance.

.../...

CHAPITRE II

2.1. *Quelques variables*

Comme la numération intervient dans la construction du nombre et dans la construction des dénombrements on ne peut pas classer toutes les situations où elle intervient, ni toutes les variables qui interviennent, on doit ainsi essayer de les identifier, de les décrire, de les classer et de les ordonner en utilisant la théorie des situations de M.Guy BROUSSEAU (15).

La grandeur du nombre est importante pour l'organisation des situations ou des connaissances, donc elle apparaît comme une variable fondamentale, mais il y a des caractéristiques qui envisagent des variables qui peuvent changer le sens car il n'y a pas que le nombre qui compte, il y a aussi les situations didactiques où "un ensemble de rapports établis explicitement et/ou implitement entre un élève ou un groupe d'élèves, un certain milieu et un système éducatif aux fins de faire approprier ses élèves un savoir constitué ou en voie de constitution" (16).

La connaissance que l'enfant a de l'existence de différentes méthodes de dénombrer une collection donnée intervient aussi comme une variable mais non comme une variable fondamentale.

Parmi ces méthodes on peut trouver :

. La représentation d'une collection mentale ou écrite (désignation de signes) pour fabriquer une collection identique à la collection donnée.

.../...

(15) G.BROUSSEAU. La théorie des situations (1972)
(16) " " " " " " " " " "

. La désignation des nombres est la fonction de la numération qui permet de donner des noms que nous pouvons écrire pour des nombres.

. L'écriture canonique est un procédé d'analyse d'une collection, car l'enfant l'utilise pour produire l'expression d'un nombre et ce n'est pas forcément du comptage.

. Le comptage est un autre procédé pour dénombrer une collection où l'enfant en regardant tous ces éléments d'une collection, essaie de déterminer sa suite pour s'assurer qu'il va compter tous les éléments, un à un, en donnant un seul nom à chacun en passant d'un nombre à son successeur.

. L'écriture additive c'est aussi un procédé de dénombrement où l'enfant à partir des connaissances qu'il a des nombres, des chiffres et de l'opération de partition d'un ensemble est capable de dénombrer de grandes collections en communiquant par écrit le nombre d'éléments de la collection.

. La combinatoire est un procédé de dénombrement :par exemple quand l'enfant montre les propriétés des éléments par rapport à sa position et aux groupes qui peuvent avoir un lien entre eux,il est en train de dénombrer.

. Les groupements apparaissent dès que le nombre d'objets est suffisamment augmenté, et les enfants peuvent coder et décoder les situations sans avoir besoin de savoir compter jusqu'à ce nombre là.

2.2. *Le débat : comptage ou pas*

Si on revient dans le débat comptage ou pas, ce n'est pas le fait de savoir compter ou non dans certaines situations qui est important,car cela dépend beaucoup des situations et très souvent dans une grande majorité des cas, le comptage est

.../...

plus efficace, et cela n'empêche pas qu'il faut enseigner le comptage.

Est-ce que quelqu'un dit le contraire ? Volontairement non, mais ce que l'on a compris dans les travaux de Melle COMITI, c'est qu'elle voulait détourner les maîtres de la réduction du dénombrement au comptage et les maîtres ont bien compris qu'il ne fallait plus compter.

Alors qu'elle est la vraie question ?

Le dénombrement peut-il conduire à la fois au comptage quand c'est plus efficace et/ou aux propriétés du nombre et aux autres méthodes ?

Est-ce plus efficace pour l'enseignement ?

L'enseignement du dénombrement est-il plus efficace que l'enseignement du comptage ?

Monsieur Jean-Paul FISCHER (17) soutien l'hypothèse que les comptages jouent un rôle essentiel dans la dénomination des nombres " et que "une connaissance probable......est qu'un enfant sachant résoudre un problème dont le résultat, ou une donnée est un nombre n, devrait aussi savoir au moins compter ce nombre n"(18)

D'abord il considère qu'il y a "une" dénomination des nombres car il parle de "la" dénomination de nombres et c'est vrai qu'il y en a une seule si on prend l'écriture purement canonique. Mais si on a une collection, le problème est de dire

.../...

(17) "L'enfant et le comptage" 1982 p.94
(18) Jean-Paul FISCHER 1981 p.295

qu'il y a quinze objets (15) (par exemple). Alors du point de vue théorique le comptage est-il le seul moyen de dénombrer ?

Il considère aussi que le comptage joue un rôle essentiel dans la dénomination des nombres. Mais ce n'est pas toujours le cas. Par exemple : il joue un rôle pour quatre (4), pour trois (3), pour huit (8), peut-être parce que le comptage est un moyen, mais ce n'est pas le seul (voir le chapitre I) car il est Limité dans les situations.

D'autre part, pour lui, un élève saura résoudre un problème dont le résultat est un nombre "n", s'il sait au moins compter jusqu'à ce nombre "n". Autrement dit, le fait de savoir compter jusqu'à "n" assure la maîtrise des dénombrements de "p" objets avec (p < n "p" plus petit que "n".

Mais cette situation peut être fausse :

. - S'il existe des enfant sachant compter jusqu'au cardinal "n"dont certains ne maîtrisent pas le dénombrement d'une collection de "p" objets avec "p" plus petit que "n" (p < n), alors le fait de savoir compter à ce moment là ne suffit pas et n'est pas suffisant pour savoir dénombrer une collection de cardinal plus petit que celui jusqu'auquel les enfants savent compter.

. - S'il existe des enfants qui maîtrisent le dénombrement d'une collection de "p" objets, en sachant compter seulement jusqu'au cardinal "n" avec "p" plus grand que "n" (p > n), alors le fait de savoir compter n'est pas nécessaire pour dénombrer une collection.

Or, il existe d'autres moyens que le comptage pour réussir à maîtriser une situation, où l'enfant peut comprendre le nombre qu'il connait, même sans savoir compter son cardinal.

.../...

A ce moment là, le dénombrement est plus général que le comptage et celui-ci va être seulement un procédé de dénombrement qui est limité, parce qu'il y aura des situations où l'enfant ne peut pas compter, mais il peut être capable de dénombrer par d'autres façons. Donc il connaît des choses plus générales sur les nombres.

2.3. *Quelques questions*

L'enfant devant une situation de dénombrement doit savoir la maîtriser :

. soit en comptant

ou . soit en ne comptant pas

ou . soit à travers les propriétés du nombre.

Et à ce moment là :

. cette situation est-elle apprise par les enfants ?

. cette situation est-elle devenue une situation d'apprentissage ?

Peut-être peut-elle nous aider à répondre à quelques-unes des questions suivantes .

. Est-ce que compter est suffisant pour dénombrer ?

. Est-ce que compter est nécessaire pour dénombrer ?

. Existe-t-il des enfants qui sachant compter jusqu'au cardinal "n", ne maîtrisent pas le dénombrement d'une collection de"p" objets avec p plus petit que n $(p < n)$?

. Existe-t-il des des enfants qui maîtrisent le dénombrement d'une collection de "p" objets en sachant compter jusqu'à "n" avec n plus petit que p $(n < p)$?

. Est-ce que tous les élèves ont utilisé le comptage comme seul moyen pour résoudre une situation ?

. Est-ce que savoir compter assure la maîtrise des dénombrements avec les nombres que l'enfant connaît ?

. Est-ce que l'enfant peut comprendre le nombre au-delà du nombre qu'il connaît ?

.../...

. Est-ce que l'enfant comprend avec le dénombrement ?

. Est-ce que tous les enfants qui maîtrisent la situation savent compter ou pas ?

. Est-ce qu'un enfant peut dénombrer une collection sans savoir compter ?

. Est-ce que en faisant les jeux proposés l'enfant réussira mieux les exercices.

. Est-ce que le jeu du livreur est une situation d'apprentissage ?

Pour essayer de répondre à quelques unes de ces questions on a envisagé des situations qui vont permettre à l'enfant d'apprendre à compter en même temps qu'elles lui permettront progressivement d'apprendre les connaissances générales nécessaires aux dénombrements ; parce que dans le comptage on découpe et on apprend des techniques à l'élève, on lui apprend a compter jusqu'à trois (3), puis quatre (4), etc... et on lui apprend le nombre. Pendant que dans les dénombrements on va également lui apprendre des techniques mais dans le cadre de situations plus générales, où l'on peut être conduit à la fois au comptage et aux propriétés du nombre, sans les opposer.

Alors quelles sont les conditions que doivent satisfaire un processus de ce type :

. Faut-il des situations spécifiques pour chaque "partie" des connaissances visées ?

ou . Est-il possible d'éviter cette programmation à priori ?

Ce qu'il faut, ce sont des situations que l'élève peut maîtriser tout de suite, dans lesquelles il est nécessaire de comprendre cela pour comprendre le nombre, etc... Le comptage va être une solution, mais non comme un algorithme nécessaire.

Les situations didactiques que nous allons présenter vont permettre à l'élève de développer ses connaissances et d'avoir une dialectique de l'apprentissage, une dialectique de la connaissance et une dialectique des acquisitions convenables.

.../...

CHAPITRE III

RECHERCHES ET EXPERIENCES

On envisage la numération comme une grammaire permettant d'identifier et d'écrire les nombres ; qui sert donc à résoudre des problèmes.

Madame EL BOUAZZAOUI Habiba (1982) a présenté différentes situations où la numération fonctionne ; on peut en envisager d'autres où sont en jeu des propriétés nouvelles comme :

- le jeu de distribution où il y a la possibilité de groupement et où on pourra regarder l'évolution des capacités des enfants pour les groupements.

- il y a des situations dans lesquelles la numération parlée va permettre à l'enfant d'essayer de fabriquer le groupement.

- il existe aussi : le jeu du livreur (différent de celui de Madame EL BOUAZZAOUI) qui a pour objet de faire évoluer la numération.

- les jeux proposés à l'enfant Cyril (enfant en difficulté) (*) qui permettent aussi de faire évoluer la numération.

.../...

(*) Mémoire pour l'otention du Certificat de Capacité d'Orthophonie de Madame Paulette SEVAUX.

Toutes ces situations nouvelles (par rapport à celles présentées par Mme EL BOUAZZAOUI), vont permettre d'expliquer les résultats ou les échecs de l'enseignement, qu'on peut observer à travers les résultats des situations présentées aux enfants dans les situations proposées ; en même temps, on peut envisager de savoir :

- d'où viennent les réussites et les échecs des enfants;
- si les enfants ont ou n'ont pas la notion du nombre;
- si les enfants ont l'usage des nombres ;

PROCESSUS PROPOSE

Le processus que nous allons présenter correspond à une série de situations, qui ont été réalisées au cours préparatoire :

"A" de l'école "Maurice Ravel"

"A" de l'école "Jules Michelet"

"B" de l'école "Jules Michelet"

Avec 22, 23 et 24 élèves respectivement dont l'âge varie entre 6 ans et 8 ans 5 mois. Parmi les élèves de l'école "Ravel" il y en a un à mi-temps, qui redouble et qui a 8 ans, il fréquente une école spéciale. Il y en a aussi une atteinte de surdité sévère âgée de 6 ans 11 mois.

Parmi les élèves de l'école "Michelet" 3 sont redoublants au CP "A".

Il faut remarquer que la maîtresse de l'Ecole M.Ravel a travaillé avant à l'école "Michelet", donc elle connaît et applique les processus qui se déroulent dans cette école.

.../...

Les situations n'ont pas été présentées à tous les élèves en même temps.

On a travaillé d'abord avec le CPA Michelet du 20 au 24 janvier 1982, et dans le CPA Ravel et le CPB Michelet du 22 février au 7 mars.

Les situations ont été présentées aux enfants à partir d'entretiens individuels, qui se déroulent pendant les heures de classe et dans une salle où se trouvent l'enfant et l'expérimentateur.

Les entretiens ont été conduits en deux parties :

- une part de vérification des connaissances des élèves ;
- une autre part où on présente à l'élève un jeu, celui du livreur.

Pour le CPA de l'école Michelet, on a fait aussi, le jeu de distribution des billes, qui s'est déroulé en trois séances :

- dans la première séance, on a fait le jeu de la distribution et dans la deuxième et la troisième séance le jeu d'échanges de billes.

Ces jeux ont été proposés aux élèves les 25 et 27 janvier 1983. (Voir annexe VII).

x x x

PREMIÈRE PARTIE

VERIFICATION DES CONNAISSANCES DES ELEVES

Avant de présenter le jeu du livreur aux enfants l'expérimentateur se pose des questions sur la connaissance que les élèves ont des nombres et il leur propose plusieurs occasions de les faire fonctionner :

D'abord l'enfant doit dire jusqu'à quel nombre il sait compter et le montrer, à partir de la récitation de la suite des nombres.

Après, c'est la désignation des nombres où l'enfant doit dire d'abord le nombre "$\cap$" d'objets qu'il y a dans les collections et puis les écrire ($\cap$ = 13, 7, 9, 15, 20).

Ensuite, c'est la réalisation des nombres où l'enfant doit donner une collection de cardinal "$\cap$" donné et après, leur écriture ($\cap$ = 16, 8, 10, 5, 20).

Depuis, l'enfant doit dire jusqu'à quel nombre il sait écrire et le montrer à partir de l'écriture de la suite des nombres.

Et enfin l'enfant doit répondre aux deux problèmes verbaux.

3.1 - Les tâches que l'élève doit réaliser

3.1.1. - Première tâche

3.1.1.1. - On a demandé à l'enfant s'il sait compter et jusqu'à combien.

.../...

S'il commence à réciter la suite des nombres on l'arrête en lui disant :

"Je voudrais savoir jusqu'à quel nombre tu sais compter ? On comptera après".

3.1.1.2. - *Récitation de la suite des nombres*

Si l'enfant ne récite pas, on lui dit : "1, 2,... comme ça".

S'il commence à mal réciter, on lui dit : "1, 2... comme ça".

S'il s'arrête sans s'être trompé, on lui demande : "et après ?".

3.1.1.3. - *Questions posées*

Q1 - Est-ce que les élèves annoncent un nombre plus grand que celui jusqu'où ils savent compter ?

Q2 - Est-ce que les élèves sont conscients du plus grand nombre qu'ils sont capables d'atteindre en comptant ?

Q3 - Est-ce que les élèves annoncent un nombre plus petit que celui jusqu'auquel ils savent compter ?

Q4 - Est-ce que la grandeur du nombre a une influence sur la conscience que l'enfant a du nombre jusqu'auquel il sait compter ?

3.1.1.4. - *Résultats*

69 élèves ont répondu à ces questions et dans les tableaux suivants nous résumons les résultats des élèves :

.../...

Dans le premier tableau, le nombre des élèves est classé par cours préparatoire et par le nombre maximum jusqu'auquel ils savent réciter la suite des nombres.

Dans le deuxième tableau, le nombre jusqu'auquel les élèves savent réciter la suite de nombres est classé par rapport à l'âge qu'ils ont.

x x x

n \ effectifs	C.P.A Michelet	C.P.B. Michelet	C.P.A. Ravel	Total élèves	%
5	1			1	1,45
12	1			1	1,45
15	1	1		2	2,90
16	1			1	1,45
17	1			1	2,90
18	1	1		2	1,45
20			1	1	2,90
21		1	1	2	2,90
22		2		2	2,90
23		2		2	4,35
25	1		2	3	1,45
26	1			1	2,90
27		1	1	2	4,35
28	2	1		3	5,79
29	2	2		4	7,24
30	2	3		5	1,45
31			1	1	1,45
32		1		1	1,45
38		1		1	1,45
39	1	1	3	5	7,24
40		1		1	1,45
41			1	1	1,45
49	1	1	2	5	5,79
50		1		1	1,45
59	1		2	3	4,35
69	2	3	3	5	11,60
70	1		1	2	2,90
71	1			1	1,45
89		1		1	1,45
100	2		3	5	7,2
107			1	1	1,45
Total élèves	23	24	22	69	100%

Tableau n°1

	6,0	6,1	6,2	6,3	6,4	6,5	6,6	6,7	6,8	6,9	6,10	6,11	7,0	7,2	7,4	7,5	7,7	7,8	7,9	7,10	7,11	8,0	8,5	Total
C.P.A. Michelet n < 20						2	1			1			2											6
20 ⩽ n ⩽ 35			1	1		1					1	1	2									1		8
n ⩾ 36		1	1		1	.			1	1		1		1						2				9
C.P.B. Michelet n < 20										1			1											2
20 ⩽ n ⩽ 35			1			2	4	1	1	2	1		1											13
n ⩾ 36			1																					
C.P.A. M.Ravel n < 20																								0
20 ⩽ n ⩽ 35	1				1							1			1	1		1						6
n ⩾ 36					1			1	2	2		3	1				1		1	1	2	1		16
Total	1	1	4	1	4	5	5	3	5	6	3	8	6	1	1	1	1	1	1	3	2	4	1	69

(x,y) (age, mois)

Tableau n°2

.../...

Dans le tableau III on trouve les résultats de trois cours préparatoires, pendant que dans les tableaux IV, V et VI on trouve les résultats du C.P.A. et du C.P.B. de Michelet, ainsi que le C.P.A. de Ravel respectivement.

Dans les tableaux on va appeller :

"n" Le nombre jusqu'auquel les enfants savent réciter la suite des nombres

"S" Le nombre jusqu'auquel ils disent savoir la réciter.

"n < s" Pour les enfants qui comptent jusqu'à "n", ils disent qu'ils savent compter jusqu'à "S". Celui-ci est peut-être le nombre le plus grand qu'ils connaissent et dont ils ont entendu parler, mais ils ne savent pas compter jusqu'à ce nombre là.

"n > s" Pour les enfants qui savent compter jusqu'à "n" mais qui donnent un nombre plus petit que celui jusqu'auquel ils savent compter.

"n = s" Pour les enfants qui savent compter jusqu'à "n" et disent savoir compter jusqu'à "n" ; ils sont donc conscients du nombre jusqu'auquel ils savent compter.

	n = s	n > s	n < s	Total enfants	%
$n \leqslant 14$	0	1	1	2	2,90
$15 \leqslant n \leqslant 25$	4	10	0	14	20,29
$26 \leqslant n < 60$	8	27	0	35	50,72
$n \geqslant 60$	7	7	4	18	2,09
Total enfants	19	45	5	69	
%	27,53%	65,22%	7,25%		100 %

Tableau n°3 : les 3 C.P.

.../...

	n = s	n > s	n < s	Total enfants	%
n ⩽ 14	0	1	1	2	8,69
15 ⩽ n ⩽ 25	2	3	0	5	21,73
26 ⩽ n < 60	0	10	0	10	45,45
n ⩾ 60	2	4	0	6	26,08
Total enfants	19	45	5	69	
%	17,39 %	78,26 %	4,35 %		100 %

Tableau n°4 : C.P.A. Michelet

	n = s	n > s	n < s	Total enfants	%
n ⩽ 14	0	0	0	0	0
15 ⩽ n ⩽ 25	1	4	0	5	20,83
26 ⩽ n < 60	2	13	0	15	62,50
n ⩾ 60	1	0	3	4	16,67
Total enfants	4	17	3	24	
%	16,66 %	70,84 %	12,50 %		100%

Tableau n°5 : C.P. Michelet

.../...

	n = s	n > s	n < s	Total enfants	%
n ⩽ 14	0	0	0	0	0
15 ⩽ n ⩽ 25	1	3	0	4	18,18
26 ⩽ n < 60	6	4	0	10	45,45
n ⩾ 60	4	3	1	8	36,37
Total enfants	11	10	1	22	
	50	45,45	4,55		100 %

Tableau n°6 : C.P.A. Ravel

3.1.5. Réponses aux questions

Réponses à Q_1 :

Il y a 5 élèves (7,25 %) qui disent un nombre plus grand que celui jusqu'où ils savent compter : parmi eux 4 récitent la suite jusqu'à plus de 60 et 1 jusqu'à moins de 14.

Réponse à Q_2 :

Seulement 19 élèves (27,53 %) annoncent le même nombre que celui jusqu'où ils savent compter.

On peut conclure qu'il y a un pourcentage significatif d'enfants qui annoncent un nombre plus petit que celui jusqu'auquel ils savent compter.

.../...

Réponse à Q_3 :

45 élèves (65,22 %) disent un nombre plus petit que celui jusqu'auquel ils savent compter, parmi eux un récite la suite jusqu'à moins de 14, 7 jusqu'à plus de 60 et le reste des élèves va réciter la suite entre 15 et 60.

Réponse à Q_4 :

En regardant si la grandeur du nombre a une influence sur la conscience que l'enfant a de savoir compter jusqu'à un certain nombre, on trouve que parmi 7,25 % des enfants qui annoncent un nombre plus grand que celui jusqu'auquel ils savent compter, 1,45 % appartiennent aux enfants du groupe $n \leqslant 14$, et 5,80 % appartiennent aux enfants qui comptent jusqu'à plus de 60.

Mais parmi les 65,22 % d'enfantsqui annoncent un nombre plus petit que celui jusqu'où ils savent compter, 1,4 % sont des enfants qui comptent entre 15 et 25, et 10,15 % sont des enfants qui comptent jusqu'à plus de 60 ; 39,13 % sont des enfants qui comptent entre 26 et 60.

Parmi les 27,53 % des enfants qui sont conscients du nombre jusqu'où ils savent compter, 5,79 % des enfants comptent entre 15 et 25 ; 11,59 % comptent entre 26 et 60 et 10,15 % comptent plus de 60.

On peut conclure que 21,74 % des enfants qui sont conscients du nombre jusqu'où ils savent compter, savent compter jusqu'à plus de 26, donc la grandeur du nombre jusqu'où ils savent compter peut avoir une influence sur la conscience qu'ils ont de savoir compter jusqu'à ce nombre.

.../...

A partir de ces situations on peut se demander :

• Est-ce que après l'exposition des situations aux enfants, ils ont pris conscience du nombre jusqu'où ils savent compter ?

• Est-ce que la grandeur du nombre va influencer la conscience que les enfants peuvent en avoir ?

Cela peut être observé si on utilise une situation didactique d'institutionnalisation, en demandant aux enfants par exemple la tâche une fois de plus, après leur avoir dit :

"tu sais compter jusqu'à "x" (*)
tu as compté jusqu'à "x"
tu peux compté jusqu'à "x"
tu sais compté jusqu'à "x"

Et on regardera s'ils ont pris ou non conscience du nombre jusqu'où ils savent compter.

3.1.2. Deuxième tâche : désignation des nombres

3.1.2.1. L'enfant doit dire le nombre d'objets de chaque collection donnée(**) et on lui demande pour chaque cardinal :

"combien maintenant ?"
ou "et maintenant ?"
ou "cela fait combien ?"

.../...

(*) "x" $\in \mathbb{N}$

(**) Les élèments des collections sont du même genre, mais les collections n'ont pas le même nombre d'éléments, n = 13 ; 2 ; 9 ; 15 ; 20.

S'il se trompe on lui demande :

"tu es sûr ?"

S'il répond "oui" on le laisse et on n'insiste plus pour le faire changer.

3.1.2.2. L'enfant doit écrire le nombre d'objets de chaque collection donnée (* voir page précédente)

S'il se trompe dans l'écriture on lui demande :
"tu es sûr ?"
S'il répond "oui" on le laisse.
S'il répond "non" on lui demande :
"où crois-tu que tu t'es trompé ?"
S'ils écrivent la suite des nombres on leur dit :
"non, ce n'est pas ça qu'on veut, je veux que tu écrives seulement le nombre pour lequel tu as dit le nombre d'objets.

3.1.2.1.1. Résultats du nombre d'objets dit par les enfants du C.P.A. Ravel et du C.P.B. Michelet

Dans le tableau VII et VIII on voit les résultats du C.P.A. Ravel et du C.P.B Michelet, ensemble et séparément recpectivement.

"n" c'est le cardinal de la collection
"J" ils ont dit juste
"E" ils ont dit faux

	13	7	9	15	20
Juste	40	41	43	42	37
Faux	6	5	3	4	9

Tableau n°6

.../...

n	13	7	9	15	20
C.P.B. Michelet	21	24	23	23	18
	3	0	1	1	6
C.P.A. Ravel	19	17	20	19	19
	3	5	2	3	3

Tableau n°7

46 élèves répondent à ces questions mais on voit que les erreurs augmentent avec la grandeur du cardinal des collections.

3.1.2.2.1. Résultats de l'écriture du cardinal de la collection dans le C.P.A. Michelet et le C.P.B. Ravel

On trouve les erreurs commises dans l'écriture de chaque nombre, ainsi que les genres d'erreurs rencontrées et leurs effectifs dans le tableau n°IX.

	n	13	7	9	15	20	Total
Types d'erreurs		15,12 14,11	5,6	8	11,14 16,17	17,18 21,22	207
C.P.A. Ravel	ne savent pas l'écrire	1	0	0	0	1	2
	erreur corrigée	0	0	2	0	2	4
	erreur	6	3	2	3	2	16
C.P.B. Mich^{t}.	ne savent pas l'écrire	13	2	0	12	10	37
	erreur corrigée	1	1	1	3	2	8
	erreur	1	1	0	0	4	6

Tableau n°8

.../...

Là, les deux classes sont différentes.

Dans le C.P.A. il y a plus d'erreurs (16 erreurs) que dans le C.P.B. (6 erreurs). Mais dans le C.P.B. 8 erreurs sont corrigées.

D'autre part, 37 fois les enfants n'écrivent pas le nombre parce qu'ils ne le connaissent pas ou ils ne se le rappellent pas.

Dans le C.P.A. seulement, deux fois on remarque que ce sont les nombres 13, 15 et 20 qui ont le plus d'erreurs, et que l'erreur pour écrire le cardinal 9 est toujours la même, écriture 8, alors que pour les autres c'est plus diversifié.

D'autre part, 15 élèves ont écrit tous les nombres correctement (en comptant aussi ceux qui ont corrigés).

Parmi les 31 élèves restants :

- 8 ont commis une erreur
- 1 a commis deux erreurs
- 1 n'a su écrire aucun nombre
- 7 ont laissé deux nombres sans les écrire
- 6 ont laissé trois nombres sans les écrire
- 1 a laissé quatre nombres sans les écrire

3.1.2.3. Questions posées et leurs réponses

Est-ce que savoir compter jusqu'à "n" peut déterminer le cardinal d'une collection donnée ou le cardinal à déterminer est plus petit que "n" ? Non, parce que tous les élèves comptent au moins jusqu'à 20 (par exemple l'élève DEB qui compte jusqu'à 15, ne réussit pas à déterminer 20). Il y a beaucoup d'enfants qui ne réussissent pas à déterminer

.../...

le cardinal d'une collection donnée de n objets ou $m < n$

Dans le tableau X on trouve :

- 97,82 % des élèves comptent au moins jusqu'à 20.
- 13,04 % des élèves ne déterminent pas le cardinal d'une collection donnée de 13 objets.
- 10,86 % des élèves ne réussissent pas à déterminer le cardinal d'une collection donnée de 7 objets.
- 6,52 % des élèves ne réussissent pas à déterminer le cardinal d'une collection donnée de 9 objets.
- 8,69 % des élèves ne réussissent pas à déterminer le cardinal d'une collection donnée de 15 objets.
- 19,56 % des élèves ne réussissent pas à déterminer le cardinal d'une collection donnée de 20 objets.

n \ m	13	7	9	13	20	Total élèves
$n \leqslant 20$	1 (0)	1 (0)	1 (0)	1 (0)	0 (1)	1
$20 < n \leqslant 40$	22 (4)	24 (2)	25 (1)	24 (2)	20 (6)	26
$40 < n < 60$	6 (1)	6 (1)	7 (0)	6 (1)	7 (0)	7
$n \geqslant 60$	11 (1)	10 (2)	10 (2)	11 (1)	10 (2)	12
Total élèves	40 (6)	41 (5)	43 (3)	42 (4)	37 (9)	41
%	86,96 (13,04)	89,14 (10,86)	93,48 (6,52)	91,31 (8,69)	80,44 (19,56)	

(x) ne réussisent pas

.../...

Tableau n°10

3.1.2.1.2. Résultats du nombre d'objets énoncé par les enfants

Dans cette classe, il y a eu des erreurs seulement avec les nombres plus grands.

m / effectif	7	5	3	6	4
Juste	21	23	23	23	23
Faux	2	0	0	0	0

Tableau n°11

3.1.2.2.2. Résultats de l'écriture du cardinal de la collection dans le C.P.A. Michelet

Les erreurs qui sont écrites le plus souvent sont des nombres à l'envers. Exemples : ε F Ƨ ɥ ∂

	7	5	3	6	4
Types d'erreurs	F	Ƨ	ε	∂ℓ	⊣
Nombre d'erreurs	6	3	5	2	4
Juste	17	20	18	21	19

Tableau n°12

3.1.3. *Troisième tâche : réalisation des nombres*

3.1.3.1. L'enfant doit donner la collection d'objets d'un cardinal donné (n = 16,8,10,5,20)

S'il se trompe on lui demande "tu es sûr ?" S'il dit "non" on lui demande"pourquoi tu n'es pas sûr ?"

3.1.3.1.1. Résultats du C.P.A. Ravel et du C.P.B. Michelet

	m	16	8	10	5	20
C.P.A. Ravel	Juste	21	19	22	22	22
	Faux	1	3	0	0	0
C.P.B. Michelet	Juste	20	23	23	24	19
	Faux	4	1	1	0	5

Tableau n°13

Les résultats sont différents dans les deux C.P. :

Au C.P.A. c'est sur le nombre 8 qu'il y a eu plusieurs erreurs, alors que pour le C.P.A. la quantité des erreurs augmente avec le nombre d'éléments de la collection.

En général dans les deux C.P. on trouve :

m	16	8	10	5	20
Juste	41	42	45	46	41
Faux	5	4	1	0	5

Tableau n°14

.../...

3.1.3.1.2. Résultats du C.P.A. Michelet

Dans cette classe un élève s'est trompé quand il a donné les collections pour les cardinaux plus grands.

m	9	6	3	8
Jute	22	23	23	22
Faux	1	0	0	1

Tableau n°15

3.1.3.2. L'enfant doit écrire le nombre d'objets de chaque collection donnée.

S'il ne sait pas on le laisse
S'il se trompe au moment d'écrire on lui demande s'il est sûr.

3.1.3.2.1. Résultats du C.P.A. Ravel et du C.P.B. Michelet

Il y a une différence entre ces deux C.P. Dans le C.P.A. presque tous les enfants savent écrire les nombres. Alors que dans le C.P.B., 15 élèves ne savent pas écrire 16 ni 20.

Les erreurs d'écriture se trouvent essentiellement dans les deux groupes sur 16 et 20.

On peut voir ces résultats dans le tableau n°XVI.

.../...

n \ m		16	8	10	5	20
C.P.A.	ne savent pas l'écrire	1	0	0	0	1
	erreur corrigée	0	0	0	0	0
	Faux	2	1	0	2	1
C.P.B.	ne savent pas l'écrire	16	1	1		14
	erreur corrigée	0	0	0	0	0
	Faux	1	0	0	2	2
Types d'erreurs écrits		12,17	6	aucune	5,4	30,21 12,

Tableau n°16

3.1.3.2.2. Résultats du C.P.A. Michelet

L'écriture de nombres est connue quand le cardinal augmente, et les erreurs sont surtout pour l'écriture des nombres 8 et 9. Ainsi comme pour l'écriture de 3 qui est toujours à l'envers (voir tableau n°27).

.../...

n \ m	9	6	3	8
Types d'erreur	1, P	3, 2	E, 4	10, 7, 9
erreurs corrigées	0	0	0	0
ne savent pas écrire	7	4	2	3
erreurs	3	2	5	3

Tableau n°17

3.1.3.2.3. Questions posées et leurs réponses

Est-ce que savoir compter jusqu'à "n" entraine la réalisation d'une collection de cardinal donné "m" ou de cardinal plus petit que "n" ? Non, parce que tous les enfants comptent jusqu'à 20 (l'élève DEB compte jusqu'à 15, il réussit). Il y a beaucoup d'enfants qui ne réussissent pas à réaliser une collection "m".

Les résultats des tableaux XVIII, XIX, et XX montrent que :

- 97,82 % des enfants comptent sur 20.
- 2,18 % des élèves restant (1 élève) ont réussi, même s'ils comptent seulement jusqu'à 15.
- 10,86 % des enfants ne réussissent pas à réaliser une collection de cardinal 5.

.../...

. 8,69 % des enfants ne réussissent pas à réaliser une collection de cardinal 8.

. 2,17 % des élèves ne réussissent pas réaliser une collection de cardinal 10.

. 100 % des enfants réussissent à réaliser une collection de cardinal 5.

. 10,86 % des enfants ne réussissent pas à réaliser une collection de cardinal 20.

n \ m	16	8	10	5	20	N° élève
0 ⩽ n ⩽ 14						
15 ⩽ n ⩽ 25	8 (1)	8 (1)	9	9	8 (1)	9
26 ⩽ n ⩽ 30	6 (3)	9	8 (1)	9	7 (2)	9
31 ⩽ n ⩽ 40	9	8 (1)	9	9	8 (1)	9
41 ⩽ n ⩽ 59	6 (1)	6 (1)	7	7	7	7
60 ⩽ n ⩽ 99	7	6 (1)	7	7	6 (1)	7
n ⩾100	5	5	5	5	5	5
	41 (5)	42 (4)	45 (1)	46	41 (5)	46

Tableau n°18 résultats du C.P.A. et du C.P.B de Michelet

n \ m	16	8	10	5	20	N° élève
⩽ n ⩽ 24						
⩽ n ⩽ 25	4	3 (1)	4	4	4	4
⩽ n ⩽ 30	1	1	1	1	1	1
⩽ n ⩽ 40	4	4	4	4	4	4
⩽ n ⩽ 59	4 (1)	4 (1)	5	5	5	5
⩽ n ⩽ 99	4	3 (1)	4	4	4	4
⩾100	4	4	4	4	4	4
	21 (1)	19 (3)	22	22	22	22

Tableau 19: Résultats du C.P.A. Ravel

.../...

	5	6	8	9	10	11	12	13	15	16	18	19	20	22	23	24	28	29	30	31	38	58	62	67	69	79	84	97	Total
C.P.A. Michelet	1	1	1	1		7	2	1	1	1			1		1			2	3										23
C.P.B. Michelet	2				1	3	5	1	3		1	1	1					2		1	1		1				1		24
C.P.A. M. Ravel												2	2	2	1	1	1	3			1	1	1	3	2	1		1	22
Total enfants	2	1	1	1	1	10	8	2	4	1	1	2	4	2	2	1	1	7	3	1	2	1	2	3	2	1	1	1	69
%	4,35	1,45	1,45	1,45	1,45	14,49	10,14	2,90	5,79	1,45	1,45	4,35	5,79	2,90	2,90	1,45	1,45	10,14	4,35	1,45	2,90	2,90	1,45	4,35	2,90	1,45	1,45	1,45	100%

Tableau n°21

.../...

n \ m	16	8	10	5	20	N° élève
0 ⩽ n ⩽ 14						
15 ⩽ n ⩽ 25	4 (1)	5	5	5	4 (1)	5
26 ⩽ n ⩽ 30	5 (3)	8	7 (1)	8	6 (2)	8
31 ⩽ n ⩽ 40	5	4 (1)	5	5	4	5
41 ⩽ n ⩽ 59	2	2	2	2	2	2
60 ⩽ n ⩽ 99	3	3	3	3	2	3
n ⩾ 100	1	1	1	1	1	1
	20 (4)	23 (1)	23 (1)	24	19 (5)	24

Tableau n°20 : Résultats du CPB Michelet

Légende :

"m" : c'est le cardinal donné
"n" : c'est le nombre jusqu'où les enfants savent compter
( ) : c'est le nombre d'élèves qui ne réussissent pas.

3.1.4. *Quatrième tâche*

3.1.4.1.

On demande à l'enfant : "jusqu'à quel nombre sais-tu écrire ?"

S'il commence à écrire la suite des nombres on lui dit : "non, ce n'est pas ça que je veux ; je veux seulement le nombre jusqu'où tu sais écrire. On écrira après les nombres".

3.1.4.2. Ecriture de la suite des nombres

On demande à l'enfant de montrer "en les écrivant tous les nombres qu'il connaît". S'il n'écrit pas les nombres on lui dit : "1,2,....comme ça". S'il s'arrête sans s'être trompé on lui demande "et après ?"

L'écriture a été limitée jusqu'à trente (30) et après on demande à l'enfant: s'il sait écrire des nombres plus grands ; on lui en donne quelques uns.

.../...

3.1.4.3. Questions posées

Question 1 :

Les enfants écrivent-ils les nombres sous forme de suites?

Question 2 :

Les enfants annoncent-ils un nombre plus grand que celui jusqu'où ils savent compter ?

Question 3 :

Les enfants sont-ils conscients du nombre jusqu'où ils savent écrire les nombres ?

Question 4 :

Les enfants annoncent-ils un nombre plus petit que celui jusqu'où ils savent écrire ?

3.1.4.4. Résultats et réponses aux questions

Pour essayer de répondre à ces questions, on va analyser les réponses des enfants, on va prendre : "E" comme le nombre jusqu'où les enfants écrivent les nombres et "D" comme le nombre jusqu'où ils disent savoir les écrire.

Le tableau XXI montre la quantité d'élèves qui savent écrire la suite des nombres jusqu'à un nombre n.

Ensuite, dans les tableaux XXII, XXIII, XXIV, et XXV on fait une comparaison de ce que l'enfant sait écrire et de ce qu'il dit savoir écrire des nombres et on y trouve les résultats des trois cours préparatoires ensemble, du C.P.A. Michelet du C.P.B. Michelet et du C.P.A. Ravel.

.../...

Résultats des 3 C.P. :

n	D < E	D > E	D = E	Total	%
n ⩽ 6	1	3	0	4	5,81 %
7⩽n ⩽ 30	19	10	19	48	69,56 %
n > 30	5	11	1	17	24,64 %
Total	25	24	20	69	
%	36,23%	34,76%	28,99%		100 %

Tableau n°22 : C.P.A. Michelet

n	D < E	D > E	D = E	Total	%
n ⩽ 6	1	1	0	2	8,70 %
7 ⩽ n ⩽ 30	13	1	5	19	82,60 %
n > 30	0	2	0	2	8,70 %
Total	14	4	5	23	
%	60,87	17,39	21,74		100 %

Tableau n°23 : C.P.B. Michelet

n	D < E	D > E	D = E	Total	%
n ⩽ 6	0	2	0	2	8,33
7 ⩽ n ⩽ 30	5	5	8	18	75
n > 30	2	2	0	4	16,67
Total	7	9	8	24	
%	29,17	37,50	33,33		100%

Tableau n°24 : C.P.A. Ravel

n	D < E	D > E	D = E	Total	%
n ⩽ 6	0	0	0	0	0
7 ⩽ n ⩽ 30	1	4	6	11	50
n > 30	3	7	1	11	50
Total	4	11	22		
%	18,18	50	31,82		100

Tableau n°25 : résultats C.P.A. Ravel

Réponse à question 1 :

19 enfants du C.P.A. de Michelet écrivent les nombres sous forme de suites, pendant que 3 enfants omettent certains nombres : (en général 12,13 et 14, ils finissent à 15). Un élève BAW a écrit les nombres jusqu'à 6 et après il a écrit des lettres.

Au C.P.B. Michelet, 18 enfants ont écrit les nombres sous forme de suites ; 2 enfants sont passés du 5 au 10 ou 11 ; 2 enfants sont passés du 11 au 15 ; 1 enfant a laissé le nombre 20 parce qu'il ne savait pas l'écrire, mais il a laissé sa place au moment décrire le 21.

Au C.P.A. Ravel 19 enfants ont bien écrit les nombres, 1 enfant a sauté 16 et un autre a sauté le 17 et le 18.

Réponse à question 2 :

34,78 % des enfants disent un nombre plus grand que celui jusqu'où ils savent écrire les nombres.

Réponse à question 3 :

28,29 % des enfants disent le nombre jusqu'où ils savent écrire.

.../...

Réponse à question 4 :

36,23 % des enfants disent un nombre plus petit que celui jusqu'où ils savent écrire la suite des nombres.

On peut conclure qu'au niveau de l'écriture les trois situations ($D < E$, $D > E$ et $D = E$) sont à peu près équivalentes.

Mais parmi les enfants pour lesquels $E = D$, 95 % savent écrire les nombres entre 7 et 30 ; donc la grandeur du nombre jusqu'où ils savent écrire peut avoir une influence sur la conscience que l'enfant a de savoir écrire jusqu'à un certain nombre, parce que 69,56 % des enfants écrivent entre 7 et 30.

3.1.4.5. Autres questions et leurs réponses

3.1.4.5.1. Question 5

Est-ce que pour savoir écrire il faut d'abord savoir réciter les nombres ou savoir les compter ?

Hypothèse pour la réponse :

Les élèves qui savent écrire jusqu'à "n" savent aussi au moins, réciter jusqu'à "n".

Résultats :

Dans les tableaux 26, 27, 28 et 29 on montre les résultats de la comparaison du nombre jusqu'où les enfants écrivent la suite des nombres "E" et du nombre jusqu'où ils récitent la suite des nombres .

	$E > n$	$E < n$	$E = n$	Total	%
$E \leq 6$	1	3	0	4	5,80%
$7 \leq E \leq 30$	2	46	1	49	71,01%
$E \geq 2$	2	12	2	16	23,19
Total	5	61	3	69	
%	7,25%	88,40%	4,35%		100%

Tableau n°26

.../...

	E > n	E < n	E = n	Total	%
E ⩽ 6	1	1	0	2	8,70
7⩽ E < 30	0	18	0	18	78,26
E ⩾ 30	0	3	0	3	13,04
Total	1	22	0	23	
%	4,35	95,65	0		100%

Tableau n°27 : Résultats C.P.A. Michelet

	E > n	E < n	E = n	Total	%
E ⩽ 6	0	2	0	2	8,33
7⩽ E < 30	0	17	1	18	75
E ⩾ 30	1	2	1	4	16,67
Total	1	21	2	24	
%	4,17	87,50	8,33		100%

Tableau n°28 : Résultats C.P.B. Michelet

../...

	E > n	E < n	E = n	Total	%
E ⩽ 6	0	0	0	0	0
7⩽ E < 30	2	11	0	13	59,09
E ⩾ 30	1	7	1	9	40,91
Total	3	18	1	22	
%	13,65	81,81	4,54		100 %

Tableau n°29 : Résultats du CPA Ravel

A partir de ces tableaux on a trouvé que :

- 4,35 % des enfants récitent la suite des nombres et l'écrivent jusqu'à ce même nombre.

- 88,40 % des enfants récitent plus loin que le nombre jusqu'où ils savent écrire la suite des nombres.

- Seulement 7,25 % des enfants savent écrire plus loin que le nombre jusqu'où ils savent réciter la suite des nombres.

Donc l'hypothèse faite est vraie ; les élèves qui savent écrire jusqu'à "n" savent aussi, au moins, réciter jusqu'à "n".

3.1.4.5.2. Question 6

Les élèves qui ont conscience du nombre jusqu'où ils savent réciter la suite des nombres sont-ils les mêmes que ceux qui ont conscience du nombre jusqu'où ils savent écrire ?

Il y a six (6) élèves qui ont conscience du nombre jusqu'où ils savent écrire et réciter en même temps (13 %) pour le C.P.A. Ravel et le C.P.B. Michelet (Voir le tableau N°31) et 8,70 % pour les trois cours préparatoires ensembles (voir le tableau n°30).

.../...

Dans les tableaux n°32, 33 et 34 il y a les résultats du C.P.A. Michelet, du C.P.B. Michelet et du C.P.A. Ravel respectivement.

E \ N	C	$\bar{C}$	Total
C	6	14	20
$\bar{C}$	11	38	49
	17	52	69

Tableau n°30 : Résultats des 3 C.P.

E \ N	C	$\bar{C}$	Total
C	6	9	15
$\bar{C}$	9	22	31
	15	31	46

Tableau n°31 : Résultats du C.P.A. Ravel et du C.P.B. Michelet

N / E	C	$\bar{C}$	Total
C	0	5	5
$\bar{C}$	2	16	18
	2	21	23

<u>Tableau n°32</u> : Résultats du C.P.A Michelet

N / E	C	$\bar{C}$	Total
C	1	7	8
$\bar{C}$	3	13	16
	4	20	24

<u>Tableau n°33</u> : Résultats du C.P.B. Michelet

.../...

N E	C	$\bar{C}$	Total
C	5	2	7
$\bar{C}$	6	9	15
	11	11	22

Légende :

"n" c'est le nombre jusqu'où ils savent réciter la suite des nombres.

"E" c'est le nombre jusqu'où ils écrivent la suite des nombres.

"C" c'est l'enfant conscient du nombre à écrire ou à réciter.

"$\bar{C}$" c'est l'enfant qui n'est pas conscient du nombre à écrire ou à réciter.

3.1.5. Cinquième tâche : problèmes verbaux

L'enfant doit résoudre deux problèmes, mais il peut travailler avec des objets ou avec un stylo et du papier.

3.1.5.1. ler problème pour le C.P.A. Ravel et le C.P.B. Michelet

"Si Julien a 9 oranges et qu'il en mange 3. Combien en reste-t-il ?"Si les enfants disent qu'ils ne savent pas, on répéte le problème et on leur rappelle qu'ils peuvent utiliser les objets et le papier.

.../...

3.1.5.1.1. Résultats du C.P.A. et du C.P.B. Michelet pour le 1er problème.

Seulement 54,35 % des élèves ont réussi a résoudre le problème. On peut le voir dans le tableau n°35.

	Juste	Faux	Total
C.P.A. Ravel	12	10	22
C.P.B. Michelet	13	11	24
Total	25	21	46
%	54,35 %	45,65 %	100 %

Tableau n°35

3.1.5.1.2. Résultats du C.P.A. Ravel et du C.P.B. Michelet pour montrer l'aide que les enfants ont utilisée.

Aucun élève n'a utilisé d'oranges et de papier. 21,74 % des enfants n'ont rien utilisé et 2,17 % n'ont rien fait. 76,09 % des enfants ont utilisé des objets (cubes) pour s'aider à résoudre le problèmes des oranges.

	Objets	Papier	n'ont rien utilisé	n'ont rien fait	Total
CPA Ravel	15	0	6	1	22
CPB Michelet	20	0	4	0	24
Total	35	0	10	1	46
%	76,09%	0	21,74%	2,17%	100%

Tableau n°36

.../...

3.1.5.2. 2ème problème pour le C.P.A. Ravel et le C.P.B. Michelet.

" Jacques a 8 stylos et sa soeur 2 seulement. Combien de stylos Jacques a-t-il de plus que sa soeur ?". "Tu peux écrire ou travailler avec les objets".

D'abord on pose la question : "Qui en a le plus ? Jacques ou sa soeur ?" Tous les enfants ont bien répondu.

- S'ils disent qu'ils ne savent pas, on répète le problème et on leur rappelle qu'ils peuvent utiliser les objets ou écrire pour s'aider.

3.1.5.2.1. Résultats du C.P.A. et du C.P.B. pour le 2ème problème

Seulement 21,74 % des enfants ont réussi à résoudre le problème alors que 78,26 % des enfants ont échoué.

	Juste	Faux	Total
CPA Ravel	3	19	22
CPB Michelet	7	17	24
Total	10	36	46
%	21,74 %	78,26 %	100 %

Tableau n°37

.../...

3.1.5.2.2. Résultats du C.P.A. Ravel et du C.P.B. Michelet pour montrer l'aide que les élèves ont utilisée dans le 2ème problème.

On remarque que 56,52 % des enfants ont utilisé les objets (cubes) que 41,31 % n'ont rien utilisé et qu'un élève n'a rien répondu.

	Objets	Papier	N'ont rien utilisé	N'ont rien fait	Total
CPA Ravel	9	0	12	1	22
CPB Michelet	17	0	7	0	24
Total	26	0	19	1	46
%	56,52%	0	41,31%	2,17%	100%

Tableau n°38

3.1.5.2.3. Utilisation des objets : résultats

	Prend 8 - 2	Prend 8 + 2	Prend 8 et 2	Total	%
CPA Ravel	2	6	1	9	34,62 %
CPB Michelet	5	5	7	17	65,38 %
Total	7	11	8	26	
%	26,92 %	42,31%	30,77%		100%

Tableau n°39

.../...

- 65,38 % des élèves qui utilisent des objets sont du C.P.B. Michelet et 34,62 % sont du C.P.A. Ravel.

- 26,92 % prennent 8 objets et En laissent 2.

- 30,77 % des enfants prennent 8 et 2 objets mais ils ne les utilisent pas.

- 42,31 % prennent 8 et 2 objets mais ils les additionnent.

3.1.5.3. Questions posées et leurs réponses

3.1.5.3.1. Question 1 et réponse

Est-ce que les élèves qui savent compter jusqu'à "n" sont ceux qui résolvent les problèmes des oranges et des stylos ?.

	Problème oranges	Problème stylos	Total	%
$n \leqslant 14$ $15 \leqslant n \leqslant 30$	0 11 (7)	0 5 (13)	0 18	0 39,13%
$31 \leqslant n \leqslant 40$ $41 \leqslant n \leqslant 99$	3 (6) 7 (7)	2 (7) 2 (12)	9 14	19,57% 30,43%
$n \geqslant 100$	4 (1)	1 (4)	5	10,87%
Total	25 (21)	10 (36)	46	
%	54,35% (45,65)	21,74 (78,26)		100%

( ) Sont les élèves qui ont échoué

Tableau n°40 : résultats du C.P.A. Ravel et du C.P.B. Michelet ensembles

.../...

	Problème oranges		Problème stylos		Total	%
$n \leqslant 14$	0		0		0	0
$15 \leqslant n \leqslant 30$	3	(2)	0	(5)	5	22,73
$31 \leqslant n \leqslant 40$	1	(3)	1	(3)	4	18,18
$41 \leqslant n \leqslant 90$	5	(4)	1	(8)	9	40,91
$n \geqslant 100$	3	(1)	1	(3)	4	18,18
Total	12	(10)	3	(19)	22	
%	54,55%		13,65%			100%

Tableau n°41 : Résultats du C.P.A. Ravel

	Problème oranges		Problème stylos		Total	%
$n \leqslant 14$	0		0		0	0
$15 \leqslant n \leqslant 30$	8	(5)	5	(8)	13	54,17
$31 \leqslant n \leqslant 40$	2	(3)	1	(4)	5	20,83
$41 \leqslant n \leqslant 90$	2	(3)	1	(4)	5	20,83
$n \geqslant 100$	1	(0)	0	(1)	1	4,17
Total	13	(11)	7	(17)	24	
%	54,17(45,83)		30,43			100 %

( ) sont les élèves qui ont échoué

Tableau n°42 : Résultats du C.P.B. Michelet

- 54,35 % des élèves résolvent le problème des oranges, mais 56 % (11+ 3 élèves) sont des élèves qui récitent la suite des nombres entre 15 et 40.

.../...

- D'autre part : 21,74 % des enfants résolvent le problème des stylos. Mais 70 % des élèves (5 + 2) récitent la suite des nombres entre 15 et 40.

Les élèves qui récitent entre 15 et 40 sont pour la plupart ceux qui résolvent les problèmes.

3.1.5.3.2. Question 2 et sa réponse

Est-ce que les élèves qui ont réussi le problème des oranges ont réussi le problème des stylos ?

- Il y a seulement 7 élèves (15,22 %) qui ont bien réussi les deux problèmes (voir tableau n°43)

- 39,13 % ont réussi le problème des oranges et ont échoué à celui des stylos.

- 4,35 % des élèves ont réussi au problème des stylos et ont échoué à celui des oranges.

- 41,30 % des élèves ont échoué aux deux problèmes.

	R	$\bar{R}$	
R	7 (15,22%)	2 (4,35%)	9
$\bar{R}$	18 (39,13%)	19 (41,30%)	37
	25	21	46

Tableau n°43 : résultats du C.P.A. Ravel et du C.P.B. Michelet ensemble

- Dans le C.P.A. Ravel les enfants qui ont réussi les deux problèmes savent réciter la suite des nombres jusqu'à 39, 69 et 107, ce qui représente 13,63 % des enfants (voir tableau n°44).

n	Problème oranges	Problème stylos
20	R	E
21	R	E
25	E	E
25	E	E
27	R	E
31	E	E
(x) 39	R	R
39	E	E
39	R	E
41	E	E
49	E	E
49	E	E
59	E	E
59	R	E
(x) 69	R	R
69	E	E
69	R	E
70	R	E
100	R	E
100	E	E
100	R	E
(x) 107	R	R
Total réussi	12	3

Tableau n°44

S \ O	R	$\bar{R}$	
R	3	0	3
$\bar{R}$	9	10	19
	12	10	22

Tableau n°45

.../...

Légende :

(*) Enfants qui ont réussi les deux problèmes
"n" Nombre jusqu'auquel les enfants récitent la suite des nombres.
"o" Problème des oranges
"s" Problème des stylos
"R" Réussir
"$\bar{E}$""$\bar{R}$" non réussi

- Dans le C.P.B Michelet on peut voir (dans les tableaux 46 et 47 que les enfants qui ont réussi ces deux problèmes, savent réciter la suite des nombres jusqu'à 22,30 et 39, ce qui représente 16,66 % des enfants.

n	Problème oranges	Problèmes stylos
15	R	E
18	E	E
(x) 22	R	E
22	R	R
23	R	E
16	R	E
27	E	E
28	E	E
29	E	R
29	R	E
(x) 30	E	R
(x) 30	R	R
30	R	R
32	E	R
38	E	E
39	E	E
(x) 39	R	R
40	R	E
49	R	E
50	E	E
69	E	R
69	E	E
89	E	E
100	R	E
ont réussi	13	6

Tableau n°46

Tableaux n°47

S \ O	R	$\bar{R}$	
R	4	2	6
$\bar{R}$	9	9	18
	13	11	24

.../...

3.1.5.4. Problèmes posés au C.P.A. Michelet

3.1.5.4.1. Premier problème

"Si Jacques a 7 bonbons et qu'il en mange deux. Combien en reste-t-il ?"

Résultats :

- 82,61 % des élèves ont répondu juste et 17,39 % ont échoué.
- 91,30 % des élèves ont utilisé les objets et 8,70 % des enfants n'ont pas utilisé les objets (voir le tableau n°48)

	Juste	Erronnées	Total	%
Sans objets	1	1	2	8,70
Avec objets	18	3	21	91,30
Total	19	4	23	
%	82,61	17,39%		100%

Tableau n°48

3.1.5.4.2. Deuxième problème

"Un garçon a 7 billes et sa soeur en a 2 seulement. Combien de billes le garçon a-t-il de plus que sa soeur ?

On demande d'abord : "Qui en a le plus ?"

Résultats

- 2 enfants ont ajouté les morceaux des cubes en formant deux trains de 2 et de 7 respectivement. Après qu'ils ont fait la comparaison, il ont réussi.
- seulement 4 enfants (17,39 %) ont répondu juste à ce problème et 19 enfants (82,61 %)n'ont pas réussi

		Pris 7 et 2	7+2	Rien fait	Réussi	Total
Justes	1	1	0	0	2	4
Erronnées	0	9	2	8	0	19

Tableau n°49

3.2. *Les connaissances des enfants sur les nombres*

Comme nous l'avons dit dans le chapitre I, nous entendons compter au sens classique de Gelman et Gallistel (Cf. Annexe II) pour savoir le niveau de connaissances des enfants selon cette méthode, que nous avons appliquée et voici les résultats.

	Total	Pb_i(9)	Pss(9)	Pca(9)	Réussir les trois	%
$n \leqslant 14$	2	1 (1)	2	1 (1)	1	1,45
$15 \leqslant n \leqslant 25$	14	14	14	14	14	20,29
$26 \leqslant n < 60$	35	35	35	35	35	50,72
$n \geqslant 60$	18	17 (1)	18	17 (1)	17	24,64
Total	69	67 (2)	69	67 (2)	67	
%	100%	97,10%	100%	97,10%		97,10%

Tableau n°50 : Résultats des trois C.P. pour 9 objets.

.../...

	Total	$Pb_i(9)$	Pss(9)	Pca(9)	Réussir les trois	%
$n \leqslant 14$	2	1 (1)	2	1 (1)	1	4,35
$15 \leqslant n \leqslant 25$	5	5	5	5	5	21,74
$26 \leqslant n < 60$	10	10	10	10	10	43,48
$n \geqslant 60$	6	6	6	6	6	26,08
Total	23	22 (1)	23	22 (1)	22	95,65
%	100%	95,65%	100%	96,65%		95,65%

Tableau n°51 : Résultats du C.P.A Michelet pour 9 objets

	Total	$Pb_i(9)$	Pss(9)	Pca(9)	Réussir les trois	%
$n \leqslant 14$	O	O	O	O	O	O,
$15 \leqslant n \leqslant 25$	5	5	5	5	5	20,83
$26 \leqslant n \leqslant 60$	15	15	15	15	15	62,50
$n \geqslant 60$	4	4	4	4	4	16,67
Total	24	24	24	24	24	
%	100%	100%	100%	100%		100%

Tableau n°52 : Résultats du C.P.B. Michelet pour 9 objets

.../...

	Total	Pb_i (9)	P_{ss} (9)	P_{ca} (9)	Réussir les trois	%
$n \leqslant 14$	0	0	0	0	0	0
$15 \leqslant n \leqslant 25$	4	4	4	4	4	18,18
$26 \leqslant n < 60$	10	10	10	10	10	45,45
$n \geqslant 60$	8	7 (1)	8	7 (1)	7	31,81
Total	22	21 (1)	22	21 (1)	21	
%	100%	95,45	100%	95,45		95,45

Tableau n° 53 : Résultats du CPA Ravel pour 9 objets

Légende : ( ) les élèves qui n'ont pas réussi sont :
. BAW qui récite $\leqslant 14$
et . BAS qui récite $\geqslant 60$

	P_{bi} (6)	P_{ss} (6)	P_{ca} (6)	Réussir les trois
BAW	1	1	1	1
	P_{bi} (5)	P_{ss} (5)	P_{ca} (5)	Réussir les trois
BAS	1	1	1	1
	P_{bi} (10)	P_{ss} (10)	P_{ca} (10)	Réussir les trois
HAS	1	1	1	1

Tableau n°54 : Résultats des trois élèves pour 5, 6 et 10 objets

.../...

A partir de ces résultats de l'application du principe de "comment compter" de Gelman et de Gallistel on a trouvé par rapport aux trois cours préparatoires que : (voir tableau n°50).

. 97,10% des élèves respectent les trois principes P_b (9), P_{ss}(9), et P_{ca} (9) donc ils savent compter jusqu'à 9.

. Seulement 2,90 % (2 élèves) ne respectent pas P_{bi} (9) ni P_{ca} (9) donc ils ne savent pas compter jusqu'à 9.

	Total	P_{bi}(20)	P_{ss}(20)	P_{ca}(20)	Réussir les trois	%
$n \leqslant 14$	0	0	0	0	0	0
$15 \leqslant n \leqslant 25$	9	8 (1)	9	8 (1)	8	17,39
$26 \leqslant n < 60$	25	25	25	25	25	54,35
$n \geqslant 60$	12	11 (1)	12	11 (1)	11	23,91
Total	46	44 (2)	46	44 (2)	44	90,91%
%	100%	95,65%	100%	95,65%		95,65%

Tableau n°55 : Résultats du C.P.A. Ravel et du CP.B. Michelet pour 20 objets.

.../...

	Total	P_{bi} (20)	P_{ss} (20)	P_{ca} (20)	Réussir les trois	%
$n \leqslant 14$	0	0	0	0	0	0
$15 \leqslant n \leqslant 25$	4	3 (1)	4	3 (1)	3	13,65
$26 \leqslant n \leqslant 60$	10	10	10	10	10	45,45
$n \geqslant 60$	8	7 (1)	8	7	7	31,81
Total	22	20 (2)	22	20(2)	20	
%	100%	90,91%	100%	90,91%		90,91%

Tableau n°56 : Résultats du C.P.A. Ravel pour 20 objets.

( ) Elèves qui n'ont pas réussi ; ils sont :

HAS qui récite entre $15 \leqslant n \leqslant 25$
BAS qui récite $n \geqslant 60$

	Total	P_{bi} (20)	P_{ss} (20)	P_{ca} (20)	Réussir les trois	%
$n \leqslant 14$	0	0	0	0	0	0
$15 \leqslant n \leqslant 25$	5	5	5	5	5	20,83
$26 \leqslant n \leqslant 60$	15	15	15	15	15	62,50
$n \geqslant 60$	4	4	4	4	4	16,67
Total	24	24	24	24	24	
%	100%	100%	100%	100%		100%

Tableau n°57 : Résultats du C.P.B. Michelet pour 20 objets

.../...

Par rapport au cours préparatoire "A" de l'école Ravel et du cours préparatoire "B" de l'école Jules Michelet. On a trouvé (voir tableau n°55), pour 20 objets :

- 95,65% des élèves respectant les trois principes $P_{bi}(20)$, $P_{ss}(20)$ et $P_{ca}(20)$, donc ils savent compter jusqu'à 20.

-4,35 % (2 élèves) ne respectent pas $P_{bi}(20)$ ni $P_{ca}(20)$, donc ils ne savent pas compter jusqu'à 20.

<u>En conclusion</u> :

- Tous les élèves (24) du C.P.B. Michelet comptent au moins jusqu'à 20.
- 20 élèves du C.P.A. Ravel comptent au moins jusqu'à 20.
- Un élève (HAS) du C.P.A. Ravel compte jusqu'à 10.
- Un élève (BAS) du C.P.A. Ravel compte jusqu'à 5.
- 22 élèves du C.P.A. Michelet comptent au moins jusqu'à 9.
- 1 élève (BAW) du C.P.A Michelet compte jusqu'à 6.

Il faut remarquer qu'on a limité le comptage jusqu'à 20, parce que cette quantité est le plus grand cardinal des collections qui ont été demandées aux enfants. Ainsi que les élèves BAW, HAS, et BAS, récitent la suite des nombres jusqu'à 5, 25 et 100 respectivement.

.../...

DEUXIÈME PARTIE

Jeu présenté aux enfants

3.3. - *Jeu du livreur*

3.3.1. - *Dispositions générales*

Dans ce jeu l'enfant a devant lui une collection effective de petits carrés (qu'il doit colorier tous de couleurs différentes). Il doit pour cela aller chercher dans une boîte située à quelques mètres de lui, une collection de crayons de couleurs et les ramener.

Là, l'enfant est dans une situation de base, car il va chercher un crayon pour un carré, (et cette situation peut changer).

Cette situation, je la considère fondamentale pour faire fonctionner le nombre, et déjà je vais vous présenter les variables que j'ai fixé et on reviendra à l'analyse plus loin :

3.3.1.1. L'emplacement des crayons

On a mis les crayons plus loin pour éviter que l'enfant regarde la collection de carrés, dont il est obligé de se faire une représentation de celle qu'il va produire.

3.3.1.2. Première règle

L'enfant doit amener exactement la collection qu'il faut avec tous les ensembles pour éviter qu'il fasse des approches globales du nombre, c'est-à-dire :

.../...

- que les enfants prennent les crayons un à un jusqu'à la fin.

- que les enfants amènent un paquet et s'ils ont besoin qu'ils apportent plus de crayons, ils iront les chercher, s'il y en a trop ils devront les ramener, avec les corrections locales. Ce n'est pas difficile.

3.3.1.3. Deuxième règle

Si les enfants se trompent en ramenant la collection, c'est-à-dire s'ils apportent ou n'ont pas assez de crayons, ils devront s'en rendre compte et tout recommencer, avec cela on ne les laisse pas faire d'approche globale du nombre.

3.3.1.4. Travailler avec l'enfant seul

Les règles jusqu'ici données, ne changent rien si cela se passe dans une situation scolaire parce qu'il y aura toujours des enfants qui vont dire ce qu'il faut faire. Par exemple, ils diront : "il faut compter, il faut faire un message, etc....; et à ce moment là, tous vont essayer de compter ou de faire un message, car ils ont été amené à résoudre le problème sans beaucoup réfléchir.

Or, on a envisagé de travailler avec l'enfant tout seul, il va passer tout le temps qu'il lui faudra et il va recommencer autant de fois qu'il faut jusqu'à ce qu'il réussisse.

Donc, l'enfant est dans une situation qu'il n'arrive pas résoudre, s'il ne sait pas compter ou s'il n'a pas un moyen de penser à une représentation de la quantité qu'il doit produire, il doit s'organiser au départ.

Alors, pour qu'il y ait un nombre, il faut qu'il y ait aussi une communication ou une auto-communication.

3.3.2. *Quelques procédures qui peuvent être observées*

Le comptage, la bijection, le groupement, le message sont des procédures qui peuvent être observées avec des effectifs plus ou moins importants.

3.3.2.1. Le comptage

L'enfant essaye de compter les objets de la collection des carrés ainsi que dela collection de crayons pour réussir.

3.3.2.2. La bijection

L'enfant essaie d'établir une relation entre deux collections. Il vérifie la collection et les éléments qui ne sont pas en relation sont ceux qui manquent.

Il peut vérifier la bijection soit en superposant les éléments de deux collections, soit en alignant ou en les entourant avec des pointillés.

3.3.2.3. La perception

C'est la procédure où l'enfant amène ce qu'il faut tout de suite, parce qu'il reconnait immédiatement le nombre d'objets sans avoir à recourir ni à la bijection ni au comptage mais uniquement à la perception.

3.3.2.4. Le groupement

L'enfant entoure les éléments d'une collection (les carrés) par petits groupes et il cherche ceux de l'autre collection (les crayons) en groupes.

.../...

Autrement, sans les entourer il peut les séparer par lignes

3.3.2.5. Les messages

Ils peuvent être utilisés de façons différentes :

3.3.2.5.1. La désignation de signes

Lorsque l'élève résoud son problème il utilise autant de signes qu'il y a d'éléments dans la collection de carrés.

Il utilise des symboles arbitraires : des points, des ronds, des croix, des traits, etc...

3.3.2.5.2. La désignation des nombres

L'élève désigne la collection à l'aide de l'écriture de chiffres et pour chaque élément il utilise un chiffre différent.
Ex : 9,3,5.

3.3.2.5.3. L'écriture additive

Pour écrire les grands nombres et pouvoir livrer les collections desenfants on peut écrire le nombre comme une addition de chiffres. Il fait des groupements des éléments de la collection.
Exemple : Il rédige le message qui désignera le nombre 30.
Il peut écrire de la façon suivante : 14+16

3.3.2.6. La somme des cardinaux

L'élève fait mentalement l'addition des cardinaux, de deux groupes d'éléments de la collection (carrés) mais sans écrire aucun message.
Exemple : Le nombre de la collection qu'il a amené (les crayons) plus le nombre d'éléments de la collection (carrés) qui ne comporte pas de crayons (ceux qui lui manquent).

3.3.3. *Distribution*

Le jeu a été présenté à deux groupes d'enfants avec quelques différences entre eux *

3.3.3.1. *Premier groupe*

Ce groupe est composé de 23 enfants du C.P.A. Michelet et le jeu que l'on leur a présenté est le suivant :

3.3.3.1.1. Consigne :

Maître : "maintenant, qu'est-ce que je fais ?"
Elève : "Des carrés"
Maître : "Combien il y en a ?"
Elève : "Trois"
Maître : "Bon, on va tous les colorier et je voudrais chacun d'une couleur différente et pas deux carrés d'une même couleur. Tu peux me chercher les couleurs dont tu as besoin pour les colorier, mais je ne veux pas qu'il reste de crayons ni plus ni moins. Je veux juste les crayons qu'il faut et je veux que tu les emportes en un seul voyage"

S'il y a des problèmes pour arriver à chercher les crayons on lui répète la consigne une autre fois.

S'il amène toute la boîte, on lui donne la consigne et on lui demande : "Comment vas-tu mettre les couleurs ?"

S'il a des problèmes pour amener trois couleurs, je lui dis : après avoir répété la consigne par exemple : "Ici rouge, ici bleu, là jaune, ou ici noir, ici vert, ici bleu. Tu as compris ?"

.../...

* Cette classification est pareille à celle faite dans la vérification des connaissances

3.3.3.1.2. La distribution des tâches

Tous les enfants doivent livrer 3 objets au début du jeu.

Tous les enfants doivent ensuite livrer 7 objets, exceptés ceux qui ont présenté les problèmes car il ont livré 6 ou 9 objets.

3.3.3.2. Deuxième groupe

Ce groupe est composé de 46 enfants du C.P.A. Ravel et du C.P.B. Michelet.Le jeu leur a été présenté comme il suit.

3.3.3.2.1. Consigne :

Maître : "J'ai des petits carrés et je voudrais les colorer chacun d'un couleur différente. Je ne voudrais pas deux carrés d'une même couleur. Tu peux me chercher des crayons dont tu as besoin pour les colorer. Par exemple, ici le rouge,ici le vert ; là, le bleu, ou ici le noir ; là, le rose ; là, le jaune. Tu as compris ? Mais je veux que tu m'amènes juste les crayons qu'il te faut, je ne veux pas qu'il en reste ou qu'il en manque. Tu fais tout cela en un seul voyage, tu as compris ?"

S'il dit non, on lui explique de nouveau, s'il dit oui, on lui dit : "alors, cherche-les".

Quand l'enfant arrive avec les crayons, on lui demande : "est-ce que ça va aller ? Pourquoi ?..."

S'il ne réussit pas on lui demande à nouveau la consigne.

3.3.3.2.2. Distribution des tâches

Tous les enfants doivent livrer 3 et 13 objets au début du jeu.

Les enfants qui récitent la suite des nombres entre 10 et 15 doivent livrer 20, 22 et 18 objets.

Les enfants qui récitent la suite entre 16 et 19 doivent livrer 24 et 28 objets.

Les enfants qui récitent la suite entre 20 et 35 doivent livrer 34 et 30 objets.

les enfants qui récitent la suite de nombres au-delà de 36 doivent livrer 36 objets.

3.3.3.3. Conditions différentes entre les groupes

Premier groupe :

a) Les enfants sont amenés à compter devant la collection de carrés avant de les envoyer chercher les crayons

Le maître leur demande :

"Combien de carrés il y a ?"après avoir montré la collection.

b) Les enfants vont livrer seulement deux collections de différents cardinaux. D'abord 3, ensuite 7, 6 ou 9

c) Le cardinal le plus grand qu'ils peuvent livrer va être 9.

Deuxième groupe :

a) Lorsque l'enfant entame son rôle, il travaille tout seul pour m'assurer qu'il a bien compris le jeu.

.../...

Je dis à l'enfant : "Si je te donne un autre crayon (je lui en donne un) est-ce que ça va aller maintenant ? Pourquoi ? et si je t'ôte le crayon ? (je lui ôte le crayon) est-ce que ça va aller ? Pourquoi ?" Après je lui dis : "Bien tu as compris qu'il faut amener juste ce qu'il faut pour que ça marche, ni plus,ni moins. Maintenant, est-ce que tu peux aller chercher les crayons qu'il faut pour ces carrés là, mais... attention !..." (la même consigne).

b) Tous les enfants doivent livrer deux collections pour connaître le jeu tenant comme cardinaux 3 et 13.

c) Si l'enfant échoue et ne réussit pas à livrer la collection de crayons, on peut remarquer les comportements suivants :

1. S'il échoue la première fois,on essaiera de nouveau.
2. S'il échoue la deuxième fois,on essaiera de nouveau ou on lui demandera de compter.
3. S'il échoue la troisième fois, on lui dit : "il faut que tu comptes" et on lui fait compter les crayons.
4. S'il échoue de nouveau parce qu'il ne compte pas les crayons, on peut lui dire : "il faut que tu comptes les crayons là-bas"
5. S'il échoue encore, on lui dit : "compte ici et compte là-bas le même nombre".

3.3.4. Comportements observés

Les élèves réagissent de différentes façons:

- pour savoir le nombre de carrés qu'ils doivent colorier,
- pour savoir le nombre de crayons qu'ils doivent prendre,
- pour être sûr qu'ils ramènent le nombre exact de crayons.

.../...

On a pu remarquer que la manière dont ils agissent change au fur et à mesure que le nombre de carrés augmente. Cette situation a été observée chez quelques élèves seulement.

Nous résumons dans le tableau suivant le nombre d'objets livrés pour chacune des trois classes :

	3	6	7	9	13	18	20	22	24	28	30	34	36	Total élèves
C.P.A. Michelet	23	2	19	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	23
C.P.A. Ravel	22	0	0	0	22	0	0	0	0	0	6	6	16	22
C.P.B. Michelet	24	0	0	0	24	1	1	1	1	1	13	13	9	24
Total	69	2	19	2	46	1	1	1	1	1	19	19	25	69

Tableau n°58

.../...

3.3.5. *Résultats*

3.3.5.1. C.P.A. *Michelet*

3.3.5.1.1. *Résultats*

	Nombre d'élèves	<3		<6		<7		<9	
Compte selon G et G 6	1	1	1 / 0	0	0 / 0	1	1 / 0	0	0 / 0
Compte selon G et G 9	22	22	19 / 3	2	1 / 1	18	16 / 2	2	2 / 0
Total	23	23	20 / 3	2	1 / 1	19	17 / 2	2	2 / 0
%	100%	100%	86,95 / 13,05	8,70	4,35 / 4,35	82,60%	73,90 / 8,70	8,70%	8,70 / 0

Tableau n°59

Légende :

a	b / c

a : Nombre d'élèves qui ont livré x objets

b : Nombre d'élèves qui ont réussi à livrer x objets

c : Nombre d'élèves qui ont échoué à livrer x objets.

.../...

D'après les pourcentages obtenus, nous trouvons que :

- 86,95 % des élèves ont réussi à livrer 3 objets
- Seulement 13,05 % n'ont pas réussi
- 86,95 % des élèves (4,35 % + 73,90% + 8,70%)

ont réussi à livrer 6,7 et 9 objets.

Seulement 13,05 % des élèves (4,35 % + 8,70 %) n'ont pas réussi.

3.3.5.1.2. Procédures observées

Les procédures observées dans ce groupe sont seulement la bijection et le comptage.

Dans la bijection aucun élève n'a raté une procédure avant le premier voyage mais toujours après.

3.3.5.1.2.1. Tableau n°60. Procédures observées

Procédures / Objets	Perception		Comptage		Bijection		Total	
Livrer 3	9	0	9	3	2	0	20	3
Livrer 6	0	0	1	1	0	0	1	1
Livrer 7	0	0	10	2	7	0	17	2
Livrer 9	0	0	0	0	2	0	2	0
Total	9	0	9	3	2	0	20	3
	0	0	11	3	9	0	20	3
%	39,13	0	39,13	13,04	8,70	0	86,96	13,04
	0	0	47,83	13,04	39,13	0	98,96	13,04

.../...

Légende du tableau n°60

a	b

a : réussir x objets
b : ne pas réussir x objets

c	d
e	f

c : réussir à livrer 3 objets
d : ne pas réussir à livrer 3 objets
e : réussir à livrer 6,7,9 objets
f : ne pas réussir à livrer 6,7,9 objets

On trouve dans les procédures observées que pour livrer 3 objets les enfants ont utilisé :

- 39,13 % la perception
- 39,13 % le comptage
- 8,70 % la bijection

Ces enfants ont réussi. Ceux qui ont utilisé le comptage c'est-à-dire 13,04 % ont échoué.

D'autre part, pour livrer 6,7 et 9 objets les enfants ont utilisé :

- 47,83 % le comptage
- 39,13 % le bijection

Ces enfants ont réussi. Tous les enfants qui ont utilisé le comptage pour livrer 6 et 7 objets, c'est-à-dire 13,04 % ont échoué.

3.3.5.1.3. Conclusions

Les résultats nous montrent que le fait de savoir compter (selon G et G) au moins jusqu'à un nombre "n", n'implique pas savoir livrer une collection d'objets dont le cardinal soit égal ou inférieur à "n" et on se demande :

. Si savoir compter au sens de G et G est :

- suffisant pour une manipulation convenable du nombre

.../...

dans la solution de problèmes de dénombrements ?

- suffisant pour assurer le dénombrement ?

- nécessaire pour assurer un dénombrement ? D'autre part, on peut remarquer que bien qu'on ait dit à l'enfant de compter il y a eu un pourcentage élevé (39,13 %) des enfants qui ne l'ont pas fait mais ceux qui ont échoué l'ont fait (13,04 %). Cela nous montre que le pourcentage n'est pas le seul moyen utilisé qui permette de réussir à livrer une collection.

3.3.5.2. C.P.A. Ravel et C.P.B Michelet

3.3.5.2.1. Pour livrer 3 et 13 objets

Les résultats obtenus nous montrent que : (voir le tableau n°61)

-95,65 % des élèves ont livré seuls trois objets

-4,35 % des élèves ont livré après avoir reçu de l'aide.

-73,91 % des élèves ont livré seuls 13 objets

-26,09 % des enfants ont livré après avoir reçu de l'aide.

	Compte selon G et G	Nombre d'élèves	Livrer 3 objets		Livrer 13 objets	
C.P.A. Ravel	6	1	1	0	1	0
	10	1	1	0	0	1
	20	20	19	1	12	8
C.P.B. Michelet	20	24	23	1	21	3
Total		46	44	2	34	12
%		100%	95,65%	4,35%	73,91%	26,09%

Tableau n°61

Légende :

a	b

a : l'élève a réussi à livrer x objets sans consigne particulière (seul)

b : l'élève a réussi à livrer x objets après avoir suivi la consigne : compte, compte là-bas ou compte ici et là-bas.

.../...

Conclusions :

Tous les enfants ont réussi à livrer 3 et 13 objets bien que 2 enfants ne comptent (selon G et G) que jusqu'à 6 et 10. Les résultats montrent qu'il n'est pas nécessaire de savoir compter jusqu'à un cardinal "n" pour arriver à livrer une collection de cardinal "m" avec m > n.

On peut remarquer aussi qu'avec ces deux livraisons les enfants ont compris le jeu du livreur qu'on était en train de présenter et on se demande :

- "Pourquoi, si tous les enfants savent compter jusqu'à "n", il y a des enfants qui maîtrisent le dénombrement de m avec m > n ?"

3.3.5.2.1.2. *Procédures observées*

Les procédures les plus utilisées ont été le comptage et la bijection pour livrer 13 objets et la perception pour livrer 3 objets. Mais il y a eu des enfants qui après avoir reçu de l'aide ont réussi avec des procédures différentes. (Voir le tableau n°62).

	Perception	Comptage	Bijection	Après avoir dit compte Comptage	Après avoir dit compte Bijection	Après avoir dit compte là-bas Comptage	Après avoir dit compte là-bas Bijection	Après avoir dit compte ici et là-bas Comptage	Après avoir dit compte ici et là-bas Bijection	Total	
Livrer 3 objets	18	3	0	1	0	0	0	0	0	22	CPA
	18	5	0	0	0	0	0	1	0	24	CPB
Livrer 13 objets	0	11	2	2	2	0	2	1	2	22	CPA
	0	9	11	0	2	0	0	0	2	24	CPB
Total	36	8	0	1	0	0	0	1	0	46	Livrer 3
	0	20	13	2	4	0	2	1	4	46	Livrer 13
%	78,26%	17,40%	0	2,17%	0	0	0	2,17%	0	100%	Livrer 3
	0	43,47%	28,26%	4,35%	8,70%	0	4,35%	2,17%	8,70%	100%	Livrer 13

Tableau n°62 : Procédures utilisées pour livrer 3 et 13 objets

.../..

Pour livrer 3 objets les enfants ont utilisé :

- 78,26 % la perception
- 17,40 % le comptage
- 4,34 % le comptage mais après avoir reçu de l'aide

Pour livrer 13 objets ils ont utilisé
- 43,47 % le comptage
- 28,26 % la bijection
- 6,52 % le comptage après avoir reçu de l'aide
- 21,75 % la bijection après avoir reçu de l'aide

Ce dernier pourcentage est très remarquable car l'aide qu'ils ont reçueétait de compter ; mais ils n'ont pas réussi avec cette procédure.

3.3.5.2.2. Pour les enfants qui ont récité la suite des nombres en s'arrêtant avant 20.

Deux enfants du C.P.B. Jules Michelet (une qui a récité jusquà 15 et l'autre jusqu'à 18) ont donc dû livrer 20,22, 18 et 24, 28 respectivement ; ils ont donc réussi.

Selon Gelman et Gallistel ils savent compter jusqu'à 20, mais ils ont su livrer 20, 22, 24 et 28 objets. Cette situation montre une fois de plus qu'il n'est pas nécessaire de savoir compter jusqu'à "n" pour livrer une collection "m" ou "m" > "n".

La procédure qu'ils ont utilisée est la somme des cardinaux en prenant d'abord le nombre jusqu'auquel l'enfant sait réciter la suite des nombres (15 ou 18) et ensuite en additionnant mentalement dans un autre voyage le nombre d'éléments (crayons) manquant dans le voyage antérieur.

.../...

Ils ont réussi à livrer ainsi :

20 comme 15 + 5
22 comme 17 + 7
24 comme 18 + 6
28 comme 18 + 10

On peut remarquer que DEB a livré 18 en un voyage après avoir livré 20 et 22 car avant de partir chercher les crayons il a compté 15 carrés, a mis un cube pour se souvenir et a compté ceux lui manquent. Il est parti et a pris 15 crayons plus 3.

3.3.5.2.3. *Pour livrer 34 et 30 objets*

Ces collections ont été livrées pour 6 élèves du C.P.A. M.Ravel et 13 élèves du C.P.B. de Jules Michelet. 17 élèves récitent la suite des nombres entre 20 et 30 et 2 enfants récitent entre 30 et 35 selon Gelman et Gallistel. Tous les enfants comptent au moins jusqu'à 20.

3.3.5.2.3.1. *Résultats*

livrer 34 / livrer 30	Réussir 34	Echouer 34	Total
Réussir 30	17	0	17
Echouer 30	0	2	2
Total	17	2	19
%	89,47 %	10,53 %	100%

Tableau n°63

.../...

- 89,47 % des enfants maîtrisent le dénombrement de 34 et de 30 car ils réussissent la livraison de ces collections et ils récitent la suite des nombres entre 20 et 32.

10,53 % des élèves ne réussissent pas à livrer 34 et 30 bien qu'ils récitent la suite des nombres entre 28 et 31, donc ils ne maîtrisent pas le dénombrement.

Conclusions

Ce jeu nous montre que les enfants peuvent maîtriser le dénombrement d'un nombre que peut-être ils ne connaissent pas et jusqu'où ils ne comptent pas.

Cela nous montre aussi que le comptage n'est pas nécessaire pour maîtriser le dénombrement d'une collection.

3.3.5.2.3.2. *Procédures observées*

Les procédures observées sont la bijection, le comptage, la somme des cardinaux, le groupement et les messages.

Les messages ont été utilisés pour 7 élèves : 3 pour dénombrer la collection de 30 objets, mais ils ont été faits de trois façons différentes, ce qui nous donne les procédures de la désignation de signes, de la désignation de nombres et l'écriture additive.

Par contre, un enfant a utilisé le groupement par lignes pour dénombrer la collection de 30 objets, pendant qu'un autre a fait le groupement en entourant les éléments de la collection (voir le tableau n°64).

.../...

	Comptage		Bijection		Somme Cardinaux Comptage		Somme Cardinaux Bijection		Messages Désignation Signes		Messages Désignation Nombres		Message écriture additive		Groupement		Total		Pourcentage	
Livrer 34	0	1	8	1	2	0	4	0	1	0	1	0	1	0	0	0	17	2	89,47	10,53
Livrer 30	1	2	7	0	3	0	0	0	1	0	2	0	1	0	2	0	17	2	89,97	10,53
Total	1	3	15	1	5	0	4	0	2	0	3	0	2	0	2	0	34	4		
%	2,63	7,90	39,47	2,63	13,16	0	10,53	0	5,26	0	7,90	0	5,26	0	5,26	0			89,47	10,53

Légende :

a	b

a : réussir à livrer x objets
b : ne pas réussir à livrer x objets

Tableau n°64 : Procédures observées

.../...

On a du observer qu'il y a eu le même pourcentage de réussites que d'échecs pour livrer 34 et 30 objets et on peut dire aussi que ceux qui ont échoué à 34 sont les mêmes que ceux qui ont échoué à 30.

On remarque aussi que l'utilisation du comptage comme procédure a été de 10,53 % parmi lesquels 7,90 % ont échoué ; 89,47 % des enfants ont utilisé d'autres procédures que le comptage et seulement 2,63 % des élèves ont échoué.

Cela montre que savoir compter n'est pas nécessaire, ni suffisant pour assurer une manipulation convenable du nombre dans la solution de problèmes de dénombrement car il y a des enfants qui maîtrisent le dénombrement d'un e collection d'un nombre plus grand que celui jusqu'auquel ils savent compter.

Il faut aussi remarquer que l'on a dit de compter à 5 élèves et qu'aucun des 5 enfants ne l'a fait, tous ont utilisé d'autres procédures.

3.3.5.2.4. Pour livrer 36 objets

Les collections ont été livrées par 16 élèves du C.P.A. Ravel et 9 enfants du C.P.B. de Jules Michelet ; 11 élèves récitent la suite des nombres jusqu' entre 38 et 50 et 14 élèves jusqu'entre 50 et 107.

En regardant les résultats on trouve que :

- 84 % des enfants ont ré ussi à livrer 36 objets.
- 16 % des enfants n'ont pas réussi, mais on a pu voir que 12 % d'entre eux récitent la suite des nombres jusqu'entre 50 et 107.

3.3.5.2.4.1. *Résultats*

	Réussites		Ne pas réussir		Pourcentage de réussites		Pourcentage d'échecs	
C.P.A. Ravel	5	7	1	3	20%	28%	4%	12%
C.P.B. Michelet	5	4	0	0	20%	16%	0	0
Total	10	11	1	3	40%	44%	4%	12%
%	21		4		84 %		16%	

Tableau n°65

Légende :

a	b

a : réciter la suite des nombres entre 38 et 50

b : réciter la suite des nombres entre 50 et 107

Ces résultats nous montrent que le fait de savoir compter n'assure pas la maîtrise du dénombrement d'une collection d'objets, d'un cardinal plus petit que celui jusqu'auquel les élèves savent compter.

.../...

3.3.5.2.4.2. *Procédures observées*

Les procédures utilisées ont été : le comptage (très utilisé s par les élèves du C.P.A. Ravel). La bijection, la somme de cardinaux et la désignation de signes avec messages.

	Comptage		Bijection		Somme Cardinaux Bijection		Messages Désignation Signes		Total		%	
C.P.A. Ravel	8	4	4	O	O	O	O	O	12	4	48%	16%
C.P.B. Michelet	2	O	5	O	1	O	1	O	9	O	36%	O
Total	10	4	9	O	1	O	1	O	21	4		
%	40%	16%	36%	O	40%	O	40%	O			84%	16%

Tableau n°66 : Procédures observées

Légende :

a	b

a : Réussir à livrer 36 objets

b : Ne pas réussir à livrer 36 objets

.../...

Dans ces résultats on peut voir :

- 56 % des élèves ont utilisé le comptage comme procédure mais 16 % n'ont pas réussi à livrer 36 objets et par conséquent seulement 40 % des enfants ont réussi.

- 4,4 % des élèves ont utilisé d'autres procédures que le comptage et tous ont réussi.

On remarque aussi que 15 élèves ont reçu de l'aide pour compter mais seulement 1 enfant réussi en comptant ; 4 élèves ont utilisé le comptage mais ils n'ont pas réussi (ils sont toujours restés dans le comptage) et ils ont réussi avec d'autres procédures.

Ces résultats montrent que bien que tous les élèves récitent la suite des nombres jusqu'à plus de 38 il y en a certains qui n'arrivent pas à maîtriser le dénombrement de 36 objets.

Donc le fait de savoir compter jusqu'à "n" n'assure pas la maîtrise du dénombrement d'une collection de cardinaux plus petit que "n".

3.3.6. Comportements observés en général

Les comportements observés montrent que les élèves réagissent de différentes façons pour :

- connaître le cardinal d'une collection (les carrés) dont ils ont besoin,
- savoir le cardinal de la collection qu'ils doivent chercher (les crayons),
- être sûrs qu'ils ramènent la collection qu'il faut (le nombre exact).

Ces façons d'agir changent pour quelques enfants au fur et à mesure que le cardinal d'objets à livrer augmente ainsi que la maîtrise de la situation.

.../...

La plupart des enfants ont mis au point la stratégie suivante :

- lorsque en utilisant une procédure ils échouent au moment de rejouer, il la changent.

Mais il y a eu des enfants (surtout ceux qui ont utilisé le comptage comme procédure) qui n'ont pas changé même s'ils échouent, tandis que d'autres n'utilisent pas le comptage même si on leur dit de compter.

3.3.7. Analyse factorielle du jeu du livreur

Pour présenter de façon plus détaillée les résultats de l'analyse des comportements des élèves, les traitements statistiques ont été faits séparément en ce qui concerne le jeu du livreur. Les résultats du C.P.A. de l'Ecole M.Ravel et le C.P.B. de l'Ecole Jules Michelet ont été séparés de ceux du C.P.A. de l'Ecole Michelet.

Les analyse factorielles ont été faites selon la distribution des tâches chez les enfants et on y trouve :

- les enfants qui doivent livrer 3 et 13 objets (BL 3 - 13 Annexe VIA)
- ceux qui récitent entre 20 et 35, qui doivent livrer 34 et 30 objets (BL 34 - L 30 Annexe VI-B)
- ceux qui récitent jusqu'à plus de 36 et qui doivent livrer 36 objets (BL 36 Annexe VI-C).

On n'a pas fait l'analyse factorielle pour un enfant qui récite entre 20 et 15 et qui a livré 20,22 et 18 objets ni pour un enfant qui récite entre 16 et 19 qui a livré 24 et 28 objets.

.../..

Les résultats ont été codés selon l'utilisation que l'enfant a faite de chaque caractère

Ainsi on y trouve :

1 : l'enfant qui a utilisé ou fait un caractère

2 : l'enfant qui n'a pas utilisé ou fait un caractère

Il est a noter que parmi les caractères on en a enregistré certains comme supplémentaires pour faciliter la sortie des caractères explicatifs.

Les caractères analysés sont :

- les procédures utilisées et les différents types d'aides que l'élève a reçues en supplément le nombre de voyages qu'il a fait pour reussir, s'il a réussi ou pas et l'intervalle de nombres entre lesquels l'enfant récite la suite des nombres.

3.3.7.1. L'analyse factorielle pour livrer 3 et 13 objets (13-L13).

Tous les élèves, 46 au total, ont dû livrer 3 et 13 objets, mais pour les traitements statistiques on a dû en enlever deux : DAP du CPA de l'Ecole M.Ravel et BEP du CPB de l'Ecole Jules Michelet, qui ont eu des comportements qui changent sur le plan factoriel. En même temps on a dû enlever 5 caractères dont 3 supplémentaires qui ont été utilisés seulement pour ces élèves (Cf. Annexe VI-A).

3.3.7.1.1. L'histogramme des valeurs propres de la matrice nous montre qu'il faut six axes (d'un total de 44) pour avoir une représentation du 100 % d'inertie, où le premier facteur représente 26,85 % et le deuxième facteur 20,61 % de l'inertie. Ils sont très significatifs et donnent un sens clair de la distribution de l'inertie (47, 47 %).

.../...

3.3.7.1.2. Premier axe (26,85 % de l'inertie)

Pour livrer 3 et 13 objets :

- la plupart des élèves ont réussi seuls car le centre de gravité est décentré et les différents types d'aides sont opposés.

Pour livrer 13 objets :

- il y a l'opposition de l'utilisation de la bijection contre le comptage.
- il y a l'opposition du nombre de voyages : d'une part 3,4,5 et 6 voyages proches entre eux et des "aides" et d'autre part 1 et 2 groupes proches de "réussir seul".

3.3.7.1.3. Deuxième axe (20,61 % de l'inertie)

Pour livrer 3 objets :

- il y a l'opposition de l'utilisation de la perception contre le comptage.
- il y a l'opposition du 3ème voyage contre le 1er et le 2ème voyage proche de la perception.

3.3.7.1.4. Observation

Parmi les élèves ont trouve BOS et BOY un peu éloignés du centre de gravité car ils ont réussi avec "aides" lorsqu'ils ont réussi alors que les autres sont plus au centre.

.../...

3.3.7.1.5. Troisième et quatrième axe

On observe la même situation déjà décrite

3.3.7.2. L'analyse factorielle pour livrer 30 et 34 objets (L30 - L34).

Dix-neuf élèves qui ont récité la suite des nombres jusqu'entre 20 et 35 (31 exactement) ont livré 30 et 34 objets. Ils ont eu 37 caractères dont 16 supplémentaires (Cf. Annexe VI-B).

3.3.7.2.1. L'histogramme des valeurs propres de la matrice montre qu'il faut 17 axes pour avoir une représentation de 100 % de l'inertie de 19 axes. Le premier facteur représente 17,12 %, le deuxième 14,78 % le troisième, 13,64 % et le quatrième 10,09 % de l'inertie. Cela montre qu'il faut au moins trois facteurs pour avoir une vision générale de l'inertie.

3.3.7.2.2. Premier axe (17,12 % de l'inertie)

<u>Pour livrer 34</u> :

- il oppose la bijection qui est proche de la réussite au comptage et à la somme de cardinaux (qui, notamment a été réussiepar comptage).
- il approche d'une part de la bijection avec 3 et 5 voyages et d'autre part du comptage à 2 voyages.

<u>Pour livrer 30</u> :

- il y a l'opposition de la bijection et du groupement aux procédures qui ont utilisé les messages.
- il y a opposition également de la réussite seule (qui a dû être la plus fréquente et se trouve près du centre de gravité à la réussite avec aide).
- il y a le rapprochement de la bijection des aides et des autres procédures de réussite seule.

.../...

3.3..7.2.3. Observations

La majorité des élèves est proche de la réussite, de la bijection, du groupement et des aides.

Le centre de gravité est l'intervalle où on récite la suite des nombres entre 20 et 30.

3.3.7.2.4. Deuxième axe (14,78 % de l'inertie)

Pour livrer 30 et 34 objets :

- il oppose principalement la réussite à l'échec (PR) et montre que la majorité des élèves a réussi car le centre de gravité est décentré vers la réussite (en effet il n'y a que deux élèves qui n'ont pas réussi BEP et LAP).

Pour livrer 34 objets :

- il oppose le fait de réussir seul au fait d'avoir reçu de l'aide.

Pour livrer 30 objets :

- On a opposé le comptage qui est proche de la non réussite à toutes les autres procédures qui sont proches de la réussite.

3.3.7.2.5. Troisième axe (13,64 % de l'inertie)

Pour livrer 30 objets :

- il oppose la procédure du groupement au comptage des sommes de cardinaux. La réussite seule avec la bijection et les procédures qui utilisent les messages sont proches du centre de gravité.

.../...

Pour livrer 30 objets :

Il oppose la procédure du groupement au comptage des sommes de cardinaux.

La réussite seule avec la bijection et les procédures qui utilisent les messages sont proches du centre de gravité.

Pour livrer 34 objets :

Opposition de la réussite seule avec celles qui ont reçu des aides.

Proximité de la bijection et de la somme des cardinaux, de la réussite (près du centre de gravité) et des procédures qui ont utilisé des messages.

3.3.7.2.6. Quatrième axe (10,09 % de l'inertie)

Pour livrer 30 et 34 objets :

Il oppose principalement la réussite à la non réussite et montre que le centre de gravité est décentré vers la réussite.

Pour livrer 30 objets :

Il approche les procédures du comptage et de la non réussite qui s'opposent aux autres procédures proches de la réussite.

Pour livrer 30 objets :

Il approche la non réussite et le fait de recevoir des aides en les opposant à la réussite et au fait de réussir seul.

.../...

Observations :

La majorité des élèves est proche du centre de gravité, donc de la réussite et d'autres procédures que le comptage.

3.3.7.3. L'analyse factorielle pour livrer 36 objets (L 36)

Les 25 enfants qui ont récité la suite des nombres au-delà de 36, ont dû livrer 36 objets. Ils ont eu 21 caractères parmi lesquels 12 supplémentaires (Cf. Annexe VI.C)

3.3.7.3.1. L'histogramme des valeurs propres de la matrice montre qu'il faut avoir 8 axes factoriels parmi les 21 axes pour expliquer les 100 % de l'inertie. Les deux premiers facteurs donnent un sens clair à la distribution de l'inertie : 30,40 % et 23,93 %.

3.3.7.3.2. Premier axe (30,40 % de l'inertie)

Il oppose principalement la réussite qui est près du centre de gravité (donc la majorité des élèves ont réussi) à la non réussite.

Il oppose la procédure du comptage à celle de la bijection.

Il oppose le fait de réussir seul au fait de recevoir de l'aide.

Il oppose l'intervalle de comptage entre 36 et 50-qui sont près de la bijection-à l'intervalle de 51 à 90 ,et au-delà de 100, qui est proche du comptage.

.../...

Il approche d'une part le comptage et le fait de travailler seul, de réciter la suite des nombres au-delà de 100 à l'échec de la non réussite.

D'autre part, il approche de la bijection, le fait de recevoir des aides et de la réussite.

3.3.7.3.3. Deuxième axe (23,93 % de l'inertie)

Il oppose principalement les procédures où ils ont utilisé des messages à celles où il ne les ont pas utilisé car les enfants ont employé principalement la bijection ou le comptage comme procédure.

3.3.7.4. Analyse factorielle du C.P.A. de l'Ecole Jules Michelet

Cette analyse a été faite par les enfants qui ont livré 3 et 7 objets, donc on a dû enlever ceux qui ont livré 6 ou 9 objets à la place de 7, c'est-à-dire les élèves BEE, BEA, LAC et CHJ. Les 19 élèves qui restent ont eu 23 caractères dont 18 supplémentaires (Cf.Annexe VI.D).

3.3.7.4.1. L'histogramme des valeurs propres de la matrice montre qu'il faut avoir 3 axes factoriels parmi 19 axes pour avoir 100 % de l'inertie. Avec un seul facteur on a une interprétation significative (41,49 %)

3.3.7.4.2. Premier axe (41,49 % de l'inertie)

Pour livrer 7 objets :

Il y a l'opposition de la procédure de bijection au comptage.

3.3.7.4.3. Deuxième axe (33,33 % de l'inertie)

Pour livrer 3 objets :

Il oppose la réussite qui est sur le centre de gravité à l'échec.

Il oppose le comptage à la perception et à la bijection.

Pour livrer 7 objets :

Il oppose la réussite qui est sur le centre de gravité à l'échec.

3.3.7.4.4. Troisième axe (25,16 % de l'inertie)

Pour livrer 3 objets :

Il approche la bijection et le comptage de la réussite et les oppose à la perception qui est légérement proche de l'échec.

Pour livrer 7 objets :

Il approche la bijection de la réussite, laquelle est opposée au comptage (proche de l'échec).

.../...

CONCLUSION

Cette étude n'est en fait que le prélude à une recherche plus approfondie sur le dénombrement, le nombre, et la numération qui nous semble primordiale pour l'enseignement en général, car les connaissances dépendent les unes des autres.

Il est évident que notre échantillon n'est pas représentatif des classes de cours préparatoires, mais il montre au moins que :

- les situations qui étaient faites pour montrer le jeu aux enfants donnent un premier groupe d'élèves sachant compter (selon la méthode de M.GELMAN et GALLISTEL) plus loin que le cardinal de la collection à livrer, qui n'ont pas sû maîtriser la situation en utilisant le comptage comme procédure.

Donc, le fait de savoir compter n'assure pas la maîtrise d'une situation de dénombrements.

. Le jeu du livreur pour le premier groupe montre que le fait de savoir compter n'est pas suffisant pour maîtriser une situation de dénombrement, et aussi que les enfants peuvent résoudre la situation par d'autres procédures que le comptage.

. Le jeu du livreur fait pour les enfants du deuxième groupe montre que :

a) Les 2 enfants qui récitent la suite des nombres, l'un jusqu'à 15 et l'autre jusqu'à 18 (mais qui comptent selon la méthode de M.GELMAN ET de M.GALLISTEL jusqu'à 18) ont montré qu'il n'est pas nécessaire de savoir compter pour arriver à maîtriser une collection de cardinal plus grand que celui qu'ils connaissent.

.../...

b) Les 19 enfants qui récitent la suite des nombres, entre vingt et trente cinq (et qui comptent selon la méthode de M.GELMAN et GALLISTEL jusqu'à vingt au moins) réaffirment qu'il n'est pas nécessaire de savoir compter pourarriver à maîtriser une collection de cardinal plus grand que celui qui est connu. Donc le comptage n'est pas nécessaire pour savoir maîtriser le dénombrement d'une collection.

c) Pour vingt cinq enfants qui récitent la suite des nombres au-delà de trente six (et qui comptent selon la méthode de G et G au moins jusqu'à vingt). Certains enfants récitent la suite des nombres au-delà de trente huit, mais certains n'arrivent pas maîtriser le dénombrement de trente six objets.

Le fait de savoir compter n'assure pas la maîtrise du dénombrement d'une collection d'objets, de cardinal plus petit que celuijusqu'auquel les enfants savent compter.

Tout cela montre qu'il est possible d'avoir une situation ouverte où les enfants peuvent en même temps compter ou ne pas compter, et utiliser les propriétés du nombre ; la perception (l'appréhension globale) qu'ils auront de la situation et la dépendance des connaissances chez les élèves, donnent les stratégies qui vont être utilisées ; car chez un enfant lorsqu'une stratégie peut être remplacée (ou presque) par une deuxième stratégie, les deux stratégies font partie du même champ conceptuel, même si elles font appel à des concepts très différents.

Les approches que les enfants font, sont différentes selon la grandeur du nombre ; les enfants font une approche un peu globale d'abord, pour être dans la situation et puis changent pour résoudre les problèmes locaux qui restent pour réussir.

.../...

Or, le jeu du livreur est une situation de dénombrement car là dedans l'enfant peut utiliser le comptage en même temps, qu'il peut utiliser progressivement les connaissances générales qu'il a, ce qui permet à l'enfant de corriger, de composer le nombre en plus d'exiger qu'il en fasse une représentation mentale ou écrite ; même s'il ne connaît pas le nombre, même s'il ne connaît pas le nom du nombre, l'enfant doit savoir si la solution qu'il donne est vraie ou fausse et s'il doit la corriger pour construire une nouvelle connaissance.

Est-ce que les enfants ont une bonne représentation de ce qu'ils savent et de ce qu'ils ignorent encore ?

Ce serait surprenant, mais cependant cette représentation est nécessaire pour permettre à l'enfant de savoir quand il répond juste et quand il ne sait pas.

A ce moment là, la situation est apprise par les enfants et elle devient une situation d'apprentissage que l'enfant peut résoudre même s'il ne sait pas compter. Parce que savoir compter en didactique c'est:

. un peu plus que savoir l'algorithme du comptage,

. l'accomplissement d'une tâche déterminée,

. savoir contrôler un certain genre de situations et en particulier les situations de dénombrements.

Or, ce jeu (entre autres) fait partie du nombre et de la numération donc des dénombrements, car il constitue à la construction du nombre et implique plus ou moins un travail sur chaque nombre à livrer.

Enfin, nous pouvons conclure que :

* Le comptage est le moyen le plus employé; mais certains élèves ne peuvent pas le mettre en oeuvre pour contrôler convenablement les dénombrements.

.../...

* Les élèves peuvent contrôler les dénombrements au-delà de leur capacité de comptage.

* Pour que les élèves envisagent en même temps plusieurs solutions aux problèmes des dénombrements, il faut comme conditions nécessaires qu'ils aient une dévolution du problème de controle des dénombrements, pas seulement au niveau de l'apprentissage d'un algorithme du dénombrement (par exemple, le comptage), ce qui n'assure pas aux élèves la solution de tous les problèmes de dénombrements.

* L'adaptation aux différentes solutions des dénombrements exige l'utilisation de plusieurs solutions différentes.

* Le fait que les élèves aient un problème à contrôler les conduit à envisager plusieurs solutions (le calcul mental, le dessin, la correspondance, le groupement, etc... il y a beaucoup de solutions qui font partie de la connaissance du nombre), ce qui est nécessaire à l'adaptation de différents types de solutions.

* Les situations présentées ont le mérite de permettre à l'enseignant de se rendre compte des différences qui peuvent exister entre l'enseignement, l'apprentissage, ou l'acquisition de savoir-faire stéréotypés et de ce savoir-faire bien compris et bien dominés par l'élève.

Alors pour bien montrer tout cela et bien voir si ces situations améliorent l'enseignement de la numération il faudrait faire une étude plus fine dans une prochaine recherche.

.../...

B I B L I O G R A P H I E

* * *

BACQUET Michèle et Bernadette GUERITTE-HESS

Le nombre et la numération

Préface de Claire Meljac

Paris, ISOSCEL, 1982

235 p.

BOL Marcel

Histoire des mathématiques

13ème édition

Paris P.U.F 1979

128 p.

(Collection que sais-je ? N°42)

BROUSSEAU Guy

"Processus de Mathématisation"

In : La mathématique à l'école élémentaire

Paris : A.P.M.E.P. N° Spécial, 1972, p. 428-457]

(Conférence prononcée à Clermont-Ferrand lors des journées de l'A.P.M. de Mai 1970).

BROUSSEAU Guy

"Découverte des probabilités au CM : première expérience"

In : Vers un enseignement des probabilités à l'Ecole Elémentaire.

Cahier de l'IREM de Bordeaux n°11, Juin 1972

Juin 1972

BROUSSEAU Guy

"Peut-on améliorer les calculs des produits de nombres naturels ?

In : Actes du congrès international des Sciences de l'Education

Paris, 1973, p.364-379

.../...

BROUSSEAU Guy

"Notes sur l'apprentissage des opérations dans les naturels : la multiplication"

In : Cahier de l'IREM de Bordeaux, n°15, 1974-75 [P.66-84]

BROUSSEAU Guy

"Quelques définitions à propos de la didactique"

In : Cahier de l'IREM de Bordeaux n°15, 1974-75 S/P

BROUSSEAU Guy

"Les obstacles épistémologiques et les procédures mathématiques"

In : Cahier de l'IREM de Bordeaux n°18, 1978 [p.153-168]

BROUSSEAU Guy

"L'observation des activités didactiques"

In : Cahier de l'IREM n°18, 1978, p.22-43

BROUSSEAU Guy

"Etude locale des processus d'apprentissage en situations scolaires".

In : Cahier de l'IREM de Bordeaux, N°18, 1978.p.2-6

BROUSSEAU Guy

"Evaluation et théorie de l'apprentissage en situations scolaires"

In : Proceedings of the I.C.M.E.V.Campinces,1979, p.129-143

BROUSSEAU Guy

"Problèmes de l'enseignement des décimaux"

In: Recherches en didactique des Mathématiques, Vol.1.,n°1,1980 p.11-56

BROUSSEAU Guy

"l'échec et le contrat"

In : Recherches n°41, Septembre 1980, p.177-182

BROUSSEAU Guy
"Les échecs électifs en mathématiques dans l'enseignement élémentaire"
In : Revue de Laryngologie, otologie, rhinologie, vol.101.n°3-4 1980, p.107-131.

BROUSSEAU Guy
"Problèmes de didactique des décimaux"
In : Recherches en didactique des mathématiques, Vol.2,n°2,1981 p.37-128

BROUSSEAU Guy
"Le cas de Gaël".Monographie d'un enfant en difficultés" IREM de Bordeaux, 1981, 59 p.

BROUSSEAU Guy
"Ingénierie didactique : d'un problème à l'étude à priori d'une situation didactique" Ecole d'été de didactique des mathématiques Orléans, 5-17 Juillet 1982

BROUSSEAU Guy
"A propos d'ingénierie"
Ecole d'été de Didactique des Mathématiques, Orléans, Juillet 1982

COLLETTE Jean Paul
"Histoire des Mathématiques"
Otawa. Edition du Renouveau Pédagogique IMC 1973. 228 p.

CHEVALLARD Yves
"La transposition didactique"
Ecole d'été de didactique des mathématiques, Chamrousse 7-9 Juillet 1980.

CHEVALLARD Yves
"La réforme des années soixante"
In : "recherches n°41 Septembre 80 p.71-99

.../...

COMITI Claude, BESSOT Annie, PARISELLE Claude

"Analyse de comportements d'élèvesen cours préparatoire confron tés à une tâche de construction d'un ensemble équipotent à un ensemble donné" In : Recherche en didactique des mathématiques, n°2, 1980, p.172-224.

DERAMECOURT G., FAUCON E., MARTIN F.

"Enseignement des mathématiques au cycle préparatoire : aides pédagogiques. Tome I : analyse des objectifs. IREM de Bordeaux, 1978 123 p.

Tome 2 : Une suite de séquences de classe pour le C.P.
IREM de Bordeaux, 1980, 290 p.

DIGNEAU Jean-Marie

"Création d'un code à l'école maternelle : étude d'un saut informationnel, 173 p.D.E.A. de didactique des mathématiques IREM de Bordeaux 1980.

DOUADY Régine

"Approche des nombres réels en situation d'apprentissage scolaire(enfants de 6 à 11 ans)."

In : Recherches en didactique des mathématiques. vol.1 n°1, 1980 p 77-111

EL BOUAZZAOUI Habiba

"La numération au cours préparatoire" 79 p. D.E.A. de didactique des mathématiques, IREM de Bordeaux, 1978.

EL BOUAZZAOUI Habiba

"Etude de situation scolaires des premiers enseignements du nombre et de la numération. Relations entre divers caractères de ces situations et le sens, la compréhension de l'apprentissage de ces notions. 501 p. Doctorat de 3°cycle de didactique des mathématiques, IREM de Bordeaux 1982

.../...

FISCHER Jean-Paul

"L'enfant et le comptage"

In : Recherche en didactique des mathématiques, vol.2.n°3, 1981. p.277-302

FISCHERT Jean-Paul

"L'enfant et le comptage" IREM de Strasbourg 1982.234 p

GLAESER Georges

"Racines historiques de la didactique des mathématiques" 1°et 2°parties.IREM de Strasbourg 1978-1979. 101 p

GRAS Régis

"Analyse factorielle des correspondances entre ensembles"

In : Analyse des données Tome II

Paris Publication de l'APM n°40 s/d p 113-156

GUITEL Geneviève

"Histoire comparée des numérations écrites."

Paris, Flammarion, 1975, 860 p ,planches ; 21 cm

IFRAH Georges

"Histoire Universelle des chiffres"

Paris, Leghers avec le concours du C.N.R.S. 1981 567 p

INSTITUT DE RECHERCHE SUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES BORDEAUX.

"Méthode d'analyse quantitative en didactique des mathématiques" Fasc.4 Toxonomie et correspondances. IREM de Bordeaux 1976. 139 p

INSTITUT DE RECHERCHE SUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES BORDEAUX.

"Méthode d'analyse quantitative en didactique des mathématiques" Fasc. 5 : Tests d'hypothèses IREM de Bordeaux 1971 118 p

.../...

INSTITUT DE RECHERCHE SUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES BORDEAUX

"Méthode d'analyse quantitative en didactique des mathématiques" Fasc.3 : Gestion des données et programmatique. IREM de Bordeaux 1973.

INSTITUT NATIONAL DE RECHERCHE PEDAGOGIQUE ET ERMEL

"Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire"Paris, Sermap OCDL 1977 287 p.

JOUSSON Gisèle, PERES Jacques, REMY Annick

"Compte rendu des recherches à l'école maternelle Jules Michelet" Année 1979-1980 IREM de Bordeaux 1980 236 p.

KONE Fulgence

"Analyse des situations didactiques à l'aide de la théorie du jeu" 91 p D.E.A de Didactique des Mathématiques IREM de Bordeaux 1980.

LERMAN J.C.

"Analyse factorielle et classification"

In : Brochure : cours sur la reconnaissance et la classification des strucutres finies en Analyse des données" Université de Rennes I Département de Mathématiques et Informatiuqe. Laboratoire de statistique. 249 p.

MAUDET Camille

"Apprentissage en Mathématiques : Etude et critique du processus psychodynamique d'apprentissage selon Diènes" 79 p Mémoire de D.E.A. de didactique des mathématiques IREM de Bordeaux 1979.

PIAGET Jean, SZEMINSKA Alina

"La genèse du nombre chez l'enfant" 6ème édition Neuchatel Delachaux et Niestlé 1980 317 p. Collection Actualités Pédagogiques et psychologiques.

.../..

PIAGET Jean

"La genèse du nombre chez l'enfant" Document texte d'une conférence. 1949 16p.

PIAGET Jean

"Seis estudios de psicologia" 10ème édition Barcelona, Seix Banal,1979 Traduction Muria Petit 227 p. Collection Eusayo n°247.

RATSIMBA-RAJOHN Harrisson

"Etude de deux méthodes de mesures rationnelles : la commensuration et le fractionnement de l'unité, en vue de l'élaboration de situations didactiques". 276 p. Thèse de 3°cycle de didactique des mathématiques. IREM de Bordeaux 1981.

SALIN Marie-hélène

"Le rôle de l'erreur dans l'apprentissage des mathématiques à l'école primaire"[n.p]. D.E.A. de didactique des mathématiques des mathématiques IREM de Bordeaux 1970.

SEVAUX Paulettte

"A propos d'un soutien d'un enfant en mathématiques : échec électif ou dyscalculie" IREM de Bordeaux ainsi que le Centre de Phono-Audiologie 1983. 116 p. Certificat de capacité d'Orthophonie.

SPIEGLE Murray

"Teoria y problemas de estadistra"

Traduction espagnole de José L.Gomez et d'Alberto Losoda. Bogotes, Mc Graw-Hill, 1970. 357 p. Série Schaum.

Mots clés : Nombre - numération - situation didactique - dénombrement - comptage

Résumé :

Pour analyser l'enseignement du nombre nous allons étudier les processus qui provoquent la genèse du nombre et l'acquisition des connaissances fondamentales à propos du nombre et de la numération.

Dans cette optique une des fonctions les plus fondamentales du nombre est de permettre les dénombrements. Celle-ci existe quand l'élève peut mettre en correspondance une famille de collections, une famille de noms et/ou une famille d'écritures des nombres.

Pour que les élèves envisagent en même temps plusieurs solutions aux problèmes des dénombrements, il faut comme conditions nécessaires qu'il y ait une évolution du problème du contrôle des dénombrements, pas seulement au niveau de l'apprentissage d'un algorithme du dénombrement (par exemple, le comptage) qui n'assure pas aux élèves la solution de tous les problèmes de dénombrements, mais aussi au niveau des propriétés du nombre et des autres méthodes.