Université Bordeaux I

IREM de Bordeaux
40, rue Lamartine
33400 Talence

50 Défis

pour

Petits et Grands

Enoncés

Gérard Vinrich

Tirage 09.2001

DÉFI

Provocation à une lutte, à un effort de dépassement.

La croissance est considérée par certains auteurs comme une succession de défis. L'émergence d'une capacité entraîne chez l'enfant le désir d'essayer ce pouvoir neuf ; la réussite a pour lui la valeur d'exploit.

DICTIONNAIRE ENCYCLOPEDIQUE DE PEDAGOGIE GENERALE

Les 50 DEFIS dont les énoncés figurent dans ce fascicule sont pour la plupart connus. Ils ont cependant la particularité d'avoir été, depuis plusieurs années, proposés simultanément

- *aux Enfants de Cours Moyen (4 énoncés sur 5)*
- *aux Normaliens*
- *aux Instituteurs en Formation Continue*

Les tableaux qui suivent indiquent si les DEFIS ont été proposés au Cours Moyen ainsi qu'une idée approximative du thème mathématique correspondant à chaque énoncé.

Dans un deuxième fascicule nous développerons les réactions, les résultats et les commentaires concernant ces 50 DEFIS.

BON COURAGE !...

- A -

DEFI

"LE NOMBRE MANQUANT"

Trouvez le nombre qui peut logiquement remplacer le point d'interrogation.

13 72

25 84

48 31

?

27

DEFI

"DEUX-DEUX-DEUX"

Etant donné trois chiffres a, b et c tous différents.

* Ecrire tous les nombres de trois chiffres formés de ces trois chiffres.

* En faire la somme S.

* Rechercher le quotient de S par (a+b+c)

CURIEUX ! On obtient toujours ce même résultat.

POURQUOI ?

DEFI

"ADDITIONS"

Reconstituer les additions sachant qu'une même lettre correspond à un même chiffre.

$$\begin{array}{cccc} & a & 8 & 7 \\ + & a & b & 7 \\ \hline & 9 & 8 & 4 \end{array} \qquad \begin{array}{cccc} & n & i & n \\ + & n & i & n \\ \hline 1 & 3 & 9 & 2 \end{array}$$

moins facile...

$$\begin{array}{ccccc} & A & A & A & A \\ + & B & B & B & B \\ + & C & C & C & C \\ \hline B & A & A & A & C \end{array} \qquad \begin{array}{cccc} & E & V & E \\ + & E & V & E \\ \hline A & D & A & M \end{array}$$

DEFI

"PRODUIT"

* On veut calculer L x H sachant que

$$L = a + b + c$$

$$H = d + e = f + g$$

a, b, c, d, e, f, g sont des naturels.

* On connait les renseignements suivants:

$b \times f = 91$	$c \times d = 16$
$e \times c = 64$	$d \times a = 18$
$a \times e = 72$	$b \times g = 39$

Combien vaut le produit L x H ?

DEFI

"X. . . Y. . . Z"

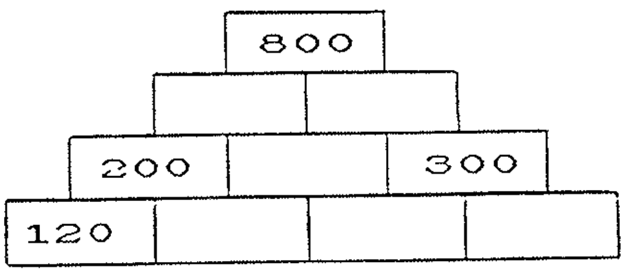
Reconstituer la soustraction sachant qu'une même lettre correspond à un même chiffre.

$$\begin{array}{rccc} & X & X & Y \\ - & & Z & X \\ \hline & & X & Z \end{array}$$

DEFI

"PYRAMIDE"

Sachant que dans chaque brique, le nombre mentionné est égal à la somme des deux nombres qui se trouvent dans les deux briques situées au-dessous de lui, reconstituer cette pyramide de nombres.



DEFI

"BORNES"

Pierre se dirige vers AGEN en roulant à vitesse constante. Il croise d'abord une borne kilométrique portant deux chiffres. Une heure plus tard il croise une borne portant les deux mêmes chiffres mais inversés. une heure plus tard enfin, il croise une troisième borne, portant les mêmes chiffres séparés par un zéro.

A quelle vitesse roule Pierre ?

DEFI

"A PROPOS DE DIVISION"

- Je crois me souvenir d'une "division" dont j'ai oublié le détail, mais il me semble que:

* le dividende était plus petit que 3000,

* le quotient était 82,

* le reste 47.

Quels pouvaient bien être le dividende et le diviseur ?

- Y-a-t'il des naturels de deux chiffres qui, divisés par 37, donnent un quotient égal au reste ?

DEFI

"PAR 7, 11, 13"

Soit un nombre de trois chiffres xyz.

* Le réecrire à droite du premier pour former un nombre de six chiffres xyzxyz

Par exemple : 825825

* Diviser ce nombre par 7, puis le quotient obtenu par 11, puis le nouveau quotient par 13

OH MIRACLE ! qu'obtient-on comme dernier quotient ?

POURQUOI ?

DEFI

"TABLEAU DE NOMBRES"

Considérons le tableau suivant:

0	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23				

* Dans quelles colonnes se situent les nombres

50, 1449, 2000, 14569

* Trouver les nombres de la colonne 6 compris entre 3500 et 3530

DEFI

"OPERATIONS BIZARRES"

OPERATION 1

Quel nombre à la place du point d'interrogation ?

8*4 = 23   4*3 = 21

6*7 = 24   7*7 = ?

OPERATION 2

Quel nombre à la place du point d'interrogation ?

3&5 = 16   2&7 = 18

1&1 = 4   4&1 = ?

OPERATION 3

Quel nombre à la place du point d'interrogation ?

5#4 = 12   7#8 = 42

9#3 = 16   6#6 = ?

OPERATION 4

Quel nombre à la place du point d'interrogation ?

9'1 = 82   2'3 = 13

2'5 = 29   4'6 = ?

OPERATION 5

Quel nombre à la place du point d'interrogation ?

3!2 = 25   1!3 = 16

4!5 = 81   1!2 = ?

DEFI

"SUITES LOGIQUES"

Des règles permettent de construire les suites de nombres ci-dessous; il s'agit de découvrir ces règles afin de compléter chaque suite.

1 ; 2 ; 4 ; 7 ; 11 ; 16 ; ___

6 ; 9 ; 5 ; 8 ; 4 ; 7 ; ___

1 ; 2 ; 6 ; 12 ; 36 ; 72 ; ___

7 ; 15 ; 31 ; 63 ; 127 ; ___

1 ; 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 8 ; 13 ; 21 ___

2 ; 3 ; 6 ; 9 ; 36 ; 41 ; 246 ; ___

DEFI

"BANQUE"

Dans une banque, le directeur, le balayeur et le caissier ont pour prénoms (mais pas nécessairement dans cet ordre):

PASCAL - QUENTIN - RENE

* Le directeur est célibataire.

* Le balayeur est fils unique.

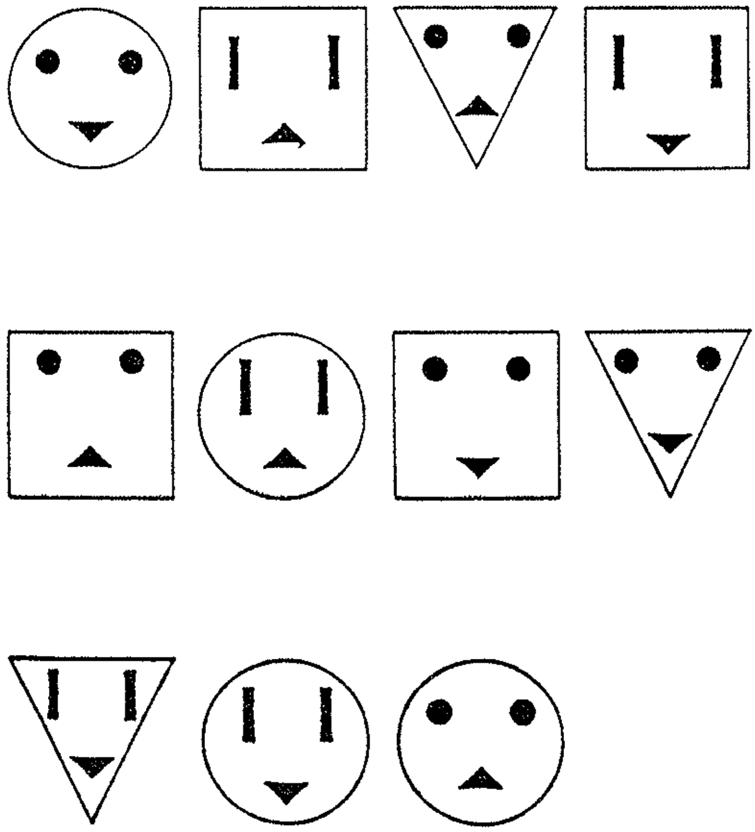
* RENE qui n'est pas balayeur a épousé la soeur de PASCAL.

Quel est le prénom du directeur, du balayeur et du caissier ?

DEFI

"MASQUES"

Il manque un masque dans la série ci-dessous, lequel ?



DEFI

"VILLE"

Dans une certaine ville, sur 100 hommes il y a 75 hommes mariés et 60 hommes qui ont le téléphone.

Quel est le nombre maximum de ceux qui à la fois sont mariés et ont le téléphone ?

Quel est le nombre minimum ?

DEFI

"TROUVEZ LES CHIFFRES"

Trouvez les trois chiffres qui composent ce nombre sachant que:

1 2 3 n'a aucun chiffre commun

4 5 6 a un chiffre commun à la bonne place

6 1 2 a un chiffre commun mais mal placé

5 4 7 a un chiffre commun mais mal placé

8 4 3 a un chiffre commun à la bonne place

DEFI

"TROUVEZ LA CLE"

TARD

PROU

AVEC

BRAI

LEUR

FLIC

DOUX

TYPE

Ces huit mots de quatre lettres cachent le mot clé commandant l'ouverture d'un coffre. Le mot clé a quatre lettres. Chaque mot de la liste a exactement une lettre commune avec le mot clé et elle est à sa place.

Quel est ce mot clé ?

DEFI

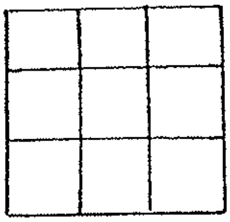
"VOISINAGE"

Il s'agit de découvrir si les cases d'un carré sont blanches ou noires.

Pour chacune des cases, on connaît le nombre de cases noires "VOISINES" y compris la case elle même (9 au maximum).

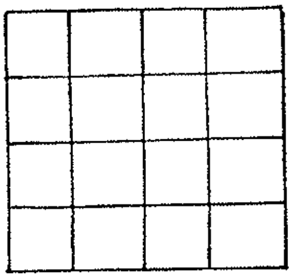
3	5	4
4	6	4
2	3	2

?



0	1	3	3
2	4	6	5
2	4	5	4
2	3	3	2

?



DEFI

"QUI FAIT QUOI?"

André, Bernard et Claude sont, dans un ordre peut-être différent, mécanicien, contrôleur et barman sur un train. Pour tenter de savoir quelle est la fonction de chacun, on a recueilli les quatre affirmations suivantes:

* Claude n'est pas le contrôleur
* André n'est pas le mécanicien
* Claude est le mécanicien
* André n'est pas le contrôleur

Une de ces affirmations est exacte et les trois autres fausses.

Quelle est la fonction de chacun?

DEFI

"PARKING"

Dans un parc à voitures il y a :

* 16 Renault
* 27 voitures claires
* Parmi les voitures qui ne sont pas claires; 4 Renault et 28 autres voitures

Quel est le nombre total de voitures dans ce parc ?

DEFI

"LE SONDAGE"

Un certain produit se vend liquide ou en poudre. Un sondage fait ressortir les faits suivants:

* Le tiers des personnes interrogées n'utilisent pas le liquide.

* 500 personnes utilisent à la fois le liquide et la poudre.

* Le quart des personnes interrogées n'utilisent pas la poudre.

* Le douzième des personnes interrogées n'utilisent pas du tout le produit.

Combien de personnes ont été interrogées au cours de ce sondage ?

DEFI

"QUI EST QUI ?"

ANDRE, BERNARD, CHARLES et DENIS sont quatre amis. Nous avons sur eux les renseignements suivants:

* ANDRE rencontre souvent l'instituteur et CHARLES.

* Le Docteur soigne CHARLES et ANDRE

* Chaque vendredi, le docteur et le pharmacien font une partie de cartes avec BERNARD et CHARLES.

Au fait, il y a parmi eux un capitaine...

QUI EST-CE ?

DEFI

"ENQUETE"

Dans une école de 500 enfants, une enquête sur la lecture d'illustrés donne les résultats suivants:

* 260 enfants lisent PIF,

* 250 enfants lisent TITI,

* 180 enfants lisent MICKEY,

* 50 enfants lisent MICKEY et TITI,

* 70 enfants lisent MICKEY et PIF,

* 130 enfants lisent PIF et TITI,

* 10 enfants lisent ces trois illustrés.

Combien d'enfants ne lisent aucune de ces trois revues ?

DEFI

"LES CHAUSSETTES"

Jean-Michel a dans un tiroir:

* 8 chaussettes bleues,
* 10 chaussettes noires,
* 6 chaussettes blanches,
* 4 chaussettes grises,
* 6 chaussettes marrons,

Les chaussettes sont pèlè-mèle et Jean-Michel en prend un certain nombre, dans le noir, sans voir les couleurs .

Combien de chaussettes doit-il prendre AU MINIMUM pour être absolument certain d'en avoir au moins deux chaussettes de la même couleur?

DEFI

"LOGIQUE"

Voici dix propositions logiques; combien de propositions sont VRAIES et lesquelles ?

1°) Il y a une proposition fausse parmi les dix

2°) Il y a deux propositions fausses parmi les dix

3°) Il y a trois propositions fausses parmi les dix

4°) Il y a quatre propositions fausses parmi les dix

5°) Il y a cinq propositions fausses parmi les dix

6°) Il y a six propositions fausses parmi les dix

7°) Il y a sept propositions fausses parmi les dix

8°) Il y a huit propositions fausses parmi les dix

9°) Il y a neuf propositions fausses parmi les dix

10°) Il y a dix propositions fausses parmi les dix

DEFI

"COURSE"

Pour une course à laquelle participent MARCEL, PIERRE, RENE, JACQUES, ANDRE et CLAUDE, on donne les renseignements suivants:

* RENE est arrivé avant MARCEL ------- VRAI

* JACQUES est arrivé avant PIERRE ---- FAUX

* CLAUDE est arrivé avant ANDRE ------ VRAI

* ANDRE est arrivé avant MARCEL ------ FAUX

* JACQUES est arrivé avant ANDRE ----- VRAI

* CLAUDE est arrivé avant PIERRE ----- FAUX

1°) Quel fut dernier de la course ?

2°) Quels sont les deux enfants susceptibles d'avoir remporté la course ?

DEFI

"CARTES"

On dispose de cartes dont chacune porte une lettre sur une face et un nombre sur l'autre. Celui qui a construit les cartes s'est donné le règle suivante: - Pour toutes les cartes, si elles portent une CONSONNE d'un côté, elles portent un nombre PAIR de l'autre -

Voici quatre cartes

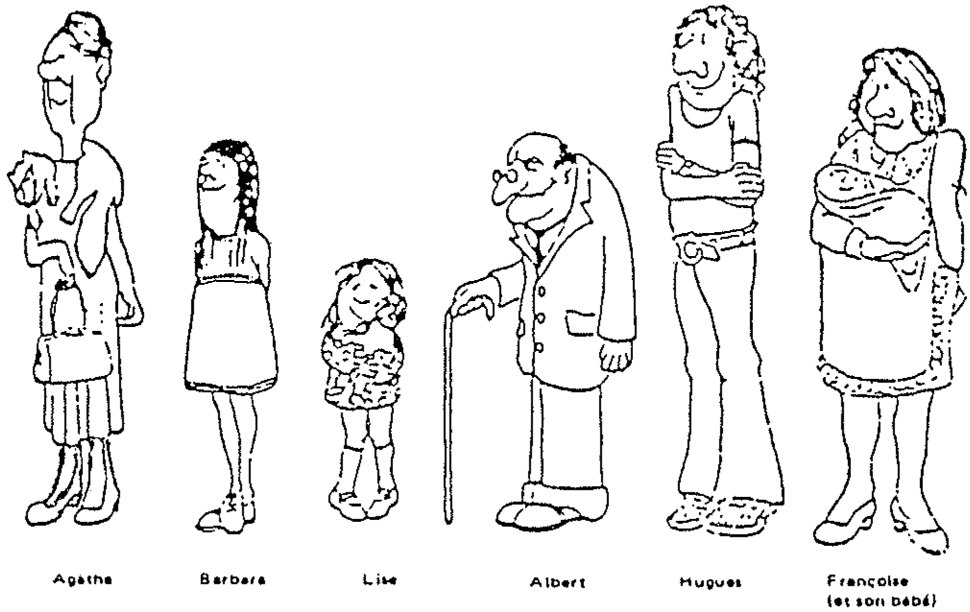
A	4	D	7

Quelles sont les cartes qu'il faut retourner (AU MINIMUM) pour s'assurer que la règle est respectée ?

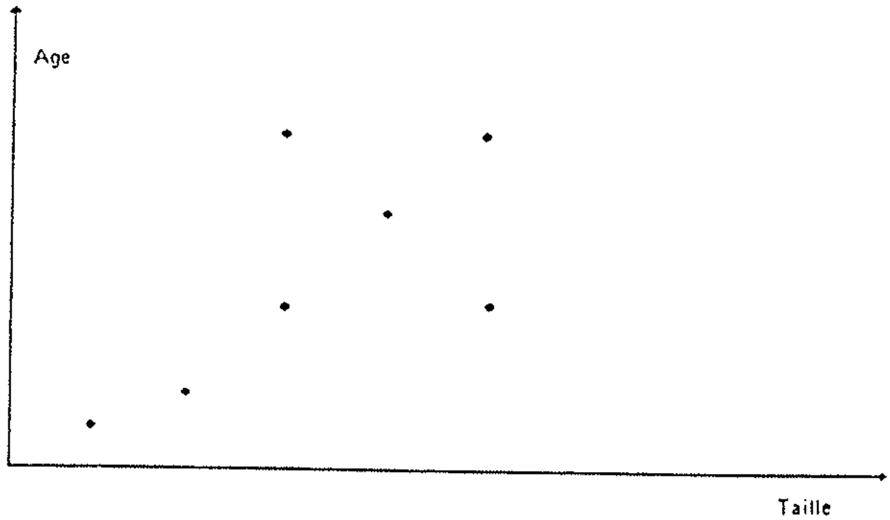
DEFI

petit x n° 11 pp. 90 à 92, 1986

" GRANDS—PETITS "

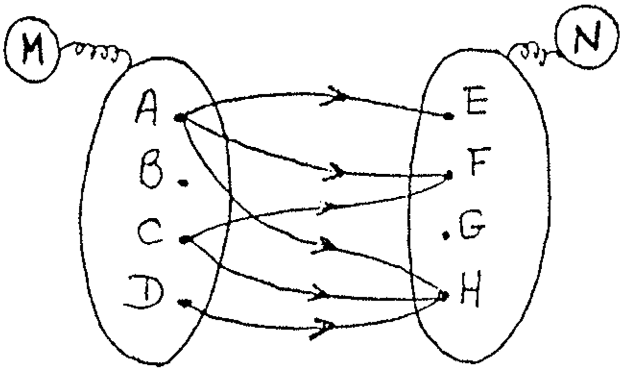


Chaque personne est représentée par un point sur le graphique. Mets à côté de chaque point le nom de la personne qu'il représente.



DEFI

"LES 8 ENFANTS"



Soit 8 enfants: Annie (A); Béatrice (B); Claude (C); Daniel (D); Eliane (E); Françoise (F); Guy (G) et Henri (H).

Ci-dessus le diagramme sagittal de la relation de M vers N ayant pour lien verbal:
..."est pus âgé que"...

Peut-on ranger les 8 enfants du plus jeune au plus âgé en utilisant les renseignements tirés de ce diagramme ?
(les âges sont tous différents)

DEFI

"LES 3 SINGES"

Trois singes trouvent un tas de noix de coco.

- Le premier prend la moitié du tas plus une demi-noix de coco.

- Le deuxième prend la moitié de ce qui reste plus une demi-noix de coco.

- Le troisième prend aussi la moitié de ce qui reste plus une demi-noix de coco.

Il reste alors exactement une noix.

Combien y-avait-il de noix dans le tas initial ?

DEFI

"LES 3 MAISONS"

Trois personnes de trois nationalités différentes habitent les trois premières maisons d'une rue. Chaque personne a un métier différent.

1°) Le français habite la maison rouge.

2°) L'allemand est musicien.

3°) L'anglais habite la maison du milieu.

4°) La maison rouge est à côté de la verte.

5°) L'écrivain habite la première maison.

Quelle est la nationalité de l'écrivain ?

Qui habite la maison jaune ?

DEFI

"LES 3 PERROQUETS"

C'est un dialogue entre un mousse (M) et son capitaine (C). Le mousse veut savoir les âges des trois perroquets du capitaine.

C - Le produit de leur âges est égal à 36.

M - Cela ne me suffit pas !

C - A tous les trois, ils ont ton âge.

M - Cela ne me suffit pas !

C - Le plus vieux est le plus bavard.

Le mousse donne alors les âges des trois perroquets !

Quel est son raisonnement ?

DEFI

"AVEC 1-2-3-4"

En utilisant les symboles ci-dessous, compléter chaque ligne pour obtenir une égalité.

+ ; – ; x ; ( )

1	2	3	4	=	0
1	2	3	4	=	1
1	2	3	4	=	2
1	2	3	4	=	4
1	2	3	4	=	5

10	=	4	3	2	1
13	=	4	3	2	1
19	=	4	3	2	1
21	=	4	3	2	1
24	=	4	3	2	1

DEFI

"UNE HISTOIRE DE POULES"

Sachant que 34 poules pondent 34 douzaines d'oeufs en 34 jours et que 17 poules mangent 17 kilos de grains en 17 jours

Combien faut-il de grains pour obtenir une douzaine d'oeufs ?

DEFI

"AUGMENTATION"

Le côté d'un carré s'allonge de 3%

1) - De quel pourcentage croît le PERIMETRE de ce carré ?

Parmi les réponses recueillies chez les enfants, voici les plus fréquentes:

12% 3% 6% 9%

Quelle est la bonne réponse ?

2) - De quel pourcentage croît approximativement l'AIRE de ce carré ?

Parmi les réponses recueillies chez les enfants, voici les plus fréquentes:

12% 3% 6% 9%

Quelle est la bonne réponse ?

DEFI

"UNE HISTOIRE DE VACHES"

Un fermier a de la nourriture pour nourrir 6 vaches pendant 60 jours. Il achète 2 vaches de plus. Pendant combien de temps pourra-t-il nourrir tout son troupeau ?

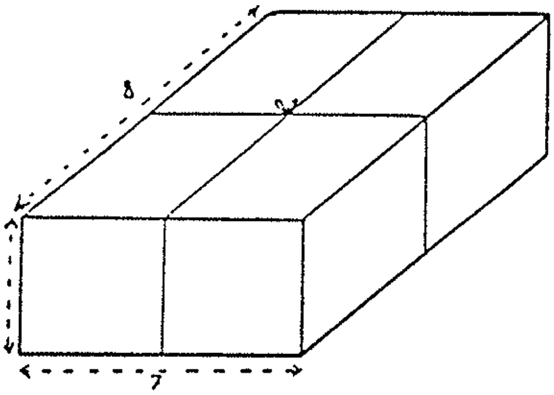
DEFI

"ACTIVITE... FICELLE"

«petit x» n° 9 pp. 26 à 27, 1986

1 Voici un carton ficelé de dimensions 5, 7 et 8.

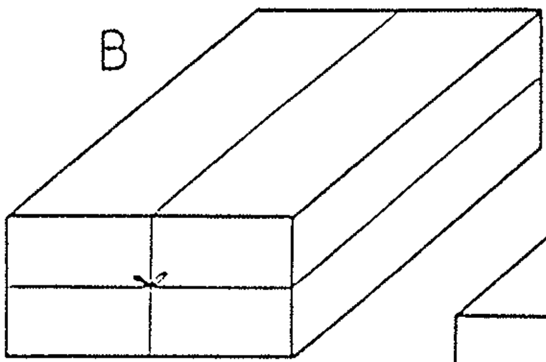
A



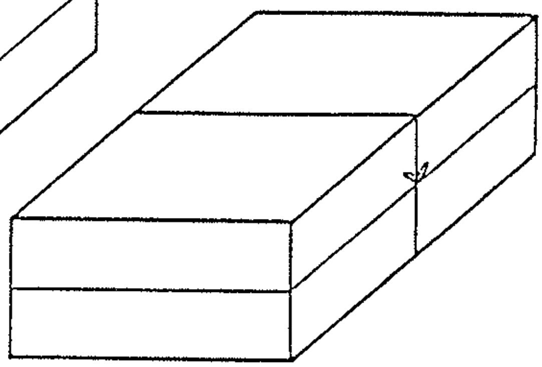
Calcule la longueur de la ficelle utilisée (sans tenir compte du nœud).

2 Voici deux autres façons de ficeler ce carton.

B



C



Calcule dans chacun des cas la longueur de la ficelle utilisée.
Quelle est la façon qui utilise le moins de ficelle ?

3 Considère maintenant un carton de dimensions a, b et c vérifiant :

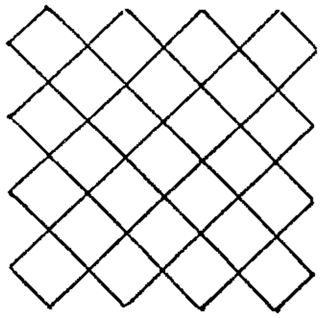
$$a < b < c.$$

Quelle précaution doit-tu prendre lorsque tu veux utiliser le moins de ficelle possible pour ficeler un carton ?

DEFI

"QUINCONCES"

Nous dirons que la figure ci-dessous est un quinconce carré de côté 4.



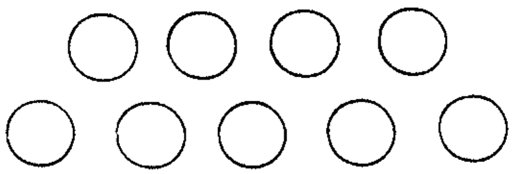
Il a fallu 25 "petits" carrés pour le construire. on note S(4)=25

* Calculez S(1), S(2), S(3), S(5)

* Généralisez le problème en calculant S(n)

DEFI

"LA PIECE FAUSSE"



Soit 9 pièces dont une fausse plus lourde que les autres.

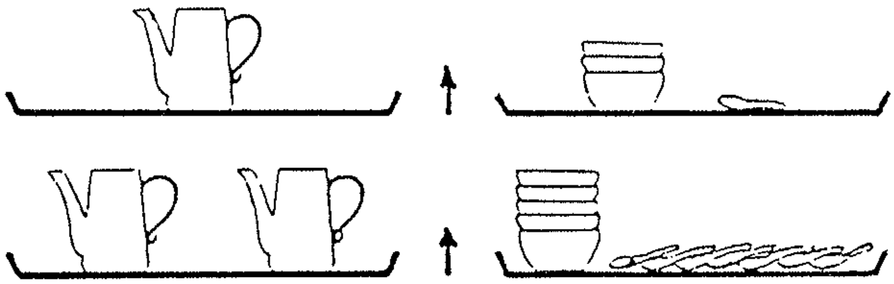
Avec une balance (type Roberval), on peut trouver la fausse pièce en 2 pesées seulement...

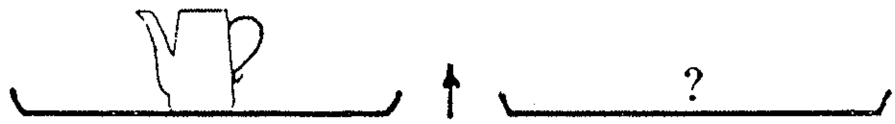
COMMENT FAIRE ?

DEFI

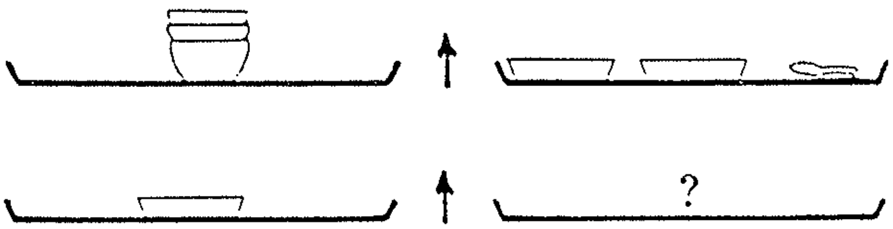
"CUILLERES"

Sur les plateaux de ces balances il y a des pots, des bols et des petites cuillères.
Ces balances sont en équilibre.





Combien faut-il mettre de petites cuillères sur le plateau de droite pour que la balance soit en équilibre ?



Maintenant avec des assiettes.

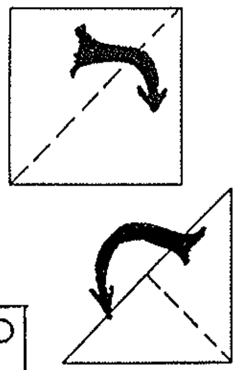
Combien faut-il de petites cuillères pour que la balance soit en équilibre avec une assiette dans le plateau de gauche.

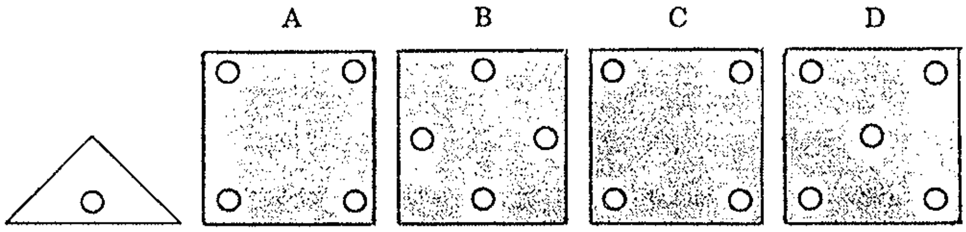
«petit x» n° 10 p. 52. 1986

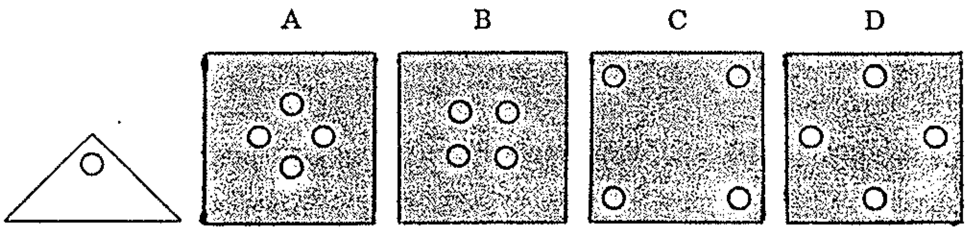
DEFI

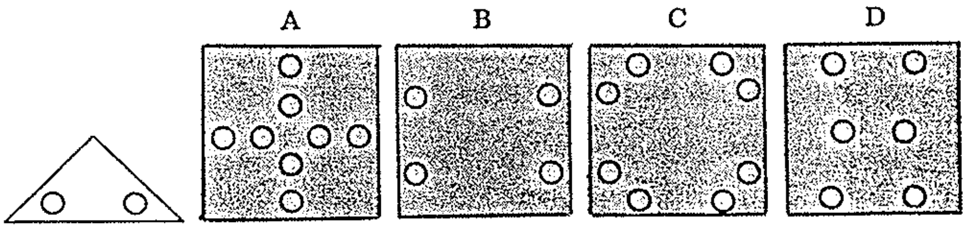
"PENSEE VISUELLE"

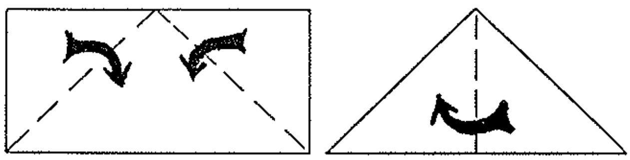
Supposons qu'un morceau de papier ait été plié puis troué comme l'indique les figures. retrouver dans chaque cas le morceau déplié correspondant.

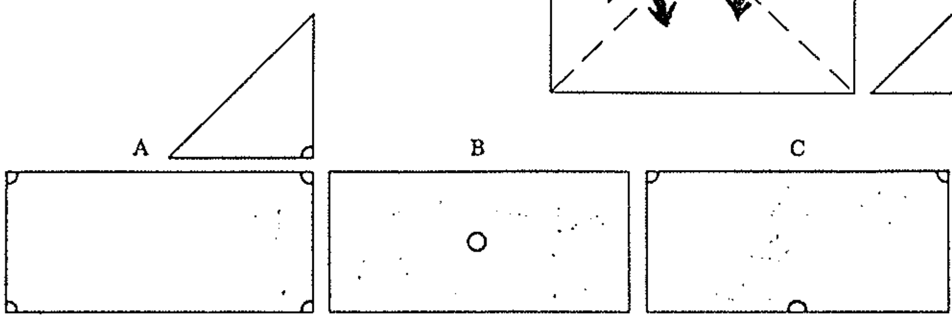


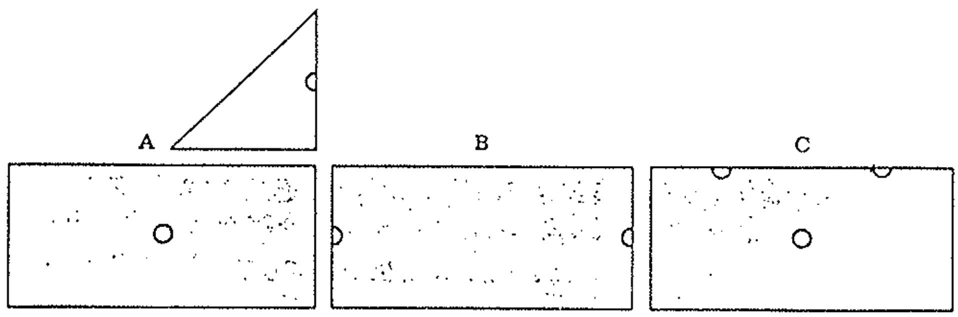








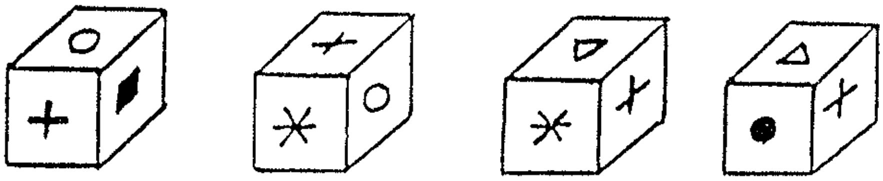




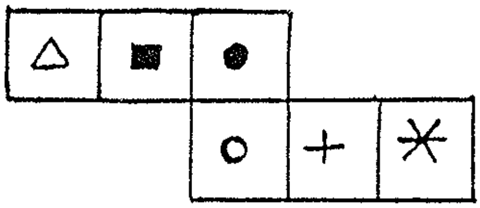
Extrait de
JEUX D'INTELLIGENCE
Ernest Ott

DEFI

"BOITE"



L'une de ces quatre boîtes a été décollée puis dépliée; voila ce qu'elle est devenue:

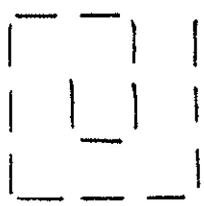


Quelle est la boîte qui a été ainsi dépliée ?

DEFI

"LES ALLUMETTES"

1°)



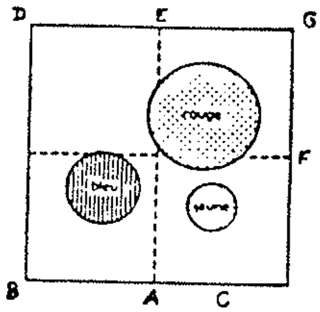
Déplacer 3 allumettes pour obtenir 2 carrés et 2 seulement.

2°)

Déplacer 2 allumettes pour obtenir 4 carrés de "même taille" et 4 seulement.

DEFI

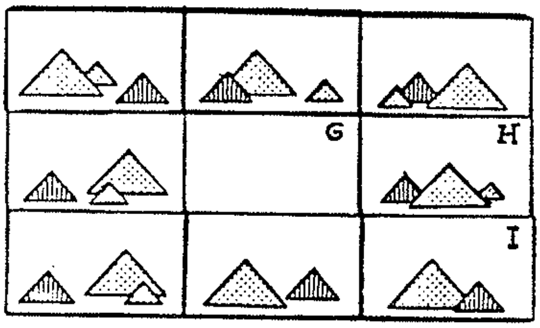
"LES TROIS CONES"



Cette figure représente, en vue de dessus, trois cônes posés sur une table.

A, B, C, D, E, F, G, sont des observateurs situés autour de la table.

* Placer, sur chaque case du tableau ci-dessous où ne figure pas la lettre, la lettre de l'observateur dont le point de vue offre l'image de la case.



* Dessiner le point de vue de l'observateur G

* Inversement peut-on placer correctement les observateurs H et I autour de la table ?

DEFI

"TABLE RONDE"

DURAND est boucher, il préside la table ronde des "petits" commercants de la rue, qui comprend également un épicier, un boulanger et un buraliste

* DURAND est assis à la gauche de DUPONT;

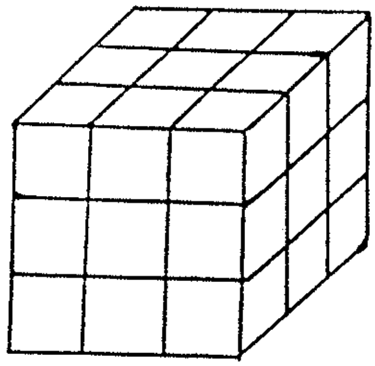
* VINCENT est assis à la droite de l'épicier;

* EMILE, assis en face de DUPONT n'est pas le boulanger.

Que fait VINCENT ?

DEFI

"CUBE"



Imaginez le cube ci-dessus réalisé avec des "petits" cubes non peints. On décide de peindre les 6 faces de ce "grand" cube.

Conbien de "petits" cubes seront ainsi peints sur 0 face, 1 face, 2 faces, etc...?

Généralisez le problème avec un "grand" cube d'arête n.

DEFI

"TABLE HEXAGONALE"

Trois garçons: ALEXANDRE, BENOIT et CHRISTIAN ainsi, que trois filles XAVIERE, YVONNE et ZENOBIE sont assis autour d'une table hexagonale où ils prennent leur déjeuner.

* ALEXANDRE a une fille en face de lui;

* Celle-ci a une fille placée à sa droite;

* BENOIT n'est pas à côté d'ALEXANDRE;

* XAVIERE est entre deux garçons;

* ZENOBIE n'est pas en face de XAVIERE.

Comment sont assis nos convives ?

DEFI

Adapté de
"Petit x" n°3 1983

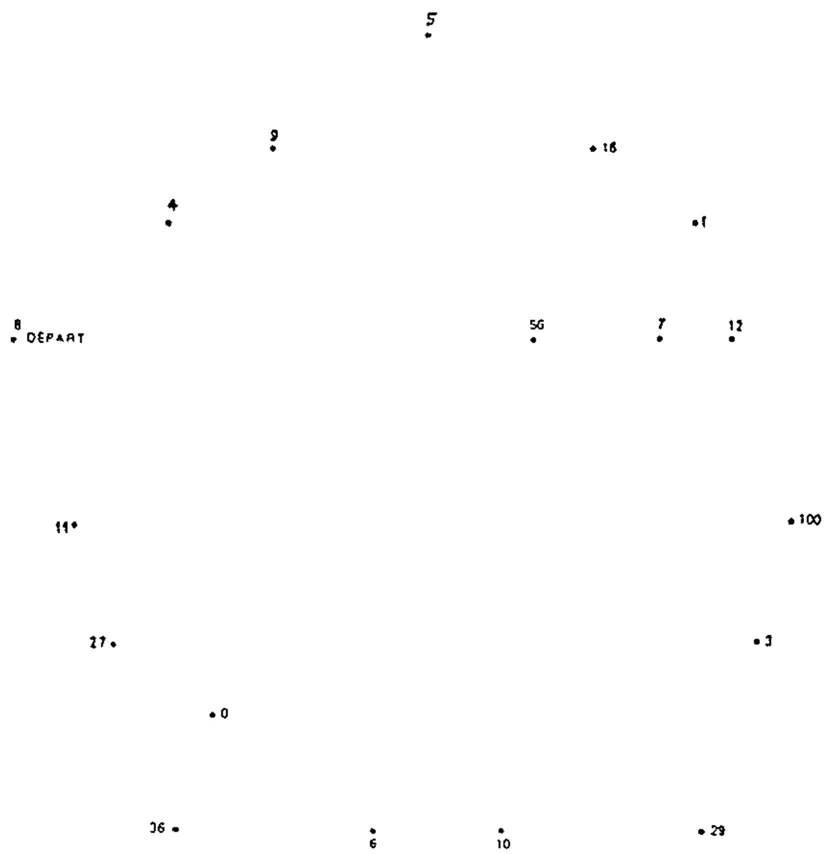
DESSIN GEOMETRIQUE

(Avec des opérations à trous)

Sur la partie droite: avec ta règle, joins le point de départ (8) au point 7 (solution du premier ■), puis le point 7 au point dont le nom est la solution du deuxième ■ ... et ainsi de suite.

1)	2 × ■ = 14	■ = 7
2)	■ + 8 = 16	■ =
3)	17 × ■ = 51	■ =
4)	3 × 3 × 3 = ■	■ =
5)	0 × 58 = ■	■ =
6)	25 : ■ = 5	■ =
7)	7 × 8 = ■	■ =
8)	2 × ■ + 1 = 19	■ =
9)	32 : 8 = ■	■ =
10)	3 × ■ = 18	■ =
11)	■ - 12 = 17	■ =
12)	3 × ■ = 24	■ =
13)	20 - ■ = 16	■ =
14)	22 - ■ = 11	■ =
15)	■ - 8 = 8	■ =
16)	108 : ■ = 12	■ =

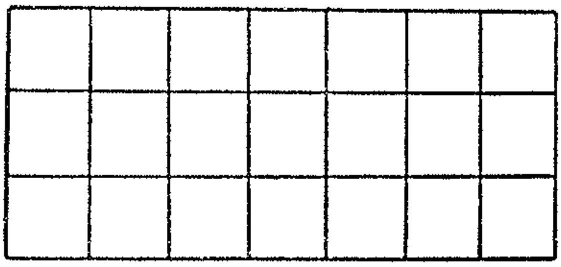
17)	2 × ■ - 2 = 8	■ =
18)	1 × 1 × 1 = ■	■ =
19)	4 × ■ = 28	■ =
20)	2 × 2 × 3 = ■	■ =
21)	1000 : 10 = ■	■ =
22)	100 - ■ = 44	■ =
23)	■ + 2 = 31	■ =
24)	50 - ■ = 35	■ =
25)	35 : 35 = ■	■ =
26)	36 : 3 = ■	■ =
27)	■ + ■ + ■ = 45	■ =
28)	■ : 4 = 9	■ =
29)	■ × ■ = 36	■ =
30)	0 : 5 = ■	■ =
31)	■ : 9 = 4	■ =
32)	3 × ■ = 24	■ =



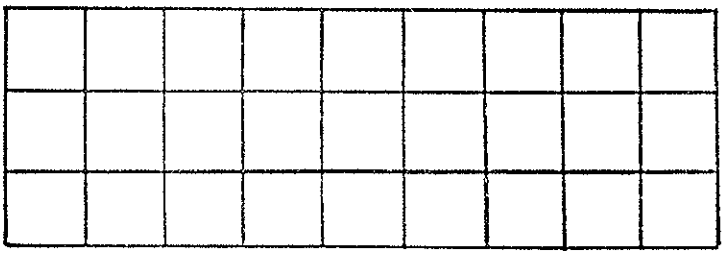
Extrait des
ATELIERS MATHEMATIQUES
IREM de Bordeaux

"PUZZLES" 1

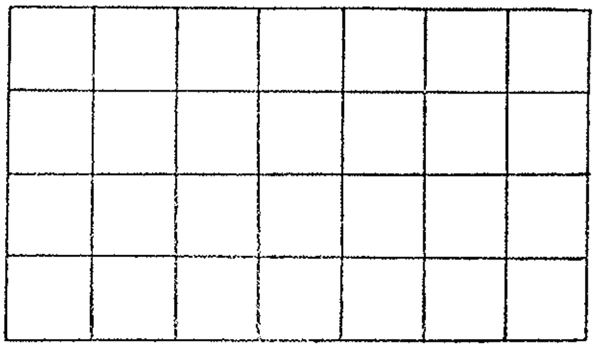
Prendre les cinq "TETRAMINOS" et le "MONOMINO" afin de remplir un rectangle (3x7).
Dessiner une disposition ainsi trouvée et colorier chaque pièce d'une couleur différente.



Prendre les cinq "TETRAMINOS" ,les deux "TRIMINOS" et le "MONOMINO" afin de remplir un rectangle (3x9).
Dessiner une disposition ainsi trouvée et colorier chaque pièce d'une couleur différente.



Prendre les cinq "TETRAMINOS" , les deux "TRIMINOS" et le "DOMINO" afin de remplir un rectangle (4x7).
Dessiner une disposition ainsi trouvée et colorier chaque pièce d'une couleur différente.

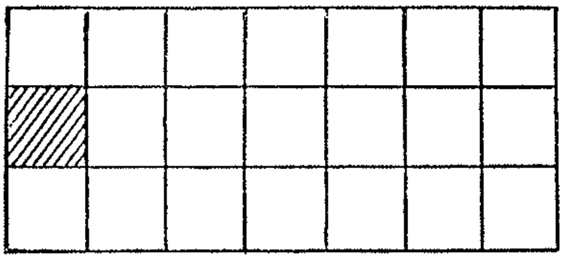


DEFI

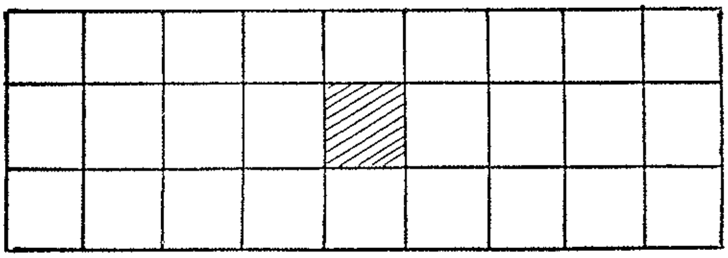
Extrait des
ATELIERS MATHEMATIQUES
IREM de Bordeaux

"PUZZLES" ②

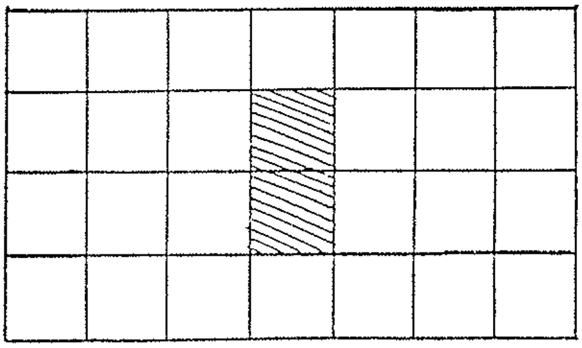
Prendre les cinq "TETRAMINOS" afin de remplir un rectangle (3x7) en laissant la case hachurée vide.
Dessiner une disposition ainsi trouvée et colorier chaque pièce d'une couleur différente.



Prendre les cinq "TETRAMINOS" et les deux "TRIMINOS" afin de remplir un rectangle (3x9) en laissant la case centrale vide.
Dessiner une disposition ainsi trouvée et colorier chaque pièce d'une couleur différente.



Prendre les cinq "TETRAMINOS" et les deux "TRIMINOS" afin de remplir un rectangle (4x7) en laissant vides les deux cases centrales.
Dessiner une disposition ainsi trouvée et colorier chaque pièce d'une couleur différente.



Université Bordeaux 1

IREM de Bordeaux
40, rue Lamartine
33400 Talence

50 Défis

pour

Petits et Grands

Solutions
Commentaires

Gérard Vinrich

Tirage 09.2001

"LE NOMBRE MANQUANT"

(Enoncé p. 2)

Ce genre de problème, basé sur l'observation de l'écriture des nombres, provoque chez les enfants et les adultes des réactions variées.

-Les uns proposent très vite le nombre 52 ("symétrique" ou "miroir" du nombre 25)

13	--->	31
72	--->	27
48	--->	84
25	--->	?

-D'autres, après un temps de recherche plus important, donnent des réponses comme:
56 ("il manque un nombre se terminant par 6")
24 ("un nombre pair car il y a quatre nombres impairs et trois nombres pairs")

-Enfin nous avons rencontré chez les enfants une réponse comme:
300 ("somme des sept nombres proposés") qui traduit déjà un comportement stéréotypé dans une résolution de problème!

Bien sûr, c'est la première réponse qui est la plus favorable et de plus elle permet des prolongements intéressants. Cependant ce qui est important dans un tel défi comme dans toutes les activités de mathématiques c'est d'amener les enfants à justifier leur résultat.

Prolongements

1 -Somme de deux nombres "miroirs":

$$31 + 13 = 44$$
$$72 + 27 = 99$$
$$84 + 48 = 132$$
$$52 + 25 = 77$$

CONJECTURE:
"on trouve un multiple de 11... Est-ce toujours vrai?"

DEMONSTRATION:
$$\overline{xy} + \overline{yx} = ?$$

$\overline{xy} = 10x + y$
$\overline{yx} = 10y + x$
$\overline{xy} + \overline{yx} = 11x + 11y = 11(x + y)$

$$\overline{xy} + \overline{yx} = 11(x + y)$$

La somme de deux nombres "miroirs" (inférieurs à 100) est toujours un multiple de 11; le multiplicateur étant la somme des chiffres

Application: Trouver deux nombres "miroirs" (inférieurs à 100) dont la somme est 88. (5 solutions)

2 -Différence de deux nombres "miroirs":

$$\begin{array}{lcccc} 31 & - & 13 & = & 18 \\ 72 & - & 27 & = & 45 \\ 84 & - & 48 & = & 36 \\ 52 & - & 25 & = & 27 \end{array}$$

CONJECTURE:

"on trouve un multiple de 9... Est-ce toujours vrai?"

DEMONSTRATION:

$$\overline{xy} - \overline{yx} = ?$$

$\overline{xy} = 10x + y$
$\overline{yx} = 10y + x$
$\overline{xy} - \overline{yx} = 9x - 9y = 9(x - y)$

$$\overline{xy} - \overline{yx} = 9(x - y)$$

La différence de deux nombres "miroirs" (inférieurs à 100) est toujours un multiple de 9; le multiplicateur étant la différence des chiffres

Application: Trouver deux nombres "miroirs" (inférieurs à 100) dont la différence est 54. (4 solutions)

Remarques

- Que ce soit en formation initiale ou continue ou avec des enfants, l'intérêt de ce travail réside dans l'aspect "syntaxique" de l'écriture des nombres de deux chiffres (numération positionnelle).

- Signalons que le problème se généralise au niveau de l'écriture des nombres de deux chiffres dans une base B quelconque (B>2).
* La somme de deux nombres "miroirs" (inférieurs à B^2) est toujours un multiple de B+1.
* La différence de deux nombres "miroirs" (inférieurs à B^2) est toujours un multiple de B-1.

- Indiquons enfin une autre piste: ...avec des nombres de trois chiffres écrits en base dix...
* La différence de deux nombres "miroirs" (inférieurs à 1000) est toujours un multiple de 99; le multiplicateur étant la différence des chiffres "extrêmes".

Application: Trouver deux nombres "miroirs" (inférieurs à 1000) dont la différence est 693 et dont le chiffre des dizaines est 5. (3 solutions)

"DEUX-DEUX-DEUX"

(Enoncé p. 2)

Les enfants comme beaucoup d'adultes prennent un exemple et constate (sauf erreurs d'opérations!) que le résultat est toujours 222. Par-contre certains adultes étudient directement le problème en travaillant sur a, b et c.

DEMONSTRATION

$$\begin{aligned}
\overline{abc} &= 100a + 10b + c\\
\overline{acb} &= 100a + 10c + b\\
\overline{bca} &= 100b + 10c + a\\
\overline{bac} &= 100b + 10a + c\\
\overline{cab} &= 100c + 10a + b\\
\overline{cba} &= 100c + 10b + a
\end{aligned}$$

En additionnant membre à membre ces six égalités et en désignant par S la somme des six nombres on obtient:

$$S = 200(a+b+c) + 20(a+b+c) + 2(a+b+c)$$
$$S = 222(a+b+c)$$

$$S/(a+b+c) = 222$$

Remarques

- Ce défi donne l'occasion, pour des enfants de CM, de faire principalement des divisions motivées par l'aspect "magique" du résultat.

- Bien sûr on retrouve une proprieté donnée dans le défi précédent si l'on dispose de deux chiffres au lieu de trois.

$$S/(a+b) = 11$$

- Autre piste possible: ...avec quatre chiffres!...

$$S/(a+b+c+d) = 6666$$

- Signalons enfin que le résultat 222 est indépendant de la base de numération utilisée d'où le titre du défi!

"ADDITIONS"

(Enoncé p. 3)

Les deux premières additions ne posent pas de problème majeur au niveau des enfants de CM.

b=9 a=4 ; n=6 i=9

En ce qui concerne la troisième addition, on observe principalement chez les adultes
- soit une démarche complexe de "mise en équation"
- soit une démarche de "tâtonnement expérimental"

Il est peu fréquent de rencontrer des raisonnements "rapides" comme:

A+B=10 ; B=1 (retenue) ; A=C+1

soit: A=9 B=1 C=8

$$\begin{array}{r} 9999 \\ +1111 \\ +8888 \\ \hline 19998 \end{array}$$

Enfin pour la dernière addition proposée, A=1 devrait être une constatation immédiate avec E+E>9 et V=5.

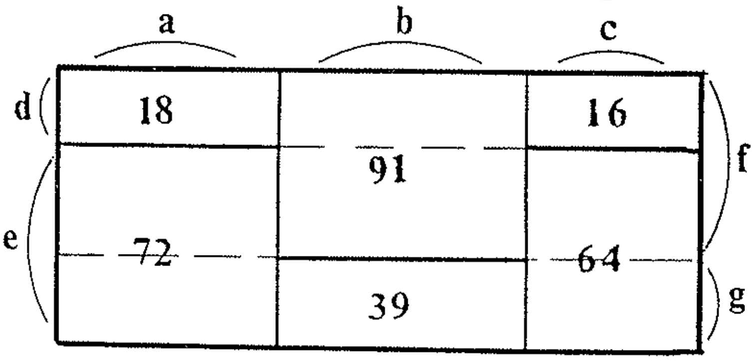
d'où 2 solutions

$$\begin{array}{r} 656 \\ +656 \\ \hline 1312 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 858 \\ +858 \\ \hline 1716 \end{array}$$

"PRODUIT"

(Enoncé p. 3)

La résolution de ce défi à l'aide d'un schéma permet de montrer l'importance du codage LxH comme "nombre rectangulaire"



LxH = 18+72+91+39+16+64 = 300

La solution ci-dessus apparaît trés raremant chez les adultes par contre on constate au moins deux types de démarche:
- utilisation de la distributivité (démarche qui souvent n'aboutit pas car, apparemment, il manque des renseignements!...)
- recherche des valeurs de a, b, c, etc... par examen des produits donnés dans les renseignements (exemple: bxf=91 et bxg=39 donc b=13, f=7 et g=3)

"X . . . Y . . . Z"

(Enoncé p. 4)

Le raisonnement qui consiste à affirmer que $X=1$ (car la somme de deux nombres de deux chiffres est toujours inférieure à 200) n'est pas immédiat en général.

$$\begin{array}{r} 11Y \\ -\ \underline{Z1} \\ 1Z \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 110 \\ -\ \underline{91} \\ 19 \end{array}$$

"PYRAMIDE"

(Enoncé p. 4)

	800		
	a	b	
200	c	300	
120	d	e	f

Un résultat immédiat: d = 200-120 = 80

Moins évident!... la recherche de c:

800 = a + b
800 = (200+c)+(c+300)
800 = 500+2c d'où c=150

Les résultats pour a, b, e et f sont alors immédiats:

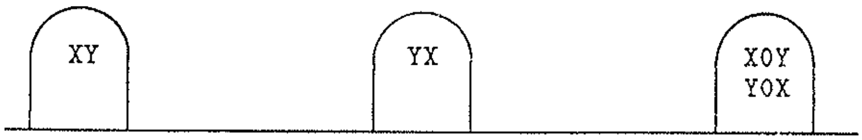
	800		
	350	450	
200	150	300	
120	80	70	230

"BORNES"

(Enoncé p. 5)

Le schéma ci-dessous permet d'illustrer le problème proposé.

(X est automatiquement différent de Y; supposons $X<Y$)



Un raisonnement (qui n'est pas immédiat!...) consiste à dire que le nombre inscrit sur la troisième borne est inférieur à 200 car il correspond à la somme de deux nombres de deux chiffres.

Donc $X=1$

En deux heures la distance parcourue est de: $X0Y - XY$
$10Y - 1Y = 90$

La vitesse de pierre est donc de **45km/h**

- Il est à noter que la recherche des valeurs exactes de X et de Y est inutile
- On constate assez souvent des démarches par "tâtonnements" qui conduisent à X=1 et Y=6 d'où la réponse exacte 45km/h.

"A PROPOS DE DIVISION"

(Enoncé p. 5)

Dans ce premier problème, il est important d'avoir comme "réflexe" que le diviseur est supérieur à 47 (au moins 48).

Comme $82 \times 48 > 3000$, **Les souvenirs sont faux!**

Dans le deuxième problème, il suffit d'écrire: $a=37q+q=38q$
Les solutions sont donc les nombres de deux chiffres multiples de 38:

38 et 76

Remarque

Ce défi est une bonne introduction en formation initiale et en formation continue au thème sur la division euclidienne. Il permet entre-autre de mettre l'accent, dès le départ, sur la relation fondamentale:

$$a=bq+r \quad \text{avec} \quad 0 \leqslant r < b$$

"PAR 7, 11, 13"

(Enoncé p. 6)

Devant un tel problème, les adultes comme les enfants prennent tout d'abord un exemple et constatent (sauf erreurs d'opérations!) que le dernier quotient est le nombre de trois chiffres choisi au départ.

$$\overline{XYZXYZ} \xrightarrow{:7} \quad \xrightarrow{:11} \quad \xrightarrow{:13} \overline{XYZ}$$

DEMONSTRATION: Diviser par 7, puis par 11, puis par 13, revient à diviser par 7x11x13 c'est à dire par 1001.

Or $\overline{XYZ} \times 1001 = \overline{XYZ} \times 1000 + \overline{XYZ} = \overline{XYZXYZ}$

Donc $\overline{XYZXYZ} : 1001 = \overline{XYZ}$

Remarques

- Avec des enfants de CM, ce défi est un "bon prétexte" pour faire de nombreuses divisions à la MAIN ou à la MACHINE.
- On peut profiter de ce défi pour faire remarquer que

$$\overline{X} \times 11 = \overline{XX}$$
$$\overline{XY} \times 101 = \overline{XYXY}$$
$$\overline{XYZ} \times 1001 = \overline{XYZXYZ}$$
$$\overline{XYZT} \times 10001 = \overline{XYZTXYZT}$$
$$\ldots\ldots \times \ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots$$

"TABLEAU DE NOMBRES"

(Enoncé p. 6)

Pour le premier nombre pas de problème, les enfants proposent de continuer le tableau et placent 50 dans la deuxième colonne (colonne du 1).

Pour les nombres suivants, il y a obstacle! il faut donc trouver une méthode qui permette à coup sûr de placer un nombre sans compléter le tableau.

OBSERVATION DU TABLEAU:

- La première colonne contient les multiples de 7, d'où l'idée de diviser par 7 les nombres à placer et de s'intéresser au reste de la division.

1449 est dans la première colonne (colonne du 0).

- Pour le nombre 2000, le reste est 5, le nombre 1995 multiple de 7 est donc dans la première colonne et par suite:

2000 est dans la sixième colonne (colonne du 5).

- Pour le nombre 14569, le reste est 2:

14569 est dans la troisième colonne (colonne du 2).

CONCLUSION:

- Tous les nombres de ce tableau sont classés suivant leur reste dans la division par 7 (7 restes possibles: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 d'où les 7 colonnes).

colonne 0 ----> les multiples de 7
colonne 1 ----> les multiples de 7, plus 1
colonne 2 ----> les multiples de 7, plus 2
colonne 3 ----> les multiples de 7, plus 3
colonne 4 ----> les multiples de 7, plus 4
colonne 5 ----> les multiples de 7, plus 5
colonne 6 ----> les multiples de 7, plus 6 ou
les multiples de 7, moins 1

Les multiples de 7, plus 6, compris entre 3500 et 3530 sont:
3506, 3513, 3520, 3527

Prolongements

- Travail sur le calendrier

JANVIER 1989 ---->

S	D	L	Ma	Me	J	V
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31			

Quel jour de la semaine est le
77-ième jour de l'année 1989 ? le 144-ième ? le 295-ième ? etc...

- Sachant que le 1-er Janvier 1789 était un jeudi, quel jour de la semaine a eu lieu la prise de la Bastille ?

Remarques

- Le classement des nombres peut se faire suivant les restes de la division par 5, par 9, par 3, par 2, etc... et d'une manière générale suivant les restes de la division par n (c'est la théorie des CONGRUENCES MODULO n).

par 2

0	1
2	3
4	5
6	7
8	9
10	11
..	..

par 3

0	1	2
3	4	5
6	7	8
9	10	11
12	13	14
15	16	17
..	..	..

par 5

0	1	2	3	4
5	6	7	8	9
10	11	12	13	14
15	16	17	18	19
20	21	22	23	24
25	26	27	28	29
..	..	..	..	..

- Ce défi, posé aux normaliens, peut jouer le rôle de situation d'introduction au thème des congruences.

"OPERATIONS BIZARRES"

(Enoncé p. 7)

OPERATION 1

7*7 = 94 "produit miroir" (voir DEFI p. 2)

OPERATION 2

4&1 = 10 "deux fois la somme" (périmètre)

OPERATION 3

6#6 = 25 "produit des prédécesseurs"

OPERATION 4

4'6 = 52 "somme des carrés"

OPERATION 5

1!2 = 9 "carré de la somme"

"SUITES LOGIQUES"

(Enoncé p. 8)

Dans ce type de problèmes - que certains ne considèrent pas comme relevant des mathématiques (car on peut toujours compléter par n'importe quel nombre!) - il est très important d'insister sur la formulation et la validation de la règle trouvée.

- Toutes ces suites peuvent faire l'objet de motivation pour des exercices de CALCUL MENTAL. (la dernière est assez difficile!)

$1 \xrightarrow{+1} 2 \xrightarrow{+2} 4 \xrightarrow{+3} 7 \xrightarrow{+4} 11 \xrightarrow{+5} 16 \xrightarrow{+6} 22$ etc...

$6 \xrightarrow{+3} 9 \xrightarrow{-4} 5 \xrightarrow{+3} 8 \xrightarrow{-4} 4 \xrightarrow{+3} 7 \xrightarrow{-4} 3$ ...stop à 0

$1 \xrightarrow{x2} 2 \xrightarrow{x3} 6 \xrightarrow{x2} 12 \xrightarrow{x3} 36 \xrightarrow{x2} 72 \xrightarrow{x3} 216$ etc...

"on multiplie par 2 et on ajoute 1" etc...

7; 15; 31; 63; 127; 225

"on additionne les deux précedents" etc...

1; 1; 2; 3; 5; 8; 13; 21; 34

(voir remarque sur FIBONACCI)

$2 \xrightarrow{+1} 3 \xrightarrow{x2} 6 \xrightarrow{+3} 9 \xrightarrow{x4} 36 \xrightarrow{+5} 41 \xrightarrow{x6} 246 \xrightarrow{+7} 253$ etc...

Remarques sur la suite de FIBONACCI

La cinquième suite du défi a été définie par Léonard de pise, dit FIBONACCI (un des plus grands mathématiciens de l'époque 1200) à l'occasion de recherches sur la prolifération des lapins.

Problème simplifié:

Un couple de lapins, nés à la date 0, donne naissance, à partir du deuxième mois de son existence, à un couple chaque mois. Ces nouveaux couples suivent la même loi de reproduction. Combien de couples seront vivants au bout d'un an?

Mois	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12 ...
couples	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144	233 ...

Cette suite croît assez vite et l'on aboutit rapidement à des grands nombres. (75025 au bout de deux ans!)

Désireux d'en savoir davantage, FIBONACCI eut l'ingénieuse idée de comparer deux termes consécutifs de la suite en question en étudiant leur rapport. Cette idée devait le conduire au NOMBRE D'OR

1/1=1	8/5 =1.6	55/34 =1.61765
2/1=2	13/8 =1.625	89/55 =1.61818
3/2=1.5	21/13=1.61538	144/89 =1.61789
5/3=1.66667	34/21=1.61905	233/144=1.61806

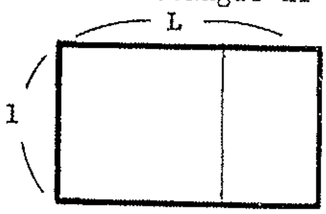
La limite de ce rapport est le nombre d'or $(1+\sqrt{5})/2$
(racine de l'équation: $X^2 - X - 1 = 0$)

On désigne ce nombre d'or par "phi" $\Phi = 1.61803...$

On remarque que: $1/\Phi = 0.61803...$

$\Phi^2 = 2.61803...$

Ce nombre d'or correspond à une proportion particulièrement esthétique ("Divine Proportion"); c'est le cas du rapport des deux dimensions d'un rectangle ni "trop long", ni "trop large".



(L+l)/L = L/l

Un rectangle d'or à la propriété suivante: si on découpe le carré construit sur le plus petit côté, la surface restante sera un rectangle d'or plus petit.

Le nombre d'or est partout!

En géométrie, c'est le rapport du rayon d'un cercle au côté du décagone régulier inscrit. C'est aussi le rapport entre une diagonale et le côté d'un pentagone convexe régulier.

On sait aussi que le nombre d'or intervient dans le règne végétal (répartition des pétales), dans le règne animal (étoile de mer), chez l'homme (division du corps humain par le nombril - rapport entre les phalanges) de même que dans cetains rythmes musicaux (3/2; 5/3), dans certains rythmes poétiques (8/5) et enfin dans les oeuvres d'arts.

"BANQUE"

(Enoncé p. 8)

Ce défi non numérique permet d'insister sur un type de raisonnement important: LA CONTRAPOSITION (si $P \Longrightarrow Q$ alors $\text{non}Q \Longrightarrow \text{non}P$)
Exemples: - "le directeur est célibataire" donc un homme marié n'est pas directeur.
- "le balayeur est fils unique" donc celui qui a des fréres ou des soeurs n'est pas balayeur.

L'utilisation d'un tableau a double entrée permet éventuellement de mieux gérer les différents renseignements et finalement de trouver la profession de chacun.

	PASCAL	QUENTIN	RENE
Directeur	Oui	Non	Non
Balayeur	Non	Oui	Non
Caissier	Non	Non	Oui

Signalons que dans l'ensemble, ce défi est assez bien réussi au niveau des élèves de CM à condition d'expliquer le mot "célibataire" et l'expression "fils unique".

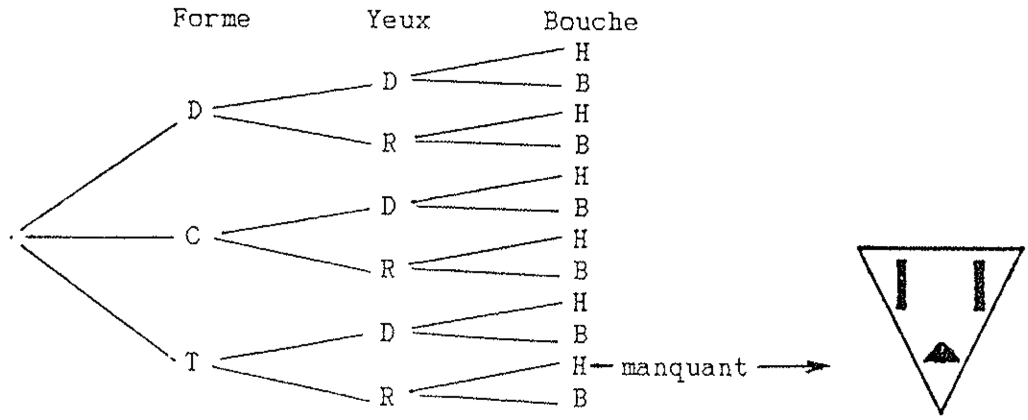
"MASQUES"

(Enoncé p. 9)

Ce défi basé sur l'observation des différentes formes permet d'analyser et d'organiser tous les masques possibles suivant:

3 formes de masque (disque, carré, triangle);
2 formes d'yeux (disque, rectangle);
2 orientations de la bouche (pointe en haut ou en bas);

donc $3 \times 2 \times 2 = 12$ masques différents



"VILLE"

(Enoncé p. 9)

Cette situation permet de faire fonctionner le raisonnement dit du <u>TEST D'HYPOTHESE</u> (méthode par essais et erreurs); raisonnement par lequel les enfants procédent par ajustements successifs.
Un diagramme type CARROLL (4 cases) est un bon moyen pour afficher les différents essais.

	M	nonM
T	60	0
nonT	15	25

MAXIMUM

	M	nonM
T	45	15
nonT	30	10

INTERMEDIARE

	M	nonM
T	35	25
nonT	40	0

MINIMUM

"TROUVEZ LES CHIFFRES"

(Enoncé p.10)

Ce défi, qui rappele un jeu bien connu, permet de développer une logique tout à fait abordable dès l'école élémentaire. Les résultats au CM sont d'ailleurs satisfaisants.

La manipulation des différents renseignements conduit à la solution:

8	7	6

"TROUVEZ LA CLE"

(Enoncé p.10)

La formulation de ce défi a été quelquefois critiquée notamment la dernière phrase. Il serait sans doute préférable de dire:
"Chaque mot de la liste a une seule lettre, à la bonne place, commune avec le mot clé".

La stratégie consiste (ce n'est pas évident!) à analyser "verticalement" cette liste de huit mots.

On constate:
- en première position; 2 fois la lettre T
- en deuxième position; 2 fois la lettre R
- en troisième position; 2 fois la lettre U
- en dernière position; 2 fois la lettre C

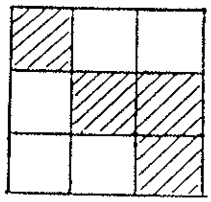
d'où le mot clé: TRUC

"VOISINAGE"

(Enoncé p. 11)

Avant de proposer ce défi qui consiste à retrouver les cases noires à partir des nombres donnés, il est nécessaire de proposer un exercice inverse dans lequel on doit indiquer, pour chaque case, le nombre de cases noires "VOISINES" y compris la case elle même.

Exemple:



→

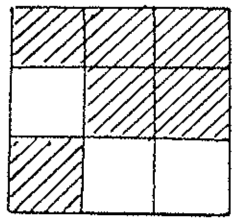
2	3	2
2	4	3
1	3	3

Ainsi, la consigne donnée dans le défi est mieux comprise et des stratégies de résolution apparaissent s'appuyant sur des "théorèmes" comme:
- Si le nombre 4 (resp. 0) est dans une case "coin" du carré alors, les quatres cases du "coin" en question sont noires (resp. blanches).
- Dans un carré 3x3 le nombre inscrit dans la case centrale indique le nombre total de cases noires.

En procédant ensuite "pas à pas", on obtient les solutions uniques suivantes:

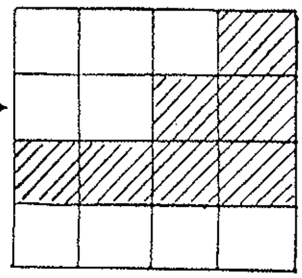
3	5	4
4	6	4
2	3	2

→



0	1	3	3
2	4	6	5
2	4	5	4
2	3	3	2

→



Remarque

Avec les enfants de CM. on doit pouvoir proposer au départ des carrés de 3x3 simples comme:

1	1	0
1	2	1
0	1	1

0	1	1
1	3	3
1	3	3

4	4	2
4	5	3
2	3	2

"QUI FAIT QUOI?"

(Enoncé p. 11)

Ce défi permet de faire fonctionner un raisonnement du type <u>TEST -HYPOTHESE</u>. En effet nous allons supposer:

1°) que la première affirmation est exacte; cela entraine une contradiction (André est mécanicien et contrôleur).

2°) que la deuxième affirmation est exacte; cela entraine une contradiction (Claude et André sont contrôleurs).

3°) que la troisième affirmation est exacte; cela entraine à nouveau une contradiction (André est mécanicien et contrôleur).

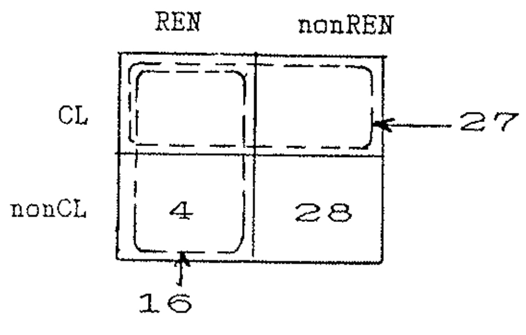
Donc c'est la dernière affirmation qui est exacte et les trois premières qui sont fausses, d'où la fonction de chacun:

Claude est contrôleur
André est mécanicien
Bernard est barman

"PARKING"

(Enoncé p. 12)

Un diagramme type CARROLL (4 cases) est un bon moyen pour schématiser la situation.



Dans le parking il y a donc 27+4+28=59 voitures.

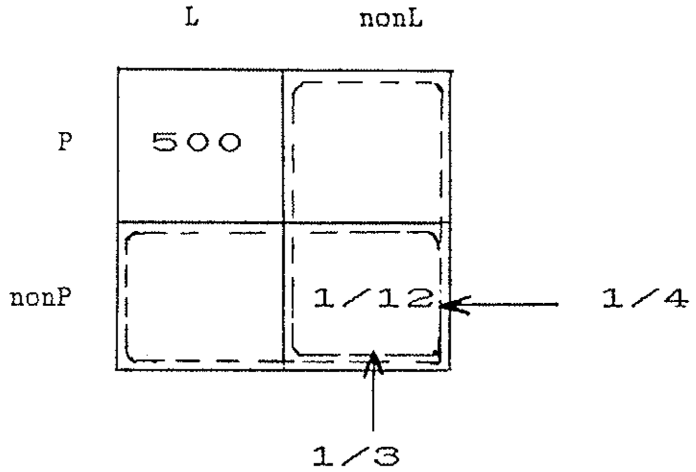
<u>Remarque</u>

La donnée numérique 16 (nombre de Renault) est une donnée inutile pour répondre à la question posée.
Cependant cette donnée permet de répondre à d'autres questions comme:
-Quel est le nombre de Renault claires ?
-Quel est le nombre de voitures claires qui ne sont pas des Renault ?

"LE SONDAGE"

(Enoncé p.12)

Comme dans le défi précédent, un diagramme type CARROLL (4 cases) est un bon moyen pour schématiser la situation.



L'observation du diagramme ci-dessus nous montre que dans la case P et nonL il y a: 1/3 - 1/12 = 1/4 des personnes interrogées. Donc, les trois cases autres que la case P et L (500) concernent la moitié (1/4 + 1/4) des personnes interrogées. Finalement, 500 représente l'autre moitié des personnes.

Conclusion: **1000** personnes ont été interrogées pour ce sondage.

Remarque

Chez les adultes, on constate des erreurs dues

- soit à une absence de shématisation

- soit à une schématisation incorrecte

- soit finalement à une mauvaise compréhension du fait que si une personne n'utilise pas le liquide, alors, elle utilise la poudre <u>ou</u> elle n'utilise pas le produit. (L'erreur étant de considérer l'utilisation de la poudre comme la négation de l'utilisation du liquide)

"QUI EST QUI ?"

(Enoncé p. 13)

Un tableau a double entrée, prenant en compte les quatre prénoms et les quatre professions, permet de mieux gérer les différents renseignements et finalement de trouver qui est le capitaine en s'appuyant sur le type de raisonnement logique suivant:

- Si ANDRE rencontre l'Instituteur, c'est qu'ANDRE n'est pas l'Instituteur.

	ANDRE	BERNARD	CHARLES	DENIS
Instituteur	Non		Non	
Docteur	Non	Non	Non	
Pharmacien		Non	Non	
Capitaine			Oui	

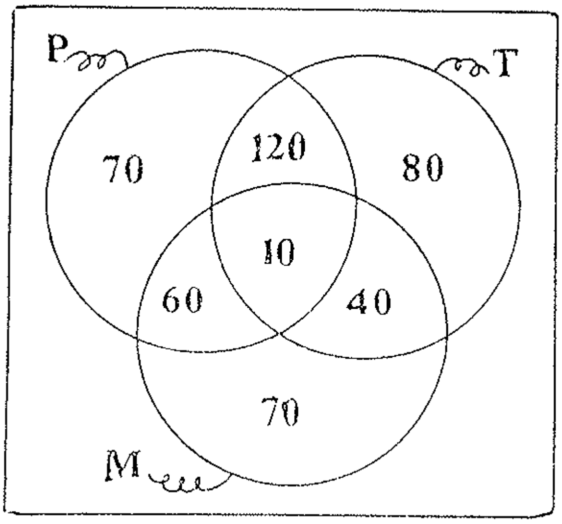
CHARLES n'étant ni Instituteur, ni Docteur, ni Pharmacien est donc le Capitaine.
Finalement, on peut donner la profession de chacun:

ANDRE est Pharmacien
BERNARD est Instituteur
DENIS est Docteur

"ENQUETE"

(Enoncé p. 13)

Un diagramme type EULER-VENN (8 régions) est ici un bon outil pour schématiser la situation. Attention! pour placer les nombres dans les différentes régions il faut prendre la liste des renseignements en commençant par la fin.



260+80+40+70=450

donc

50 enfants ne lisent aucune des trois revues.

"LES CHAUSSETTES"

(Enoncé p. 14)

Le raisonnement utile pour résoudre ce défi n'est pas "classique". On constate dans les solutions proposées chez les adultes un peu plus de 50% de bonnes réponses.

La difficulté est amplifiée par le fait que les nombres proposés dans l'énoncé n'interviennent pas; seul le nombre de couleurs (ici 5) permet de donner la solution qui est 6 (5+1).

En effet le raisonnement consiste à dire: "comme il n'y a que 5 couleurs, dès que je prends 6 chaussettes, je suis absolument certain d'en avoir au moins deux de la même couleur".

Le même raisonnement est utilisé pour affirmer que dans une région française on est absolument certain que deux personnes ont exactement le même nombre de cheveux. En effet, comme le nombre de cheveux d'une personne est au maximum 400000 à 500000 et qu'il y a plus de 500000 personnes dans une région, on est sûr du résultat!

"LOGIQUE"

(Enoncé p. 14)

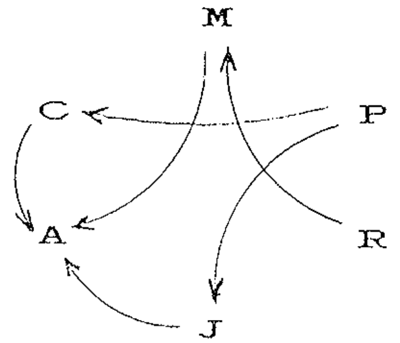
Un raisonnement logique assez difficile (à peine 40% de réussite chez les adultes) permet de trouver que <u>la proposition 9°) est la seule proposition VRAIE</u>.

En effet, on remarque qu'il ne peut pas y avoir deux propositions vraies simultanément car elles sont contradictoires. Donc, si une seule proposition est vraie, c'est qu'il y en a neuf de fausses d'où le résultat. Signalons qu'elles ne peuvent pas être toutes les dix fausses car, à ce moment là, la proposition 10°) serait vraie, d'où contradiction.

"COURSE"

(Enoncé p. 15)

Après avoir remplacé les renseignements FAUX par des renseignements VRAIS en "permutant" les phrases, un schéma fléché permet de faire une bonne représentation de la situation. Chaque flèche traduisant l'expression: "...est arrivé avant..."



Le dernier de la course est celui qui "reçoit" toutes les flèches ou celui d'où ne "part" aucune flèche, c'est à dire le participant tel que tous les autres soient arrivés avant lui.

Le denier de la course ne peut être qu'ANDRE.

Les enfants susceptibles d'avoir remportés la course sont ceux qui, pour l'instant, ne reçoivent aucune flèche.

Le vainqueur est soit PIERRE, soit RENE.

Signalons que parmi ces deux enfants, il y a le vainqueur, mais l'autre n'est pas forcément deuxième de la course. D'ailleurs on pourrait se poser la question difficile suivante:
- Quels renseignements complémentaires (au minimum) faut-il donner pour obtenir le classement complet de la course?

"CARTES"

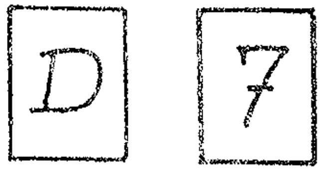
(Enoncé p. 15)

Ce défi assez difficile permet de travailler sur le concept d'IMPLICATION LOGIQUE ($P \Longrightarrow Q$)et de sa CONTRAPOSEE (non$Q \Longrightarrow$ non$P$)

$P \Longrightarrow Q$: Si CONSONNE d'un côté alors nombre PAIR de l'autre.

non$Q \Longrightarrow$ non$P$: Si nombre IMPAIR d'un côté alors VOYELLE de l'autre.

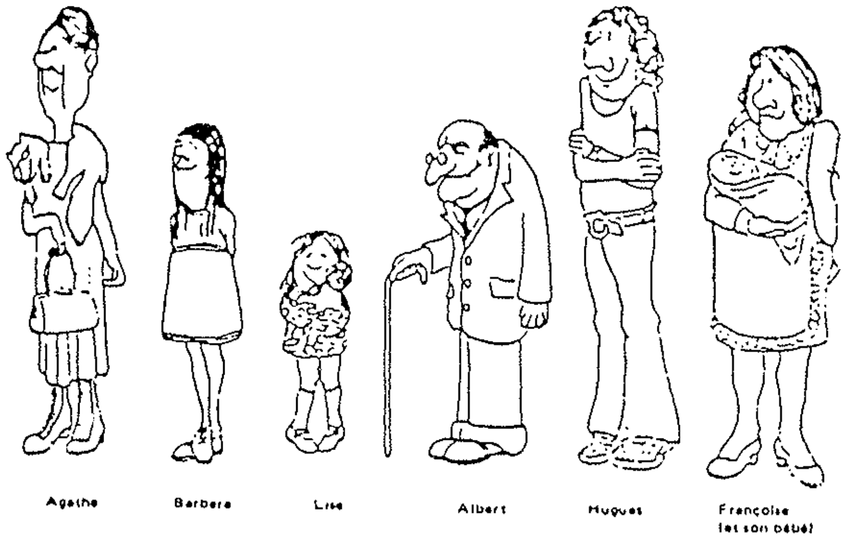
Les cartes qu'il faut absolument retourner pour savoir si la règle est respectée sont les cartes qui portent une CONSONNE ou les cartes qui portent un nombre IMPAIR. C'est à dire ici les deux cartes:

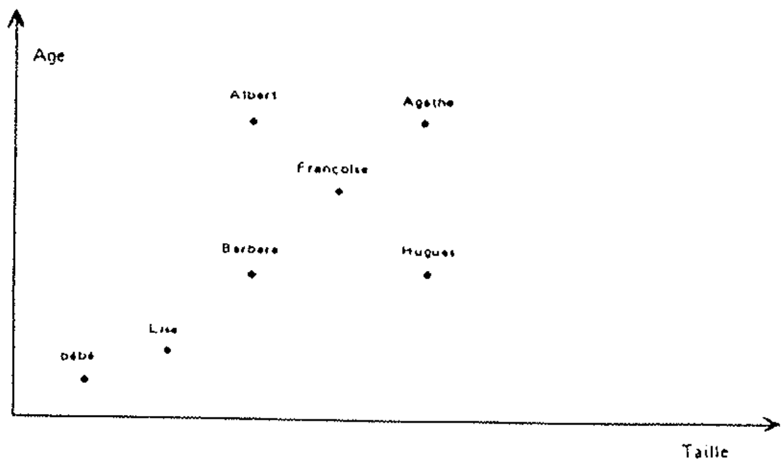


"GRANDS-PETITS"

(Enoncé p. 16)

Ce défi peut constituer une bonne situation problèmatique pour aborder au CM la construction et l'interprétation de GRAPHIQUES. (On peut, si on veut simplifier la recherche, mettre l'âge en abscisse et la taille en ordonnée mais cela diminue considérablement l'obstacle proposé dans ce défi)





"LES 8 ENFANTS"

(Enoncé p. 17)

Nous allons utiliser un tableau dit "cartésien" pour traduire les renseignements donnés par le diagramme "sagittal". la flèche indique le lien verbal: ...est plus âgé que...

Nous inscrirons 1 ou 0 dans la case (X,Y) selon que la proposition: "X est plus âgé que Y" est VRAIE ou FAUSSE. Le diagramme sagittal de l'énoncé nous permet de remplir les 16 cases en haut à droite.

	A	B	C	D	E	F	G	H	Nbre de 1
A	0	1	1	1	1	1	0	1	6
B	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C	0	1	0	1	0	1	0	1	4
D	0	1	0	0	0	0	0	1	2
E	0	1	1	1	0	1	0	1	5
F	0	1	0	1	0	0	0	1	3
G	1	1	1	1	1	1	0	1	7
H	0	1	0	0	0	0	0	0	1

Pour remplir les autres cases du tableau, nous allons faire fonctionner les propriétés de la relation de lien verbal "...est plus âgé que...":

1) Aucun enfant n'est plus âgé que lui-même! (antiréflexivité); donc présence de 0 sur toute la diagonale. (8 cases de plus)

2) Si un enfant est plus âgé qu'un autre alors l'autre n'est pas plus âgé que le premier! (antisymétrie); donc si on a 1 dans la (X,Y) on aura 0 dans la case (Y,X) et inversement. (16 cases en bas à gauche)

3) Si un enfant est plus âgé qu'un autre et que ce dernier est plus âgé qu'un troisième alors le premier est plus âgé que le troisième! (transitivité); donc si on 1 dans les cases (X,Y) et (Y,Z) on aura 1 dans la case (X,Z).

Pour obtenir le rangement du plus jeune au plus âgé, il suffit de compter le nombre de 1 obtenu dans chaque ligne. Le rangement s'effectue dans l'ordre naturel des nombres, soit:

Béatrice, Henri, Daniel, Françoise, Claude, Eliane, Annie, Guy.

"LES 3 SINGES"

(Enoncé p. 17)

En raisonnant à partir "de la fin" et en supposant par exmple que le troisième singe ne prenne pas la demi-noix suplémentaire on prouve assez facilement qu'il reste 3 (2 fois 1+1/2) noix avant son passage.

De la même façon pour le deuxième singe on prouve qu'il restait 7 (2 fois 3+1/2) noix avant son passage.

Finalement, au départ il y avait 15 (2 fois 7+1/2) noix.

Remarque

De nombreux adultes ne raisonnent pas comme ci-dessus... Ils ont tendance à mettre en équation la situation en posant comme inconnue: le nombre de noix du tas initial.

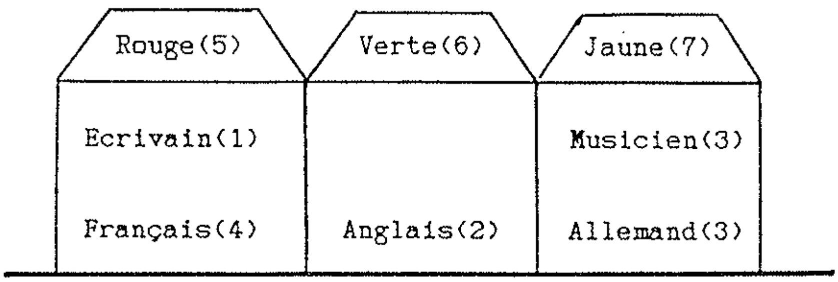
Certains (un tiers environ) arrivent "au bout", d'autres (un tiers) se trompent dans la mise en équation ou dans la résolution, les derniers (un tiers) abandonnent en cours de route!

"LES 3 MAISONS"

(Enoncé p. 18)

Ce défi met en jeu des qualités de raisonnement du type TEST-HYPOTHESE accompagné d'une bonne gestion des cinq renseignements (un dessin des trois maisons semble indispensable pour illustrer à chaque étape du raisonnement la résolution du problème).

Les numéros indiquent la chronologie de la mise en place des résultats.



L'écrivain est français.
L'allemand habite la maison jaune.

"LES 3 PERROQUETS"

(Enoncé p. 18)

Ce problème, un peu "gadget", est néanmoins intéressant pour son raisonnement faisant intervenir les diverses décompositions du naturel 36 en produit de trois naturels et la somme S de ces trois nombres.

36=1x1x36 (S=38)
36=1x2x18 (S=21)
36=1x3x12 (S=16)
36=1x4x9 (S=14)
36=1x6x6 (S=13)
36=2x2x9 (S=13)
36=2x3x6 (S=11)
36=3x3x4 (S=10)

Comme la somme des trois nombres ne suffit pas pour les déterminer c'est que nous sommes dans le cas où S=13. Comme, de plus, il y a uh "plus vieux" c'est que nous ne sommes pas dans le cas 1, 6, 6.

Donc finalement les trois âges sont: 2, 2 et 9.

"AVEC 1-2-3-4"

(Enoncé p. 19)

Ce type de recherche convient bien pour un travail mathématique organisé sous forme d'ateliers. Il permet de réinvestir un travail de calcul numérique en mettant en évidence l'importance du parenthèsage. Nous donnons ci-dessous un exemple de solution pour chacun des dix exercices (il en existent d'autres!...). Nous éviterons, si possible, de faire intervenir des nombres négatifs dans les calculs intermédiaires.

(1+2-3)x4 =0
1x(2+3)-4=1
1+2+3-4 =2
1+2-3+4 =4
(1+2)x3-4 =5

10=4+3+2+1
13=4x3+2-1
19=4x(3+2)-1
21=4x(3+2)+1
24=4x(3+2+1)

"UNE HISTOIRE DE POULES"

(Enoncé p. 19)

La maîtrise de la proportionnalité est nécessaire pour résoudre ce défi. L'erreur "classique" rencontrée étant de dire:

-Si 34 poules pondent 34 douzaines d'oeufs en 34 jours
alors, 1 poule pond 1 douzaine d'oeuf en 1 jour.

Pour trouver la solution raisonnons sur les quatre grandeurs en ne faisant fonctionner la proportionnalité que sur deux grandeurs simultanément.

	POULES	OEUFS (douz.)	JOURS	GRAINS (Kg)	
SI	34	34	34		
ALORS	1	1	34	←	(1)
SI	17		17	17	
ALORS	1		17	1	
DONC	1		34	2	← (2)

De (1) et (2) on conclût qu'il faut 2 kilos de grains pour obtenir une douzaine d'oeufs.

"AUGMENTATION"

(Enoncé p. 20)

La bonne manipulation des pourcentages n'est pas une "chose" facile comme le prouve les résultats médiocres à ce défi surtout pour la deuxième partie (plus de la moitié des réponses à 9%). Actuellement, c'est en classe de 4°et 3° que l'on peut prétendre à une institutionnalisation de l'application linéaire liée à une augmentation donnée en pourcentage.

$X \longrightarrow aX$ avec $a=1+t$ (ici $t=0.03$)

1) ancien côté $\quad$ nouveau côté

$C \longrightarrow 1.03xC$

ancien périmètre $\quad$ nouveau périmètre

$4xC \quad\quad 4x(1.03xC) = 1.03x(4xC)$

L'augmentation du PERIMETRE est de 3%.

2) ancien côté $\quad$ nouveau côté

$C \longrightarrow 1.03xC$

ancienne aire $\quad$ nouvelle aire

$CxC \quad\quad (1.03xC)x(1.03xC) = 1.0609x(CxC)$

L'augmentation de l'AIRE est approximativement de 6%.

"UNE HISTOIRE DE VACHES"

(Enoncé p. 20)

Ce défi a été proposé au Concours d'Entrée à l'Ecole Normale dans l'académie de Bordeaux en 1986 (un peu plus de 50% de réussite).
La difficulté réside sans doute dans la manipulation de "l'inverse" proportionnalité.

$$6\times 60=8\times ?$$

$$?=45$$

Le fermier pourra nourrir ses 8 vaches pendant 45 jours.

"ACTIVITE...FICELLE"

(Enoncé p. 21)

A: $4\times 5+2\times 7+2\times 8=50$

B: $4\times 8+2\times 5+2\times 7=56$

C: $4\times 7+2\times 8+2\times 5=54$

Si les trois dimensions sont notées a, b et c ($a<b<c$), on a les trois cas suivants:

A: $4a+2b+2c$

B: $4c+2a+2b$

C: $4b+2c+2a$

Si on veut utiliser le moins de ficelle possible pour ficeler le carton, on se placera dans le premier cas (A).

<u>Démonstration</u>:

A: $4a+2b+2c=2a+(2a+2b+2c)$

B: $4c+2a+2b=2c+(2a+2b+2c)$

C: $4b+2c+2a=2b+(2a+2b+2c)$

Comme $a<b<c$ alors on a les trois cas rangés dans l'ordre croissant:

A, C, B.

La longueur de la ficelle est minimum quand, le noeud étant sur le dessus, la plus petite des trois longueurs du paquet est prise comme hauteur.

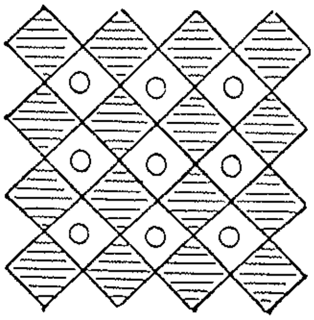
"QUINCONCES"

(Enoncé p. 22)

Le comptage des "petits" carrés donne: $S(1)=1$
$S(2)=3$
$S(3)=13$
$S(5)=41$

La généralisation du problème peut se faire en observant diverses méthodes de comptage.

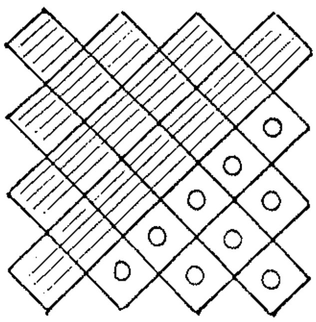
Première méthode:



$S(4)=4^2+3^2$

La généralisation donne donc: $S(n)=n^2+(n-1)^2$

Deuxième méthode:



$S(4)=(1+3+5+7)+(1+3+5)$

les 4 premiers nombres impairs
+ les 3 premiers nombres impairs

Sachant que la somme des n premiers nombres impairs est égale à n^2, on est conduit à la même généralisation que précédemment:

$$S(n)=n^2+(n-1)^2$$

"LA PIECE FAUSSE"

(Enoncé p. 22)

L'intérêt ici d'une balance Roberval (balance à deux plateaux) est de pouvoir comparer des pièces, sans masses marquées, en mettant dans chaque plateau une pièce, ou deux, ou trois, etc...

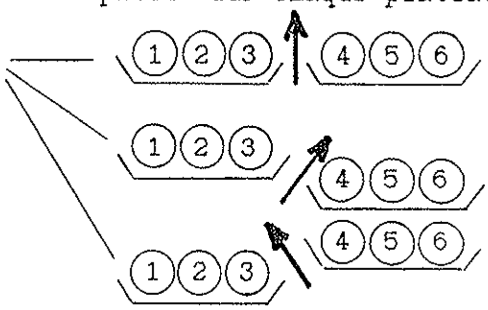
Chez les adultes et les enfants de CM on observe très souvent la démarche qui consiste à mettre, tout d'abord, 4 pièces dans chaque plateau. Si on a de la chance -équilibre- la fausse pièce est trouvée en une seule pesée! sinon, la fausse pièce se trouve parmi 4 et l'on est conduit, obligatoirement, a deux autres pesées pour la trouver.

Solution en 2 pesées

1 2 3   4 5 6   7 8 9

<u>Première pesée</u>: (3 pièces sur chaque plateau)

3 cas:



la fausse pièce est parmi 7 8 9

la fausse pièce est parmi 4 5 6

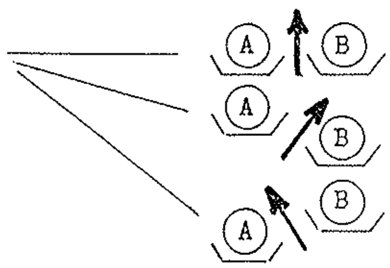
la fausse pièce est parmi 1 2 3

La première pesée a permis d'isoler la fausse pièce parmi 3 pièces

A B C

<u>Deuxième pesée</u>: (1 pièce sur chaque plateau)

3 cas:



la fausse pièce est C

la fausse pièce est B

la fausse pièce est A

Prolongements

On retrouve ce thème des fausses pièces dans le manuel "Math HEBDO" CM2 (N°30) avec un deuxième problème plus complexe:

* J'ai 9 pièces
* Je ne sait pas si la fausse pièce est plus lourde ou plus légère. Comment faire pour la trouver en 3 pesées et pour savoir si elle est plus lourde ou plus légère?

Extrait de la CLE correspondante: HEBDO N°30

Je ne fais aucun commentaire.
A toi de comprendre d'après ce schéma :

1 2 3   4 5 6   7 8 9

1re pesée | 1 2 3 | 4 5 6 |

1

| 1 2 3 | ↑ | 4 5 6 |

→ 1, 2, 3, 4, 5, 6 Vraies

| 7 | 8 | *2e pesée*

1) | 7 | ↑ | 8 | → 7, 8 Vraies

9 est fausse | 9 | 7 |

On sait alors si 9 est plus lourde ou plus légère

2) | 7 | ↖ | 8 | → 7 ou 8 Fausse

| 7 | 1 |

— équilibre 8 Fausse, Lourde
— déséquilibre 7 Fausse, Lourde

3) | 7 | ↗ | 8 | Même chose que 2).

2

| 1 2 3 | ↗ | 4 5 6 |

→ 7, 8, 9 Vraies

| 1 2 3 | 7 8 9 | *2e pesée*

1) | 1 2 3 | ↑ | 7 8 9 |

→ 1, 2, 3 Vraies

La fausse est donc parmi 4 5 6, et elle est trop lourde, d'après le résultat de la 1re pesée.

| 4 | 5 |

— équilibre → 6 Fausse
— déséquilibre → La lourde est la fausse.

2) | 1 2 3 | ↗ | 7 8 9 |

La fausse est donc parmi 1 2 3 et elle est plus légère.
Termine seul(e) ce cas.

3) | 1 2 3 | ↖ | 7 8 9 |

Ce cas n'est pas possible. Pourquoi ?

3

| 1 2 3 | ↖ | 4 5 6 |

On peut faire le même raisonnement que pour le 2e.

"CUILLERES"

(Enoncé p. 23)

Désignons les pots par p, les bols par b, les petites cuillères par c et les assiettes par a.

* Le premier équilibre donne: $1p = 3b+1c$
ou $2p = 6b+2c$

* Le deuxième équilibre donne: $2p = 5b+7c$

En comparant ces deux dernières égalités on déduit $1b = 5c$

donc d'après la première égalité: $1p = 16c$

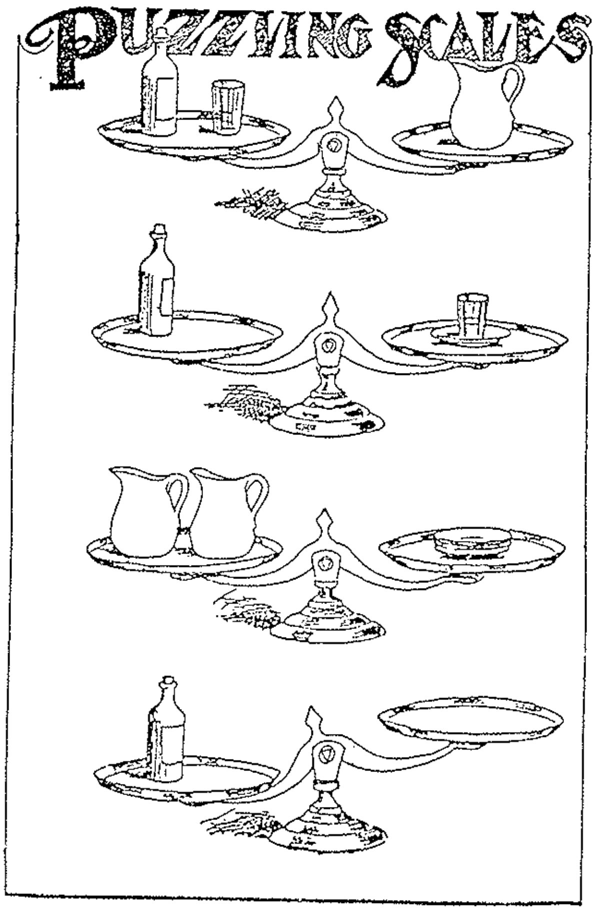
* Le troisième équilibre donne: $3b = 2a+1c$
ou $15c = 2a+1c$

donc $1a = 7c$

Remarque

On trouve dans les casse-tête mathématiques des problèmes de ce genre. En voici un tiré de SAM LOYD (tome 2) par Gardner (dunod):

Combien de verres équilibrent la bouteille ?



La solution est: 5 verres!...

POURQUOI?

"PENSEE VISUELLE"

(Enoncé p. 24)

L'intérêt de ce défi réside dans l'anticipation que doivent faire les enfants au niveau du dépliage.

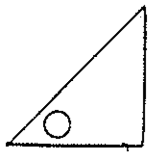
Les solutions sont dans l'ordre: B, A, C, C, C.

Remarque

Au lieu de demander de retrouver la figure dépliée, on peut donner comme consigne de dessiner la figure obtenue après dépliage.

Essayez!... avec le premier type de pliage

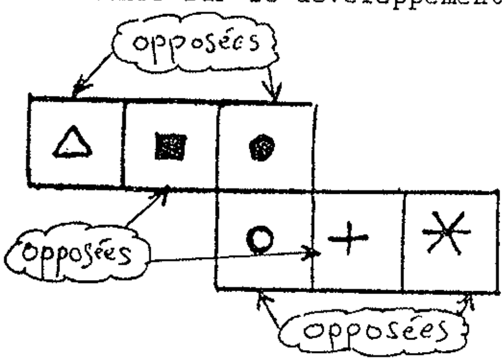
avec le deuxième type de pliage



"BOITE"

(Enoncé p. 25)

On trouve actuellement, dès l'école élémentaire, de nombreux exercices sur les différents développements du cube.
Dans ce défi, pour trouver la bonne boîte, on peut raisonner à partir des faces opposées mises en évidence sur le développement et procéder par élimination.



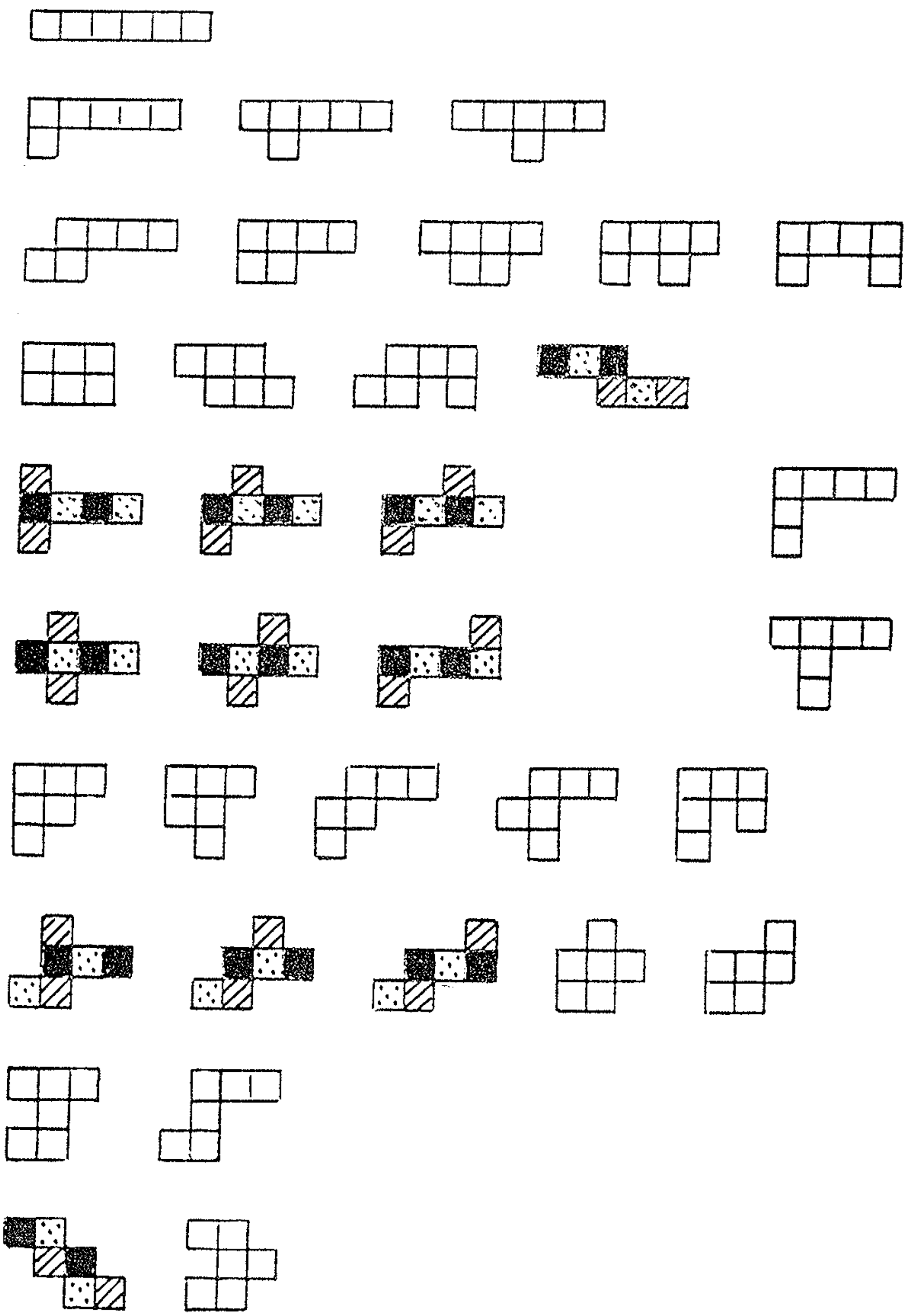
-Ce n'est pas la première boîte car ■ et + doivent être opposées.

-Ce n'est pas la deuxième boîte car ○ et ✳ doivent être opposées.

-Ce n'est pas la quatrième boîte car ● et △ doivent être opposées

Donc il s'agit de la troisième.

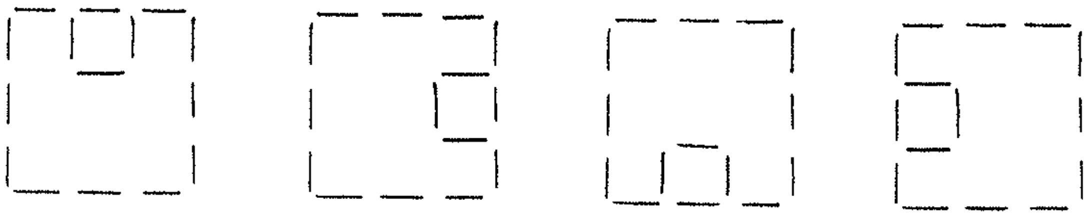
On trouvera dans la page suivante les <u>11 développements du cube</u> triés parmi les 35 HEXAMINOS (les 35 assemblages possibles obtenus à partir de 6 petits carrés se "touchant" par au moins un côté).



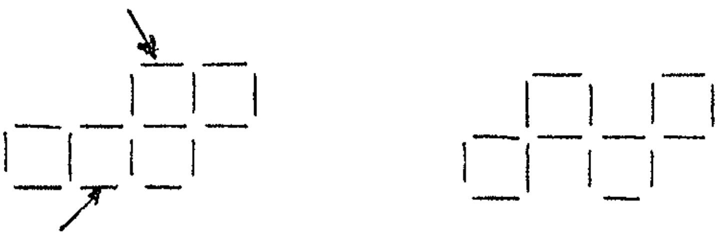
"LES ALLUMETTES"

(Enoncé p. 25)

Le premier problème est relativement facile pour les élèves de CM; il existe d'aillieurs plusieurs solutions:



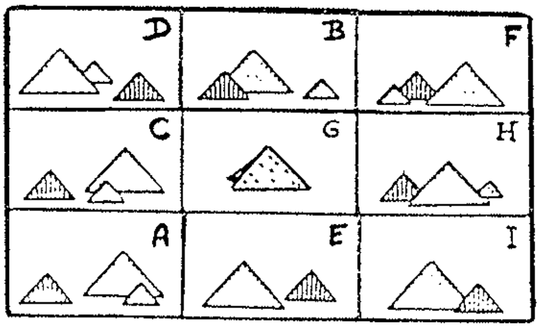
En ce qui concerne le deuxième problème, la solution est beaucoup plus difficile à trouver. Un indice sur le nombre d'allumettes (16) permet d'anticiper une configuration de 4 carrés sans aucun côté commun.



"LES TROIS CONES"

(Enoncé p. 26)

Ce type d'exercices ("pòint de vue") sont intéressants à développer dès l'école élémentaire. Les solutions sont données dans le tableau ci-dessous.



L'observateur I se situe à l'opposé de l'observateur F
L'observateur H est impossible à placer.

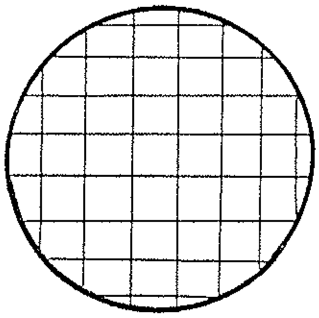
"TABLE RONDE"

(Enoncé p. 26)

Ce défi permet de travailler en particulier sur les positions relatives de personnages (à la gauche de... à la droite de... en face de...).

Les numéros qui sont entre parenthèses indiquent l'ordre dans lequel on a placé les informations en tenant compte des différents renseignements donnés dans l'énoncé.

DURAND(1)
Boucher



DUPONT(2)
Epicier(5)

EMILE(3)
Buraliste(6)

VINCENT(4)
Boulanger(7)

"TABLE HEXAGONALE"

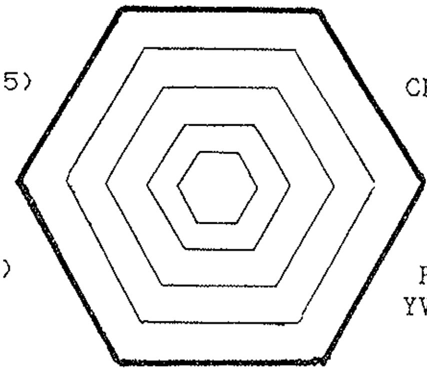
(Enoncé p. 27)

Ce défi est du même type que le défi précédent. Les numéros qui sont entre parenthèses indiquent l'ordre dans lequel on a placé les informations en tenant compte des différents renseignements donnés dans l'énoncé.

ALEXANDRE(1)

XAVIERE(5)

CHRISTIAN(8)



BENOIT(4)

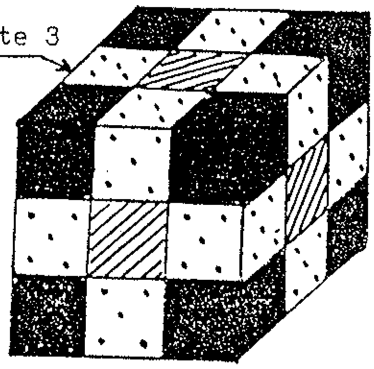
Fille(3)
YVONNE(7)

Fille(2)
ZENOBIE(6)

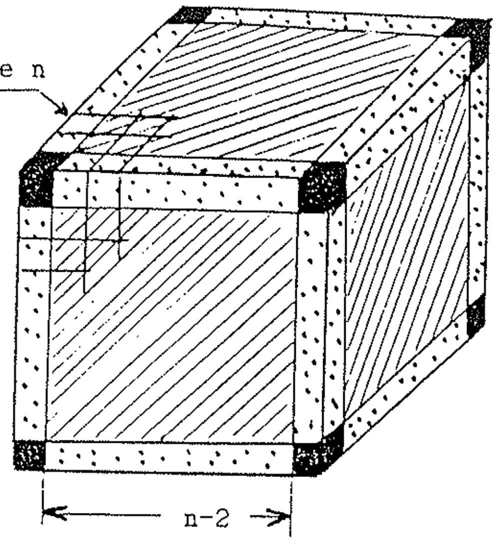
"CUBE"

(Enoncé p. 27)

Arête 3



Arête n



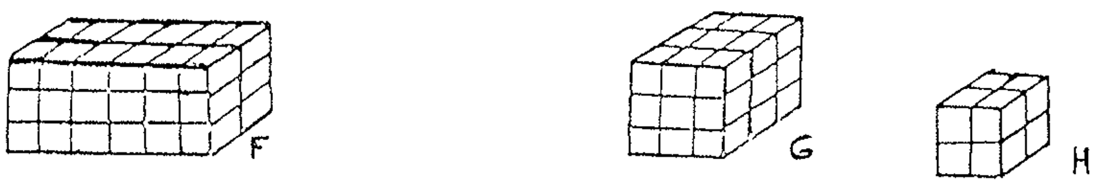
"petits" cubes peints sur

3 faces:	8	8
2 faces:	12	$12(n-2)$
1 face:	6	$6(n-2)^2$
0 face:	1	$(n-2)^3$
TOTAL	$27=3^3$	$((n-2)+2)^3=n^3$

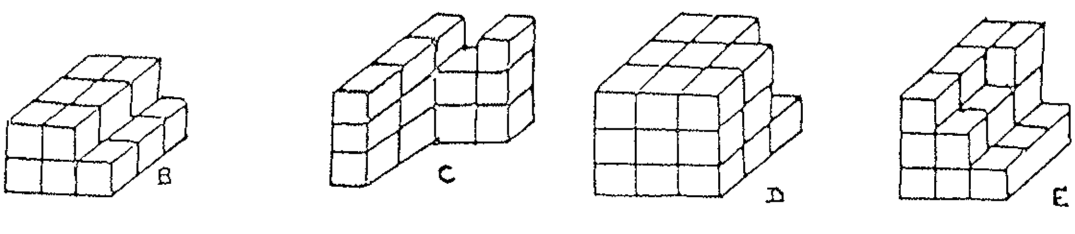
Remarque

Il existe dès l'école élémentaire de nombreux exercices de dénombrement de "petits" cubes dans divers assemblages.

Exemples: -Avec les cubes de l'assemblage F, peut-on réaliser les deux assemblages G et F?



-Combien de cubes dans chaque assemblage?



"DESSIN GEOMETRIQUE"

(Enoncé p. 28)

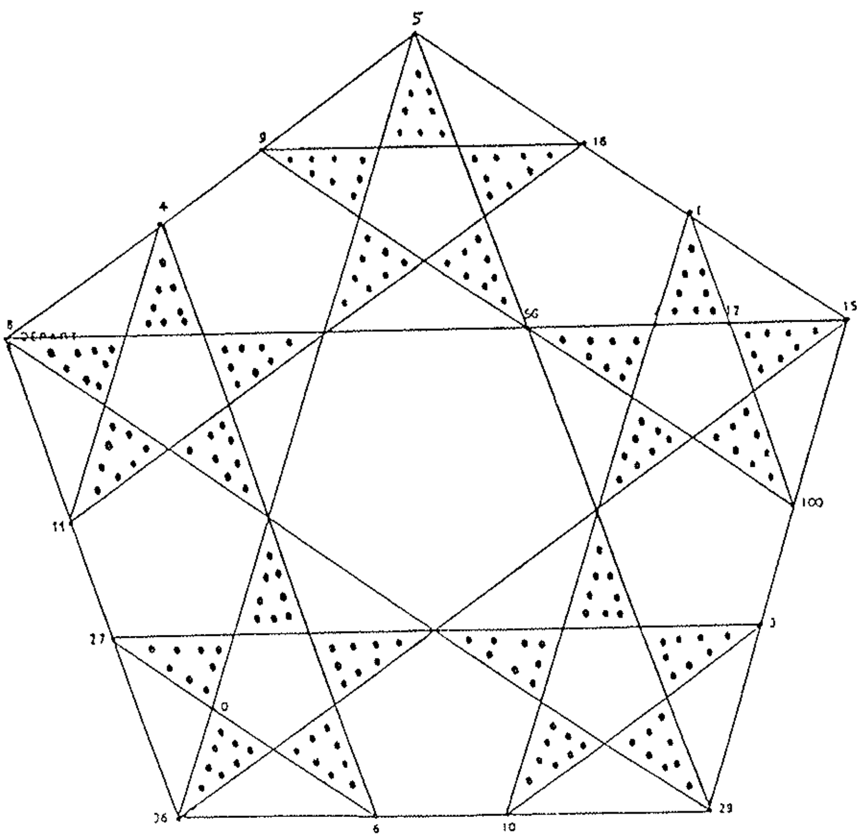
Ce défi permet de faire une liaison entre l'arithmétique (recherche du terme inconnu d'une opération) et le tracé à la règle permettant d'obtenir une figure géométrique.

Sur les 32 étapes de calcul, les enfants de CM font quelques erreurs notamment au niveau des soustractions (comme ?-12=17) et des divisions (comme 0:5=?) qui se traduisent par des anomalies sur le dessin géométrique. Pour que l'exercice soit auto-correctif on peut ajouter dans la consigne:

"...colorier les cinq étoiles obtenues."

1)	2 × ■ = 14	■ = 7
2)	■ + 6 = 16	■ = 10
3)	17 × ■ = 51	■ = 3
4)	3 × 3 × 3 = ■	■ = 27
5)	0 × 58 = ■	■ = 0
6)	25 : ■ = 5	■ = 5
7)	7 × 8 = ■	■ = 56
8)	2 × ■ + 1 = 19	■ = 9
9)	32 : 8 = ■	■ = 4
10)	3 × ■ = 18	■ = 6
11)	■ - 12 = 17	■ = 29
12)	3 × ■ = 24	■ = 8
13)	20 - ■ = 16	■ = 4
14)	22 - ■ = 11	■ = 11
15)	■ - 8 = 8	■ = 16
16)	108 : ■ = 12	■ = 9

17)	2 × ■ - 2 = 8	■ = 5
18)	1 × 1 × 1 = ■	■ = 1
19)	4 × ■ = 28	■ = 7
20)	2 × 2 × 3 = ■	■ = 12
21)	1000 : 10 = ■	■ = 100
22)	100 - ■ = 44	■ = 56
23)	■ + 2 = 31	■ = 29
24)	50 - ■ = 35	■ = 15
25)	35 : 35 = ■	■ = 1
26)	36 : 3 = ■	■ = 12
27)	■ + ■ + ■ = 45	■ = 15
28)	■ : 4 = 9	■ = 36
29)	■ × ■ = 36	■ = 6
30)	0 : 5 = ■	■ = 0
31)	■ : 9 = 4	■ = 36
32)	3 × ■ = 24	■ = 8



"PUZZLES 1 ET 2"

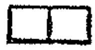
(Enoncé p. 29-30)

Rappelons qu'un POLYMINO est un ensemble de carrés "à connexions simples" c'est à dire que les carrés sont juxtaposés (chaque carré à au moins un côté commun avec un autre carré).

Avec 1 carré

1 MONOMINO

Avec 2 carrés

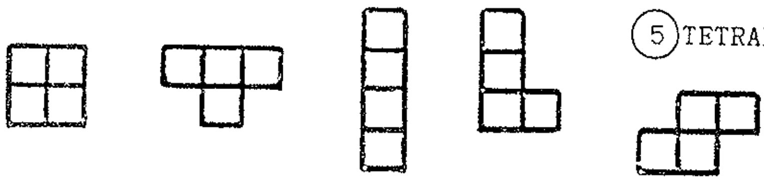


1 DOMINO

Avec 3 carrés

2 TRIMINOS

Avec 4 carrés

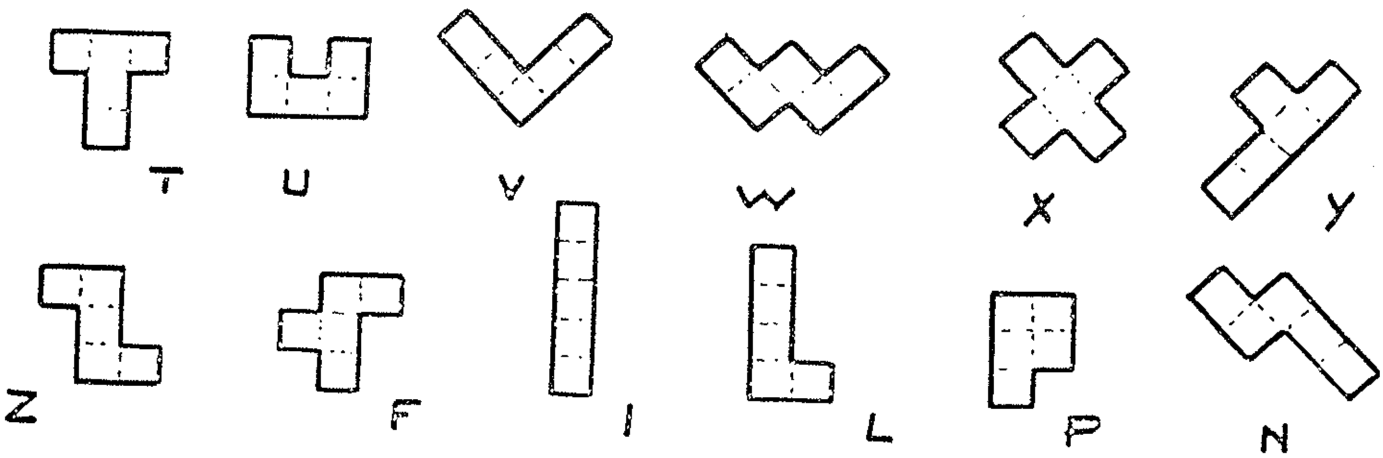


5 TETRAMINOS

Avec 5 carrés

On peut les désigner avec des lettres

12 PENTAMINOS



Avec 6 carrés

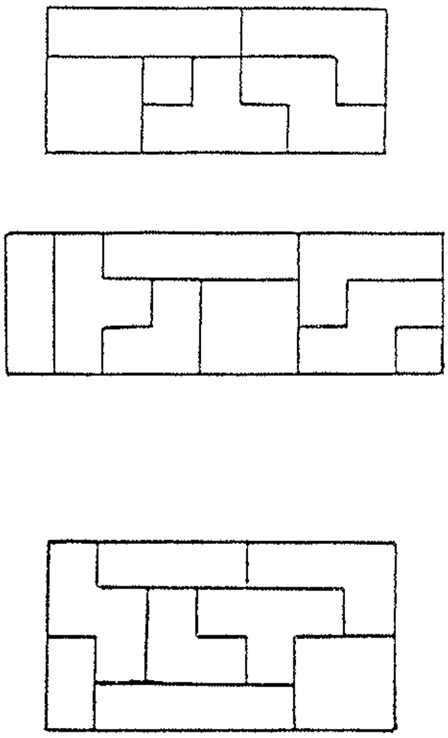
Voir le défi "BOITE"

35 HEXAMINOS

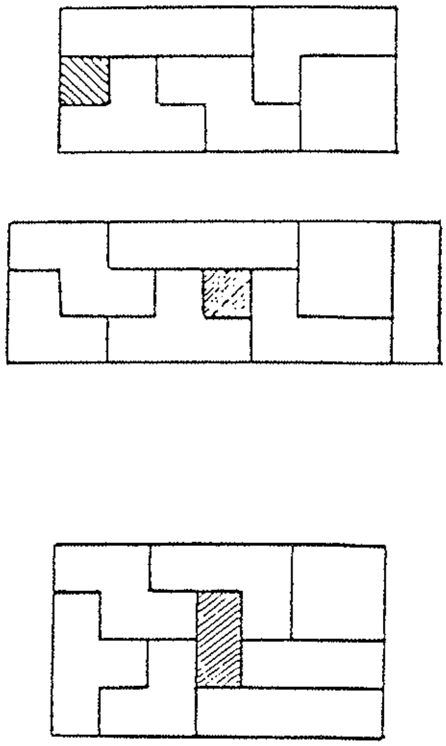
N.B. Personne n'a encore trouvé la relation entre le nombre de n.MINOS et n.

Ci-dessous on trouvera un exmple de solution pour chacun des puzzles proposés.

①



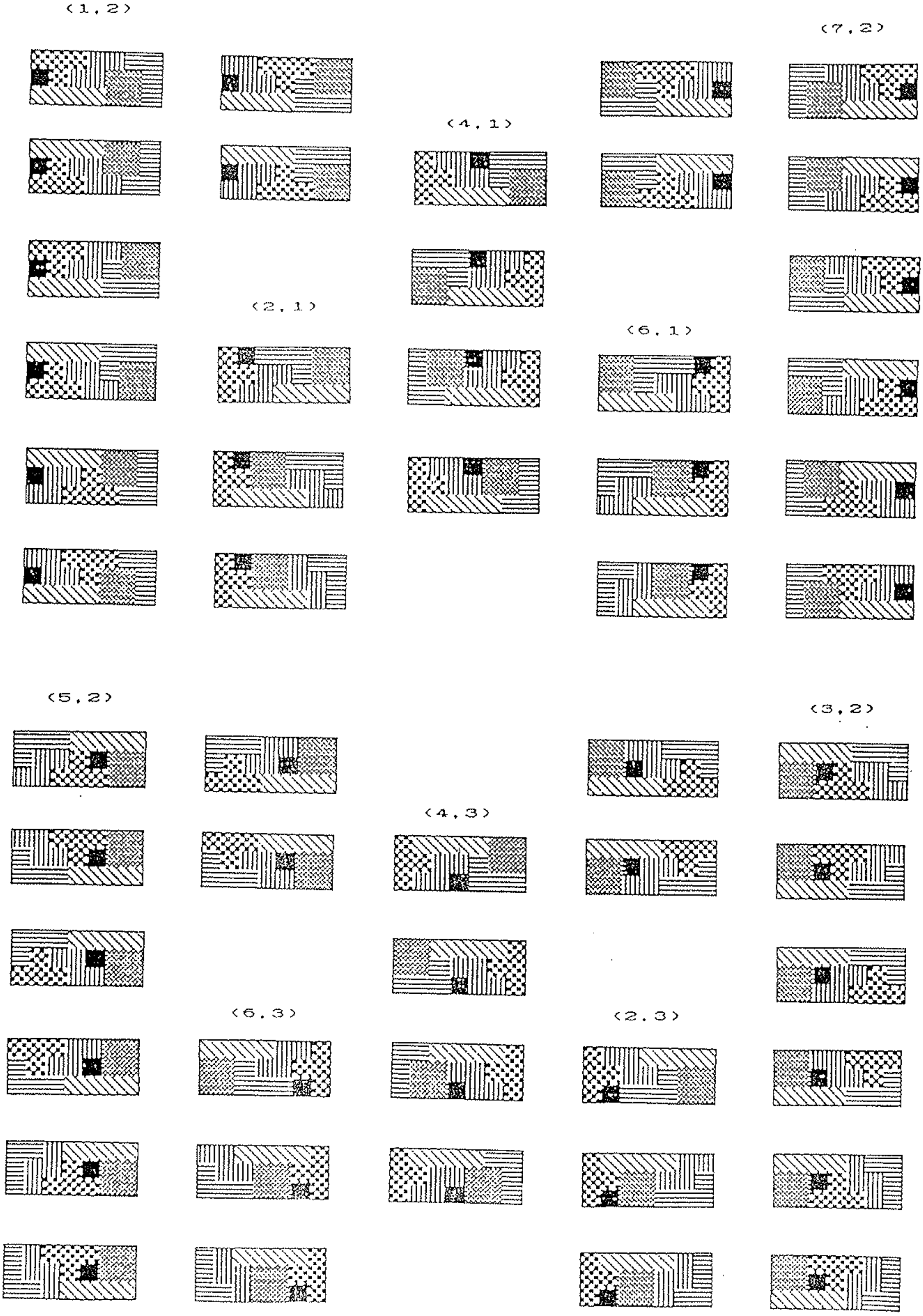
②



Dans la page suivante on trouvera les 52 solutions possibles du premier puzzle. Ces solutions ont été obtenues par simulation sur TO7-70 (2280 essais, 5 heures de calcul environ).

Ces 52 solutions sont présentées classées suivant la place du MONOMINO (coordonnées: $1 \leqslant x \leqslant 7$ et $1 \leqslant y \leqslant 3$).

On remarquera les symétries entre les différentes solutions ainsi que le fait suivant: 10 positions seulement sur 21 sont possibles pour la place du MONOMINO. en particulier, il n'existe pas de solution avec le MONOMINO au centre ou dans l'un des coins du rectangle 7x3.


(1,2)
(7,2)
(4,1)
(2,1)
(6,1)
(5,2)
(3,2)
(4,3)
(6,3)
(2,3)