3° CYCLE

D'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR

DES MATHEMATIQUES

ETUDES EN DIDACTIQUE DES MATHEMATIQUES

LE ROLE DE L'ERREUR DANS L'APPRENTISSAGE DES MATHEMATIQUES
A L'ECOLE PRIMAIRE

PAR Marie-Helène SALIN

Mémoire présenté en Novembre 1976, devant le jury du D.E.A de Didactique des Mathématiques

M. J. COLMEZ
MME O. EYSSAUTIER
M. G. BROUSSEAU
M. G. DUMAS

Je remercie tous les enseignants du D.E.A de Didactique des Mathématiques de l'I.R.E.M de BORDEAUX dirigé par Monsieur le Professeur COLMEZ, qui m'ont aidée à dégager les idées contenues dans ce texte, et tout particulièrement M. BROUSSEAU, avec qui j'ai eu de nombreuses discussions très fructueuses et M. DUMAS dont les remarques m'ont permis de clarifier certaines idées.

LE ROLE DE L'ERREUR DANS L'APPRENTISSAGE DES MATHEMATIQUES A L'ECOLE PRIMAIRE

Il existe un assez grand nombre de travaux sur l'échec en mathématiques, mais paradoxalement, assez peu sur l'étude de l'erreur en mathématiques, sujet qui paraît pourtant fondamental pour la compréhension de l'échec. Précisons ce que nous entendons par "erreur" et par "échec".

La définition du mot "erreur" dans le dictionnaire l'oppose à "vérité". L'erreur est "une opinion, un jugement contraire à la vérité", alors que "échec" est opposé à "succès", lui-même défini par "heureux résultat". Dans ce sens, on parlera de l'échec de l'apprentissage des mathématiques si le résultat de l'apprentissage pour tel enfant n'est pas conforme aux objectifs fixés par le maître. Mais on parlera aussi de l'échec à tel exercice ponctuel, échec manifesté par un certain nombre d'erreurs décelées par le maître. Prenons un exemple pour préciser la différence que nous faisons entre erreur et échec.

On dit qu'il y a échec lorsque le résultat d'une action n'est pas conforme au but fixé : un enfant de 3 ans projette de faire une tour de cubes, haute comme lui. Il ne réussit pas, c'est-à-dire que la tour s'effondre avant d'être suffisamment haute : c'est un échec de son action dont il a conscience. L'adulte, qui le voit mal placer les cubes, peut analyser cet échec en termes d'erreurs, en l'occurence le non-respect des contraintes dues à la gravité, parce qu'il dispose d'un système de validation de l'action supérieur à celui de l'enfant pour lequel, à cet âge, le seul système est celui de la réussite ou de l'échec. Il n'y a donc pas, pour celui-ci, d'erreurs dans son action. Par contre, vers 8 ans, un enfant pourra éprouver des difficultés pour arriver à son but, mais saura interpréter son échec en terme d'erreurs et modifier son action de manière adéquate. De même dans une situation scolaire, devant une production d'enfant, non conforme à l'objectif, soit qu'il s'est lui-même fixé, soit qui lui a été fixé par le maître, on peut parler d'échec. Mais l'analyse en terme d'erreurs suppose de distinguer le point de vue du maître et le point de vue de l'enfant. Si tout échec renvoie à une

.../...

* A. BIGARD, dans "l'échec en mathématiques" brochure de l'IREM de CAEN, fait le point de manière assez complète sur les divers travaux sur ce sujet.

ou des erreurs pour le maître, il n'en est pas de même, comme nous l'avons vu, pour l'enfant. A la limite, celui-ci peut même ne pas avoir conscience de son échec.

Nous essaierons donc, dans ce travail, de faire le point ou de poser des questions, sans réponse pour l'instant, sur le fonctionnement de l'erreur dans l'apprentissage des mathématiques. Pour cela, nous nous placerons d'abord du point de vue du maître ou de l'observateur, celui qui est le plus facile à développer. Puis, nous tâcherons de proposer quelques pistes pour l'analyse de l'erreur du point de vue de l'enfant, en considérant son fonctionnement dans les relations sujet-situation et sujet-maître.

<u>PLAN</u>

.../...

I - L'erreur, du point de vue du maître :

A - Comment les maîtres caractérisent-ils les erreurs de leurs élèves :

Dans une discussion entre enseignants de mathématiques sur les erreurs, on peut dégager, il me semble, plusieurs niveaux d'analyse.

1) * Le premier, le plus courant, et dont beaucoup d'enseignants se contentent, fait référence exclusivement au contenu de l'enseignement, c'est-à-dire aux mathématiques telles qu'ils les connaissent et les enseignent : devant une tâche donnée, l'élève est supposé disposer d'un certain nombre d'outils dont le maître lui a enseigné le fonctionnement, pour arriver à un résultat. Le maître compare la démarche de l'enfant à celle d'un "automate" qui saurait convenablement faire fonctionner ces outils et appelle erreurs ce qui, dans la démarche de l'enfant, est en contradiction avec celles possibles de l'automate.
Très souvent, la reconnaissance de l'erreur est associée à la reconnaissance du chapitre ou de la notion de mathématiques concernés.
Exemple : dans un C.E.1 les enfants jouent au jeu "le compte est bon", de la manière suivante : la maîtresse leur donne une feuille sur laquelle sont inscrits des nombres. A l'aide des nombres inscrits à gauche et de l'addition, il faut trouver une écriture du nombre inscrit à droite. Voici deux productions d'enfants, dans lesquelles il y a une égalité fausse:

4, 6, 3, 2	35
10+10+10 = 30+2+3	
= 35	

A

100, 10, 1, 3, 2	125
100+1+1+3+2 = 125	

B

Pour l'institutrice :
- Dans la production A, il n'y a pas d'erreurs au niveau du résultat demandé, mais une erreur d'écriture : le signe "=" n'est pas bien employé.
- Dans la production B, le résultat est faux, l'erreur semble porter sur la numération.

2) * Certains maîtres essayent de préciser leur analyse en ne se contentant pas de rapporter chaque erreur au chapitre de mathématiques concerné, mais, à partir d'une conception des différents types d'activités mis en jeu dans la tâche mathématique à effectuer, en situant l'erreur par rapport

.../...

à cette typologie.

Voici deux sortes de typologies :

a) la première distingue : stratégie, raisonnement et calcul : les erreurs se produisent à ces trois niveaux. Donnons-en quelques exemples :

. erreur de stratégie:

Les enfants du C.P savent réduire les égalités du type :

$$30 + 5 = 35, \qquad 10 + 10 + 10 = 30, \qquad 20 + 10 = 30$$

Voici le travail d'un enfant, confronté à la réduction de $10 + 10 + 10 + 10 + 9$

$$10 + 10 + 10 + 10 + 9$$
$$20 + 10 + 19$$
$$30 + 19$$

Il ne sait plus continuer alors qu'une autre stratégie lui aurait permis d'aller jusqu'au bout de la réduction.

. erreur de raisonnement :

Le raisonnement peut être faux (dans le système du maître, toujours) ou ne rien prouver

ex. : dans un C.M_2 les enfants ont découvert les décimaux à partir des fractions ; la maîtresse leur demande comment on reconnaît si une fraction a/b est décimale.

Un enfant propose :

"Si b est divisible par a, alors a/b est décimal. ex. : 8/16."

Une petite fille s'écrie : "c'est faux", et choisit comme contre-exemple 3/4.

. erreur de calcul :

Cette typologie suppose que les erreurs qui se produisent au cours de la pratique des algorithmes sont d'une autre nature que celles de stratégie ou de raisonnement.

b) - La seconde typologie correspond à une conception des mathématiques comme modèles, développée par Guy BROUSSEAU, en particulier dans "le Processus de mathématisation". "Considérons une situation, c'est-à-dire un certain agencement d'objets ayant entre eux certaines relations. Il est parfois commode, pour décrire cette situation, de choisir une structure et d'établir entre certains de ses éléments ou relations et les objets ou relations de la situation, des correspondances de signifié à signifiant.." "La structure est alors un langage permettant de parler de la situation"... "Si la structure permet des prédictions valables pour la situation, elle constitue un modèle de la situation". Dans une telle perspective, les erreurs peuvent se situer à deux niveaux :

.../..

.au niveau sémantique :
c'est-à-dire au niveau du choix du modèle : le modèle choisi ne convient pas, ou est mal mis en correspondance avec la situation.
Exemple : un enfant de C.E$_1$, à qui la multiplication a été présentée comme addition répétée veut connaître le nombre de carreaux d'une surface carrelée. Il compte"4 x 7"et dit :"il y a 28 carreaux "

4	1	2	3	4	5	6	7
3							
2							
1							

.au niveau syntaxique :
Le modèle choisi convient à la situation mais la manipulation du modèle est défectueuse.

Exemple : dans un problème, un enfant de C.M établit qu'il faut calculer 25 x (631+29) et, entrainé par l'habitude de la lecture de gauche à droite, calcule (25 x 631) + 29.

Les erreurs de calcul peuvent être considérées comme des erreurs de syntaxe.

Il serait évidemment nécessaire d'approfondir ces analyses, de voir en quoi ces 2 manières de trier les erreurs sont pertinentes et d'étudier comment les maîtres s'en servent.

B - L'attitude du maître face aux erreurs des élèves :

Les attitudes des maîtres face aux erreurs de leurs élèves sont diverses et très rarement explicitées par eux. Il me semble qu'une étude sur ce sujet devrait faire ressortir les éléments suivants :

1) - L'attitude du maître n'est pas la même s'il a l'impression que l'erreur de l'enfant est aléatoire ou bien reproductible.

Le maître considère que l'erreur est aléatoire s'il pense que, devant une même situation, l'enfant a de grandes chances de ne pas faire d'erreur ; qu'elle est reproductible, si, au contraire, il a de grandes chances de refaire une erreur. Dans le premier cas, le maître ne remet pas en cause sa pédagogie, il attribue l'erreur à la fatigue, au défaut de soin, à l'inattention de l'enfant. Dans le deuxième cas, les réactions peuvent être très différentes suivant les personnes. Mais avant de les envisager, il serait important de creuser cette idée d'erreur aléatoire ou reproductible en essayant de dégager les hypothèses qu'elle sous-entend.

Première hypothèse : il est possible dans deux situations, différentes apparemment, de dire qu'il s'agit de la même erreur. En effet, si on ne

.../...

pouvait appeler "même erreur" que deux erreurs apparues dans des conditions identiques absolument, tel que l'enseignement fonctionne actuellement, où les maîtres essayent de varier les situations proposées aux enfants, les erreurs seraient toutes différentes, donc jamais reproduites. La reproductibilité d'une erreur serait impossible à déceler. Il est bien clair qu'affirmer qu'il s'agit de la "même" erreur en voyant deux productions soit du même enfant, soit, a fortiori, de deux enfants différents, suppose que l'observateur ne prend en compte qu'une petite partie du travail des enfants (la partie visible de l'iceberg) et néglige ce qui a amené les enfants à telle ou telle production. Notons que, même en limitant ainsi son ambition, l'observateur peut être amené à confondre des erreurs en fait différentes, et ceci de deux manières. Prenons l'exemple de l'analyse des erreurs dans l'effectuation des multiplications par la méthode italienne. Il semble naturel de classer ces erreurs en :

- erreur de produits dans la table
- erreur de décalage
- erreur d'addition
- erreur de retenue, etc...

Or, l'analyse plus fine faite par G. BROUSSEAU dans "notes sur l'apprentissage des opérations dans les naturels : la multiplication", (cahier de l'IREM n° 13) a montré, d'une part, qu'en distinguant 4 catégories de produits, on obtenait, en étudiant le travail d'un certain groupe d'enfants, des pourcentages d'erreur différents pour chaque catégorie. A-t-on le droit alors d'assimiler une erreur de la catégorie des produits faciles à une erreur de la catégorie des produits difficiles ? D'autre part, qu'un même produit 9 x 6 = 54, par exemple pouvait être su ou non suivant la place qu'il occupait dans l'effectuation de l'opération. Toute analyse statistique sur les erreurs exige donc un travail préalable sur la définition des erreurs considérées, travail qui ne va pas de soi.

Deuxième hypothèse : supposons avoir bien défini les erreurs étudiées dans un corpus ; pour pouvoir les qualifier d'aléatoires ou de reproductibles (reproduites en l'occurence), il faut aussi connaître les occasions qu'elles avaient de se présenter dans les situations auxquelles étaient affrontés les enfants. Le taux de reproduction d'une erreur serait alors le quotient du nombre de fois où l'erreur s'est produite et du nombre d'occasions où elle pouvait se produire. En effectuant ce travail, on pourrait se rendre compte que certaines erreurs, qui paraissent aléatoires, car très rares, ne le sont peut-être pas ; mais seulement liées à des conditions d'apparition rarement réalisées.

Une question se pose : comment envisager les occasions d'erreur pour une tâche donnée ? Si cela semble possible dans le cas d'une tâche algorithmique, cela doit être beaucoup plus difficile à faire pour toutes les tâches où l'enfant doit effectuer un choix entre différentes possibilités d'action et mener au bout celle qu'il a choisi. En effet, il s'agit pour l'observateur,de repérer, dans la démarche de l'enfant, tous les moments où telle erreur (celle dont il veut évaluer le taux de reproduction) était possible.

On peut faire l'hypothèse que l'analyse d'un nombre assez grand de démarches d'enfants, placés devant le même problème, devrait fournir la liste des occasions d'apparition de cette erreur et permettre une évaluation quantitative du taux de reproduction par chaque enfant de l'erreur étudiée. Dans le cas où on pourrait disposer de ce taux, il serait intéressant de s'interroger sur l'existence d'un seuil à partir duquel les maîtres décrètent qu'une erreur est aléatoire.

Il pourrait être par ailleurs fort intéressant de tester l'impression qu'ont les maîtres qu'une erreur, faite par un ou plusieurs de leurs élèves, est reproductible ou aléatoire, en demandant, à un certain nombre d'entre eux, avant une activité mathématique quelconque, de prévoir quelles seront les erreurs, et par qui elles seront faites. La comparaison des prévisions et de ce qui s'est réellement passé dans la classe, faite avec les maîtres, pourrait permettre de mieux comprendre les raisons qu'ils ont de croire qu'une erreur est reproductible ou non.

2) L'attitude du maître peut dépendre de l'impression qu'il a que l'erreur de l'enfant est isolée ou bien liée : L'erreur peut être considérée comme l'indice d'une compréhension profonde d'un secteur assez vaste de connaissances (erreur liée) ou considérée seulement comme isolée. Cette distinction est en rapport avec la notion d'obstacle épistémologique, distinction à laquelle il est fait allusion à la fin de ce travail, et dont je n'ai pas mené l'étude.

3) - Quelques exemples d'attitudes de maîtres :

Les remarques suivantes sont très générales, elles s'appuient sur des impressions dégagées lors de discussions informelles avec des maîtres et non sur un travail objectif qu'il serait nécessaire de faire :

.../...

a) Il semble que jusqu'à une époque assez récente, les erreurs étaient systématiquement refusées par les maîtres qui ne voulaient pas les voir. Ainsi, récemment, au cours d'une discussion à propos du calcul mental, un maître de C.M a expliqué qu'il ne faisait expliciter leurs calculs qu'aux enfants qui avaient obtenu le bon résultat, ne voyant pas l'utilité de montrer aux autres enfants des démarches qui n'avaient pas abouti. C'est à dire qu'à aucun moment, les élèves de ce maître n'ont la possibilité d'analyser en terme d'erreurs leurs échecs. Dans ce type de pédagogie, faire une erreur c'est ne pas reconnaître une structure ou un objet déjà présenté. L'enfant n'a pas le moyen de savoir s'il s'est trompé sauf s'il maîtrise absolument la structure. Le maître ne revient pas sur les erreurs, mais si leur nombre est assez élevé pour l'inquiét~~t~~er, il recommence son enseignement en pensant que la répétition va permettre l'apprentissage. L'analyse et la critique de cette pédagogie ont été faites par Aebli dans "Didactique psychologique" au chapitre 1. La psychologie empiriste sur laquelle elle s'appuie, n'accorde aucune place à l'erreur, qui n'a pas de fonction dans l'apprentissage. L'erreur est donc annulée, elle n'existe pas, elle est seulement l'indice de l'échec.

b) * Actuellement, une tendance différente se dessine, à la faveur du développement des méthodes actives. Dans "Didactique Psychologique" Aebli décrit brièvement (page 84) "Le déroulement d'une unité didactique avec recherche personnelle des élèves", après avoir montré en quoi cette didactique s'appuie sur les travaux de Piaget. (*)

.../...

(*) Dans la préface de ce livre, Piaget résume la problématique d'Aebli : "H. Aebli a admirablement compris que la nécessité de faire appel à l'activité collective ou individuelle des élèves (...) n'est pas seulement fondée, comme on l'imagine trop souvent, sur des raisons tirées de la psychologie de l'intérêt ou de la motivation générale des conduites, mais aussi sur le mécanisme même de l'intelligence : l'assimilation réelle des connaissances, sous leur aspect le plus intellectuel également, suppose l'activité de l'enfant et de l'adolescent, parce que tout acte d'intelligence implique un jeu d'opérations et que ces opérations ne parviennent à fonctionner véritablement (c'est-à-dire produire de la pensée et non pas seulement des combinaisons verbales) que dans la mesure où elles ont été préparées par des actions proprement dites ; les opérations ne sont pas autre chose, en effet, que le produit de l'intériorisation et de la coordination des actions, de telle sorte que sans activité il ne saurait y avoir d'intelligence authentique". (page VI).

Aebli distingue trois moments :

. point de départ : résolution d'un problème réel ou fictif d'action pratique. La discussion du problème en commun par l'ensemble de la classe doit permettre la compréhension par tous de ce qui est en jeu.

. phase de recherche.

. compte-rendu des résultats: C'est au cours de cette phase que "le maître a l'occasion d'intervenir en corrigeant les données trouvées et en les complétant". Aebli indique un peu plus loin que "les réactions fausses auxquelles peut donner lieu la solution d'un certain problème doivent être étudiées soigneusement dans la classe, pour que les élèves comprennent les raisons qui font qu'un certain procédé n'est pas correct et saisissent exactement les différences et les rapports entre la réaction correcte et l'erreur".

Un nombre assez important de maîtres essayent de mettre en oeuvre ces méthodes dans leur classe. Chaque groupe, ou chaque enfant qui a trouvé une solution différente de celles déjà exposées, vient expliquer ce qu'il a fait, sa solution est discutée et critiquée par les camarades ou le maître ; il est possible que, dans la majorité des cas, les enfants ayant fait des erreurs, les comprennent et sachent pourquoi leur solution ne convient pas, mais ni Aebli, ni les maîtres qui pratiquent cette forme de pédagogie n'explicitent comment l'enfant peut surmonter son erreur. Il semble que, de manière quasi-magique, il lui suffit de voir comment d'autres ont travaillé ou ce qu'ils disent sur son propre travail, pour être convaincu que l'échec qu'il constate par son rapport aux autres est attribuable à telle ou telle erreur qu'il sait circonscrire.

Toutefois H. Aebli a bien conscience de l'insuffisance de ce travail de recherche pour un apprentissage effectif par tous les enfants de la notion envisagée. Aussi il propose "de faire succéder à la recherche ou à l'élaboration collective d'une nouvelle notion ou opération, des leçons au cours desquelles l'acte intellectuel qui vient d'être introduit est repensé sous une forme encore significative et ne permettant à aucun de se tirer d'affaire par un procédé mécanique. En outre, cette nouvellemise en oeuvre des opérations doit être telle qu'elle fasse craquer les cadres rigides d'une habitude qui aurait pu se former à l'insu de l'élève, épurer l'opération et la rendre mobile". Il appelle exercice opératoire ce genre de situations. Il semble bien que dans sa pensée, ce soit à ce moment-là, que les enfants aient l'occasion de corriger leurs erreurs, non par référence à une règle

.../...

découverte précédemment, mais dans leur activité même.
Or l'observation d'un certain nombre de classes, dont les maîtres affirment pratiquer une pédagogie active, me conduit à penser que les découvertes faites par quelques enfants sont rarement remises en oeuvre dans des activités opératoires, comme le propose Aebli, mais "appliquées" par l'ensemble des enfants, qui n'ont pas ainsi l'occasion de s'approprier la démarche des "découvreurs"

c) * Les recherches menées depuis un certain nombre d'années à l'IREM de Bordeaux ont abouti à la constitution d'une démarche pédagogique qui, pour l'instant, s'applique à une partie seulement de l'apprentissage mathématique proposé à l'école primaire ; cette démarche a été exposée par G. Brousseau dans "Le Processus de Mathématisation" et illustrée et étudiée par de nombreuses recherches , en particulier sur l'apprentissage du calcul numérique.

Elle est basée sur l'utilisation, dans la construction par le maître des situations pédagogiques , de trois types de processus dialectiques (dialectique de l'action, dialectique de la formulation et dialectique de la validation), processus dans lesquels l'échec joue un rôle essentiel comme moteur de l'action et de la réflexion : c'est en affrontant l'échec que l'enfant va être conduit à modifier ses moyens d'approche de la situation, à "créer et éprouver un comportement, un modèle mental, un langage ou une théorie".
L'erreur surmontée a alors un rôle fondamental dans l'apprentissage et la connaissance, que nous analyserons plus en détail dans "l'erreur du point de vue de l'enfant".

Nous ne sommes pas encore parvenus à définir convenablement l'attitude du maître, face aux erreurs de ses élèves, dans ce genre de situations. Si le modèle théorique proposé par G. Brousseau fonctionne convenablement dans quelques cas (la course à vingt...) le maître étant seulement l'organisateur de la situation pédagogique, d'autres facteurs, qui portent en particulier sur le partage par les enfants du projet pédagogique du maître, le degré d'investissement des enfants et du maître au cours de la situation, le fonctionnement des équipes, c'est-à-dire, en fin de compte, sur la façon dont chacun se sent concerné par le travail de la classe, font que les maîtres doivent souvent recourir à la "correction" traditionnelle du travail pour s'assurer que tous les enfants ont bien reconnu leurs erreurs.

.../...

Il serait nécessaire, pour compléter et préciser cette analyse assez sommaire des attitudes des maîtres face aux erreurs de leurs élèves, d'entreprendre un travail plus systématique d'enquête qui pourrait être ainsi conçu :

1 - Elaboration et analyse d'un questionnaire proposé à un certain nombre de maîtres, se réclamant d'options pédagogiques variées, où leur serait demandé de définir quelles actions pédagogiques ils envisageraient face à une liste d'erreurs relevées réellement dans des classes et situées le mieux possible dans leur contexte. Ce travail devrait permettre de voir s'il existe des familles d'attitudes, relativement homogènes, variant ou non en fonction des erreurs proposées.

2 - Recueil et analyse de ce que se disent les maîtres de l'école Michelet qui se succèdent dans une même classe à propos des erreurs de leurs élèves, et des décisions qu'ils doivent prendre. Ce travail pourrait former unepartie d'une recherche envisagée par G. Brousseau, sur les communications entre les maîtres lors de la préparation de leurs classes ou lorsqu'ils se succèdent.

II - L'erreur, du point de vue de l'enfant :

A) Notre propos, dans ce paragraphe, n'est pas d'analyser ce que ressent l'enfant face à l'échec dans une activité mathématique donnée, ni d'essayer d'expliquer les raisons des erreurs faites par tel ou tel enfant, comme tentent de le faire ceux qui s'intéressent aux dyscalculies (cf. mémoire de M. Moras et C. Molia soutenu en 1976), ou plus généralement à l'échec en mathématiques (cf. BIGARD), mais c'est de poser la question du rôle des erreurs dans l'apprentissage mathématique.

Toutefois, nous ne pouvons étudier cette question sans faire allusion à la relation qui existe entre la manière dont le maître sanctionne l'erreur, et celle dont l'enfant la vit et peut la surmonter. Dans une classe où toute erreur est considérée comme quelque chose d'anormal ou comme une faute, où le maître ridiculise celui qui s'est trompé, une telle angoisse peut se développer chez certains enfants que le rôle positif de l'échec qui serait un retour sur l'action pour comprendre pourquoi elle n'a pas "marché", devient la recherche de recettes sécurisantes et ceci même si le maître a comme projet explicite d'utiliser les erreurs de ses élèves pour une amélioration de son enseignement.

B) Dégager le rôle de l'erreur dans l'apprentissage, c'est tenter de définir quels vont être les comportements de l'enfant face à son échec. Il nous faut d'abord faire une remarque : l'enfant appréhende la réalité avec un certain modèle, complexe, dans lequel interviennent aussi bien les données "objectives" de la situation que les données "subjectives", comme les raisons qu'il a de s'intéresser à ce travail, l'image qu'il se fait de ce qu'attend le maître, en particulier, à propos des erreurs qu'il peut faire, son histoire antérieure vis-à-vis des mathématiques, les outils dont il dispose à ce moment, etc... Le rôle que jouent les erreurs pour lui est donc fonction de tous ces facteurs, qu'il faudrait pouvoir étudier de plus près pour pouvoir dire quelque chose de chaque enfant. Mais on peut penser qu'il existe des façons de réagir à l'erreur, d'une part communes à un assez grand nombre de personnes, d'autre part suffisamment différenciées, et qu'il doit être possible de les repérer et de cerner les conditions qui correspondent à ces divers comportements.

Nous allons essayer d'en dégager quelques-uns, en les reliant aux diverses attitudes pédagogiques des maîtres relevées précédemment.

1) - un premier comportement, beaucoup plus fréquent qu'on ne le pense et souvent négligé, est la non-réponse. L'enfant est en situation d'échec, mais l'analyse en terme d'erreurs n'est pas possible, ni par le maître ni, moins encore, par lui-même. Il serait intéressant de chercher si

cette attitude est seulement le fait d'une certaine catégorie d'enfants, ou si des conditions didactiques particulières comme le degré d'incertitude du sujet, l'absence de motivations réelles la favorisent. Il serait particulièrement intéressant d'étudier comment le maître réagit à ce comportement, et comment l'enfant arrive à le dépasser. L'observation d'un petit nombre d'enfants rencontrant de grandes difficultés en mathématiques m'a permis de voir qu'une présence, seulement attentive aux débuts de démarches entreprises par l'enfant, lui permettait souvent de continuer son travail, comme si, ce qui lui manquait, était seulement la confiance suffisante en ses possibilités.

2) - un deuxième comportement est le"n'importe quoi". Il peut y avoir au moins deux sortes de "n'importe quoi" :

. ou bien une réponse de l'enfant proche de la non-réponse, en faisant n'importe quoi, il n'affronte pas l'échec, mais s'esquive.

. ou bien une réponse qui, significative pour l'enfant, n'entre pas dans les possibilités d'interprétation de l'observateur. Il semble qu'un dialogue confiant avec l'enfant qui a ce type de comportement permette de distinguer ces deux cas.

3) - Quelle que soit la pédagogie du maître, un problème fondamental doit être élucidé : en quoi la connaissance par l'enfant de son échec le conduit-il à une modification du modèle qu'il utilise face à une certaine situation ?

La réponse à cette question, elle, dépend fortement, je crois, du type de pédagogie dans laquelle est situé l'enfant. Mais il faudrait une étude très précise pour l'établir.

a) . Aebli examine dans le chapitre "l'habitude et l'opération" de "Didactique Psychologique", le genre d'erreurs faites par les enfants en situations didactiques "traditionnelles". La non-compréhension par l'enfant de ce qu'il fait, l'impossibilité d'une attitude réflexive sur son activité le conduisent à l'élaboration "d'habitudes", qui fonctionnent comme des réflexes conditionnés et où il n'a pas le moyen de repérer ses erreurs.

Remarquons que ce type de comportement peut très bien être observé dans une classe dont le fonctionnement, en général, est explicitement différent. Ainsi, dans un C.P, les enfants avaient mis des jetons par 5 dans des pots. Valérie C. avait rempli quatre pots, il lui restait 2 jetons. A la question de la maîtresse : "écrivez le nombre de jetons quevous avez sur la table", Valérie ne bouge pas. Puis, comme je lui répète la question, elle écrit

$$5 + 5 + 5 + 5 = 2$$

.../...

Etonnée, je lui demande quel est le signe avant le"2". Elle me dit "égal" et semble considérer sa réponse comme satisfaisante.La classe continuant, je n'ai pas pu l'interroger davantage. L'erreur de Valérie peut paraître aberrante si on ne regarde pas le passé de la classe : les enfants avaient beaucoup travaillé sur les égalités et les comparaisons d'écritures additives. Valérie avait retenu de ce travail l'idée qu'il fallait écrire des égalités, quelle que soit la question posée. Et comme personne ne décodait son écriture "5 + 5 + 5 + 5 = 2", son échec ne pouvait pas lui être renvoyé.

b) . L'utilisation de situations pédagogiques où des processus dialectiques sont mis en jeu permet d'observer des apprentissages dans lesquels l'échec peut être analysé en termes d'erreurs par les enfants puis les erreurs surmontées et oubliées en fin de processus (la course à vingt en est l'exemple le plus frappant. Mais il y en a d'autres comme le jeu de Kim, le jeu du petit cheval, les probabilités, etc...).

Pour que cette démarche fonctionne convenablement, plusieurs conditions sont nécessaires (la liste qui suit n'est pas exhaustive).

- chaque enfant se sent concerné par le projet du maître.
- le problème posé est bien élucidé par tous, sa résolution ne peut se faire, comme le demande Aebli, sans une activité réelle des enfants.
- la situation permet aux enfants de se rendre compte de leur échec, dans un premier temps tout au moins (dialectique de l'action, et dialectique de la formulation où l'échec apparaît dans l'inefficacité de la communication). En effet, la rareté d'occasions d'erreurs corrigibles conduit l'enfant à une mauvaise interprétation du sens de son action.
- la pertinence de la validation peut être expérimentée par l'action. Ainsi, dans la course à vingt, l'enfant qui dit "si je dis 16, je gagne" peut expérimenter l'échec de cette conduite, donc remettre en cause ce qui la justifiait à ses yeux (il a plusieurs fois gagné en jouant 16, ou il compte sur l'erreur de l'adversaire) et découvrir l'erreur de son raisonnement.

Des analyses menées à l'I.R.E.M, ces dernières années,m'ont permis de mettre en relief certains aspects du fonctionnement de l'erreur dans les processus d'apprentissage répondant aux conditions précédentes : ainsi : - dans "l'apprentissage de l'algorithme de la multiplication au C.E.1" (cahier de l'IREM n° 16), l'analyse a montré que devant la complexité et le nombre important d'occasions d'erreurs engendré par un découpage irrégulier, les enfants évoluaient peu à peu vers un découpage régulier, contenant le plus possible de morceaux du type 10 x 10.

- dans "Construction de formules au C.P dans N^+" (cahier de l'IREM n° 13), les analyses, tendant à montrer que les enfants qui échouent en employant une certaine stratégie en changent plus facilement que ceux qui réussissent, n'ont pas abouti faute d'un nombre suffisant d'enfants. Mais cette tendance se dégage, surtout de la première leçon.

- dans "Etudes sur l'apprentissage du calcul numérique au C.E" (cahier de l'IREM n° 13) l'analyse qui porte sur "l'influence de la correction sur les résultats aux exercices mathématiques", peut montrer a contrario, qu'une découverte de leurs erreurs par les enfants, a posteriori, découverte qui ne conditionne pas directement leur travail, n'est pas décisive pour l'amélioration de l'apprentissage.

Il ne m'a pas été possible de reprendre ces études expérimentales et quelques autres pour présenter ici, de façon organisée, l'influence.

1) de la complexité des stratégies sur la fiabilité
2) de la fiabilité des stratégies sur leurs modifications
3) de la complexité de la situation sur la fiabilité d'une opération élémentaire (la course à 20, algorithme à l'italienne)
4) du nombre d'erreurs sur les modifications de stratégies ou la découverte d'une loi.

De plus, il faudrait une étude centrée directement sur la différence de traitement des erreurs dans des situations où leur régulation est possible et dans d'autres où elle ne l'est pas, pour pouvoir aller un peu plus loin dans l'analyse du rôle des erreurs dans l'apprentissage, du point de vue de l'enfant. J'avais choisi, en commençant ce travail, d'observer des enfants nettement en difficulté pensant mieux voir le rôle des erreurs auprès de ceux qui en font le plus. Je me suis aperçue que, chez eux, trop de facteurs sont en cause et qu'il est beaucoup plus significatif d'observer des enfants "moyens". C'est donc ce genre de population qu'il faudrait observer dans l'étude proposée ci-dessus. Ce n'est qu'après avoir bien saisi le rôle des erreurs dans l'apprentissage, chez ces enfants, que l'on pourrait éventuellement déceler chez ceux qui ont beaucoup de difficultés, un fonctionnement différent pouvant partiellement expliquer, peut-être, leur échec en mathématiques. Au terme de cette brève étude, nous voyons que la distinction échec-erreur faite au départ pourrait être féconde pour caractériser :

.../...

. l'utilisation que le maître fait de ce qu'il appelle les erreurs de ses élèves : un symptôme de leur échec ou une étape dans l'apprentissage.

. la façon dont les enfants sont capables, au cours de processus appropriés, de transformer leurs échecs en erreurs, c'est-à-dire de passer de l'utilisation de modèles inadéquats à ceux qui leur donnent prise sur la situation, et ainsi de construire les outils mathématiques essentiels.

c) Dans cette perspective, aussi bien pour comprendre le rôle de l'erreur dans l'apprentissage que pour l'utiliser à des fins didactiques, la notion d'obstacle épistémologique est fondamentale : l'erreur prend une signification particulièrement intéressante quand elle est prise par l'élève comme l'indice d'une contradiction dont la solution l'oblige à rejeter une connaissance antérieure. Dans ce cas, l'erreur est la manifestation d'un obstacle particulier dans la constitution des connaissances de l'élève, que nous appellerons obstacle épistémologique, en référence avec l'idée de BACHELARD que cephénomène se présente de façon comparable "dans le développement historique de la pensée scientifique et dans la pratique de l'éducation". Chaque obstacle épistémologique va déterminer tout un ensemble d'erreurs liées au modèle à rejeter. L'étude de la connaissance va ainsi guider le rapprochement des erreurs et leur interprétation, à l'inverse d'ici, où nous avons voulu partir de l'erreur elle-même, telle qu'elle se présente au cours de l'observation et préparer la recherche de regroupements, de typologies et de modèles centrés sur elle ; bien sûr l'erreur étant souvent constitutive de la connaissance, les types d'erreurs obtenus devraient correspondre aux obstacles épistémologiques et eux-mêmes à la structure des connaissances, mais comme en creux, l'articulation des obstacles correspondant à la constitution des connaissances. Cette attitude analytique présente de l'intérêt du point de vue scientifique parce qu'elle oblige à considérer systématiquement toute une catégorie de faits qu'on n'est pas sûr, a priori de savoir expliquer; il me semble que les progrès méthodologiques (théories de la généralibilité et de l'analyse des données) devraient nous permettre des tentatives fructueuses dans ce sens.
L'objet de mon travail était de préparer le recueil d'indices qui permettraient de traiter de grands nombres d'erreurs par ces méthodes. Il est évidemment indispensable, parallèlement à cette étude, d'utiliser la notion d'obstacle épistémologique et de vérifier sa pertinence, ne serait-ce que parce que c'est elle qui a le plus de chances de fournir des systèmes d'erreurs fonctionnant ensemble indépendamment les uns

.../...

des autres et donc d'interpréter ou de simplifier l'étude expérimentale.

Ceci indique 2 voies dans lesquelles on pourrait continuer cette étude:

- la description des erreurs, la recherche des traits qui caractérisent les situations où elles apparaissent, et leur regroupement en "régulations cognito-affectives"
- la recherche de types d'erreurs en rapport avec les obstacles épistémologiques ou les connaissances, et leur observation.

M.H SALIN

Novembre 1976.-

BIBLIOGRAPHIE

* A. BIGARD

"L'échec en mathématiques" - Brochure de l'IREM de NANTES - oct. 1975

* J. NUTTIN

"Tâche, réussite et échec" - Publications Universitaires de LOUVAIN
Ed. Béatrice Nauwclaerts - PARIS

Nuttin expose son but dans le chapitre 1 :
"il s'agit de savoir comment, c'est-à-dire par quels processus, le résultat de l'acte antérieur exerce son influence sur le développement du comportement ultérieur".

Il situe d'abord les 3 types d'étude existant déjà sur le comportement humain : psychologie "traditionnelle", behaviorisme et courant psychanalytique. Puis dans une perspective de psychologie expérimentale, en s'appuyant sur un certain nombre de résultats, il propose "des éléments d'une théorie de la conduite humaine" qui pourrait être fort intéressante pour l'étude plus approfondie de notre sujet.

* Hans AEBLI

"Didactique Psychologique" - Delachaux et Niestlé
Application à la didactique de la psychologie de J. PIAGET

* NIMIER

"Mathématique et affectivité" - Ed. STOCK
ce livre, fort intéressant quant à l'incidence psychologique de l'apprentissage mathématique, montre plusieurs types d'attitudes face à l'échec.

* G. BROUSSEAU

"Processus de mathématisation"
dans la Mathématique à l'école élémentaire - Publication A.P.M.E.P

* G. BACHELARD "La formation de l'esprit scientifique" - Ed. VRIN

* Cahiers de l'I.R.E.M n° 13

Etudes sur l'apprentissage des algorithmes

- Notes sur l'apprentissage des opérations dans les naturels
- Peut-on améliorer le calcul des produits de nombres naturels

} G. BROUSSEAU

.../...

- au C.P construction de formules dans N,+
  au C.P observations et analyse des leçons du 10 avril au 8 mai — M.H SALIN, J. ERRECA, C. MASSIE, M. PERES, G. BROUSSEAU

- influence de la correction sur les résultats aux exercices mathématiques — M. PERES, M. SALVAN

* <u>Cahier de l'I.R.E.M</u> (n° 14)

Données pour la construction d'un modèle d'apprentissage et pour une analyse de la dialectique de l'action dans la course à 20. J. MAYSONNAVE

*<u>Cahier de l'I.R.E.M</u> (n° 16)

Documents sur l'analyse de la didactique des mathématiques

Apprentissage de l'algorithme de la multiplication au $C.E_1$

M.H SALIN - M. PERES - D. GRESLARD - C. MASSIE - M. QUILLAC

G. BROUSSEAU.

ANNEXE

Compte rendu des travaux de recherche auxquels j'ai participé et qui m'ont permis de dégager certaines des idées présentées dans ce texte.

. Le 1er document porte sur l'élaboration et l'analyse d'une leçon au cours préparatoire.

. Le 2ème sur l'analyse de l'apprentissage de l'algorithme de la multiplication au $C.E_1$, à travers une suite de leçons.

Les observations ont été réalisées à l'école Jules Michelet de TALENCE suivant la méthode définie maintenant depuis plusieurs années à l'I.R.E.M (et exposée dans Media n°81). Les observations sont préparées essentiellement en fonction des objectifs de l'enseignement, sous la direction du groupe didactique, qui comprend des maîtres de l'école et des chercheurs de l'I.R.E.M. Le groupe évaluation et observation dépouille les résultats de l'observation et traite les données.

Ces 2 groupes ne comprennent pas, en général, les mêmes personnes ; lors de ces 2 travaux, je partageais, avec Michel PERES, la responsabilité du groupe évaluation - observation et j'ai participé au groupe didactique pour le premier.

CONSTRUCTIONS DE FORMULES AU CP

dans (N, +,)

BUT DE LA SUITE DES LECONS

Amener les enfants à comparer des sommes telles que

12 + 8 + 5 13 + 9 + 7

d'abord en recourant à des manipulation (de cubes), ensuite si possible en se servant de quelques égalités étudiées auparavant et en renonçant aux manipulations.

La dernière activité a pour but de nous permettre d'observer l'apparition éventuelle chez certains enfants, d'une conclusion s'appuyant non plus sur la comparaison des collections mais sur les propriétés des sommes (comptabilité de + avec = et avec

Ce qui est visé ce n'est pas l'apprentissage précoce de l'algèbre, c'est un bon usage de { N, +, ≤, = } (en particulier la découverte de certaines propriétés où figure un quantificateur.)

Les leçons se déroulent en fin de 2ème trimestre.

LES 3 PREMIERES SEANCES :

On a exploité une situation de jeu au cours de 3 scéances d'éducation physique.

Dans les 2 premières on organise les jeux de relais. Les enfants disposent :

- de gros cubes de couleur s'emboitant les uns dans les autres, disposés dans 2 paniers (1 par équipe),
- de 2 boîtes contenant les étiquettes où sont inscrits des nombres compris entre 1 et 5.

Le relais se déroule de la façon suivante :

la classe est partagée en 2 équipes. Un enfant de chaque équipe donne les briques que ses coéquipiers demandent.

Le 1er tire un papier, un numéro y est inscrit, il va chercher le nombre de briques correspondant, revient et commence à les emboîter pour constituer la collection (ils ont appelé "mur" la collection réalisée).

Le 2eme part, etc...

V <u>RELATION ENTRE LES RESULTATS AUX EXERCICES ET DES DONNEES D'ORDRE PSYCHOLOGIQUES:</u>

(Q.I. niveau d'organisation psycho-temporelle)

VI <u>RELATION ENTRE LE COMPORTEMENT PRONOSTIQUE ET LE COMPORTEMENT REEL</u> :

========================

ANALYSE COMPARATIVE
DES RESULTATS AUX DEUX LECONS

I Comparaison des résultats bruts.

II Comparaison des résultats quantifiés pour chaque élève.

III Comparaison des stratégies.

IV Comparaison des relations aux données d'ordre psychologiques.

==================

ANALYSE DE LA LECON

I RESULTATS BRUTS :

A) Réussites :

- définition colonne 2 et 3

juste : (un + à l'une des 2 colonnes)

faux : un - à l'une des 2 colonnes et pas de +

non conclu : autres cas.

- résultats

résultat \ exercice	I	II	III	Σy
juste	7	6	6	19
faux	1	1	4	6
non conclu	9	10	7	26
Σ x	17	17	17	51

X^2 non calculable
(effectif th. < 5)

- refoulement

JUSTES

	I	II	III	
justes	7 / 6,33	6 / 6,33	6 / 6,33	19
non justes	10 / 10,6	11 / 10,6	11 / 10,6	32
	17	17	17	51

X^2 = 0,16
pas de différence significative entre les résultats.

Déroulement effectif :

Au 1er jeu les sommes suivantes sont tirées :

$11 + 2 + 3 \qquad 7 + 3 + 5$

la maîtresse est amenée à rappeler l'usage du signe + les enfants ont soit :

- dessiné les collections et fait le total,
- compté sur leurs doigts et écrit le cardinal de la collection,
- réalisé les collections avec les mathémacubes et les ont emboîté pour comparer la longueur de la"baguette"

Au 2ème jeu :

$8 + 8 + 10 \qquad 12 + 18 + 9$

D'emblée les enfants comparent à partir des nombres. Exemple 12 + 18 c'est déjà beaucoup plus grand que 7 + 8 + 10 donc ils concluent en réalisant qu'il est inutile de considérer 9. Les enfants n'ont pas su transcrire par écrit ce raisonnement, il n'est apparu que verbalement.

Au 3ème jeu :

$4 + 4 + 10 + 9 \qquad 5 + 6 + 8 + 7 + 3$

Les enfants ont essayé d'employer la même technique que dans la 2eme phase. Exemple : $10 > 5$, $9 > 3$, etc.... mais n'ont pas pu conclure. Alors ils raisonnent en employant soit la représentation graphique soit la réalisation concrète de la collection.

La maîtresse procède alors à la correction en attirant l'attention des enfants sur la possibilité d'utiliser le répertoire.

$4 + 4 + 10 + 9 \qquad 5 + 6 + 8 + 7 + 3$

On conclu :

$4 + 4 + 10 + 9 < 5 + 6 + 8 + 7 + 3$

parce qu'on a vérifié par le dessin que

$9 < 5 + 6$

Remarques :

Les enfants n'ont pas senti la necessité de faire la vérification en utilisant les collieurs. Ils s'interessaient pourtant à leur travail personnel (savoir si leur prévision était juste ou fausse).

ANNEXE

REPERTOIRE

18 + 2 = 20

19 + 1 = 20

8 + 2 = 10

4 + 4 + 2 = 10

4 + 4 = 8

10 + 10 = 20

10 + 8 = 18

4 + 4 + 4 + 6 = 18

4 + 4 + 4 + 4 + 2 = 18

4 + 2 = 6

4 + 3 = 7

1 + 3 = 4

2 + 1 = 3

1 + 4 = 5

3 + 3 + 3 = 9

3 + 3 = 6

10

5 + 5

8 + 2

4 + 6

3 + 7

4 + 4 + 2

9 + 1

2 + 2 + 2 + 2 + 2

3 + 3 + 3 + 1

3 + 2 + 5

Ce répertoire a été établi peu à peuau cours des différentes activités mathématiques précédentes.

FICHE DIDACTIQUE N° 5

TITRE DE LE LECON : Comparaison de Sommes. Introduction d'une variable.

INTENTIONS PEDAGOGIQUES :

Seule la 1ère phase de la leçon correspond à un apprentissage, la 2eme et la 3eme phase doivent permettre l'observation.

- but de la leçon : la phase actuelle correspond au remplacement progressif d'une méthode de comparaison par recours aux collections, par une méthode directe de comparaison sur les écritures. L'introduction d'une variable doit nous permettre de déceler le degré d'abstraction et de maitrise atteint dans l'usage du modèle mathématique.

- antécédents :

  sur 18 élèves 16 sont capables de :

  - compter les collections jusqu'à 20 au moins,
  - écrire les nombres jusqu'à 10 au moins,
  - lire les nombres jusqu'à 20 au moins,
  - réaliser des collections correspondant à des sommes quelconques (réellement ou graphiquement),
  - utiliser certaines égalités (voir répertoire en annexe leçon 5),
  - comparer deux nombres inférieurs à 20,
  - exprimer ces comparaisons par un symbôle,
  - comparer 2 collections de cardinal, inférieur à 50 (voir leçon précedente) en recourant au matériel ou au dessin

- prolongements : au lieu des exercices à trous nous proposerons aux enfants des égalités ou des inégalités où figurent des lettres. Ils devront résoudre ces équations.

OBJECTIFS :

action : comparer les sommes par recours au répertoire connu (en indiquant les correspondances ou en réalisant les collections) :

formulation :

- "ici il y en a plus",
- "ce cheval a gagné",
- "ici il y en a plus, ce cheval a gagné"

traduit par $.+.+.\surd.+.+.$

validation : aucune validation attendue.

MATERIEL :

- on dispose :

  - d'une piste longue de 40 cases (de 10 cm × 10 cm) constituée par une bande de papier fixée au tableau.
  - de 2 petits chevaux (un rouge et un bleu) pouvant se déplacer et se fixer sur la piste (1).
  - d'enveloppes contenant des allumettes qui représentent les barrières qu'il faut sauter pour avancer du nombre de cases correspondant. Sur chaque enveloppe est indiqué le nombre d'allumettes.
  - de 2 boîtes, une pour chaque cheval, dans lesquelles sont disposés les enveloppes.

DEROULEMENT PREVU :

1ère phase : jeu des petits chevaux .
règle du jeu :

a) un enfant choisit la boîte du cheval bleu et un autre la boîte du cheval rose. Deux enfants inventorient le contenu des boîtes et dictent les nombres lus sur les enveloppes à deux autres qui écrivent sur le tableau les sommes à comparer. Sur une enveloppe, dans chacune des boîtes, une lettre remplace le cardinal (ex : ~~la~~ lettre A pour la 1ère phase. Quand l'enveloppe A est tirée, ils l'ouvrent pour permettre aux autres de marquer le nombre d'allumettes qu'elle contient. Lorsque dans la 2eme phase

(1) Nous disposons de tableau métallique, et nous avonsutilisé des bandes aimantées pour fixer la piste et les petits chevaux.

ils rencontreront l'enveloppe B, les enfants sauront que la lettre B représente un cardinal.

b)Tous les enfants cherchent alors à deviner quel est le cheval qui va le plus loin. Ils disposent : d'une feuille de papier et de mathémacubes. Ils peuvent consulter le répertoire affiché dans la classe. Ils écrivent les prévisions sous la forme

$$\bullet + \square + \bullet \leqslant \bullet + \bullet + \bullet + \bullet$$

c)Lorsque les prévisions sont écrites la course commence, les chevaux avancent du nombre de cases (ils sautent les barrières)indiqué au tableau.

d)Conclusion : "Qui a deviné juste ?"
Les enfants qui ont deviné juste écrivent leur nom sur un papier ; les papiers sont rassemblés dans une boite dans le but de savoir quels sont les enfants qui ont deviné juste le plus souvent.

2eme phase :

Nouvelle partie, mais on n'ouvre pas l'enveloppe B avant que les chevaux ne prennent le départ. Qu'il y ait ou non des paris convenables et motivés. Assez vite la course a lieu. Correction. Commentaires.

3eme phase :

Comme la 2eme phase, attendre les prévisions.

Les enfants ont été amenés à comparer les sommes suivantes :

1ère phase : $9 + 7 + 10 + 8$ $\quad$ $18 + 7 + 4 + 3$

2eme phase : $10 + 3 + B$ $\quad$ $B + 4 + 8 + 2$

3eme phase : $C + 10 + 4 + 4$ $\quad$ $8 + 7 + 3 + C$

DEROULEMENT EFFECTIF :

Durée totale de la leçon 1 h

- 1ère phase 25 mn
- 2eme phase 20 mn
- 3eme phase 15 mn

1ère phase (25 mn) :

Quand l'enveloppe A a été tirée les enfants n'ont pas réagi, la maîtresse a du attirer leur attention sur le contenu de cette enveloppe. Aprés son ouverture les enfants ont pu écrire les 2 sommes et les comparer.

Sur 17 enfants, 12 ont parfaitement réussi :

- 9 ont comparé en réalisant soit graphiquement, soit réellement les collections ;
- ont comparé sur les écritures ;
- quelques erreurs observées :
  - la réalisation graphique n'a pas toujours été juste,
  - le dénombrement a été parfois erroné,
  - la comparaison sur les écritures a été quelquefois partielle ce qui n'a pas permis de conclure.

2eme phase (20 mn) :

Quelques enfants ont été déroutés par l'interdiction d'ouvrir l'enveloppe B. Les autres ont compris que B représente un nombre et ont entrepris la comparaison.

Lors de la correction collective, Frédéric a exposé son travail et formulé trés clairement :3 + 10 + B

- que les 2 enveloppes B représente le même nombre,

en parlant de la deuxième enveloppe B il dit :

"Si ce n'était pas 13, on l'aurait appelé C par exemple"

Et il conclu :

"C'est le rouge qui a gagné parce que là il reste 4 et là 3, et 4 est plus grand que 3".

3eme phase (15 mn) :

La moitié des enfants ont réussi. C est écrit comme un nombre et n'est pas pris en compte dans la comparaison ce qui n'empeche pas de conclure.

REMARQUES :

Les enfants ont été trés interessés par le déroulement de l'activité. C'est seulement à la fin de la 3eme phase qu'une légère fatigue c'est manifestée

Vu les résultats une autre scéance est prévu.

L'activité a été reprise, comme prévu, quelques temps aprés. Elle s'est déroulée d'une façon identique à celle de la précédente scéance.

Elle nous a permis de faire les observations suivantes :

1ère phase :

- trés peu d'enfants ont comparé en réalisant les collections avec du matériel,
- la plupart ont comparé soit les écritures(en se servant du répertoire) soit des représentations graphiques.

2ème phase :

- la non-ouverture de l'enveloppe n'a pasgené les enfants. Ceux qui comparaient sur les écritures ont relié B comme ils reliaient 2 nombres égaux,
- ceux qui utilisent la représentation graphique comme technique de comparaison ont implicitement donné la même valeur à B, mais sans la représenter. Exemple :
  Raymond "je ne compte pas B, il est pareil".

A la fin de cette phrase il y a eu une correction collective portant sur la comparaison des écritures.

Cela a fortement influencé les enfants qui ont, au cours de la 3ème phase utilisé en majorité la comparaison sur les écritures, certains utilisant des égalités autres que celles du répertoire. Certains échouant sont revenus à leur ancienne technique. D'autres ont utilisé leur façon habituelle de faire comme vérification.D'autres encore se sont trouvés en situation d'échec mais n'ont pas eu le réflexe d'avoir recourt à la technique qui leur aurait permis de conclure.

Les exercices proposés étaient les suivants :

A + 10 + 10 + 7	A + 20 + 4 + 3
10 + B + 4	8 + 2 + B + 6
C + 4 + 2 + 10 + 1	6 + 5 + 5 + 3 + C

10 AVR. 1973

- 1ère Phase -

bleu

rouge

$9 + 10 + 8 + 7 > 18 + 4 + 3 + 7$

gagné

10 AVR. 1973 jean-luc

2e Phase

bleu

rouge gagné

$3 + 10 + 8 < 8 + 2 + 4 + 8$

philippe

1re Phase

bleu

9 + 10 + 8 + 7

rouge

18 + 4 + 3 + 7

Philippe n'a pas abouti en comparant sur les écritures et n'a pas eu l'idée d'employer une autre méthode de comparaison.

10 AVR. 1973

Eric.

1re Phase

9+10+8+7

bleu

34

gagné

18+4+3+7

rouge

33

Eric a réalisé les collections avec les mathémacubes et, a totalisé et écrit le résultat, et a conclu seulement en langage ordinaire.

10 AVR. 1973 frédéric

2e Phase

bleu rouge

$3 + 10 + B \leftarrow 8 + 2 + 4 + B$.

a gagné

10 AVR. 1973

3ème phase

qhiliqqe

rougne

c+4+4+10

bleu

c+3+8+7

=

1	2	2 bis	4	4 bis	5	6	7	8	9	10	11	12	13
5	+	0	0	0	2	5	1	0	0	0	0	0	

CONSTRUCTIONS DE FORMULES AU CP

dans (N, +,)

BUT DE LA SUITE DES LECONS

Amener les enfants à comparer des sommes telles que

12 + 8 + 5 13 + 9 + 7

d'abord en recourant à des manipulation (de cubes), ensuite si possible en se servant de quelques égalités étudiées auparavant et en renonçant aux manipulations.

La dernière activité a pour but de nous permettre d'observer l'apparition éventuelle chez certains enfants, d'une conclusion s'appuyant non plus sur la comparaison des collections mais sur les propriétés des sommes (comptabilité de + avec = et avec

Ce qui est visé ce n'est pas l'apprentissage précoce de l'algèbre, c'est un bon usage de { N, +, ≤, = } (en particulier la découverte de certaines propriétés où figure un quantificateur.)

Les leçons se déroulent en fin de 2ème trimestre.

LES 3 PREMIERES SEANCES :

On a exploité une situation de jeu au cours de 3 scéances d'éducation physique.

Dans les 2 premières on organise les jeux de relais. Les enfants disposent :

- de gros cubes de couleur s'emboitant les uns dans les autres, disposés dans 2 paniers (1 par équipe),
- de 2 boîtes contenant les étiquettes où sont inscrits des nombres compris entre 1 et 5.

Le relais se déroule de la façon suivante :

la classe est partagée en 2 équipes. Un enfant de chaque équipe donne les briques que ses coéquipiers demandent.

Le 1er tire un papier, un numéro y est inscrit, il va chercher le nombre de briques correspondant, revient et commence à les emboîter pour constituer la collection (ils ont appelé "mur" la collection réalisée). Le 2eme part, etc...

Tout au long du jeu les enfants regardent, apprécient évaluent les collections. Lorsque le jeu est fini ils concluent en comptant les "murs" : quel est celui où il y a le plus de briques ? Les enfants ont joués 3 fois dans la 1ère séance. Le tirage des nombres les a amené à comparer 10 et 11, 15 et 11, 20 et 20. A la fin de chaque jeu, ils ont inscrit leur collection en utilisant la forme canonique, exemple : $10 < 11$

Ensuite, sur la demande de la maîtresse, ils ont vérifié si le nombre de briques correspondait bien au nombre inscrit sur les étiquettes. A cette occasion, ils ont fait des remarques interessantes du type : "il y a autant là que là" comparant ainsi des parties de la collection réalisée.

Dans la 2ème séance, on avait choisi des nombres beaucoup plus grand. Ils n'ont pas su écrire le totaldes collections sous la forme canonique et ont utilisé la forme additive.

Ils ont comparé succêssivement :

$$11 + 12 + 10 > 12 + 10 + 7$$

$$11 + 2 + 4 < 5 + 10 + 7$$

$$11 + 6 + 2 = 4 + 9 + 6$$

Dans la 3ème séance pour amener les enfants à prévoir quelle équipe gagnerait le jeu a été modifié.

Deux équipes de 4 enfants jouent : ils tirent les papiers, écrivent la collection sur un tableau portatif.

Pendant qu'ils jouent le reste des enfants essaie de prévoir quelle équipe va gagner ; pour cela ils disposent d'une feuille de papier et de stylo-feutre. Ils écrivent les collections sous la forme additive et cherchent à les comparer en dessinant (ils représentent chaque brique par une barre).

Au cours de cette séance ils ont été amené à comparer :

$9 + 4 + 6$ et $6 + 11 + 2$

$7 + 10 + 5$ et $11 + 2 + 4$

$3 + 3 + 9$ et $5 + 1 + 11$

ANALYSE DE LA LECON

I RESULTATS BRUTS :

A) Réussites :

- définition colonne 2 et 3

juste : (un + à l'une des 2 colonnes)

faux : un - à l'une des 2 colonnes et pas de +

non conclu : autres cas.

- résultats

résultat \ exercice	I	II	III	Σ_y
juste	7	6	6	19
faux	1	1	4	6
non conclu	9	10	7	26
Σ x	17	17	17	51

X^2 non calculable
(effectif th. < 5)

- refoulement

	I	II	III	
justes	7 / 6,33	6 / 6,33	6 / 6,33	19
non justes	10 / 10,6	11 / 10,6	11 / 10,6	32
	17	17	17	51

JUSTES

X^2 = 0,16
pas de différence significative entre les résultats.

Faux -

	I	II	III	
faux	1	1	4	6
non faux	16	16	13	45
	17	17	17	51

X^{-2} non calculable

(effectif théorique 5)

PROGRES :

1 x 2

	I	II	
juste	7	6	13
non juste	10	11	21
	17	17	34

X^{-2} = 0,49

pas de différence significative entre les résultats aux 2 phases I et II

2 x 3

	II	III	
juste	6	6	12
non juste	11	11	22
	17	17	34

X^{-2} = 0,128

pas de différence significative entre les résultats aux 2 phases II et III

1 x 3

	I	III	
juste	7	6	13
non juste	10	11	21
	17	17	34

X^{-2} = 0,498

pas de différence significative entre les résultats aux 2 phases I et III

STRATEGIES ou ATTITUDES

DEFINITION :

Méthode 1 : comparaison directe sur écriture

Méthode 2 : collection

exercice / résultat	I	II	III	
méth. 1	6	8	7	21
méth. 1-2	3	2	1	6
méth. 2	8	7	9	24
	17	17	17	51

X^2 non calculable
(effectif théorique

Y a t-il évolution au cours de la leçon ?

	I	II	III	
méth. 1	6	8	7	21
Méth. 1et 2	3	2	1	6
	9	10	8	27

X^2 non calculable
(eff. th. 5)

De 1 à 2

	I	II	
méth. 1	6	8	14
méth. 1-2	3	2	5
	9	10	19

X^2 non calculable

De 2 à 3

	II	III	
méth. 1	8	7	15
méth. 1-2	2	1	3
	10	8	18

X^2 non calculable

De 1 à 3

	I	III	
méth. 1	6	7	13
méth. 1-2	3	1	4
	9	8	17

X^2 non calculable

CHANGEMENTS :

Définition :

C_1 changement de stratégie entre la 1ère phase et la 2eme.

C_2 changement de stratégie entre la 2eme et la 3eme phase

Résultats :

1-2 \ 2-3	C_2	C
C_1	3	3
C	0	11

Sur 6 enfants ayant changé de stratégie entre la 1ère et la 2e phase, 3 ont changé de nouveau entre la 2eme et la 3eme, 3 ont gardé la même.

Sur 11 enfants ayant gardé la même stratégie durant les 2 premières phases aucun n'a adopté une nouvelle stratégie pour la 3eme phase.

RELATION ENTRE CES ATTITUDES

A) Efficacité des stratégies :

H° les proportions de juste et de faux sont les mêmes (aussi ceux qui ont eu l'attitude 1 et l'attitude 2 , pour l'ensemble des exercices).

	méth. 1	méth. 2	
juste	10	10	20
non juste	11	17	28
	21	27	48

$X^2 = 1,06$

H° vérifiée. Il n'y a pas de différence significative dans les proportions de juste et de faux, c'est à dire ceux qui ont eu la 1ère attitude et ceux qui ont eu la seconde.

B) Causes des changements :

H° la réussite

R_1 : réussite au 1

C_{1-2} : changement du 1 au 2

R_2 : réussite au 2

C_{2-3} : changement du 2 au 3

	C_{1-2}	C_{1-2}	
R_1	8	1	9
R_1	3	5	8
	11	6	17

effectif théorique < 5

- sur 9 enfants ayant réussi la première phase 1 seul a changé de stratégie pour la 2eme phase.
- sur 9 enfants ayant échoué à la première phase, 3 ont gardé la même stratégie pour la phase et 5 enfants ont changé de stratégie pour la 2me phase.

R_2 : réussite à la 2eme phase

R_2 : non réussite à la 2eme phase

C_{2-3} : changement de la 2eme à la 3eme phase

C_{2-3} : non changement de la 2eme à la 3eme phase

	C_{2-3}	C_{2-3}	
R_2	6	0	6
R_2	8	3	11
	14	3	13

effectif théorique < 5

- sur 6 enfants ayant réussi à la 2eme phase aucun n'a changé de stratégie pour la phase suivante.
- sur 11 enfants ayant échoué à la 2me phase, seulement 3 ont changé de stratégiepour la phase suivante.

CUMUL :

	C	C	
R	13 / 10,18	1 / 3,81	14
R	11 / 13,81	8 / 5,18	19
	24	9	33

eff. th. < 5

effectif théorique < 5

RELATION ENTRE REUSSITE ET CHANGEMENT

R / CH	0	1	2	3	
2	4	0	0	0	4
1	1	0	1	0	2
0	2	3	4	2	11
	7	3	5	2	17

- 4 enfants ont changé 2 fois de stratégie,
  2 ont changé une seule fois,
  11 ont utilisé une seule stratégie durant les 3 phases.

- Tous les enfants ayant changé 2 fois de stratégie ont échoué aux 3 phases.

- Parmi les 10 enfants ayant réussi au moins une phase, 9 n'ont jamais changé de stratégie.

CONCLUSION :

L'échec durant l'exercice pourrait induire chez la majorité des enfants un changement de stratégie. La réussite par contre conduisent l'élève à conserver la même stratégie durant toutes les phases.

EVOLUTION DES CONDUITES

REUSSITE :

entre 1er et 2ème exercice

1er exercice : (I) \ 2ème exercice : (II)	-	+
+	3	5
-	8	1

X^2 non calculable

entre 2ème et 3ème exercice

2ème exercice \ 3ème exercice	-	+
+	3	3
-	9	2

X^2 non calculable

entre 1er et 3ème exercice

1er exercice \ 3ème exercice	-	+
+	5	3
-	7	2

X^2 non calculable

RELATION ENTRE LES RESULTATS AUX EXERCICES ET DES DONNEES D'ORDRE PSYCHOLOGIQUE

****

Nous avons desiré vérifier l'hypothèse selon laquelle il existe une liaison significative entre les résultats aux exercices et le QI d'une part, le niveau d'organisation statio temporelle d'autre part.

Nous avons employé la méthode du coéfficient de corrélation par rang de Spearman.

Nous avons classé les enfants en fonction du QI, en fonction des résultats aux épreuves de la figure de REY.

Il restait à les classer d'après leur réussite aux exercices. Nous avons élaboré une échelle de correction prenant en considération les différents critères et permettant de quantifier les résultats.

NOTATION DES EXERCICES	Note
(1) Comparaison sur écriture seulement -exacte- 2 égalités	10
(2)-(1) Mais une seule égalité	9
(3) Comparaison sur collection graphique avec total marqué	8
(4)-(3) Mais total non indiqué	7
(5)-(3) mais total faux	6
(6)-(1) Mais inexactitude du signe	5
(7)-(2) Mais inexactitude du signe	4
(8)-(4) Mais comparaison fausse	3
(9) Collection fausse mais séparée - comparaison fausse	2
(10) Collection fausse non séparée	1
(11) Aucun résultat	0

.../...

COMPARAISON ENTRE RESULTATS MATH ET RESULTATS REY

****

Elèves	Rang REY A	Rang MATH B	A - B d	d^2
1	8	4	4	16,00
2	6	12	- 6	36,00
3	11	11	0	0
4	16	4	12	144,00
5	7	9,5	- 2,5	6,25
6	4,5	1	3,5	12,25
7	17	13,5	3,5	12,25
8	9	9,5	- 0,5	0,25
9	2,5	2	0,5	0,25
10	13	15,5	- 2,5	6,25
11	15	17	- 2	4,00
12	13	6	7	49,00
13	1	8	- 7	49,00
14	10	4	6	36,00
15	13	7	6	36,00
16	2,5	15,5	-13	169,00
17	4,5	13,5	- 9	81,00

$\Sigma d^2 = 657{,}50$

$$\rho = 1 - \frac{6 \times 657{,}50}{4896} = .20 \quad \text{(non significatif)}$$

Il n'y a pas de liaison significative entre les résultats dans cet exercice et les performances dans une épreuve de structuration spatiale.

.../...

COMPARAISON ENTRE RESULTATS MATH ET QI

****

(-Coefficient de corrélation par rang de Sperman-)

Elève	Rang. Q I A	Math. B	d A - B	d^2
1	1,5	4	- 2,5	6,25
2	5	12	- 7	49,00
3	10	11	- 1	1,00
4	4	4	0	0,00
5	6	9,5	- 3,5	12,25
6	1,5	1	0,5	0,25
7	17	13,5	3,5	2,25
8	7,5	9,5	- 2	4,00
9	7,5	2	5,5	30,25
10	16	15,5	0,5	0,25
11	12	17	- 5	25,00
12	15	6	9	81,00
13	11	8	3	9,00
14	3	4	- 1	1,00
15	13	7	6	36,00
16	14	15,5	- 1,5	2,25
17	9	13,5	- 4,5	20,25

$\Sigma\ d^2\ .\ 290$

$$\rho = 1 - \frac{6 \times 290}{17\ (288)} = .\ 64$$

pour N = 17 . Significatif à . 01

Il y a une liaison significative entre les résultats dans ces exercices et le quotient intellectuel.

.../...

COMPARAISON ENTRE LE CLASSEMENT PRONOSTIQUE PAR LA MAITRESSE AVANT L'EXERCICE ET LE CLASSEMENT REEL

****

Nous avons testé la relation entre les 2 classements au moyen du ρ de Spearman.

Elèves	Classement prévu	Classement réel	A - B	d^2
1	4	6	- 2	4
2	12	12	0	0
3	11	11	0	0
4	4	2	2	4
5	9,5	13	- 3,5	12,25
6	1	1	0	0
7	13,5	15	- 1,5	2,25
8	9,5	10	- 0,5	0,25
9	2	5	- 3	9
10	15,5	17	- 1,5	2,25
11	17	16	1	1
12	6	9	- 3	9
13	8	4	4	16
14	4	3	+ 1	1
15	7	8	- 1	1
16	15,5	14	1,5	2,25
17	13,5	7	6,5	42,25

$$\rho = 1 - \frac{6 \times 106{,}50}{4896} = .\ 87$$

Il n'existe pas de différence significative entre les 2 classements (. 01).

.../...

ANALYSE DE LA LEÇON DU 8 MAI EN CP

****

I - RESULTATS BRUTS

a) - REUSSITES

* Définition (colonne 2 et 2b)

Juste : un + à l'une des colonnes et pas de - } pour les exercices
Faux : un - à l'une des colonnes et pas de - } II et III

Juste : un + à la colonne 2 - } Pour l'exercice
quelque soit le signe de 2b } I

* Résultats

	I	II	III	
Juste	11	10	11	32
Faux	4	4	6	14
non conclu	4	5	2	11
	19	19	19	57

X^2 non calculable (effectifs théoriques < 5)

* Regroupements

JUSTE

	I	II	III	
J	11 / 10,6	10 / 10,6	11 / 10,6	32
¬J	8 / 8,33	9 / 8,33	8 / 8,33	25
	19	19	19	57

X^2 = 0,142

Pas de différence significative entre les résultats.

.../...

FAUX

	I	II	III	
Faux	4 / 4,66	4 / 4,66	6 / 4,66	14
$\neg F$	15 / 14,3	15 / 14,3	13 / 14,3	43
	19	19	19	57

$X^2 = 0,757$

non significatif

b) - PROGRES

Entre les exemples (1) et (2)

	I	II	
J	11	10	21
$\neg J$	8	9	17
	19	19	38

$X^2 = 0,425$

Pas de différence significative entre les résultats aux phases I et II

Entre les exemples (2) et (3)

J	10	11	21
$\neg J$	9	8	17
	19	19	38

$X^2 = 0$

Pas de différence significative entre les résultats aux 2 phases II et III

.../...

Entre les exemples (1) et (3)

	I	III	
J	11	11	22
NJ	8	8	16
	19	19	38

X^2 = 0,10 non significatif

STRATEGIES OU ATTITUDES

Définition :

Méthode 1 . Comparaison directe sur écriture

Méthode 2 . Collection

	I	II	III	
Méth.1 seul[t]	8	10	13	34
Méth. 1 et 2	3	0	1	4
Méth.2 seulement	4	5	3	14
Aucune méthode	2	2	0	5
	19	19	19	57

X^2 non calculable

(effectifs théoriques < 5

.../...

* Y-a-t-il évolution au cours de la leçon de (1) à (2)

	I	II	
(1) seulement	9	10	19
(1)et(2)	3	0	3
(2)	5	6	11
0	2	3	5
	19	19	

X^2 non calculable

de (2) à (3)

	II	III	
(1)	10	15	25
1 et 2)	0	1	1
(2)	6	3	9
0	3	0	3
	19	19	38

X^2 non calculable

.../...

de (1) à (3)

	I	III	
(1)	9	15	24
(1) et (2)	3	1	4
2	5	3	8
0	2	0	2
	19	19	38

X^2 non calculable

CHANGEMENTS

C_1 : Changement de stratégie entre 1° et 2° phase

C_2 : Changement de stratégie entre 2° et 3° phase

Résultats

1-2 \ 2-3	C_{2-3}	$\neg C_{2-3}$
C_{1-2}	4	1
$\neg C_{1-2}$	5	9

Sur 5 enfants ayant changé de stratégie entre les phases 1 et 2, 4 ont à nouveau changé entre la 2° et la 3°.
Sur 14 enfants ayant gardé la même stratégie durant les 2 premières phases, 5 ont adopté une nouvelle stratégie pour la 3° phase.

.../...

RELATIONS ENTRE LES ATTITUDES

+++++++++

a) - EFFICACITE DES STRATEGIES

H° : Les proportions de juste et de faux sont les mêmes parmi ceux qui ont eu l'attitude 1 et l'attitude 2 (sur l'ensemble des exercices).

	Math 1	Math 2	
j	20	12	32
NJ	14	3	17
	34	15	49

$\chi^2 = 1{,}23$

H° non rejetée

Il n'y a pas de différence significative dans les proportions de justes et de faux chez ceux qui ont eu la 1ère attitude et ceux qui ont eu la 2ème.

b) - CAUSES DES CHANGEMENTS

H° : La liaison entre le changement de stratégie et le résultat est due au hasard.

R_1 : Réussite au 1

C_{1-2} : Changement du 1 au 2

R_2 : Réussite au 2

C_{2-3} : Changement du 2 au 3

1) - Phases 1-2

	$\neg C_{1-2}$	C_{1-2}
R_1	9	2
$\neg R_1$	3	5

χ^2 non calculable effectifs théoriques < 5

Sur 11 enfants ayant réussi la 1ère phase, 2 seulement ont changé de stratégie entre la 1ère et la 2ème phase.

Sur 8 enfants ayant échoué à la 1ère phase, 3 ont gardé la même stratégie, et 5 en ont changé.

2) - Phases 2-3

	$\neg C_{2+3}$	C_{2-3}	
R_2	7	3	
$\neg R_2$	5	4	

Sur 10 enfants ayant réussi à la 2me phase, 3 ont changé de stratégie pour la 3° phase.
Sur 9 enfants ayant échoué à la 2me phase, 4 ont changé de stratégie pour la phase suivante.

CUMUL

	$\neg C$	C	
R	16	5	21
$\neg R$	8	9	17
	24	14	38

$X^2 = 2{,}28$
non significatif
il n'y a pas de liaison significative entre le résultat obtenu par l'enfant et l'apparition ou non du changement de stratégie.

Relations entre réussite et changement

Ch \ R	0	1	2	3	
2	0	2	2	0	4
1	3	1	1	1	6
0	0	2	3	4	9
	3	5	6	5	

4 enfants ont changé 2 fois de stratégie
6 enfants ont changé 1 fois de stratégie
9 enfants n'ont pas de stratégie.

EVOLUTION DES CONDUITES

Réussites entre 1er et 2ème exercices

1er \ 2°	+	-
+	8	3
-	2	6

X^2 non calculable

2° \ 3°	+	-
+	6	4
-	5	4

X^2 non calculable

2° \ 3°	+	-
+	7	4
-	4	4

X^2 non calculable

.../...

COMPARAISON ENTRE RESULTATS MATH ET RESULTATS REY

****

Elèves	Rang REY A	Rang Math. B	d A - B	d^2
1	10	7	3	9
2	7	15	- 8	64
3	13	12	1	1
4	1,5	3	- 1,5	22,5
5	18	7	11	121
6	8	13	- 5	25
7	5,5	1,5	4	16
8	19	10	9	81
9	11	16	- 5	25
10	3,5	4	- 0,5	0,25
11	15	19	- 4	16
12	17	18	- 1	1
13	15	14	1	1
14	1,5	7	- 5,5	30,25
15	9	17	- 8	64
16	12	7	5	25
17	15	1,5	13,5	182,25
18	3,5	7	- 3,5	12,25
19	5,5	11	- 5,5	30,25
				726,25

$\Sigma\, d^2 = 726,25$

$$\rho = 1 - \frac{6 \times \Sigma\, d^2}{N\,(N^2 - T)} = 1 - \frac{6 \times 726,25}{19(\times 360)} = 37$$

non significatif à .05

Il n'y a pas de relation entre les résultats dans cet exercice et les performances dans l'épreuve de structuration spatiale.

.../...

COMPARAISON ENTRE RESULTATS MATH ET QI 8 mai[illegible]

****

(Coefficient de corrélation par rang de Spearman)

Elève	Rang QI	Rang Math.	d	d^2
1	1,5	7	- 5,5	30,25
2	6	15	- 9	81
3	11,5	12	- 0,5	0,25
4	11,5	3	8,5	72,25
5	4	7	- 3	9
6	7	13	- 6	36
7	1,5	1,5	0	0
8	19	10	9	81
9	8,5	16	- 7,5	56,25
10	8,5	4	4,5	20,25
11	18	19	- 1	1
12	14	18	- 4	16
13	17	14	3	9
14	13	7	6	36
15	5	17	-12	144
16	3	7	- 4	16
17	15	1,5	13,5	182,25
18	16	7	9	81
19	10	11	- 1	1

$\Sigma d^2 = 872,50$

$$p = 1 - \frac{6 \times 872,50}{19\ (360)} = .\ 23$$

pour N = 19. non significatif à . 05

Il n'y a pas de liaison significative entre les résultats dans cet exercice et les QI

.../...

ANALYSE COMPARATIVE DES RESULTATS
DU 10 AVRIL ET DU 8 MAI

****

- RESULTATS BRUTS

	I	II	
Juste	19 / 15	29 / 29	48
faux	6 / 9	11 / 14	17
non conclu	26 / 25	11 / 8	37
	51	51	102

I - Résultats du 10 avril
II - Résultats du 8 mai

$X^2 = 3,42$

non significatif
Il n'y a pas de différences significatives entre les proportions **de juste** de faux et de non conclu **dans les deux** leçons.

REGROUPEMENT

Justes :

	I	II	
J	19	29	48
¬J	32	22	54
	51	51	

(test de Mac Neman)

$X^2 = 19,71$

significatif à .01

Les proportions de justes et de non justes sont significativement différents. On peut abserver un net progrès lors de la 2ème leçon.

Le 10 avril le nombre de résultats justes était inférieur de 13 au nombre de résultats non justes. Le 8 mai le rapport s'inverse, et le nombre de résultats justes est supérieur de 7 unités au nombre de résultats non justes.

.../...

II - Test de la différence entre les résultats quantifiés du 10 avril et du 8 mai (t de Student).

H_0 : Il n'y a pas de différences significatives entre les résultats obtenus le 10 avril et ceux obtenus le 8 mai.

N	10 avril	8 mai
1	23	24
2	8	11
3	9	14
4	23	24
5	14	13
6	30	30
7	6	21
8	14	9
9	25	25
10	5	4
11	4	6
12	22	12
13	15	24
14	23	24
15	18	30
16	5	24
17	6	18

$t = 1{,}98$

non significatif à . 05

H_0 non rejetable

III - STRATEGIE

Définition :

Méthode I : Comparaison directe sur écriture

Méthode II : Collection

.../...

	I Avril	II Mai	
Méth. I	21	31	52
Méth. II	24	16	39
Méth. I et II	6	4	10
	51	51	102

$X^2 = 9,66$

(non significatif)

Il n'y a pas de différence significative dans la répartition du choix des diverses méthodes entre les leçons I et II

IV - CHANGEMENT

	I	II	
2 ch.	4	3	7
1 ch.	2	5	7
0 ch.	11	9	20
	17	17	34

Eff. théorique < 5

V - CONCLUSION

. L'analyse comparative fait ressortir la stabilité du comportement des élèves et des résultats obtenus au cours de ces 2 leçons fai à un mois d'intervalle l'une de l'autre.

. Cependant la comparaison des résultats quantifiés appelle u précision. A deux exceptions prets les résultats lors de la 2ème passat sont ou équivalents ou supérieur aux résultats de la 1ère passation. Si la différence significative à . 05 c'est du fait de 2 résultats décrivant deux enfants obtenant ces notes bien plus faibles au cou

.../...

de la séance de leçon.

. Il s'agit de Nouarg et de Corrine. Pour Nouara le recul correspond à l'abandon d'une méthode qu'elle maniait avec sûreté (les corrections) en vue d'une utilisation de la seule comparaison sur écriture qu'elle ne peut maîtriser. Corinne a utilisé la même méthode durant les deux leçons mais la seconde fois elle l'a beaucoup moins bien appliquée.

. En ce qui concerne la mise en relation des données d'ordre psychologique, on ne trouve pour les 2 séances aucune relation entre le classement des enfants et leur performance à l'épreuve de REY.

. On observe pour la séance du 10 avril une forte corrélation entre le résultat en math et le QI, mais fait très imprévu cette corrélation ne se retrouve pas pour le 8 mai. Lors de cette séance le classement des enfants d'après leur résultat quantifié en math est indépendant de leurs notes de QI.

. La leçon du 8 mai reprenant les éléments du 10 avril, on pourrait émettre l'hypothèse selon laquelle le niveau intellectuel influencerait grandement la réussite lors d'une tâche totalement inconnue, mais cette influence s'estomperait lorsqu'il s'agirait de reprendre une activité présentant pour l'enfant une certaine familiarité.

*****
***
*

M.H SALIN

M. PERES

D. GRESLARD

C. MASSIE

M. QUILLAC

G. BROUSSEAU

APPRENTISSAGE DE L'ALGORITHME DE LA MULTIPLICATION AU $C.E_1$

(le dépouillement des résultats des enfants et les traitements statistiques ont été réalisés en collaboration avec une équipe d'enseignants de l'Ecole J. MICHELET)

Rédacteur : M. PERES.

I - ANALYSE DE L'EVOLUTION DES METHODES DE DECOUPAGE D'UN TABLEAU QUADRILLE

(Fiches didactiques F 8, F 10, F 11, F 12)

Les quatre exercices ont pour but de donner à l'enfant les possibilités de découvrir progressivement la méthode de découpage la plus économique (quadrillage régulier et utilisation maximum des égalités 10 x 10 = 100 et a x 10 = a0̄)

Nous avons déterminé a priori un certain nombre de critères qui devaient rendre compte pour chaque enfant et l'ensemble de la classe de l'évolution du découpage. Les résultats sont portés dans les tableaux suivants :

I - Les trois premiers tableaux (critère 14), concernent la forme du découpage qui peut être complet / incomplet (l'ensemble du quadrillage est découpé ou non) ; régulier / irrégulier (tous les côtés communs sont identiques ou non) correct/ incorrect (tous les morceaux sont rectangulaires ou non)

II - Les tableaux IV, V, VI, précisent l'évolution du découpage et permettent de vérifier les hypothèses suivantes :
- de F 8 à F 12 les découpages deviennent de plus en plus réguliers (tableau IV)
- le nombre de morceaux diminue (tableau V)
- Dans les premiers exercices il y a une différence de grandeur entre les morceaux au début et à la fin du découpage. Cette différence s'estompe au fur et à mesure des exercices (tableauVI)

III - Les tableaux VII, VIII et IX concernent le répertoire d'égalités utilisé par les enfants. Les critères retenus ont pour but de vérifier l'hypothèse suivante :
- Le répertoire des égalités utilisé par les différents élèves tend vers l'uniformité. Dans une perspective d'économie apparaissent comme prépondérantes les égalités du type a x a =... ; a x 10 = a0̄ et celles inscrites au répertoire collectif.

IV - Les tableaux X, XI, et XII concernent les erreurs commises par les enfants soit dans le codage des morceaux, soit dans le calcul des produits correspondants.

V - Les tableaux XIII, XIV et XV concernent la chaîne additive, la réduction et le résultat final.

TABLEAU I. DECOUPAGE COMPLET 1 : oui

C 14 0 : non

ex N	F 8	F 10	F 11	F 12
1	1	1	1	1
2	0	1	1	1
3	1	1	1	1
4	0	1	1	1
5	0	1	1	1
6	1	1	1	1
7	0	1	1	1
8	1	1	0	1
9	1	1	1	1
10	0	1	0	1
11	0	1	1	1
12	0	1	1	1
13	0	1	1	1
14	1	1	1	1
15	0	1	1	1
16	1	1	1	1
17	1	1	1	1
18	0	1	1	1
	8	18	16	18

Résultats de l'épreuve des signes (Wilcoxon)

F 8 et F 10 diffèrent significativement à .01

F 8 et F 11 diffèrent significativement à .05

F 8 et F 12 diffèrent significativement à .01

Dès le deuxième exercice tous les enfants découpent complètement leur tableau

TABLEAU II — DECOUPAGE CORRECT — 1 : oui

C 14 — 0 : non

N	F 8	F 10	F 11	F 12
1	1	1	1	1
2	1	1	1	1
3	1	1	1	1
4	1	1	1	1
5	1	1	1	1
6	1	1	1	1
7	1	1	1	1
8	1	1	1	1
9	1	1	1	1
10	1	1	1	1
11	1	1	1	1
12	0	1	1	1
13	1	1	1	1
14	1	1	1	1
15	0	1	1	1
16	1	0	0	1
17	1	1	1	1
18	1	1	1	1
	16	17	17	18

- Les exercices précédents avaient préparé les enfants à constituer des morceaux rectangulaires donc codables sous la forme multiplicative. On ne relève pas d'évolution significative durant les 4 exercices analysés.

TABLEAU III FORME DU DECOUPAGE

I - Quadrillage régulier 1 : oui

0 : non

N	F 8	F 10	F 11	F 12
1	0	0	1	0
2	0	1	1	1
3	0	0	0	1
4	0	0	0	1
5	0	0	0	0
6	0	0	1	1
7	0	0	0	1
8	0	0	0	0
9	0	0	0	1
10	0	1	0	0
11	0	0	0	1
12	0	0	1	1
13	0	0	1	1
14	0	0	0	1
15	0	0	0	1
16	0	0	0	1
17	0	0	1	1
18	0	0	0	1
G	0	2	6	14

Résultat de l'épreuve des signes : (test de Wilcoxon)

.F 11 et F 12 diffèrent significativement à .05

. Au fur et à mesure de la suite des 4 leçons le mode de découpage s'améliore de telle façon qu'à F 12 la presque totalité des enfants utilise le découpage régulier.

TABLEAU IV

DECOUPAGE - EVOLUTION DE L'INDICE DE REGULARITE DE DECOUPAGE (C 7)

$$\frac{\text{ns de côtés communs identiques}}{\text{NS total de côtés communs}}$$

I_1	F 8	F 10	F 11	F 12
1	0,18	0,41	1	0,58
2	0,16	1	1	1
3	0,31	0,40	0,42	1
4	0	0,14	0,77	1
5	0,22	0,57	0,50	0,71
6	0,23	0,18	1	1
7	0,16	0,25	0,77	1
8	0,19	0,57	0,66	0,80
9	0,21	0,30	0,61	1
10	0,19	1	0,45	0,77
11	0,10	0,66	0,41	1
12	0,11	0,71	1	1
13	0,10	0,45	1	1
14	0,23	0,53	0,44	1
15	0,04	0,80	0,37	1
16	0,14	0,19	0,44	1
17	0,20	0,55	1	1
18	0,14	0,62	0,77	0,71
Total	2,91	9,33	12,60	16,50
$\bar{m}$	0,16	0,52	0,70	0,92

de F 8 à F 12 on remarque une évolution régulière vers un découpage totalement régulier (indice 1)

- Résultats du test de signification de Wilcoxon :
- F 8 et F 10 diffèrent significativement à .01
- F 10 et F 11 non significativement différents
- F 11 et F 12 diffèrent significativement à .01

TABLEAU V

DECOUPAGE - EVOLUTION DU NOMBRE DE MORCEAUX

	F 8 (24x30)	F 10 (18x25)	F 11 (16x25)	F 12 (18x32)
1	24	8	6	9
2	12	6	6	8
3	22	4	6	8
4	14	20	7	8
5	7	6	6	6
6	15	7	6	8
7	32	6	7	8
8	23	6	6	8
9	23	8	6	8
10	20	6	7	7
11	13	7	8	8
12	16	6	6	6
13	14	8	6	8
14	19	10	6	8
15	60	5	6	8
16	26	11	8	8
17	37	7	6	8
18	20	11	6	6
T	397	142	127	138
$\bar{m}$	22	7,88	7,05	7,66

Lors du 1er exercice le nombre de morceaux est très important et varie considérablement selon les élèves. Dès F 10, ce nombre est fortement réduit pour se rapprocher d'un modèle utilisé par la presque totalité des enfants.

Test de Wilcoxon :

F 8 et F 10 diffèrent significativement à .01

F 10 et F 11 diffèrent " " à .01

F 11 et F 12 diffèrent " " à .01

TABLEAU VI

EVOLUTION du DECOUPAGE

Test de l'hypothèse : il n'y a pas de différence significative entre la grandeur des morceaux dans la 1ère moitié du découpage et la grandeur des morceaux dans la seconde moitié (C 4)

	F10	F11	F12
1	0	1	1
2	0	0	1
3	1	0	1
4	1	1	0
5	0	1	0
6	0	0	1
7	1	1	0
8	0	0	1
9	0	0	1
10	0	0	0
11	0	0	1
12	0	0	0
13	0	0	1
14	1	0	1
15	0	0	1
16	0	0	1
17	0	1	1
18	0	0	0
T	4	5	12

1 : différence significative (.05)

0 : différence non significative

(χ^2 de Mac Néman)

contrairement à notre hypothèse c'est en F 12 que les morceaux découpés au début sont significativement plus grands que les morceaux découpés à la fin.

Epreuve des signes : pas de différence significative entre F 10 et F 11 - différence significative entre F 11 et F 12 (.05).

TABLEAU VII

DECOUPAGE - EVOLUTION DE L'INDICE I_2 (C 11)

$$\frac{\text{NS de produits utilisés terminés par 0}}{\text{NS de produits utilisés}}$$

	F 8	F 10	F 11	F 12
1	0,04	0,50	0,89	0,67
2	0,25	1	0,83	0,87
3	0,25	0,25	0,50	0,87
4	0,14	0,46	0,57	0,87
5	0,57	0,83	0,16	0,75
6	0,38	0	0,89	0,87
7	0,18	0,33	0,57	0,67
8	0,13	0,66	0	0,87
9	0,07	0,50	0,66	0,87
10	0,16	0	0,66	0,71
11	0,23	1	0,37	0,87
12	0,46	0,50	0,17	0,83
13	0,09	0,87	0,83	0,87
14	0,46	1	0,83	0,87
15	0	0,75	0,50	1
16	0,12	1	0,25	0,87
17	0,14	0,66	0,83	0,87
18	0,16	0,80	0	0,67
T	3,79	11,12	8,57	14,87
$\bar{m}$	0,21	0,62	0,47	0,83

On constate l'augmentation de l'indice. A F 12 la plupart des enfants utilisent presque au maximum les produits terminés par 0

F 8 et F 10 diffèrent significativement à .01

F 8 et F 11 diffèrent significativement à .01

F 10 et F 11 ne diffèrent pas significativement (à .05)

F 11 et F 12 diffèrent significativement à .01

(test de Wilcoxon)

TABLEAU VIII

DECOUPAGE - EVOLUTION DE L'INDICE I_3 (C 13)

$$\frac{\text{NS de morceaux carrés}}{\text{NS de morceaux}}$$

ex N	F 8	F 10	F 11	F 12
1	0	0,25	0,33	0,33
2	0,08	0,33	0,33	0,37
3	0	0,50	0,16	0,37
4	0	0,05	0,57	0,37
5	0,14	0	0,28	0,50
6	0,13	0	0,33	0,37
7	0,03	0,16	0,28	0
8	0,04	0,16	0,50	0,37
9	0,04	0,50	0,33	0,37
10	0,05	1	0,14	0,28
11	0,30	0,14	0	0,37
12	0,06	0,50	0,16	0,33
13	0,21	0,25	0,33	0,37
14	0,10	0,20	0,33	0,37
15	0	0,20	0,50	0,50
16	0,03	0,09	0	0,37
17	0,10	0,28	0,33	0,37
18	0	0,18	0	0,33
T	1,31	4,79	4,90	6,34
$\bar{m}$	0,07	0,26	0,27	0,35

L'utilisation du découpage de morceaux carrés augmente significativement lors du 2ème exercice pour se stabiliser jusqu'à la fin de la série.

F8 et F10 diffèrent significativement à .01

F 10 et F11 ne diffèrent pas significativement

F10 et F12 ne diffèrent pas significativement

F11 et F12 ne diffèrent pas significativement

TABLEAU IX

DECOUPAGE. EVOLUTION de L'INDICE I 4 (C 22)

$$I\ 4 = \frac{\text{NS de produits utilisés inscrits au répertoire}}{\text{NS de produits utilisés}}$$

N	F8	F10	F11	F12
1	0,	0, 50	0, 83	0, 77
2	0, 33	1	0, 83	1
3	0, 25	0, 50	0, 33	1
4	0, 14	0, 40	0, 57	1
5	0, 57	0, 83	0	1, 75
6	0, 30	0	0, 83	1
7	0, 06	0, 33	0, 57	0, 75
8	0, 13	0, 66	0	1
9	0, 07	0, 50	0, 66	1
10	0, 11	0	0, 66	0, 71
11	0, 30	1	0, 37	1
12	0, 30	0, 50	0, 17	0, 83
13	0, 09	0, 87	0, 83	1
14	0, 20	1	0, 83	1
15	0	0, 75	0, 50	1
16	0, 08	1	0, 25	1
17	0, 05	0, 66	0, 83	1
18	0	0, 80	0	0, 50
T	2, 95	11, 30	9, 06	16, 31
$\overline{m}$	0, 16	0, 63	0, 50	0, 91

En F8 les enfants utilisent peu les égalités inscrites au répertoire collectif.
L'évolution tend ensuite vers une utilisation presque exclusive de ce répertoire commun.

F8 et F11 diffèrent significativement à . 01

F10 et F11 ne diffèrent pas significativement

F11 et F12 diffèrent significativement à . 01

F10 et F12 diffèrent significativement à . 01

TABLEAU X

DECOUPAGE

Erreurs dans le codage des morceaux

(ne correspond pas au nombre de rangs) (C.15)

	F 8	F 10	F 11	F 12
1	1	0	0	1
2	1	0	0	0
3	0	0	1	0
4	0	0	0	0
5	1	0	0	1
6	1	0	0	0
7	0	0	0	1
8	0	0	0	1
9	1	1	0	0
10	0	0	0	0
11	0	0	0	0
12	1	0	0	0
13	0	0	0	0
14	0	0	0	0
15	0	0	0	1
16	0	0	0	0
17	0	0	0	0
18	0	0	0	0
T	6	1	1	5

D E C O U P A G E

- Erreur dans le découpage des morceaux.

(ne correspond pas au nombre de colonnes). (C 16)

	F8	F10	F11	F12
1	0	0	0	0
2	0	0	0	0
3	0	0	0	0
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	0	0	0	0
7	0	0	0	0
8	0	0	0	0
9	0	0	0	0
10	0	0	0	0
11	1	0	0	0
12	1	0	1	0
13	0	0	0	0
14	1	0	0	0
15	0	0	0	0
16	1	0	1	0
17	0	0	0	0
18	0	0	0	0
T	6	0	3	1

TABLEAU XII

D E C O U P A G E

Erreur dans l'égalité pour chaque produit C17

	F8	F10	F11	F12
1	1	1	0	0
2	0	0	0	0
3	0	0	0	0
4	0	1	1	0
5	1	0	1	1
6	1	0	0	0
7	0	0	0	1
8	1	0	0	0
9	1	0	0	0
10	0	0	1	0
11	0	0	0	1
12	0	0	0	0
13	0	1	0	0
14	1	0	0	0
15	0	0	1	0
16	0	0	1	0
17	1	0	0	0
18	1	1	1	0
	8	4	6	3

TABLEAU XIII

EVOLUTION DE LA CONSTRUCTION DE LA CHAINE ADDITIVE

- Fidélité par rapport au découpage - C 24

	F8	F10	F11	F12
1	+	-	+	+
2	0	+	+	+
3	0	+	+	+
4	0	-	0	+
5	0	+	0	-
6	+	-	+	+
7	0	+	+	+
8	-	+	0	+
9	0	-	+	+
10	0	+	0	I
11	0	+	0	+
12	+	+	-	+
13	0	+	+	+
14	I	+	+	+
15	0	+	+	+
16	0	+	0	+
17	I	+	+	+
18	0	-	0	-
	3+ 1- 12 0. 2 I	13+ 5-	10+ 1- 7 0.	15+ 2- 1 I

+ : correct

- : incorrect

0 : omis

I : incomplet

de F8 à F 10 le nombre de réussites augmente significativement puis se stabilise jusqu'à la fin.

REDUCTION DE LA CHAINE ADDITIVE. C25

	F8	F10	F11	F12
1	-	-	+	-
2	0	+	+	+
3	0	+	-	+
4	0	-	0	-
5	0	-	0	-
6	I	-	+	-
7	0	-	+	-
8	I	-	0	-
9	0	-	+	+
10	0	-	+	+
11	0	-	0	-
12	+	+	-	+
13	0	-	+	-
14	-	-	-	+
15	0	-	-	+
16	0	-	0	I
17	I	-	+	+
18	0	-	0	-
	1+ 2- 3 I 12 0	3+ 15-	7+ 4- 7.0	7+ 9- 2 I

+ : exact

- : inexact

I : incomplet

0 : non fait

Le grand nombre d'échecs lors de cette phase du travail a fait l'objet d'une analyse critique dans la première partie de cette étude.

TABLEAU XV

EVOLUTION. RESULTAT FINAL. C23

	F8	F10	F11	F12
1	-	-	+	-
2	0	-	+	+
3	0	+	-	+
4	0	-	0	-
5	0	0	0	-
6	0	-	+	-
7	0	-	+	-
8	0	-	0	-
9	0	0	+	+
10	0	-	0	0
11	0	0	0	0
12	+	-	+	+
13	0	-	+	-
14	-	-	-	+
15	0	-	-	-
16	0	0	0	0
17	0	-	+	+
18	0	-	0	-
+	1+	1+	8+	6+
-	2-	13-	3-	9-
omis	15.0	4.0	7.0	30.
répon.	3	14	11	15

+ : exact

- : inexact

0 : omis

le grand nombre d'échecs lors de cette phase du travail a fait l'objet d'une analyse critique dans la première partie de cette étude.

Découpages exécutés par un élève du C.E$_1$

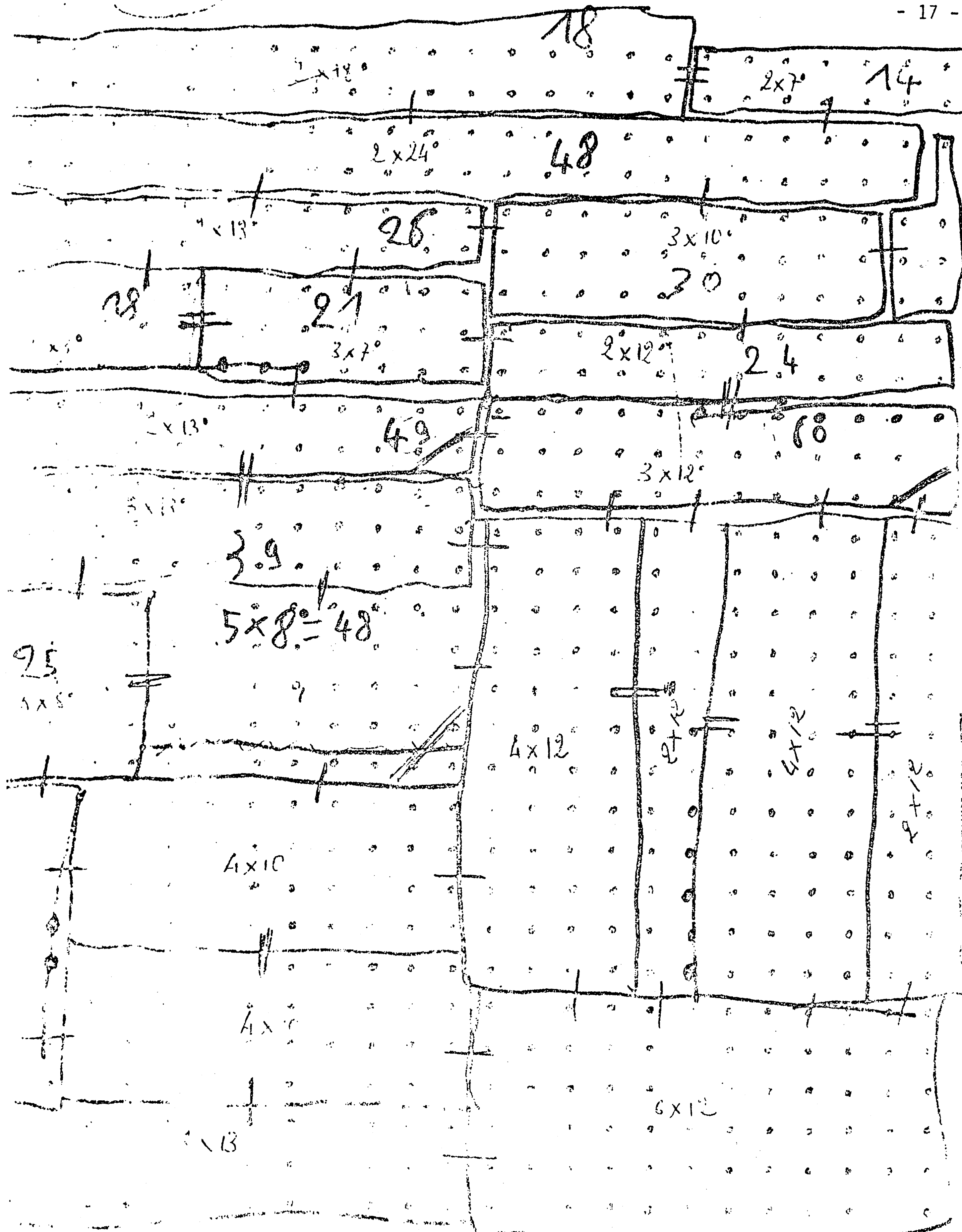
F 8

F 10

F 11 (Reproduction à l'échelle 1/2)

F 12 (idem.)

Jean-LUC LEFEUVRE

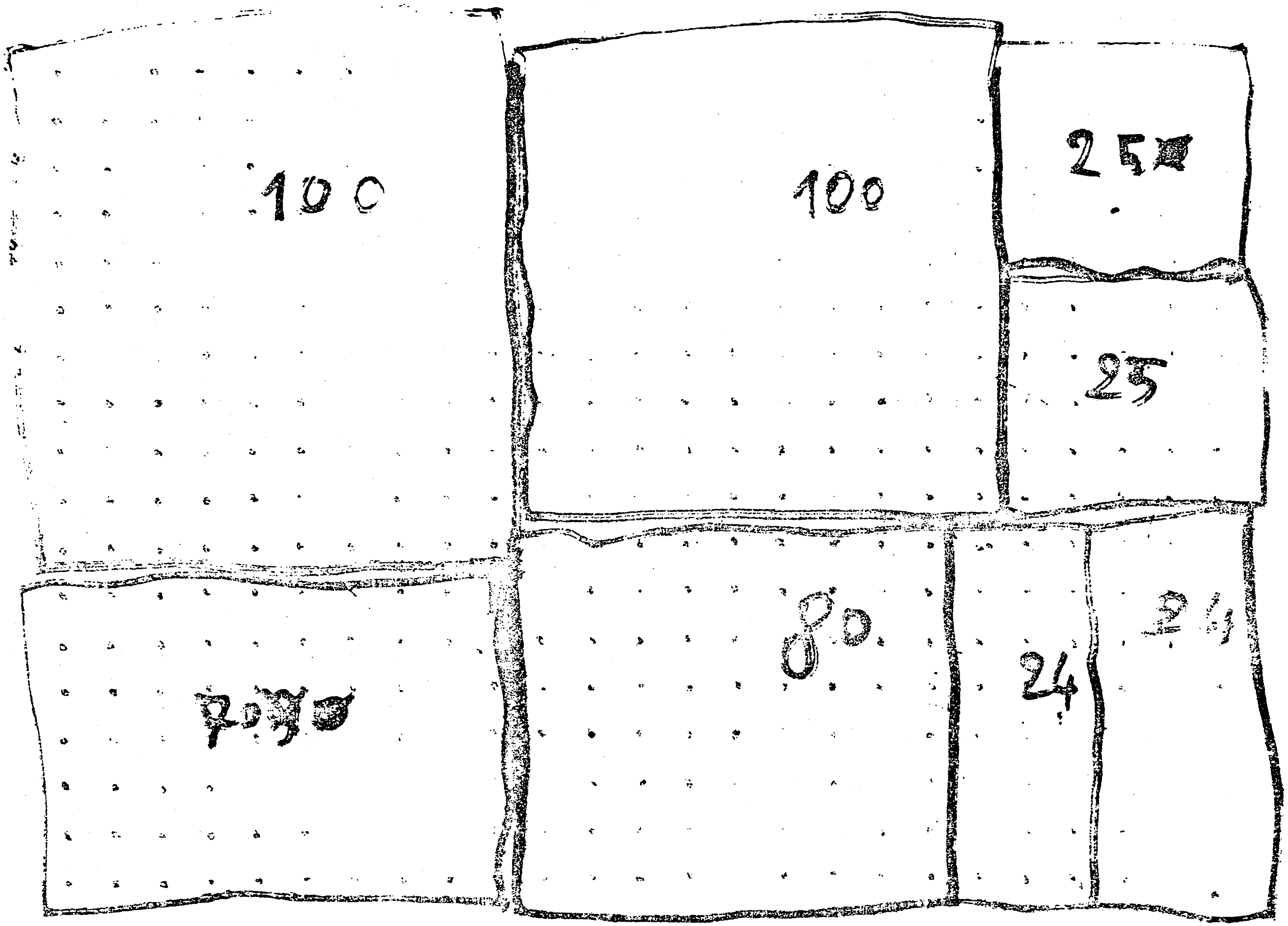


A - 23

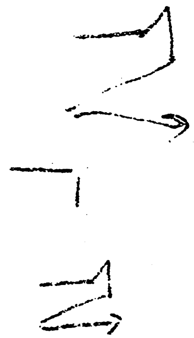
$\frac{250}{4}$ 62,5

$\frac{198}{4}$ 49,5

F 10



$\boxed{3}$



jean luc LEFEVRE

II - ANALYSE DE L'EVOLUTION DES MODELES UTILISES LORS DU PASSAGE A LA REPRESENTATION GRAPHIQUE DU DECOUPAGE.

(fiches didactiques F 13, F 14, F 15, F 18)

Les 4 exercices F 13, F 14, F 15, F 18, ont pour objectif de donner aux enfants l'emploi d'une représentation graphique des découpages remplaçant les objets réels (feuilles quadrillées).

En F 13 et F 14, l'élève possède une feuille sur laquelle est dessiné un rectangle. Pour les leçons suivantes on ne donnera plus aucun support on demandera à l'enfant de calculer un produit en s'aidant d'une représentation graphique qu'il aura à construire entièrement.

- F 13 : Les enfants possédant bien le modèle du découpage d'un support quadrillé (cf. analyse précédente), ils vont tenter de l'utiliser dans cette nouvelle situation. Cette stratégie (codée A sur le tableau ci-après) se révèle évidemment inefficace. L'enfant ne peut reproduire avec suffisamment de précision le support quadrillé et le découpage devient impossible. D'autre part, ce travail finalement inutile est long et fastidieux, la situation exige donc l'abandon de ce modèle au profit d'un autre modèle qu'il reste à découvrir. Durant F 13, 11 enfants sur 20 restent prisonniers de cette stratégie.

Certains enfants adoptent cependant d'emblée une stratégie plus efficace. Ils dessinent les carreaux sur les bords du grand rectangle, font le découpage puis représentent de nouveaux carreaux (ou les points) sur les côtés de chaque morceau (stratégie B). Enfin deux élèves se contentent de représenter les carreaux seulement sur les 4 côtés du grand rectangle (stratégie C) Aucun ne parvient à la représentation graphique sans aucune trace de représentation de support concret (stratégie D).

- F 14 : Les enfants sont placés dans une situation moins ouverte que la précédente. En effet à la fin de F 13, ils ont été amenés au sein du groupe à critiquer les différentes stratégies utilisées et à chercher parmi les productions individuelles la plus économique. Cette critique est reprise au niveau de la classe. Il y a donc pour tous les enfants mise en valeur d'un modèle (stratégie C).

On constate cependant que 5 enfants appliquent de nouveau la

.../...

stratégie A. Il y a là un phénomène de répétition d'une activité qui s'est déjà révélé inadéquate mais que l'enfant ne peut encore remplacer par une autre stratégie. 4 enfants par contre passent de la stratégie A à la stratégie B. Un enfant passe directement à la stratégie C. On trouve par contre le cas d'un élève revenant à la stratégie A, le modèle utilisé en F 13 n'ayant pas été suffisamment maîtrisé. Mais ceci reste une exception. Au niveau de la classe, les enfants abandonnent pratiquement toujours une stratégie pour une autre plus élaborée.

- F 15 et F 18 : Le modèle C ou D que l'on désire faire acquérir aux enfants durant cette phase de l'apprentissage va s'imposer progressivement à l'ensemble des élèves. Le système est cependant maintenu ouvert dans la mesure où l'on n'impose pas à l'enfant une stratégie déterminée. Il y a seulement circulation des découvertes au niveau des groupes. Le modèle s'impose de lui-même par sa valeur d'économie. Encore faut-il que l'enfant puisse l'intégrer à la suite d'une recherche d'adaptation et non simplement reproduire passivement un modèle imposé par le groupe. Ceci explique qu'au cours de la 3ème leçon, certains enfants utilisent encore la stratégie A. Durant le dernier exercice, seules les stratégies C et D sont utilisées.

.../...

TABLEAU 1

Stratégie utilisée lors de la phase III - découpage sans support

CE_1B

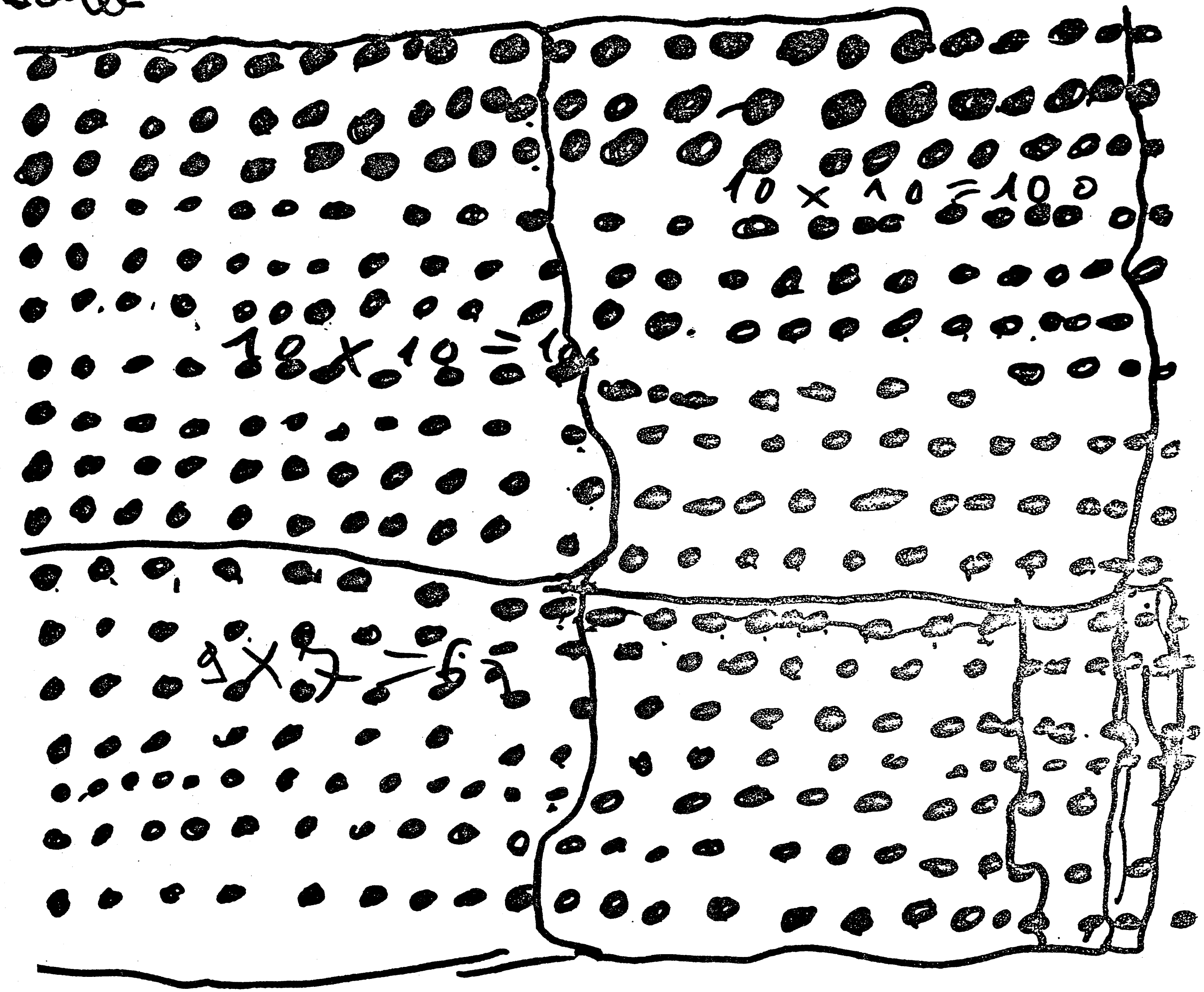
C27 A : reproduction du support quadrillé en totalité
C30 B : reproduction de carreaux (ou de points) sur les bords de chaque morceau
C29 C : reproduction de carreaux ou de points sur les bords du grand rectangle
C33 D : pas de trace de support concret reproduit.

Elèves	Critères F 13	F 14	F 15	F 18
ALLICAR Bruno	abs.	B	abs.	C
BERCION Stéphane	A	B	C	C
BERNEDE Bruno	B	D	D	D
BEY Raymond	B	A	D	abs.
BOUAZIZ Christian	C	C	C	C
BORJA Isabelle	A	A	C	abs.
DA SILVA Mario	B	C	C	C
DEL GRATTA Evelyne	abs.	abs.	D	D
DIAKITE Corine	A	B	C	C
ETIE Isabelle	C	C	C	D
FORCELLA Béatrice	A	B	D	D
HUERTAS Didier	A	A	A	C
KERKOUR Nouara	A	C	A	C
PERIN Laurence	A	C	C	C
POIRON Sylvie	B	B	B	D
POUSSAIN Patricia	B	abs.	C	abs.
QUEYREAU Christophe	C	C	C	D
ROCARD Sylvie	A	B	B	D
RONCIN Samir	A	A	B	D
SERVOLLE Corine	A	B	D	C
SEVERIN Nathalie	abs.	D	D	D
Chantal	A	C	C	C
Valérie	A	A	A	abs.
T =	19 A 6 B 3 C 0 D	5 A 7 B 7 C 2 D	3 A 3 B 10 C 6 D	0 A 0 B 10 C 9 D

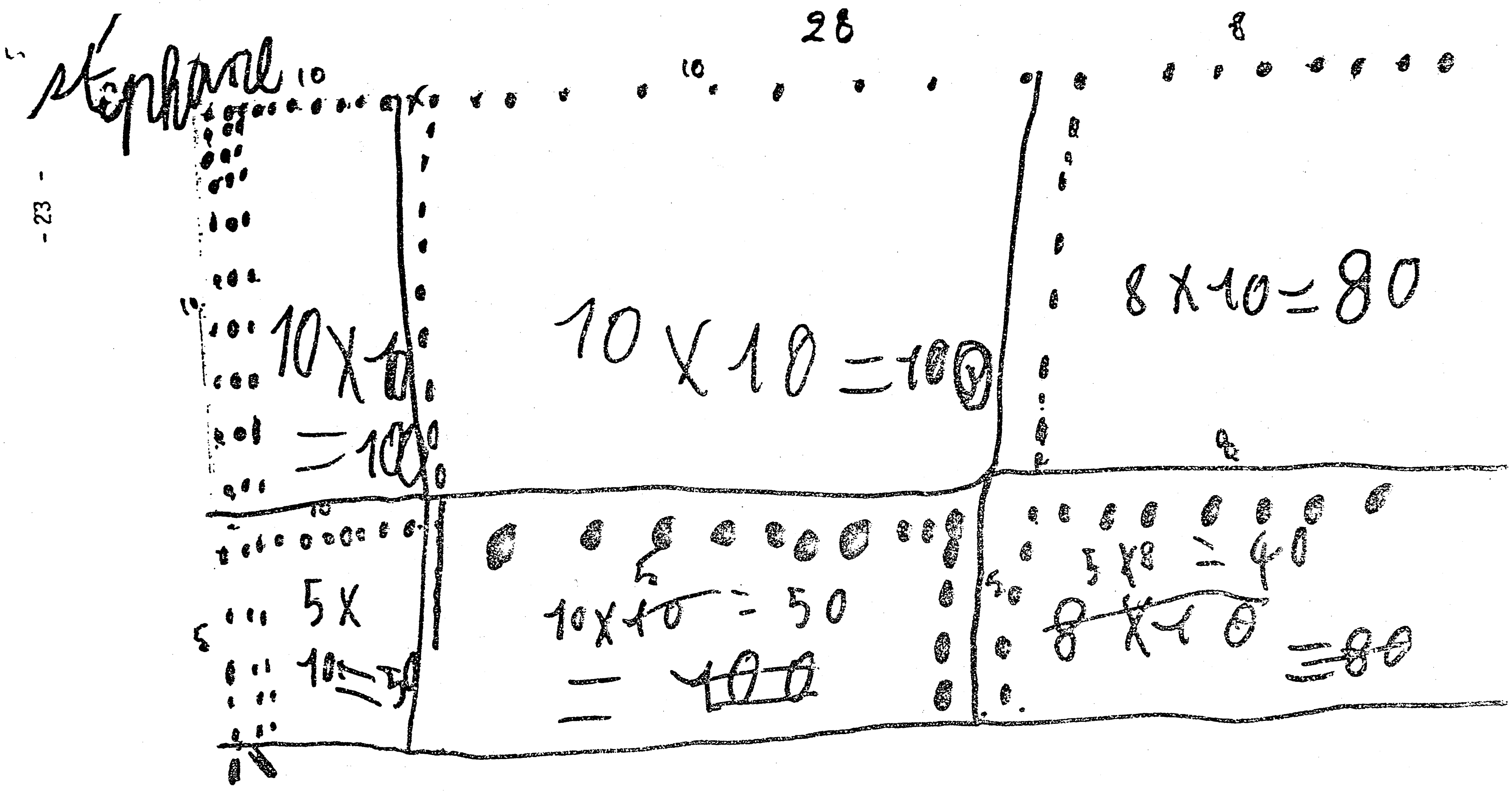
coinne serrolle

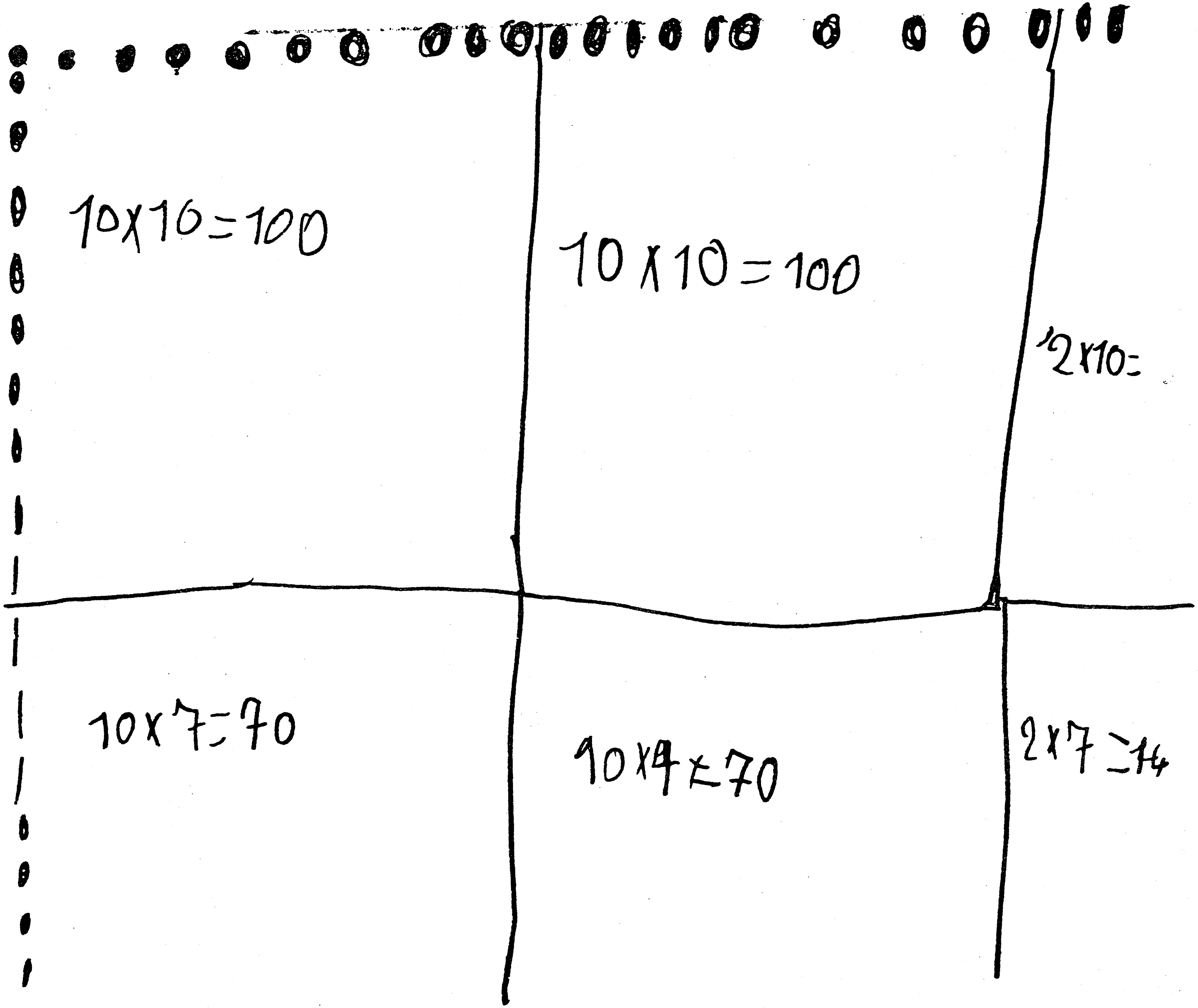
2

F



= 20


stéphane
28
8
10
10
10 X 10 = 100
10 X 10 = 100
8 X 10 = 80
8
5 X 10 = 50
5
10 X ~~10~~ = 50
= ~~100~~
40
5 X 8 = 40
~~8 X 10~~
= 80
5
10

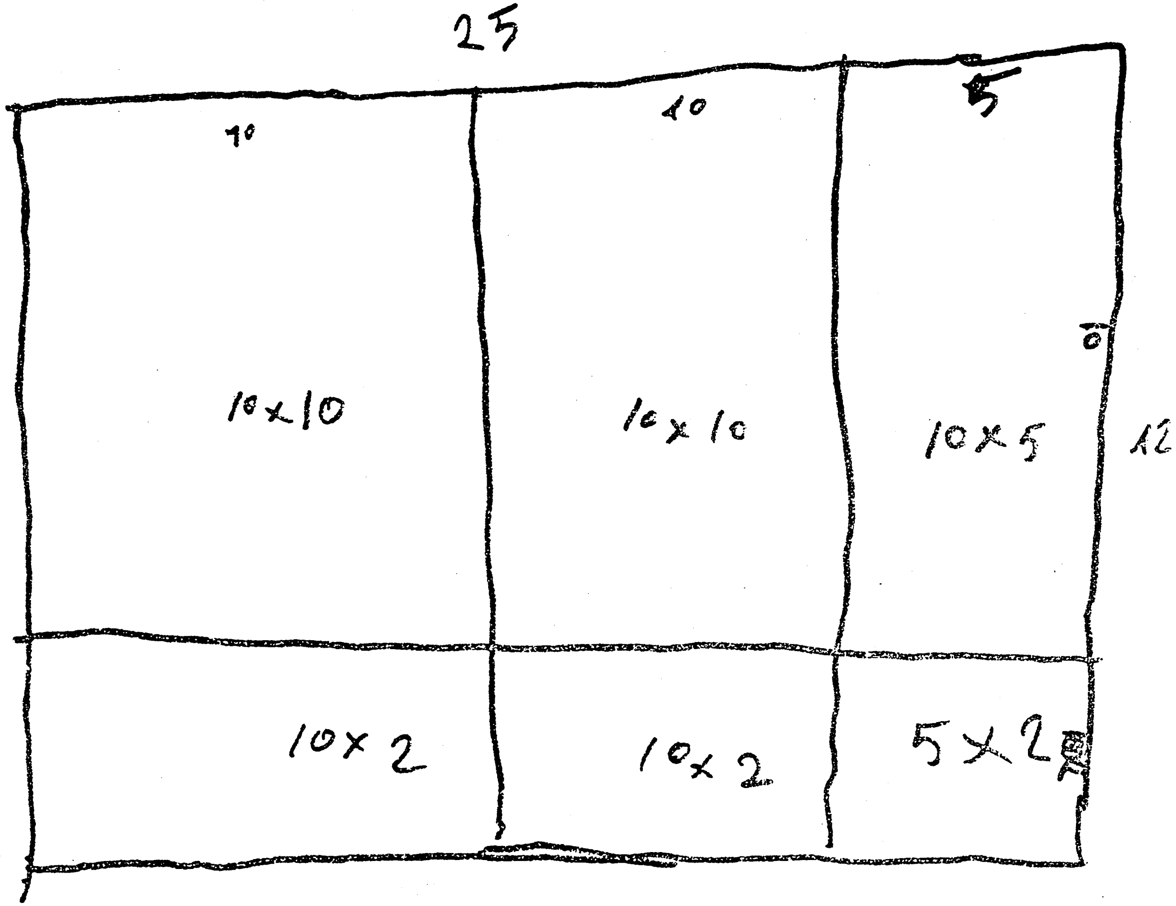


=717

$\boxed{25}$

Ishwara

-25 +



III - ANALYSE DES LECONS F 23 - F 24 et F 25

Dans les leçons F 23, F 24, F 25, les enfants avaient à calculer des produits du type 40 x 80, 30 x 50, etc en utilisant d'abord les méthodes qu'ils connaissaient : reconstitution et découpage, quadrillage, puis au fur et à mesure qu'ils découvraient la "loi des zéros"

$\overline{a0} \times \overline{b0} = (a \times b) \times 100$, en l'utilisant.

F 23 : les enfants, répartis en 4 groupes doivent calculer une liste de produits Les observateurs notent

- les méthodes utilisées par les enfants au cours des divers calculs
- la nature des échanges entre les enfants ;
  - donner des indications sur sa stratégie ..
  - intervenir pour modifier le travail de...
  - recevoir une estimation de
  - copier en silence sur
- la durée des divers calculs avec une échelle de pas 5 mn.

A la fin de la tranche horaire n 7, les enfants qui avaient découvert la règle des zéros sont venus dans chacun des groupes expliquer ce qu'ils avaient fait (moment indiqué par "0" sur les tableaux de résultats.

L analyse des tableaux ci-joints fait ressortir les résultats suivants :

Groupe 1

OBSERVATION DU 12 MARS

F 23

	80 x 70	30 x 40	90 x 90	60 x 80	70 x 70	90 x 70	80 x 80
Samir R	2 ↑ A^- B^+	3 ↑	3 ↑ A^- B^-	6 ↑ C^-	7 ↑ C^-	C^-	C^- ↑ 8
Patricia	80 x 70	30 x 40	90 x 90	60 x 80			80 x 80
	↑ A^- B^-	3 ↑ A^+	4 ↑ A^-	6 ↑ A^-	7 ↑		C^- ↑ 8
Stéphane	80 x 70	30 x 40					
	A^-	3 ↑ A^-	6 ↑	8 ↑			
Mario	80 x 70	30 x 40					
	A^-	3 ↑ A^-	6 ↑	8 ↑			
Bruno B	80 x 70	30 x 40	90 x 90				
	A^+	3 ↑ A^+	5 ↑ A^+	8 ↑			
Laurence	80 x 70	30 x 40	90 x 90				
	A^-	3 ↑ A^+	3 ↑ C^-	8 ↑			

A : quadrillage

B : réduction

C : écriture directe

1 ↑ - - - ↑ 2

5'

GROUPE 2

OBSERVATION DU 12 MARS

	80 x 70	90 x 90	30 x 40	60 x 80	70 x 70		
A Nathalie S	3 ↑	C^- 4 ↑	C^+ 5 ↑	C^-	C^+ 6/8 ↑		
B Béatrice F	80 x 70	90 x 90	30 x 40	60 x 80	70 x 70	90 x 70	80 x 80
	A^- 3 ↑	C^- 4 ↑	C^+ 5 ↑	C^+	C^+	C^+	C^+ 6/8 ↑
C Sylvie R	80 x 70	90 x 90	30 x 40	60 x 80	70 x 70	90 x 70	
	A^- B^- 3 ↑	C^+ 4 ↑	C^+ 5 ↑	C^-	C^-	C^- 6/8 ↑	
Isabelle E	80 x 70	30 x 40	90 x 90	60 x 80	70 x 70	90 x 70	80 x 80
	A^- E^- 3 ↑	C^+ 4 ↑	C^+ 5 ↑	C^-	C^-	C^-	C^- ↑
Sylvie P	80 x 70	30 x 40	90 x 90	60 x 80	70 x 70	90 x 70	80 x 80
	A^- B^- 3 ↑		5 ↑	C^-	C^-	C^-	C^- ↑

A : quadrillage
B : réduction
C : écriture directe

\+ : réussite
\- : échec

1 ↑- - - -↑ 2
5'

le numéro indique le N de la séquence - ce numérotage est fait par tranches de 5 mn.

GROUPE 3

OBSERVATION DU 12 MARS

	80 x 70	30 x 40	90 x 90	60 x 80	70 x 70		
Christian	↑2 A^-	↑8 ○					
Raymond	↑2 A^- B^-	↑3 C^+	↑4 C^- A^-	↑8 ○			
Philippe	↑2 A^-	A^+ B^+	↑4 A^+ B^-	↑8 ○			
Christophe	↑2 A^-	A^+ B^-	↑5 A^- B^-	↑8 ○			
Bruno	↑2 A^+ B^+	↑3 A^+ B^+	↑4 A^+ B^-	↑6 A^+ B^+	↑8 ○		

A : quadrillage

B : réduction

C : écriture directe

1 ↑- - - -↑ 2

5'

OBSERVATION DU 12 MARS.

GROUPE 4 -

	70 x 80	30 x 40	90 x 90	60 x 80	70 x 70	90 x 70	80 x 80
Isabelle	A^- B^- 3	4 A^+ B^-	5 A^- B^- 6	7	8		
Evelyne	A^+ B^- 3	A^+ B^+ 4	5 A^+ B^- 6	A^- B^+ 7	C^+	C^+	C^+ 8
Corinne	A^+ 3	A^+ B^+ 4	5 A^+ B^- 7	8			
Nouara	A^- 3	A^+ B^+ 4	5 A^+ B^-	6 7	C^-	C^-	
Corinne S	A^+ B^- 3	A^+ B^+ 4	5 A^+ B^+ 6	7	C^+	C^+	C^+ 8
Frédéric	A^+ B^- 3	4 A^+ B^+	5 A^+ B^+ 6	7 A C^-	C^+	C^+	C^+ 8

A :quadrillage

B : Réduction

C : écriture directe

1 2

5

GROUPE 1 :

- Un enfant utilise le produit direct au bout de 15 mn pour le 3ème produit (90 x 90) (mais résultat faux) ; mais il ne fait ensuite aucun autre produit.

- Un enfant utilise le produit direct au bout de 30 mn pour le 4ème produit (60 x 80) ; il l'utilisera pour tous les autres produits (3) qu'il fait en 5 mn, mais ils sont tous faux. Il avait découvert le système par lui-même.

Les autres enfants ne découvrent pas cette méthode et ne font d'ailleurs que peu de produits ; ils ne profitent pas de l'intervention extérieure sauf un enfant pour le dernier produit (qu'il fait faux).

Il n'y a donc dans ce groupe pratiquement pas communication du savoir (puisque la seule communication efficace est venue de l'extérieur du groupe)

GROUPE 2 :

5 enfants.

- 4 enfants sur les 5 utilisent très rapidement le produit direct au bout de 15 minutes pour le 2ème produit (90 x 90 ou 30 x 40) et l'utiliserons jusqu'au bout (certains justes, d'autres faux). Ils effectuent pratiquement tous les produits mais en communiquant très peu.

- Le dernier enfant découvre cette écriture au bout de 25 minutes, et l'utilise jusqu'au bout (mais tout faux).

Mais apparemment il ne l'a pas découverte grâce aux communications puisqu il ne parle à personne et que personne ne lui parle.

Là encore on ne peut pas dire que les communications fassent progresser les découvertes.

GROUPE 3 :

5 enfants.

- un seul écrit directement le produit au bout de 15 minutes pour le 2ème produit.

- aucun des autres ne le fait, l'intervention de ceux qui ont trouvé au bout de 35 minutes, n'est pas suivie de progrès puisque aucun enfant de ce groupe ne calcule de produit après.

- les communications au sein du groupe sont très restreintes.

Il n'y a donc pas communication du savoir.

.../...

GROUPE 4 :

6 enfants

- un seul enfant écrit directement le 4ème produit au bout de 35 minutes
- mais l'intervention extérieure de ceux qui avaient trouvé la règle dans l autre groupe, est suivie d effets :

3 enfants se lancent dans le calcul de nouveaux produits en utilisant la règle, celui qui l avait trouvé seul la réemploie pour 3 autres produits

Pour ce groupe, la communication du savoir n'a pas eu lieu à l'intérieur du groupe, mais elle a été apportée de l extérieur

Sur l'ensemble de la classe :

(*) 5 enfants ont utilisé la règle des 0 dès le 2ème produit 1 à partir du 3ème, 3 à partir du 4ème, 3 à partir du 5ème, 9 ne l ont jamais utilisé. L'échange entre les enfants qui ont trouvé et les autres permet à 4 de ces derniers d utiliser à leur tour la règle.

La leçon F 24 a été consacrée à la validation de la loi des zéros. Elle ne se prêtait pas à l analyse.

F 25 : La leçon F 25 a comporté 2 phases :
- dans la 1ère, les enfants avaient à calculer un produit en dessinant le quadrillage
- dans la 2ème, ils pouvaient utiliser la méthode qu ils voulaient

L'analyse du tableau de résultats ci-joint montre que tous les enfants ont utilisé la loi des zéros, pratiquement sans erreur.

(*) les 5ème, 6ème, 7ème produits n'ont été calculés que par les enfants ayant utilisé la loi des zéros, les autres n ayant pas eu le temps ou l envie de le faire.

Pour le 4ème, il est calculé par 10 enfants/21, 3 utilisant les quadrillages, 7 la loi des zéros

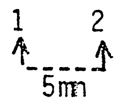
GROUPE 1

OBSERVATION DU 15 MARS.

		90 x 30	50 x 50	70 x 60	60 x 50	30 x 50		
A	Christian	A^+ C^+	C^+	C^+	C^+	C^+		
C	Stéphane	50 x 50						
		A^+, B^+	C^+	C^+	C^+	C^+		
D	Christophe	70 x 60						
		A^+ C^+	C^+	C^+	C^+	C^+		
E	Bruno ALLICAR	60 x 50						
		A^+ C^+	C^+	C^+	C^+	C^+		

A : quadrillage
B : Réduction
C : écriture directe

\+ exact
\- faux
0 omis



GROUPE 2

OBSERVATION DU 15 MARS

		90 x 70	50 x 50	70 x 60	60 x 50	30 x 90		
A	Nathalie S	A^- C^+	C^+	C^+	C^+	C^+		
B	Béatrice F	80 x 80						
		A^+ C^+	C^+	C^+	C^+	C^+		
C	Sylvie R	50 x 50						
		A^+ C^+	C^+	C^+	C^+	C^+		
D	Isabelle E	70 x 60						
		A^+ C^+	C^+	C^+	C^+	C^+		
E	Sylvie P.	60 x 50						
		A^+ B^-	C^+	C^+	C^-	C^+		

A : quadrillage

B : réduction

C : écriture directe

1 2

5'

GROUPE 3

OBSERVATION DU 15 MARS.

		90 x 70	50 x 50	70 x 60	60 x 50	30 x 90		
A	Samir RONCIN	A^+ B^+	C^+	C^-	C^+	C^+		
C	Nora	50 x 50						
		A^+ B^-	C^+	C^+	C^+	0		
D	Mario	70 x 60						
		A^- B^-	C^+	C^+	C^+	0		
E	Bruno	60 x 50						
		A^+ B^+	C^+	C^+	C^+	C^+		
F	Corinne	30 x 90						
		A^+ B^-	C^+	C^-	C^-	0		

A : quadrillage

B : réduction

C : écriture directe

1 2

5'

GROUPE 4 OBSERVATION DU 15 MARS.

			C	D	E	F		
		90 x 70	50 x 50	70 x 60	60 x 50	30 x 90		
A	Isabelle BORJA	A^+ B^-	C^+	C^+	C^+	C^+		
B	Evelyne DEL GRATTA	80 x 80						
		A^+ B^+	C^+	C^+	C^+	C^+		
C	Patricia POUSSAIN	50 x 50						
		A^+ C^+	C^+	C^+	C^+	C^+		
D	Laurence PERIN	70 x 60						
		A^+ B C^+	C^+	C^+	C^+	C^+		
E	Corinne SERVOLLE	60 x 50						
		A^+ B^+	C^+	C^+	C^+	C^+		
F	Frédéric COLIN-DAUBERCIES	30 x 90						
		A^+ B^+	C^+	C^+	C^+	C^+		

A : quadrillage

B : réduction

C : écriture directe

1 2

5'