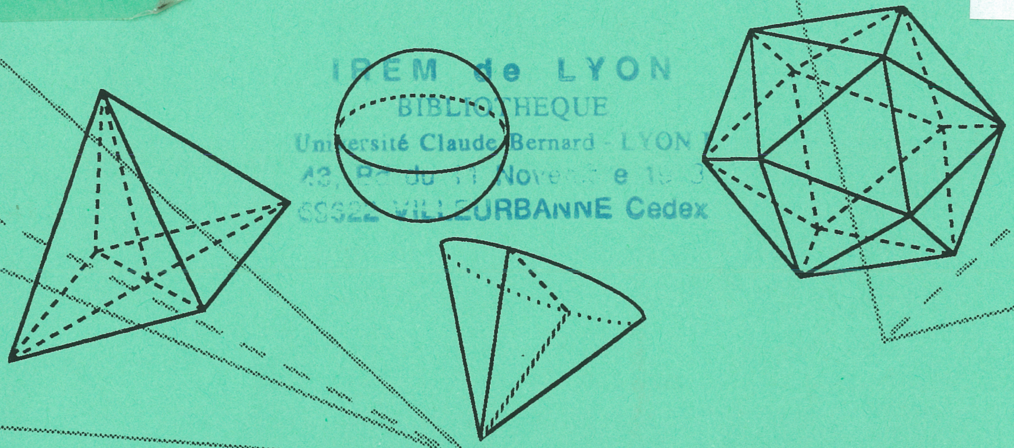
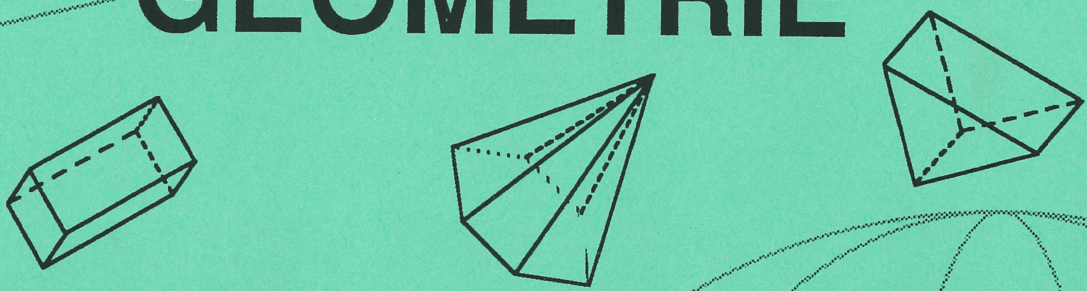
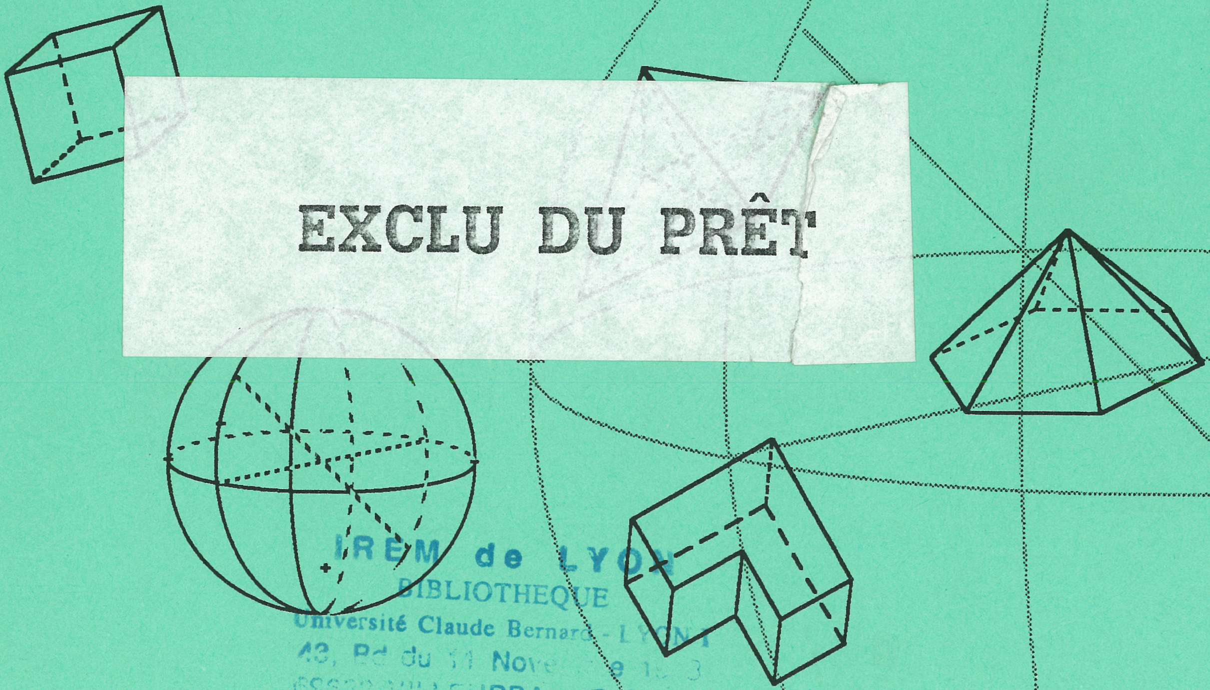
IREM DE BESANÇON



GEOMETRIE



DANS L'ESPACE



ACTIVITES POUR LA CLASSE EN COLLEGE Octobre 93

IREM DE BESANÇON

GEOMETRIE DANS L'ESPACE

ACTIVITES POUR LA CLASSE EN COLLEGE

Enseignants engagés dans l'équipe du

Suivi Scientifique de Nouveaux Programmes de Collège

M. Bideaux
F. Couturier
A. Feneux
J.P. Govin
F. Liégeois
F. Rommevaux
C. Vuillemin
A. Bodin
C. Demassue
C. Frelet
C. Grandjean
A.M. Pierre
M.P. Rommevaux
F. Vuillerez

Travail réalisé avec l'aide de la Direction des Lycées et Collèges ainsi qu'avec l'appui constant de la MAFPEN de BESANÇON

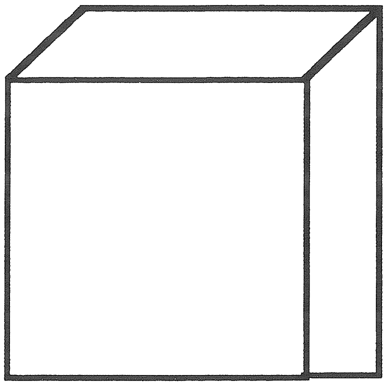
Sommaire

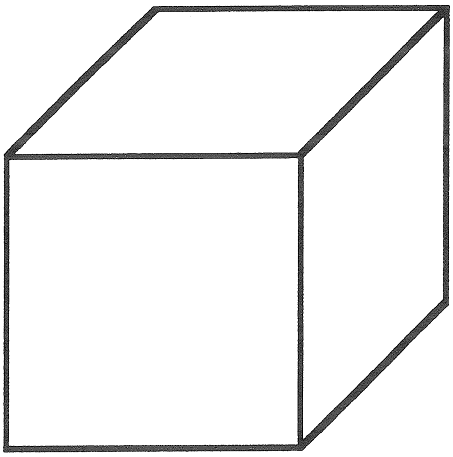
Premier contact avec l'espace en cinquième

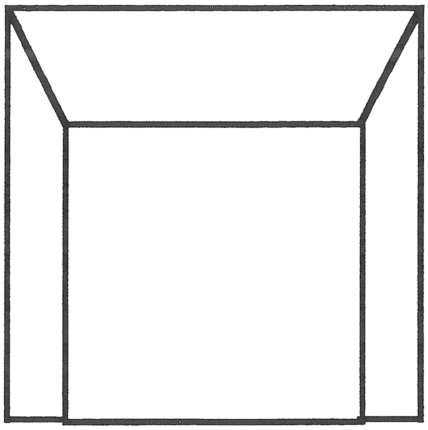
Dans une classe de cinquième, sans préparation préalable, nous avons demandé aux élèves de représenter un cube .

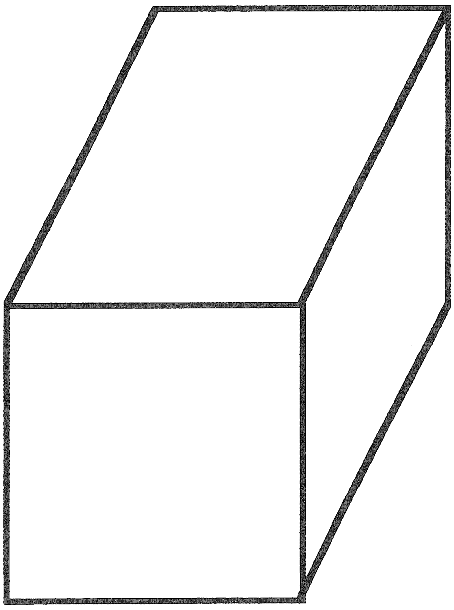
Simultanément, nous avons placé ostensiblement un cube assez volumineux sur le bureau.

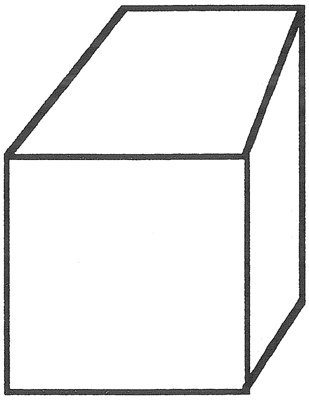
La diversité des représentations obtenues, que l'on peut voir sur cette feuille montre bien que la représentation en perspective cavalière est rarement la première à venir à l'esprit des élèves.











INTRODUCTION

Les travaux présentés dans la présente brochure ont été réalisés dans le cadre du Suivi Scientifique des Programmes de Collège. Dans ce cadre, et dans une vingtaine d'IREM, des équipes académiques ont eu pour mission d'"expérimenter" les nouveaux programmes au cours de l'année précédent leur mise en application officielle.

Ce travail a été possible grâce à l'impulsion et aux moyens donnés au niveau national par la Direction des Lycées et Collèges et, au niveau académique, par la MAFPEN de BESANÇON. Il a été, de plus, étroitement articulé avec les travaux de la Commission Permanente pour l'Enseignement des Mathématiques (COPREM).

Toutes les équipes du Suivi n'ont pas adopté la même stratégie. Certaines ont choisi de travailler l'ensemble des programmes : elles ont produit un nombre important de documents, se sont intéressées à la "faisabilité" de ces programmes et ont élaboré des éléments de gestion de la classe et du temps pour une année complète.

L'équipe de Besançon a suivi une autre démarche : elle a préféré n'étudier qu'un ou deux thèmes par année, mais de façon aussi approfondie qu'il était possible de faire, compte tenu à la fois de nos compétences, de l'avancement du calendrier, et de diverses autres contraintes.

La démarche utilisée est assez caractéristique du type de recherche qu'il est possible de mener dans les IREM : la structure IREM permettant en effet de développer une ingénierie didactique articulant les aspects pratiques et les aspects théoriques, sans pour autant les confondre.

Aspects pratiques :

- obligation de tenir compte des contraintes du terrain : organisation de l'enseignement, niveau et motivation des élèves, aspect matériels,....
- obligation de tenir compte des conceptions et représentations aussi bien des élèves que des enseignants,
- obligations dans le déroulement temporel des actions liées à la formation des élèves : situations d'apprentissage, évaluation,...

Aspects théoriques :

- analyses épistémologique et didactiques des contenus d'enseignement, facilités par la présence dans l'équipe de recherche d'enseignants et de chercheurs des divers niveaux,
- information, et prise en compte, dans la mesure du possible, des travaux de recherche en didactique des mathématiques ayant un lien avec le travail d'ingénierie entrepris.

Au cours de l'année scolaire 1985-1986, les thèmes "proportionnalité" et "symétrie orthogonale" en Sixième ont ainsi été approfondis. Ces thèmes sont présentés dans la brochure "Suivi Scientifique de l'IREM de BESANÇON - classe de sixième".

Notre réflexion sur l'enseignement de la géométrie de l'Espace a commencé dès cette première année et l'on trouvera dans la brochure citée ci-dessus une première analyse des objectifs ainsi qu'un premier bilan sur les savoirs des élèves dans ce domaine.

L'expérimentation sur la géométrie de l'Espace s'est prolongée les années suivantes sur les quatre niveaux du Collège. Notre équipe est restée à peu près stable et de nombreuses réunions ont été nécessaires pour analyser les contenus et mettre au point les situations d'apprentissage et les situations d'évaluation. Ces réunions ont été entrecoupées par des observations collectives de classes.

Toutes les activités présentées ici ont été expérimentées dans les classes des enseignants de l'équipe et ont souvent été modifiées pour tenir compte des observations faites. De plus, au cours des années suivant leur mises au point, elles ont été régulièrement réinvesties dans l'enseignement normal de ces enseignants et, à l'IREM, dans des actions de formation continue.

Il nous a semblé utile de mettre ces documents et nos réflexions à la disposition de l'ensemble de nos collègues ; nous espérons qu'ils y trouveront des idées et des aides leur permettant de continuer à faire vivre avec profit la géométrie de l'espace dans leurs classes.

Comme cela a été le cas pour d'autres équipes du Suivi Scientifique, le travail présenté dans la présente brochure pourrait s'intituler :

La place de la géométrie dans l'espace dans les programmes et dans les classes.

Contrairement à ce qui se passait dans les programmes de 78, la géométrie dans l'espace est présente, dans les nouveaux programmes, à tous les niveaux, avec l'indication pour chacun, d'un certain nombre de capacités dites exigibles. Les contenus de programmes et les capacités associées sont rappelées tout au long de cette brochure.

Par ailleurs, le lecteur trouvera dans la deuxième partie de la brochure les résultats d'une enquête faite auprès des professeurs de mathématiques des collèges de l'académie de Besançon en mars 90, enquête qui nous renseigne sur leur perception des changements de programme.

La continuité dans l'apprentissage, telle qu'elle est souhaitée par les programmes, permet de réinvestir des notions étudiées antérieurement et de faire évoluer les conceptions et représentations des élèves.

Il est intéressant de commencer l'étude de la géométrie dans l'espace dès le premier trimestre. Dans ce cas, les situations de l'espace deviennent des supports pour d'autres activités : gestion de données, propriété de Pythagore, de Thalès.... La résolution de problèmes de l'espace conduit souvent à des exercices très riches de géométrie plane.

De plus, nous avons remarqué que des élèves, par ailleurs en difficulté dans d'autres domaines mathématiques, ont une bonne représentation de l'espace. Ils se sentent valorisés à cette occasion et leur comportement évolue positivement.

Notre conception de l'apprentissage

Quand les élèves arrivent dans nos classes, leur tête n'est pas vide ; ils ont un certain vécu et des connaissances acquises dans les classes antérieures, dans d'autres disciplines et, bien sûr, en dehors de l'école. Nous devons tenir compte des représentations qu'ils se sont construites même si elles sont incomplètes, incorrectes, voire erronées.

Le test de positionnement proposé avant tout apprentissage (et donc non noté !) renseigne le professeur sur les préacquis et sur les conceptions a priori de ses élèves.

A partir des résultats de ce test, les situations d'apprentissage sont construites de façon à faire évoluer les conceptions et les connaissances des élèves. Le travail par groupe de 3 ou 4 élèves est un élément important dans ce processus de formation. Lorsque le professeur demande une seule réponse par groupe, des discussions constructives ont lieu entre membres d'un même groupe pour mettre au point la solution qui sera retenue, puis exposée et défendue devant les autres groupes de la classe. Cette phase de confrontation est essentielle dans la construction et l'appropriation du savoir.

La synthèse des travaux de groupes est particulièrement importante. Elle permet à chaque groupe d'exposer son point de vue et d'argumenter pour le défendre. Il est souhaitable que le professeur n'influence pas le débat, même si ce qui s'en dégage n'est pas la réponse attendue.

C'est au cours de l'institutionnalisation qui suit que le professeur, garant du savoir, indique aux élèves les propriétés qui seront retenues et pourront être utilisées à l'occasion d'autres exercices.

Pour terminer, il reste à essayer de mesurer l'effet de l'apprentissage. Le test bilan, passé à moyen terme (une quinzaine de jours après la fin de l'apprentissage officiel) joue ce rôle.

Contenu de la brochure

Comme nous l'avons dit plus haut, toutes les activités proposées dans cette brochure ont largement été expérimentées dans des classes. Elles ne recouvrent que partiellement le programme de géométrie de l'espace au collège ; en particulier, les problèmes de calcul de volumes sont peu abordés. Leur objectif principal est d'aider les élèves à mieux appréhender les relations spatiales. Ces activités font alterner manipulations, lecture et production de dessins, expériences mentales, abstractions et déductions. Dans la suite de cette brochure, les remarques données en italique à la suite des présentations d'activités relatent les principales réactions des élèves lors des observations de classes que nous avons organisées.

Le choix de distinguer plus nettement qu'il n'est fait habituellement les aspect liés à l'étude des relations spatiales (vision de l'espace, opérations mentales sur les relations spatiales représentations, ...) et les aspects liés à la quantification de l'espace (aires des surfaces, volume des solides, ...) résulte d'un choix délibéré et longuement discuté dans l'équipe.

En effet, l'acquisition des outils de préhension et d'analyse des objets de la géométrie de l'espace présente des difficultés particulières et se heurte à de nombreux obstacles. Ceux-ci ne sont qu'escamotés par la quantification précoce. Le repli sur les calculs de volume, par l'algorithmisation qu'il suppose, constitue alors une facilité illusoire.

Les vrais problèmes liés à la notion de volume, ceux qui ne se réduisent pas à un simple calcul numérique, présentent aussi des difficultés importantes pour les élèves. Certaines de ces difficultés recoupent d'ailleurs les difficultés évoquées ci-dessus.

L'hypothèse que nous faisons est qu'il est possible et souhaitable de travailler de façon préalable et préférentielle sur les relations spatiales avant d'aborder les calculs de volume. Ces calculs devront cependant apparaître ultérieurement de façon aussi "naturelle" que possible, c'est-à-dire liée aux problèmes précédents. Il est d'ailleurs important pour la suite de leurs études, et pas seulement dans le domaine mathématiques, que les élèves développent des compétences solides dans ce domaine. Les diverses études disponibles (DEP, EVAPM, ...) montrent que nous sommes encore loin du compte.

Une autre originalité concerne peut-être l'importance que nous avons donné à la manipulation effective ou mentale de "vrais" solides, c'est-à-dire de solides qui ne se réduisent pas à de simples surfaces. Bien sûr, les activités au cours desquelles les élèves ont à découper, transpercer, réunir, des objets en bois ou en polystyrène, présentent quelques difficultés d'organisation. En particulier il est difficile de dire à la fin du cours "rangez vos cubes dans vos cahiers", comme on pouvait le faire lorsque l'on se contentait de travailler sur des développements. Selon notre expérience, cet effort d'organisation est largement compensé par l'intérêt que les élèves manifestent pour les activités proposées et par les enjeux que nous entrevoyons en termes d'apprentissages.

L'ancrage premier de nos situations d'apprentissage sur des activités manipulatoires ne doit pas prêter à confusion : à terme, l'enjeu de l'enseignement de la géométrie de l'espace est la construction d'un modèle de l'espace essentiellement abstrait. Seulement, le niveau d'abstraction atteint dépendra des élèves, de chacun d'entre eux.

Lorsque nous avons commencé ce travail, peu de recherches théoriques existaient sur l'enseignement de la géométrie de l'espace ; nous indiquons, dans la bibliographie placée à la fin de cette brochure, les recherches que nous avons essayé de prendre en compte. Ces dernières années cependant, un nombre important de recherches théoriques et pratiques ont été conduites dans le domaine qui nous intéresse ; outre les nombreux travaux des IREM, des articles et des thèses ont été publiés, d'autres travaux sont en cours. Ils ne semble pas que ces travaux soient de nature à remettre en cause l'ensemble de notre approche ; ils pourraient cependant nous inciter à être plus attentifs à tel ou tel point, à modifier certaines séquences,... En didactique des mathématiques comme dans d'autres domaines, il est assez normal que les ingénieries pratiques aient un certain décalage avec les recherches théoriques. Nous indiquons quelques piste nouvelles dans la bibliographie.

Nous ne prétendons pas livrer aux enseignants des instruments définitifs qu'ils puissent utiliser les yeux fermés et si cela était possible, nous ne penserions pas que ce soit souhaitable. Chaque enseignant se trouve placé dans une situation particulière qui, par définition, n'a pas été prise en compte de façon spécifique, dans notre expérimentation. Des adaptations sont donc nécessaires.

De plus nous avons certainement commis ici ou là quelque erreur ou maladresse ; nous prions donc nos lecteurs de bien vouloir nous faire part de toutes les remarques qu'ils jugeront utiles de nous faire.

PREMIERE PARTIE

DES ACTIVITES POUR LA CLASSE

Les programmes

En 6ème, les programmes stipulent :

L'objectif est d'apprendre à voir dans l'espace. L'usage d'une perspective (cavalière) et la fabrication d'un patron sont complémentaires ; à l'aide du patron, le lien sera établi avec le rectangle.
Des travaux permettront de retenir, sous la forme d'images mentales, des situations d'orthogonalité et de parallélisme extraites du parallélépipède rectangle en tant qu'objet.

- Représenter un parallélépipède rectangle en perspective.
- Décrire, fabriquer un parallélépipède rectangle de dimensions données.

Les programmes de 5ème reprennent et prolongent ceux de l'année précédente.

En effet, on peut lire :

Comme en sixième, l'objectif est d'apprendre à voir dans l'espace et d'apprendre à calculer des aires, des volumes.
L'usage d'une perspective (cavalière) et la fabrication d'un patron sont complémentaires.
Des activités sur le parallélépipède rectangle ont permis de retenir, sous la forme d'images mentales, des situations de parallélisme et d'orthogonalité. Ce travail se poursuit grâce à l'étude de quelques autres prismes droits et du cylindre de révolution. L'expérience ainsi acquise permettra de dégager et de mettre en oeuvre sur des exemples simples les propriétés du parallélisme et de l'orthogonalité dans l'espace, mais aucune connaissance à ce sujet n'est exigible des élèves.

- Représenter à main levée et décrire un prisme droit dont la base est un triangle ou un parallélogramme, un cylindre de révolution.
- Fabriquer un prisme droit triangulaire ou un cylindre de révolution de dimensions données.

A - PAVES, PRISMES ET CYLINDRES en 6ème et 5ème

I - L'évaluation : test de positionnement et test de bilan.

Tout au long de notre expérimentation, nous avons eu le souci de construire les situations d'enseignement en prenant en compte les acquis préalables des élèves. Nous avons de même cherché à évaluer les acquisitions ultérieures.

Le lecteur trouvera dans la deuxième partie de cette brochure quelques réflexions sur l'évaluation des élèves et sur l'évaluation des situations d'apprentissage. On y trouvera aussi une analyse sommaire des résultats obtenus aux épreuves d'évaluation utilisées.

Le but principal du test de positionnement présenté dans les pages suivantes est donc de repérer les préacquis des élèves, quant à leurs représentations de l'espace. Il a été passé avant tout apprentissage spécifique des notions visées et n'a pas été noté.

Nous y avons introduit des questions (items) qui avaient été utilisées dans d'autres enquêtes (SPRESE, INRP...) de façon à avoir des éléments de comparaison.

Rappelons que la notion de préacquis se distingue nettement de celle de prérequis. Les prérequis sont relatifs à une situation tandis que les préacquis sont relatifs à un groupe d'élèves déterminé. Si notre analyse a été bien faite, les prérequis relatifs aux situations proposées devraient coïncider avec les préacquis de notre population d'élèves.

La remarque précédente indique une des limitations connues concernant la reproductibilité des situations d'apprentissage. En effet un professeur peut se trouver face à une classe ayant un niveau moyen de compétence préalable bien supérieur à celui que nous avons enregistré : dans ce cas les situations proposées peuvent ne pas présenter beaucoup d'intérêt. Il peut aussi avoir une classe ayant un niveau de compétence très inférieur et pour laquelle des activités préparatoires et compensatrices risquent de s'imposer.

Le test de positionnement a été passé en janvier 87. Ce test a été passé par les 282 élèves de douze classes de Cinquième, qui, conformément aux programmes alors en vigueur, n'avaient reçu aucun enseignement de géométrie dans l'espace en Sixième.

Ce test a obtenu un taux moyen de réussite de 55% et la plupart des items sont assez bien réussis. Ceux qui le sont moins semblaient relever de la formation qui allait justement être entreprise. Les réussites conjointes, en général assez faibles, sont caractéristiques de la non maîtrise des situations proposées. Les élèves ont des savoirs, mais ces savoirs sont encore incertains et fragiles.

Le test de bilan présenté quelques pages plus loin a davantage été construit pour contrôler les objectifs de la formation et pour évaluer les élèves que pour évaluer la qualité des situations proposées. Ce test ne reprend l'une ou l'autre des questions du test de positionnement que de façon discrète et détournée.

Le taux moyen de réussite est là encore de 55% ! On retrouve un effet du "calage" spontané des enseignants sur le niveau de leurs élèves.

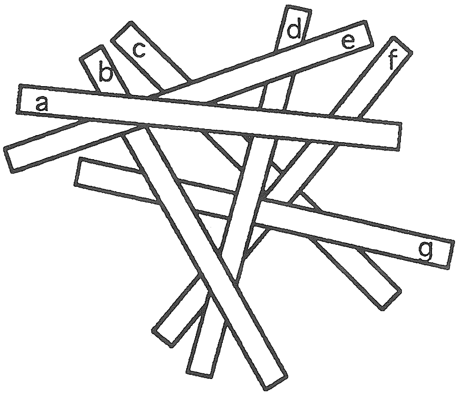
De l'avis des concepteurs et de nombreux enseignants, le test de bilan serait objectivement plus difficile que le test de positionnement. Dans ce cas, la stabilité des taux de réussite traduirait une amélioration des compétences des élèves. Il reste que plusieurs questions mal réussies montrent que certains des objectifs poursuivis sont encore loin d'être atteints. Dans la deuxième partie, nous essayerons de préciser ce point et, dans une certaine mesure, à l'expliquer.

Notons enfin que le test bilan a été passé par une classe de 1ère E et que ces élèves réussissent beaucoup moins bien que les élèves de Cinquième et cela pour toutes les questions sauf la première. Par exemple, ils sont 7 sur 33 à réussir Q5.

5EP1 page 1 | Nom, P

TEST de POSITIONNEMENT ESPACE
Epreuve avec résultats. Le lecteur trouvera en annexe des documents destinés à la reprographie.

Q1



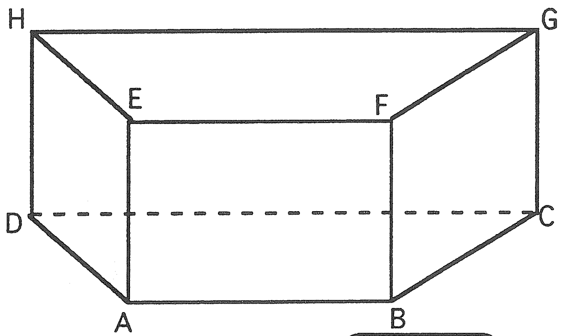
Voici une pile de bâtonnets vue de haut.

Indiquez l'ordre dans lequel on peut les retirer un à un sans faire bouger ceux qui restent.

R = 97 %

1er bâtonnet à retirer	2 ème bâtonnet à retirer	3 ème bâtonnet à retirer	4 ème bâtonnet à retirer	5 ème bâtonnet à retirer	6 ème bâtonnet à retirer	7 ème bâtonnet à retirer

Q2



Le dessin ci contre représente un prisme droit dont la base est un trapèze.

En choisissant parmi les mots de la liste, complétez les phrases qui suivent.

On n'est pas obligé d'utiliser tous les mots , certains peuvent être utilisés plusieurs fois

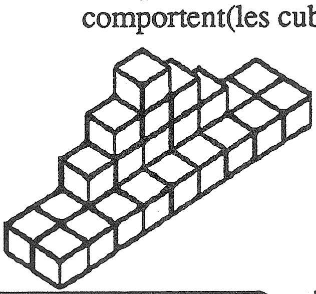
arête	**oblique**
parallèle	**parallélogramme**
rectangle	**face**
sommet	**perpendiculaire**
trapèze	

1) La face FGCB est un ....R = 41 %.........
2) Le prisme a huit ....R = 57 %... et six..R = 54 %
3) L'arête [DH] est ....R = 61 %... à l'arête [BF]
4) L'arête [CG] est ....R = 45 %... à l'arête [GF]
5) L'arête [AE] est ....R = 46 %... à la face EFGH
6) La face ABCD est ....R = 54 %... à la face EFGH

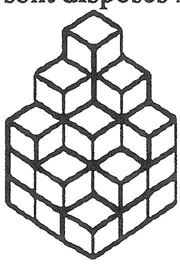
Question inspirée d'une évaluation de fin de cinquième du SPRESE 1982. Globalement, le taux de réussite de nos élèves en janvier 87 est inférieur à celui donné par le SPRESE. Cependant il faut noter que le test du SPRESE a été passé après apprentissage et non avant.

Q3

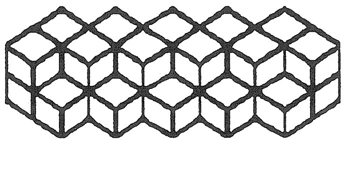
Indiquez sous chacune des constructions le nombre de "petits cubes" qu'elles comportent(les cubes sont disposés les uns sur les autres)



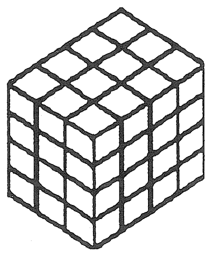
Réponse : R = 83 %



Réponse R = 37 %



Réponse : R = 55 %



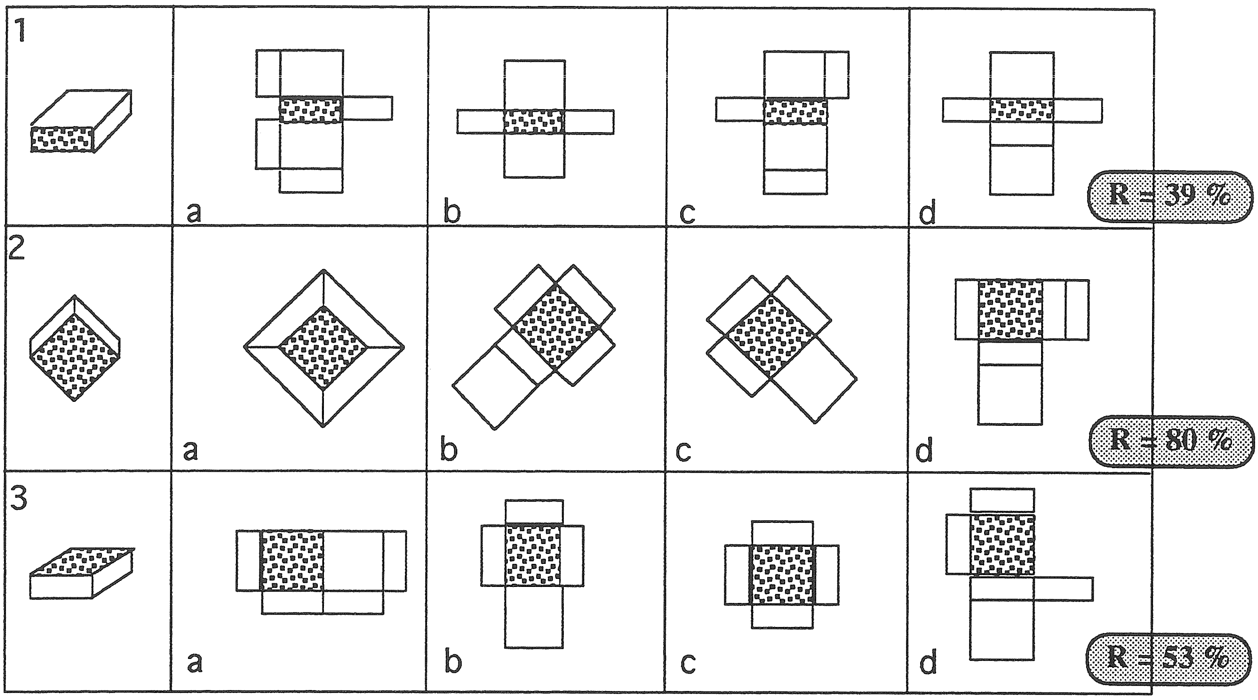
Réponse R = 52 %

Aucune erreur : 21 %

TEST de POSITIONNEMENT ESPACE
Epreuve avec résultats. Le lecteur trouvera en annexe des documents destinés à la reprographie.

Q4 Dans le cadre de gauche de chaque bande de dessins vous voyez une boîte fermée de tous les côtés. A droite les dessins représentent des feuilles de carton diversement découpées. Si on plie l'un de ces dessins suivant les traits, on peut reconstruire la boîte de gauche.

Entourez la lettre correspondant au dessin permettant de reconstruire exactement la boîte.

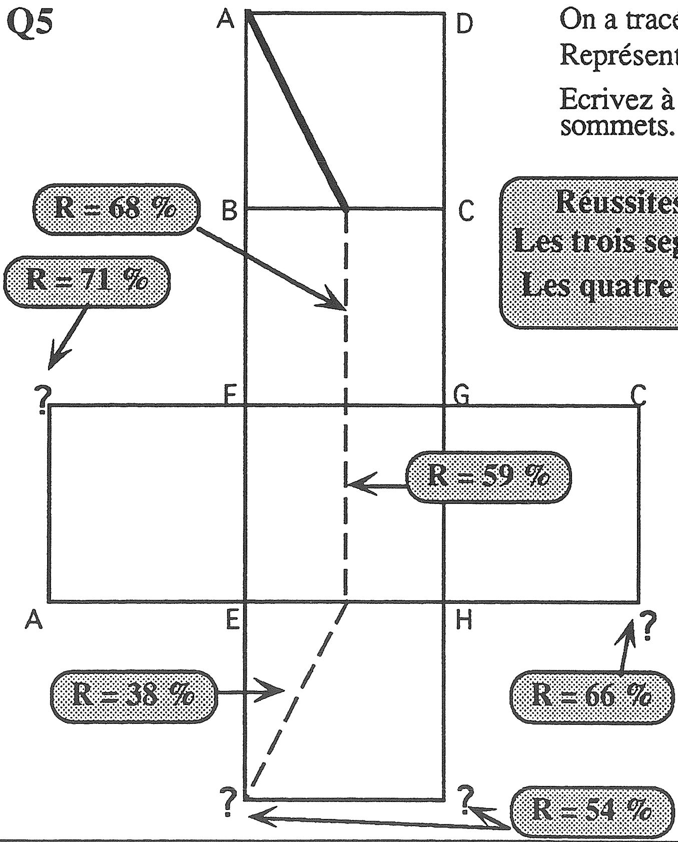


Question empruntée à l'épreuve ERSM 7/6 de l'INETOP (1974)

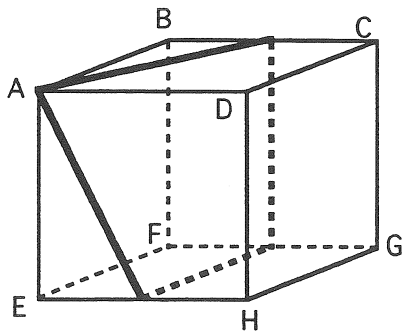
Aucune erreur : 28 %

Q5

On a tracé des segments sur 4 faces d'un cube.
Représentez ces segments sur le développement du cube.
Ecrivez à la place des " **?** " les lettres qui désignent les sommets.



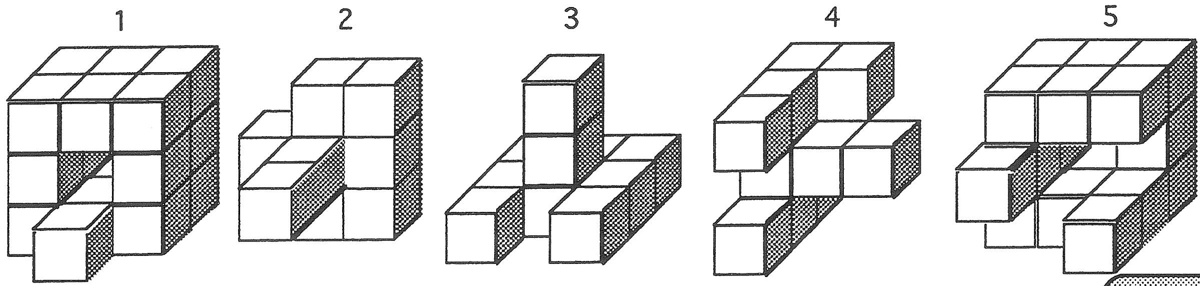
Réussites conjointes
Les trois segments : 37 %
Les quatre points : 54 %



Un peu plus des deux tiers des élèves placent correctement les points A et B mais seulement la moitié marque les deux points D.
Il faut remarquer l'ambiguïté de ce type de dessin où contrairement aux habitudes de géométrie plane deux points distincts portent le même nom.
Si 67% tracent correctement le segment de la face BCGI, ils ne sont plus que 44% à le réussir pour le segment de la face HDAE.

5EP1 page 3	Nom, Prénom :	date:

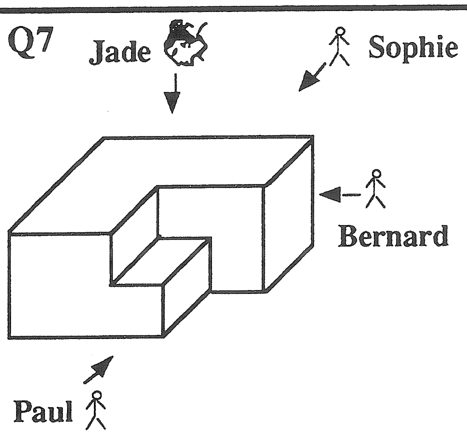
Q6 Parmi les 5 solides proposés deux peuvent s'assembler pour former un cube. Lesquels ?

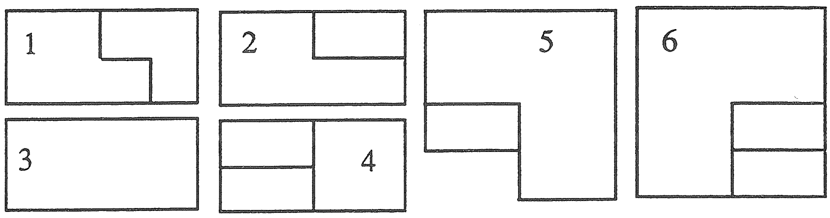


Réponse : Pour former un cube il faut assembler les solides n° et n°

R = 59 %

Q7





Voici le dessin d'un objet en perspective observé par quatre enfants depuis quatre points de vue différents ; on propose six vues portant les numéros de 1 à 6.

Complétez les phrases suivantes :

Paul voit la vue n°....... R = 86 %

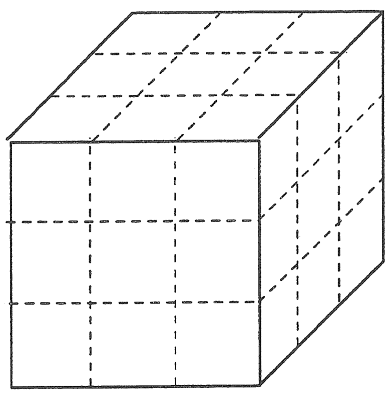
Bernard voit la vue n°.. R = 75 %

Sophie voit la vue n°... R = 54 %

Jade voit la vue n°....... R = 43 %

Aucune erreur : 32 %

Q8



Voici un cube qui a été trempé dans la peinture rouge : on le scie suivant les pointillés (chaque face rouge est partagée en 9 carrés)

Quel est le nombre de faces rouges ? .... R = 37 %

le nombre de petits cubes ayant une seule face peinte ? .... R = 39 %

le nombre de petits cubes ayant exactement deux faces peintes ? .... R = 18 %

le nombre de petits cubes ayant trois faces peintes ? .... R = 45 %

le nombre de petits cubes n'ayant pas de face peinte ? .... R = 45 %

Une erreur au plus : 26 %
Aucune erreur : 06 %

II - Autour du cube en sixième

L'objectif fondamental est d'apprendre aux élèves à voir dans l'espace.
Les situations présentées ci-dessous font se succéder des manipulations (descriptions de solides et réalisation de patrons), des séances de dessin ainsi que des activités de pliage mental d'un patron pour déterminer les positions relatives des faces d'un cube.

Situation 1

Matériel : un cube par élève.

Objectifs : - développer la connaissance du cube.
- mise en place du vocabulaire correspondant.

Tâche : décrire cet objet le plus précisément possible et en construire un patron.

Déroulement : - chaque groupe d'élèves cherche une description. La mise en commun permet de préciser le vocabulaire. Voici les mots utilisés par les enfants :

pour "face" : surface ; côté ; face ; carré
pour "sommet" : coin (pour la majorité) ; sommet
pour "arête" : arête ; côté.

L'activité patron est très riche. Bien que la première partie ait permis de dégager qu'un cube a six faces carrées superposables, certains élèves fabriquent des patrons avec six faces rectangulaires (non carrées) ou cinq faces carrées.

Pour la majorité d'entre eux, le premier dessin réalisé est de type "croix".
Nous avons demandé aux élèves les plus rapides de trouver d'autres patrons. Ce travail a beaucoup intéressé l'ensemble des élèves qui ont tous trouvé plusieurs patrons différents.

Situation 2

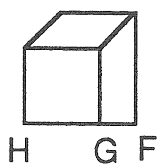
Matériel : un cube par élève.

Objectifs : - faire émerger la représentation spontanée des élèves.
- familiariser les élèves avec des représentations en perspective.

Tâche : dessiner un cube.

Remarque : cette activité est l'occasion de rappeler du vocabulaire : droites parallèles, parallélogramme.

Déroulement :
- sur la majorité des dessins, toutes les arêtes ont la même longueur.
- deux élèves sur 19 alignent les points H, G et F.



Travail à la maison : déformation d'un dessin sur un cube (d'après l'IREM de Lille) ; cf. page 16.

Situation 3

Matériel : différents types de papier pointé (exemples en annexe).

Objectifs : - faire prendre conscience qu'un même objet peut avoir plusieurs représentations (différents points de vue, différentes conventions).

Tâche : dessiner des empilements de trois ou quatre cubes.

Déroulement : plusieurs options sont possibles pour gérer la classe lors de cette situation :

- dessiner un exemple et demander de continuer
- les laisser chercher des façons d'utiliser le papier pointé
- ....

La première option permet d'obtenir des productions rapidement, on peut proposer ensuite de colorier d'une même couleur toutes les faces parallèles.

La deuxième permet de voir en quoi les "contraintes" facilitent la réalisation.

Situation 4

Matériel : fiche élève (page 17).

Objectif : établir un lien entre patron et dessin en perspective d'un cube.

Tâche : la couleur de chacune des trois faces d'un cube étant indiquée sur un dessin en perspective de ce cube, retrouver leur place sur un patron et vice versa.

Remarque : les élèves ne disposent d'aucun matériel. Ils doivent plier mentalement, pour retrouver les dessins.

Lors de la synthèse, le patron d'un cube a été utilisé pour valider les propositions des élèves.

Si la première partie de la fiche a été laborieuse pour certains enfants, lors de la deuxième partie effectuée à la séance suivante, les élèves étaient très à l'aise et certains étaient même capables d'argumenter pour faire accepter leur solution.

Situation 5

Matériel : un pavé droit en plexiglas est placé sur le bureau.

Objectifs : - description.

- réalisation d'un patron.

Tâche : - en classe, décrire un pavé.

- à la maison, réaliser un patron d'un pavé droit de dimensions, en centimètres, 3, 4 et 5.

Remarque : Aucun n'a donné un patron correct dès le premier essai, mais l'analyse de chacun a permis de rectifier les erreurs.

Situation 6

Matériel : papier, ciseaux, colle....

Objectifs : - lecture d'un dessin en perspective.

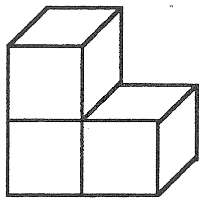
- réalisation d'un patron.

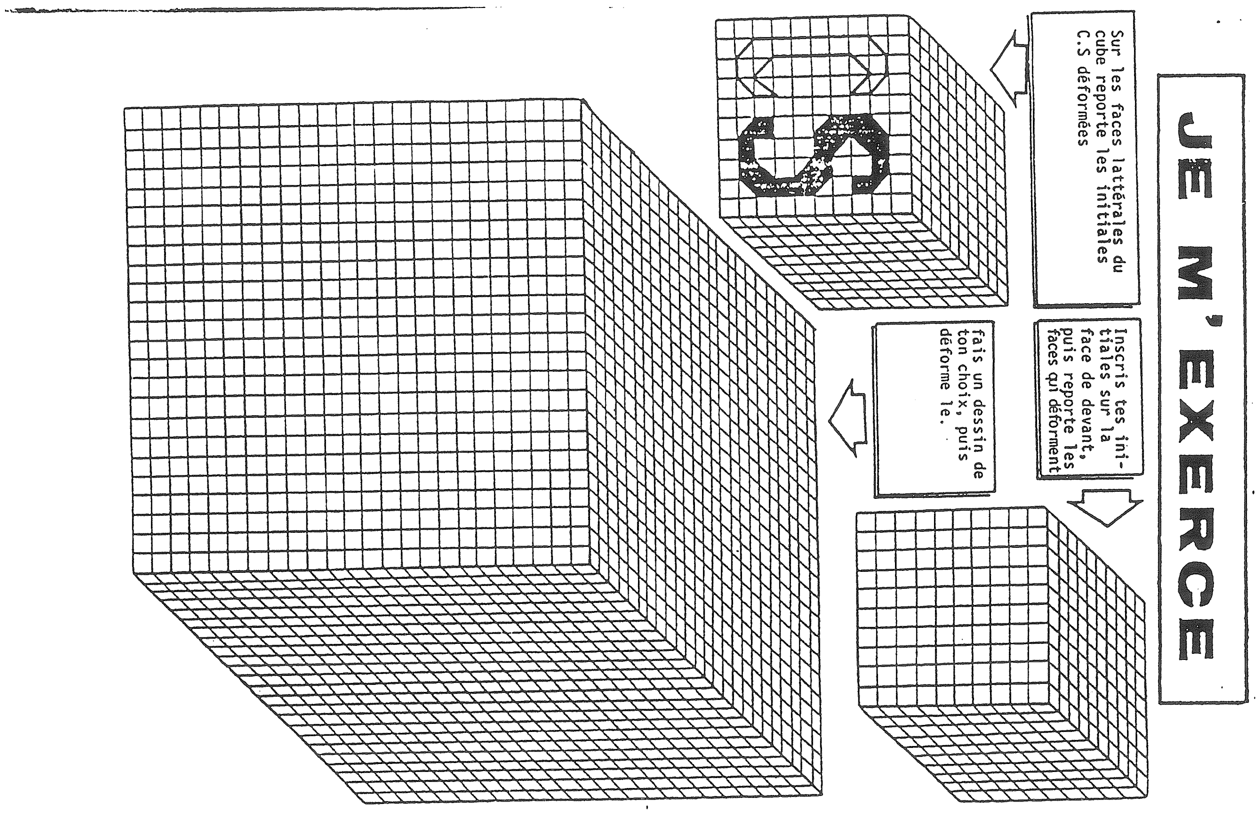
Tâche : réaliser un patron d'un solide formé de trois cubes.

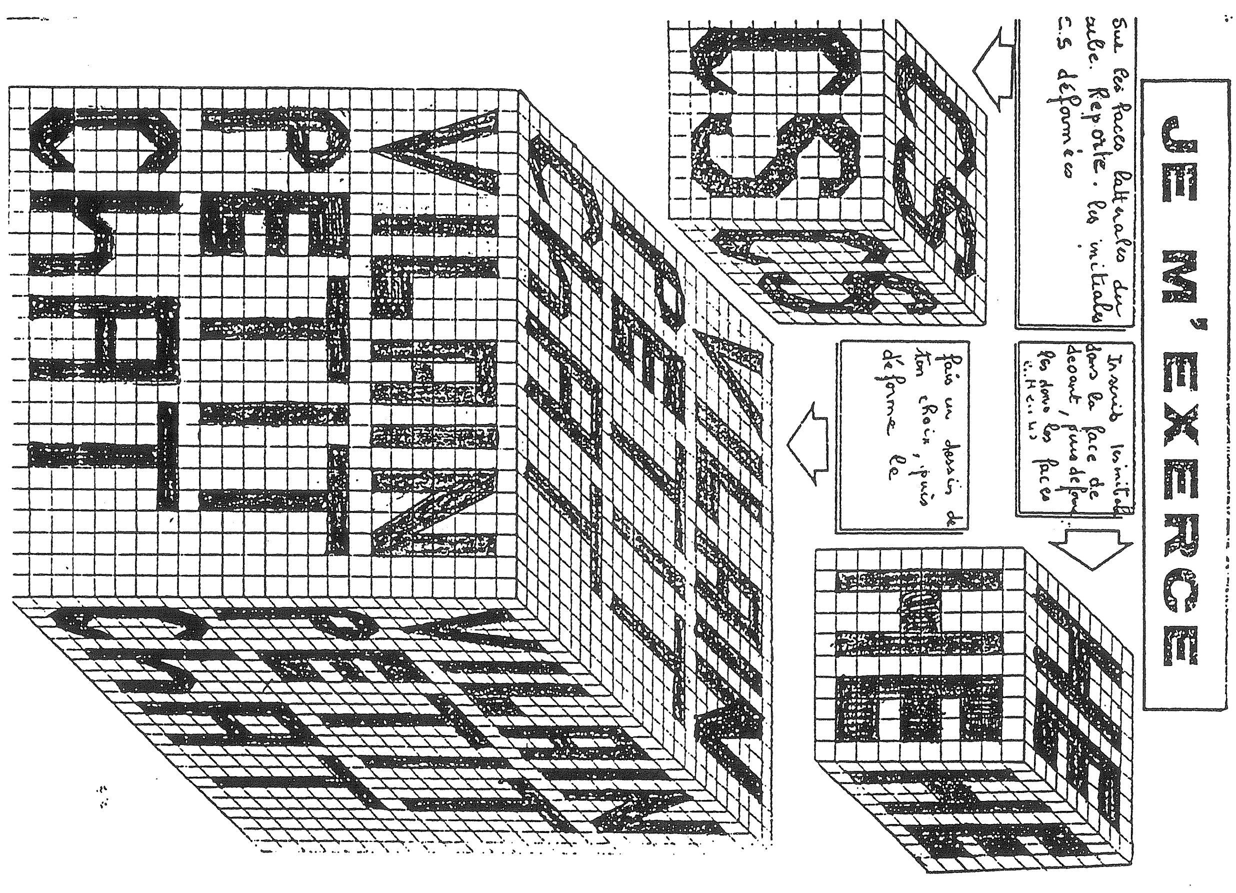
Fiche élève :

Voici le dessin en perspective d'un empilement de cubes.

Fabrique un patron de ce solide.



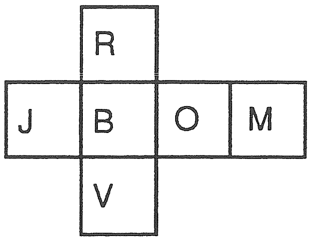




D'après une activité par Claude Slowick de l'IREM de Lille.

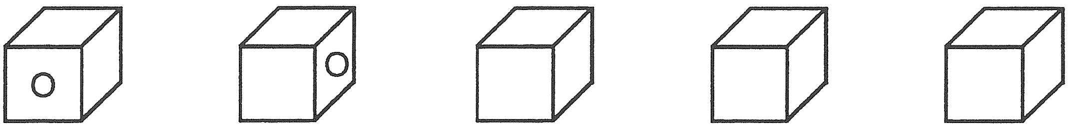
NOM : **Classe :** **IREM DE BESANCON**
Prénom : **Etablissement :** **Fiche élève CUBE**

I - Voici le patron d'un cube avec la couleur de chacune de ses faces.

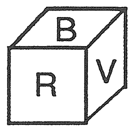


R : rouge
B : bleu
O : orange
J : jaune
V : vert
M : marron

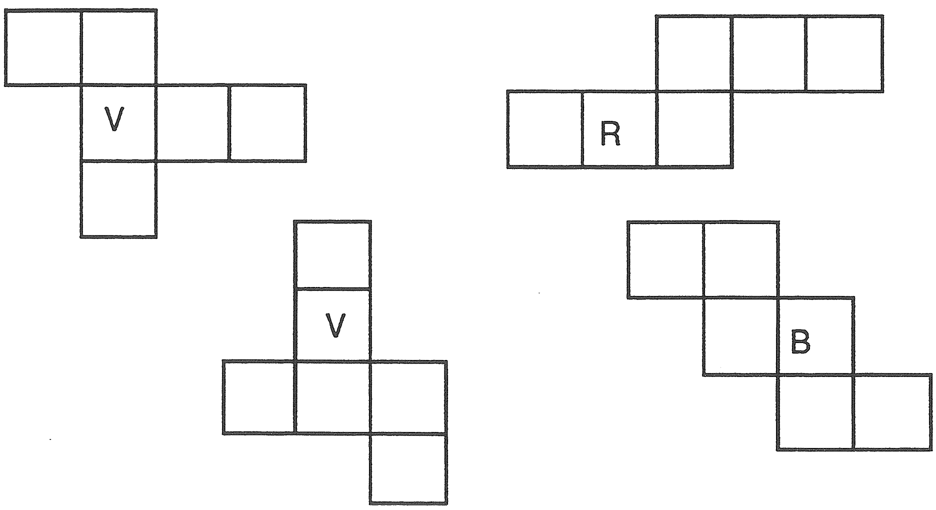
Les dessins en perspective ci-dessous représentent ce cube. Indique sur chacun d'eux la couleur des deux autres faces visibles.

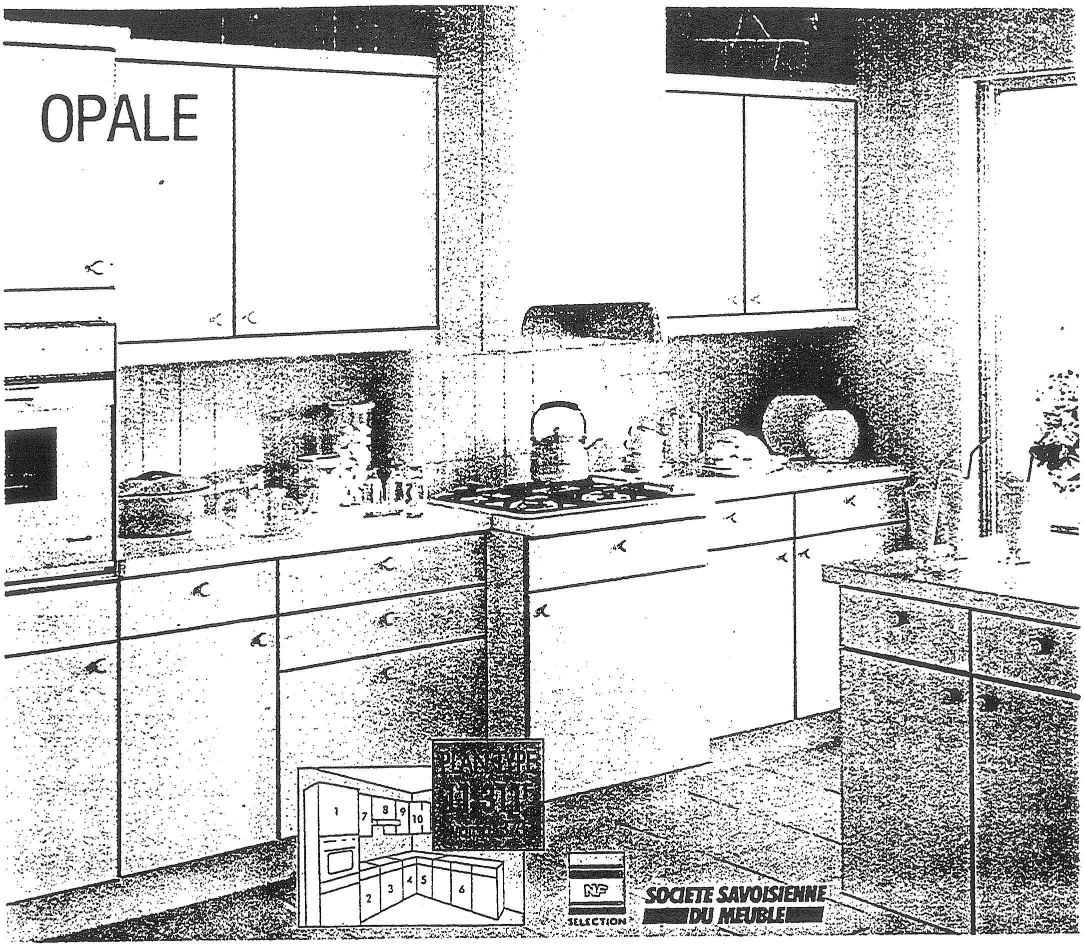


II - Voici le dessin en perspective d'un cube dont les faces parallèles ont la même couleur.
(B : bleu ; R : rouge ; V : vert)



Indiquer, sur chacun des patrons suivants, la couleur de chaque face





Eléments hauts. Haut. 69 cm, prof. 31 cm, prof. int. 30 cm		OPALE	SAHARA p. 386	ALASKA p. 386
1	Larg. 30 cm, droit	4282 993 D **437 F**	5282 709 H **442 F**	5282 666 M **442 F**
2	Larg. 30 cm, gauche	4282 994 A **437 F**	5282 710 N **442 F**	5282 667 J **442.F**
3	Larg. 40 cm, droit	4282 995 R **489 F**	5282 711 K **494 F**	5282 668 D **494 F**
4	Larg. 40 cm, gauche	4282 996 N **489 F**	5282 712 H **494 F**	5282 669 A **494 F**
5	Larg. 60 cm, droit	4282 997 K **597 F**	5282 713 B **604 F**	5282 670 J **604 F**
6	Larg. 60 cm, gauche	4282 998 H **597 F**	5282 714 T **604 F**	5282 671 D **604 F**
7	Larg. 80 cm	4282 999 B **795 F**	5282 715 P **803 F**	5282 672 A **803 F**
8	Larg. 100 cm	4283 020 K **910 F**	5282 716 M **920 F**	5282 673 R **920 F**
9	Haut angle, droit	4283 021 H **1084 F**	5282 717 J **1095 F**	5282 674 N **1095 F**
10	Haut angle, gauche	4283 022 B **1084 F**	5282 718 D **1095 F**	5282 675 K **1095 F**
11	Sur hotte 60, H. 41 cm, gauche	4283 024 P **473 F**	5282 720 J **478 F**	5282 676 H **478 F**
12	Sur hotte 60, H. 41 cm, droit	4283 023 T **473 F**	5282 719 A **478 F**	5282 677 B **478 F**

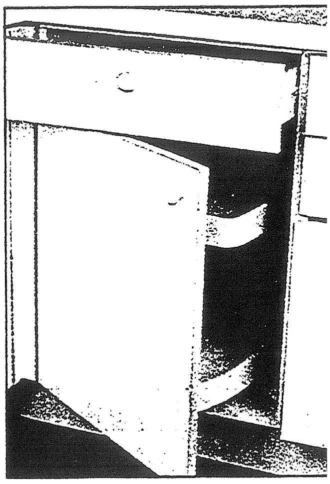
		OPALE	SAHARA p. 386	ALASKA p. 386
13	Hotte 80, H. 41 cm	4283 025 M **640 F**	5282 721 D **647 F**	5282 678 T **647 F**
Eléments bas. Haut. 83, prof. 57 cm, prof. int. 48 cm				
14	Bas 30 cm, droit	4283 026 J **742 F**	5282 723 R **750 F**	5282 679 P **750 F**
15	Bas 30 cm, gauche	4283 027 D **742 F**	5282 722 A **750 F**	5282 680 B **750 F**
16	Bas 40 cm, gauche	4283 028 A **812 F**	5282 724 N **821 F**	5282 681 T **821 F**
17	Bas 40 cm, droit	4283 029 R **812 F**	5282 725 K **821 F**	5282 682 P **821 F**
18	Bas 60 cm, gauche	4283 030 D **967 F**	5282 726 H **977 F**	5282 683 M **977 F**
19	Bas 60 cm, droit	4283 031 A **967 F**	5282 727 B **977 F**	5282 684 J **977 F**
20	Bas 80 cm	4283 034 K **1389 F**	5282 728 T **1404 F**	5282 685 D **1404 F**
21	Bas 60 cm, 3 tiroirs	4283 035 H **1402 F**	5282 730 B **1418 F**	5282 686 A **1418 F**
22	Bas 100 cm	4283 036 B **1552 F**	5282 729 P **1569 F**	5282 707 N **1569 F**
23	Bas 30 cm, panetière	4283 037 T **869 F**	5282 731 T **878 F**	5282 687 R **878 F**
24	Bas 60 cm, table de cuisson, droit	4283 038 P **810 F**	5282 732 P **819 F**	5282 688 N **819 F**

LA CUISINE OPALE ☎
Toute blanche avec des chants plats, épais et gri
Cuisine prête à installer, livrée sur rendez-vous par tran
porteur spécialisé à l'adresse de votre choix. Installatior
par vos soins ou par installateur.

Façade : portes et façades de tiroirs panneaux de partic
les épaisseur 18 mm. Surfacé mélaminé chants en P.V.(
épaisseur 4 mm gris perle soulignant les pourtour
Boutons blancs liseré gris.
Structure : côtés, dessus, dessous et étagères des él
ments hauts et bas en panneau de particules surfa(
mélaminé épaisseur 16 mm blanc. Fond du meuble, pa
neau de fibre plastifié coloris assorti. Assemblage p
tourillons bois collés. Charnières invisibles réglabl(
démontables. Etagères réglables en hauteur.
Eléments bas : livrés sans plan de travail ni plinthe. Mo
tés sur pieds 13 cm avec vérin de réglage (course 1 cm
Tiroirs : sur glissière métallique à galets. Panneau de par
cules revêtu P.V.C.
Vide sanitaire : à l'arrière 7 cm, au sol 13 cm.
Plan de travail : à commander séparément en pannea
de particules 39 mm plaqué stratifié (9/10e) blanc.
Plinthe : à commander séparément. Panneau de particul(
surfacé mélaminé blanc.
Eléments hauts : livrés prêts à l'installation, systèn
de fixation fourni, hauteur 69 cm, prof. 34 cm (intérie
30 cm).
Eléments colonne : livrés avec bandeau assorti (po
réfrigérateur ou four).

Fabriquée en France. Garantie 1 an.

Echantillon Opale [40] *(D 0831 D).*
Carte de demande : voir encart en fin de catalogue.



ESPACE INFO
Aide à la conception p. 373
Les termes à connaître p. 380
RESEAU D'INSTALLATEURS p. 373
APPAREILS ELECTROMENAGERS
voir de la page 558 à la page 606
CATALOGUE SPECIALISE
"Eléments de cuisine et plan d'aménagement"
Carte de demande en fin de catalogue

Eléments, références et prix voir suite du tableau p. 386.

Voir page 839

III - Documents pour la classe de cinquième

Comme pour la sixième, les activités proposées ont pour objectif d'apprendre à voir dans l'espace et à représenter des solides. Il est préférable de ne pas traiter cette partie d'un seul bloc et d'étaler cette étude sur plusieurs semaines au moins de façon à favoriser une évolution des conceptions des élèves.

1°) A partir d'objets familiers

Nous vivons dans un espace à trois dimensions. Nous pouvons donc commencer par observer des objets familiers. Pour cela, le professeur peut demander à ses élèves d'apporter des solides : boîtes de conserve, de gâteaux, coffrets à bijoux, balles, cônes, etc.... Selon les classes, la variété des objets est plus ou moins grande, mais les parallélépipèdes sont toujours nombreux. On peut prévoir des solides de forme un peu moins commune : prisme à base hexagonale ou triangulaire, pyramide ....

Tous ces objets sont disposés sur une table de façon que les élèves puissent les manipuler. Plusieurs activités sont alors possibles:

- classement et description
- représentation libre
- recherche de patrons
- jeux de communication : un élève décrit un solide que les autres doivent identifier.

Ces activités permettent de préciser le vocabulaire (face, arête, sommet, prisme,...), d'apprendre à caractériser un objet par un ensemble de propriétés et aussi, de mettre en évidence des propriétés de parallélisme et d'orthogonalité.

2°) A partir d'une collection de photos

Il s'agit de faire manipuler les élèves "mentalement", c'est-à-dire que les élèves n'ont plus les objets à leur disposition mais uniquement des représentations photographiques. Ils sont ainsi amenés à constater qu'un solide a plusieurs représentations planes. Les avantages des unes et des autres peuvent être alors dégagés.

L'activité peut comporter deux phases :

<u>Première phase</u> (travail en groupes)

Chaque groupe reçoit les fiches 1 et 2. Les élèves sont invités à observer les photos, formuler les propriétés des objets observés et, si possible, les identifier.

Des jeux de communication peuvent être organisés entre les différents groupes.

<u>Deuxième phase</u>

Des tracés sur les photos des fiches permettent de mettre en évidence des déformations : par exemple, certaines droites parallèles dans la réalité ne le sont pas sur les photos. L'idée de relief ne provient pas seulement des tracés mais aussi des ombres, de l'aspect différent des faces...

Lors de cette activité, les élèves comprennent qu'un même objet n'a pas une représentation unique, certaines paraissant plus explicites que d'autres. En particulier, l'angle sous lequel il est vu a une grande importance.

Ces activités peuvent être complétées par la projection sur le tableau à l'aide d'un rétroprojecteur de solides pleins ou de "solides en fil de fer". Ensuite les règles de la perspective cavalière sont bien acceptées et le tracé en pointillés des arêtes cachées apparaît alors commode.

3°) Construction d'un solide à partir d'une de ses représentations

Il s'agit de savoir lire une représentation plane d'un objet de l'espace. Cette lecture peut aussi bien se faire à partir de dessins issus de catalogues (par exemple, plan d'une cuisine aménagée comme à la page 18) que des dessins plus techniques (fiches 3 à 9 page 23 à 29).

Matériel : - fiches 3 à 9.
Le matériel Plot (1) est à leur disposition sur le bureau.

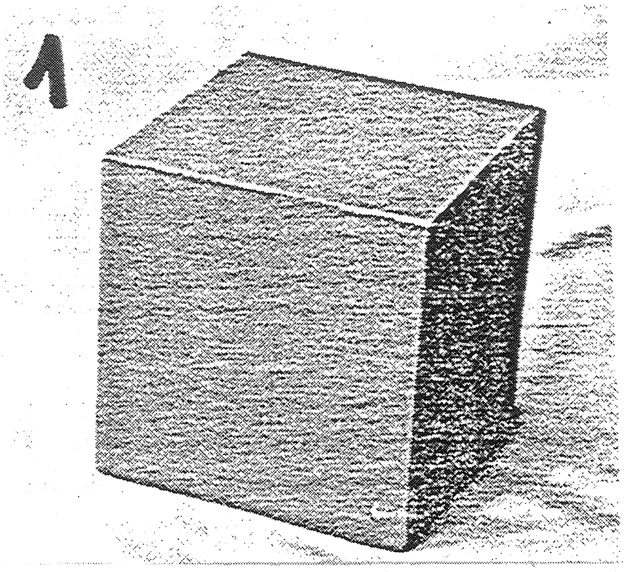
Objectifs : - identifier, sur un dessin en perspective, les différentes faces d'un solide, les dénombrer et compter le nombre d'arêtes.

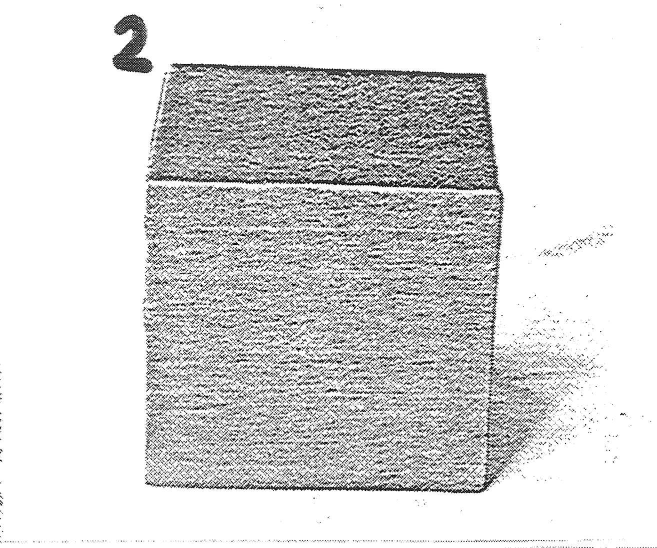
Tâche : - chaque groupe reçoit une fiche de travail. Après avoir observé le dessin en perspective et rempli le bon de commande, un élève du groupe va chercher le matériel nécessaire à la construction du solide.
- recherche d'un patron du solide qui vient d'être construit .

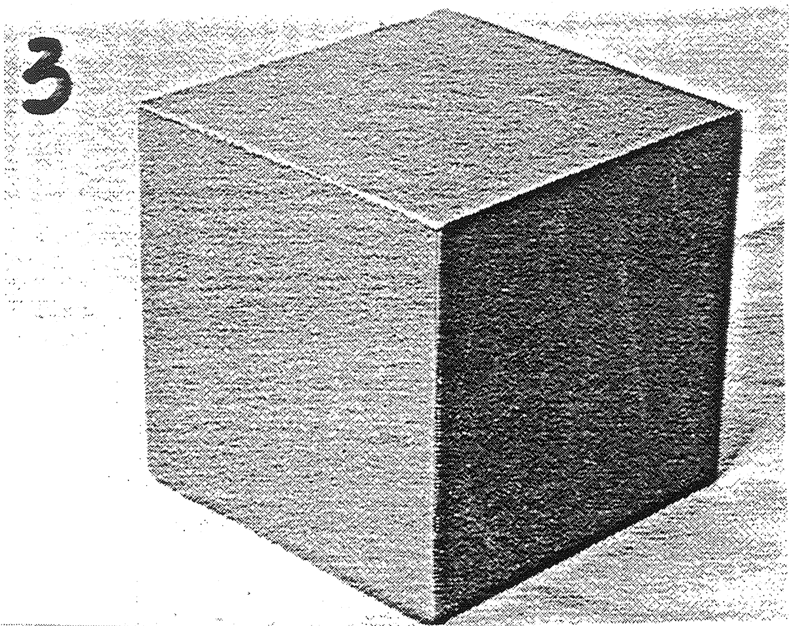
Déroulement :

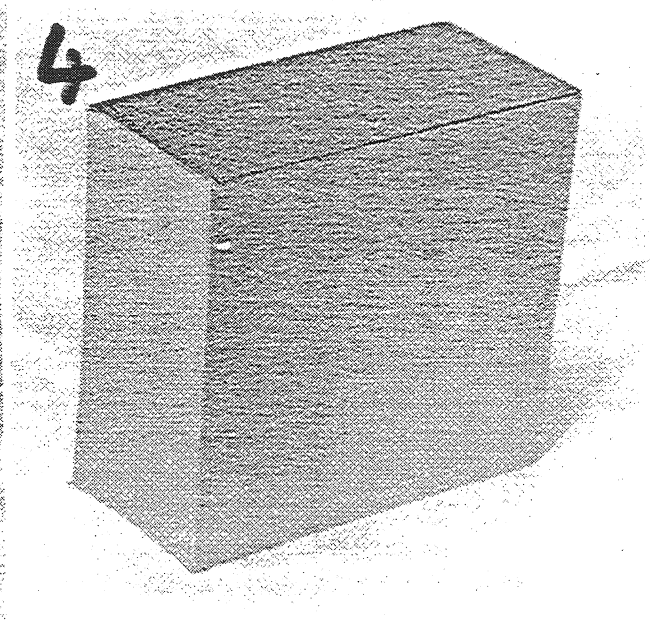
- la majorité des groupes fait plusieurs commandes.
- difficultés rencontrées :
    - oubli de la signification des pointillés
    - étonnement d'un groupe de recevoir des triangles superposables alors qu'ils paraissent si différents sur le dessin.
- Au cours de la réalisation du patron, exercice qui paraît difficile a priori, aucun groupe ne pense à démolir le solide construit. Quand ils ont des difficultés et que le professeur leur suggère cette solution, ils ne sont pas très enthousiastes pour démolir "un si joli solide".

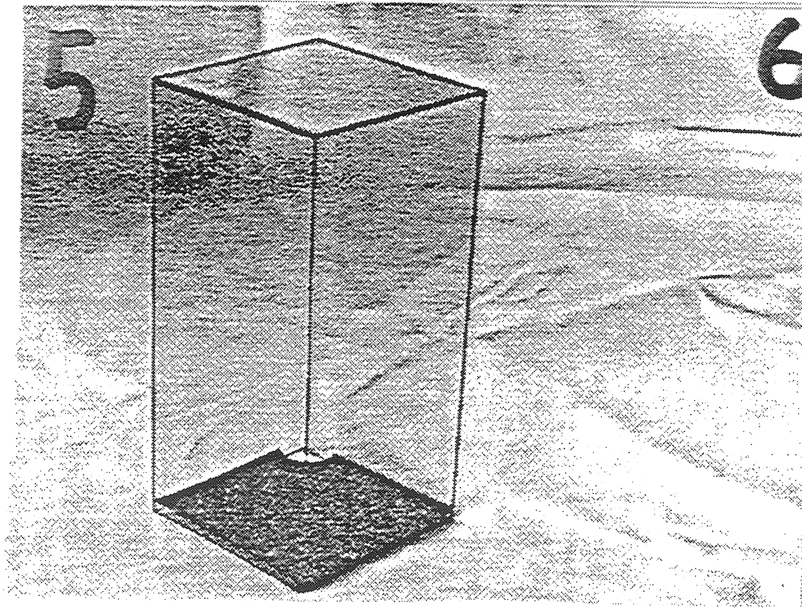
(1) édité par l'IREM d'Orléans, il est composé de pièces en carton (triangles équilatéraux, carrés, pentagones et hexagonaux réguliers). Un système de languettes permet d'associer ces pièces à l'aide d'élastiques.

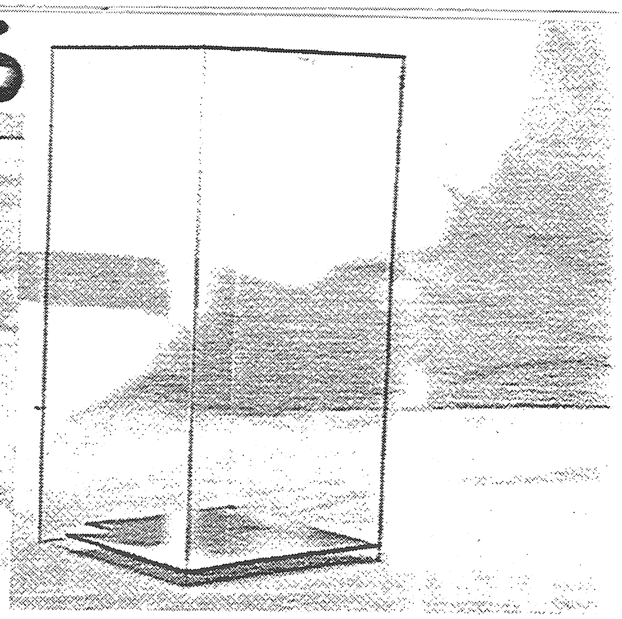

1

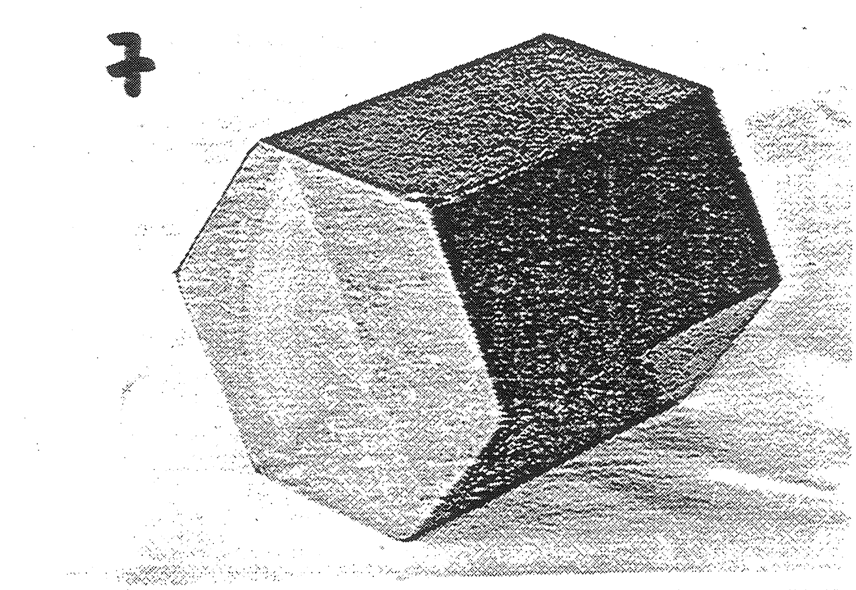

2

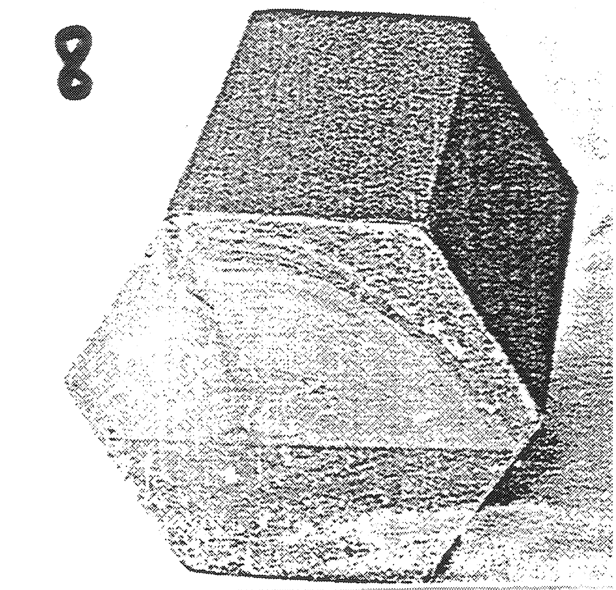

3

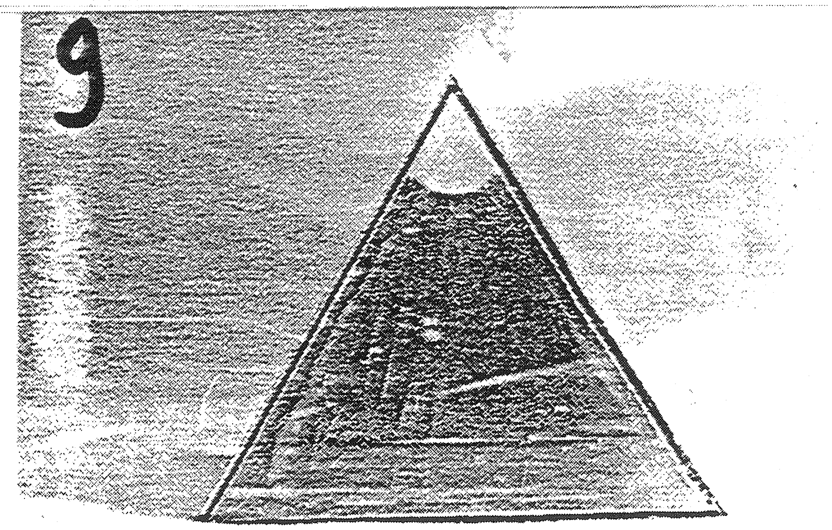

4

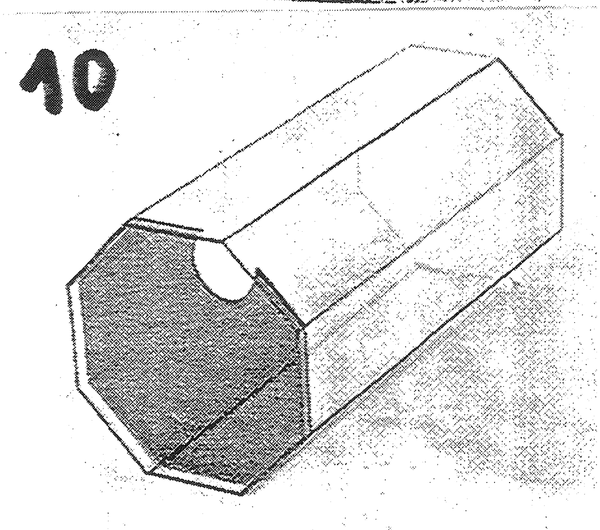

5

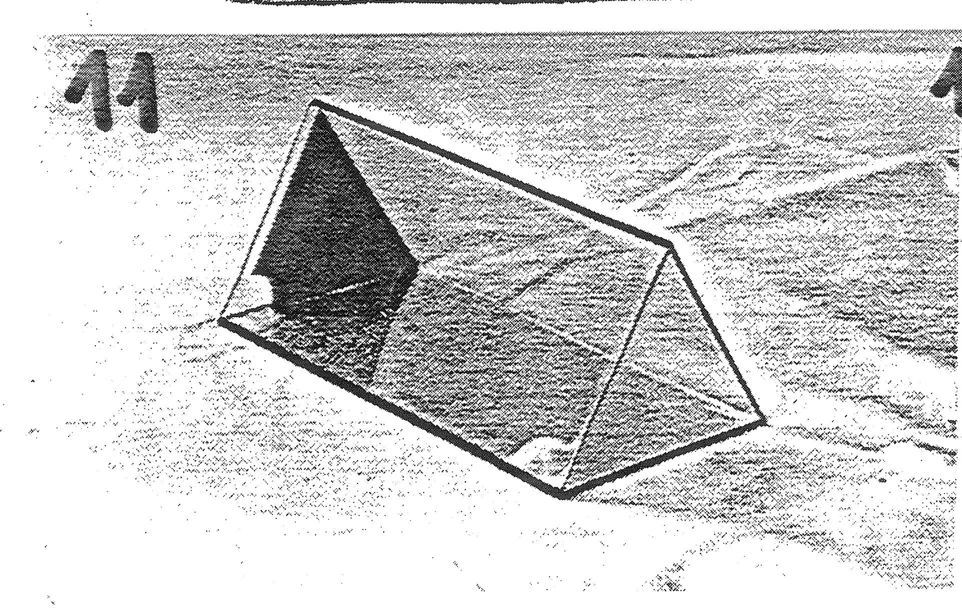

6

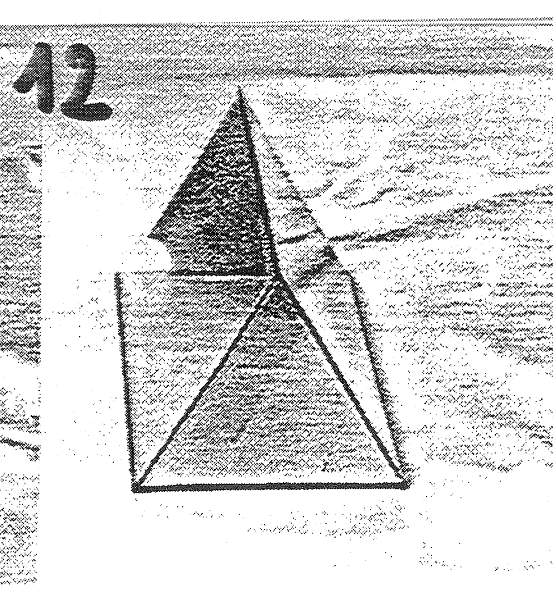

7


8

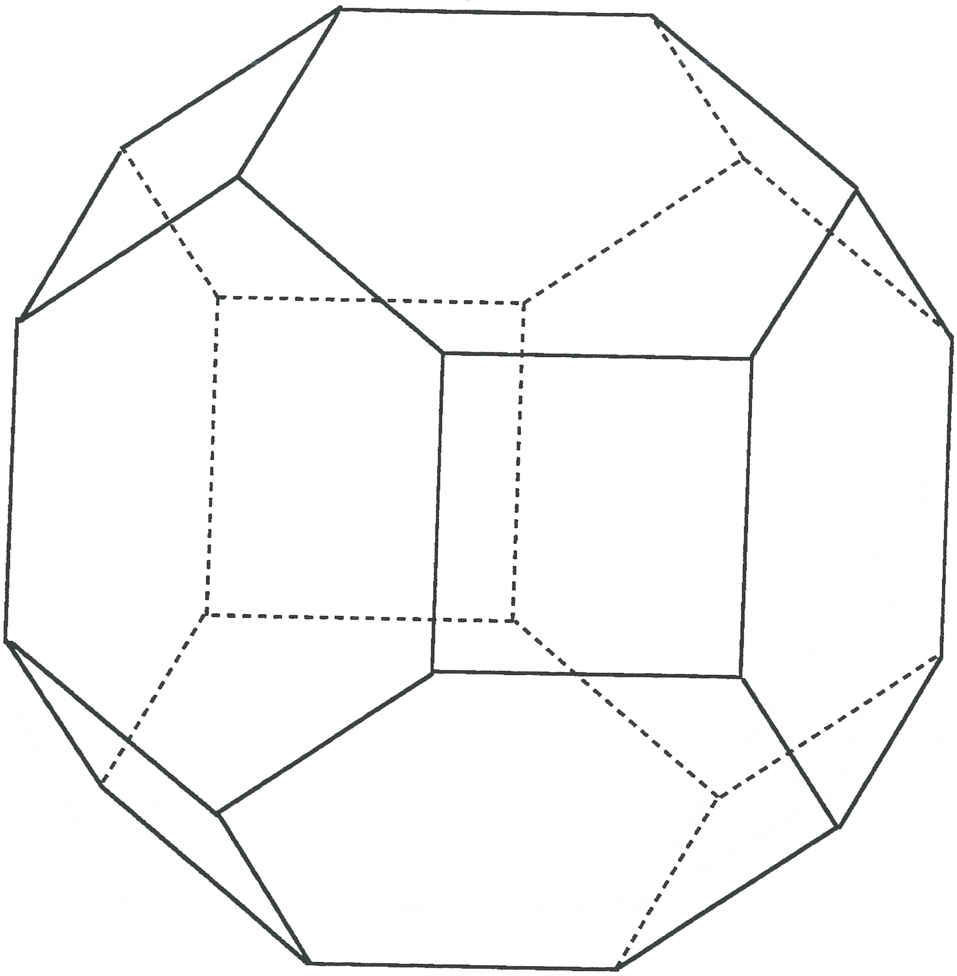

9


10


11


12

OCTAEDRE TRONQUE



Bon de commande

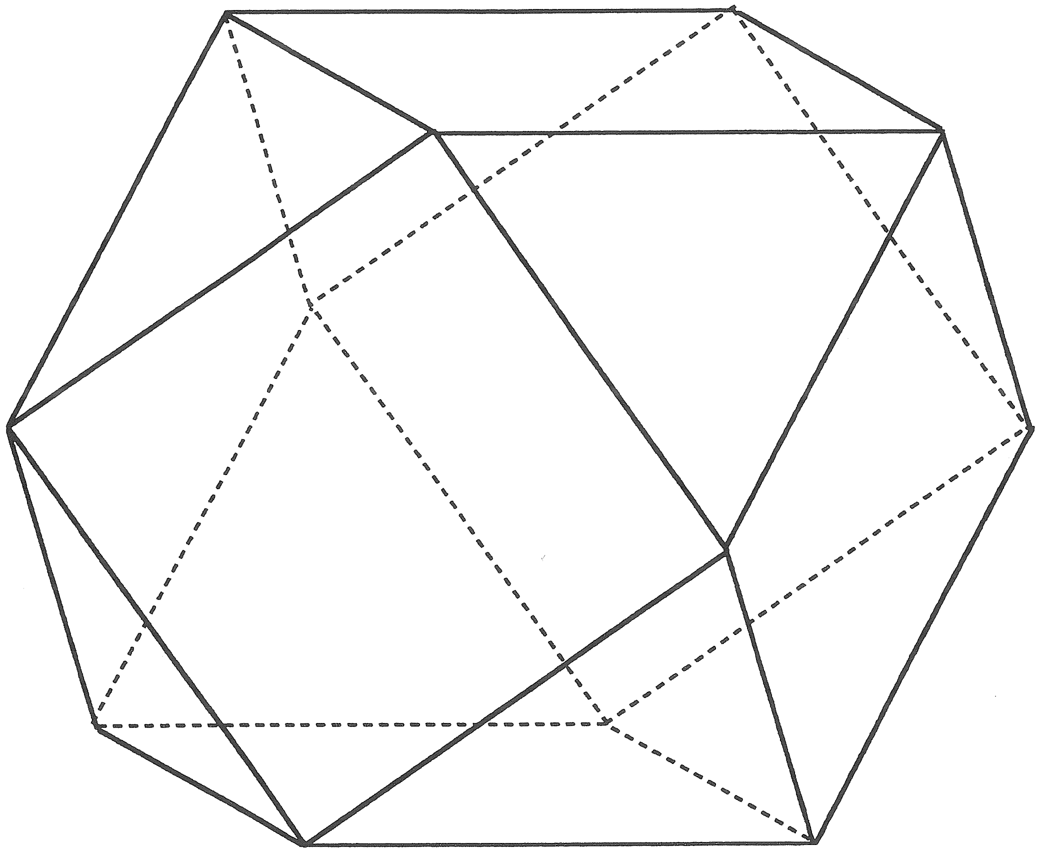
Polygones :	Nombre	
triangles		
carrés		
pentagones		
hexagones		
Elastiques		

Noms :

Voici un solide à construire :

1) Après avoir étudié ce dessin, remplir le bon de commande.
2) Construire le solide à l'aide du matériel "Plot" commandé.
3) Compléter :
   Ce solide a : .... faces
   .... arêtes
   .... sommets
4) Réaliser un patron de ce solide.
5) Prévoir des languettes de collage, découper et construire.

CUBOCTAEDRE



Bon de commande

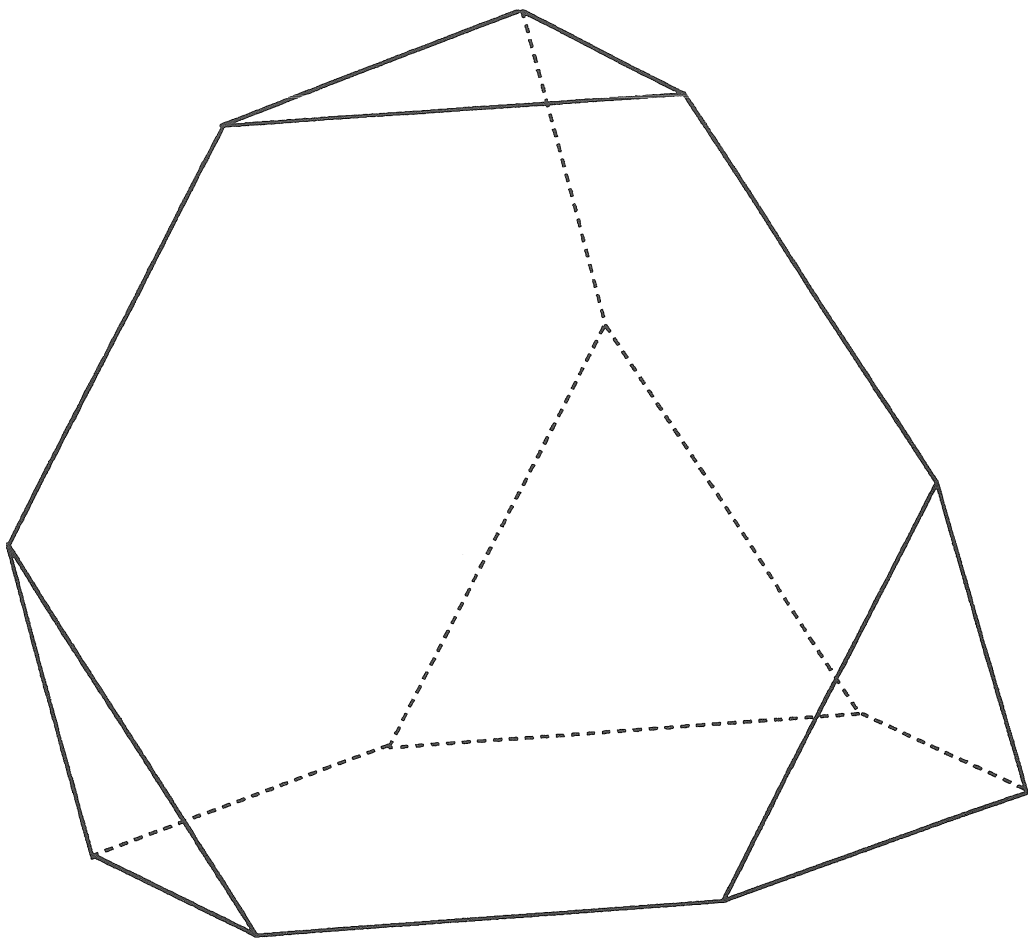
Polygones :	Nombre	
triangles		
carrés		
pentagones		
hexagones		
Elastiques		

Noms :

Voici un solide à construire :

1) Après avoir étudié ce dessin, remplir le bon de commande.
2) Construire le solide à l'aide du matériel "Plot" commandé.
3) Compléter :
   Ce solide a : .... faces
   .... arêtes
   .... sommets
4) Réaliser un patron de ce solide.
5) Prévoir des languettes de collage, découper et construire.

TETRAEDRE TRONQUE



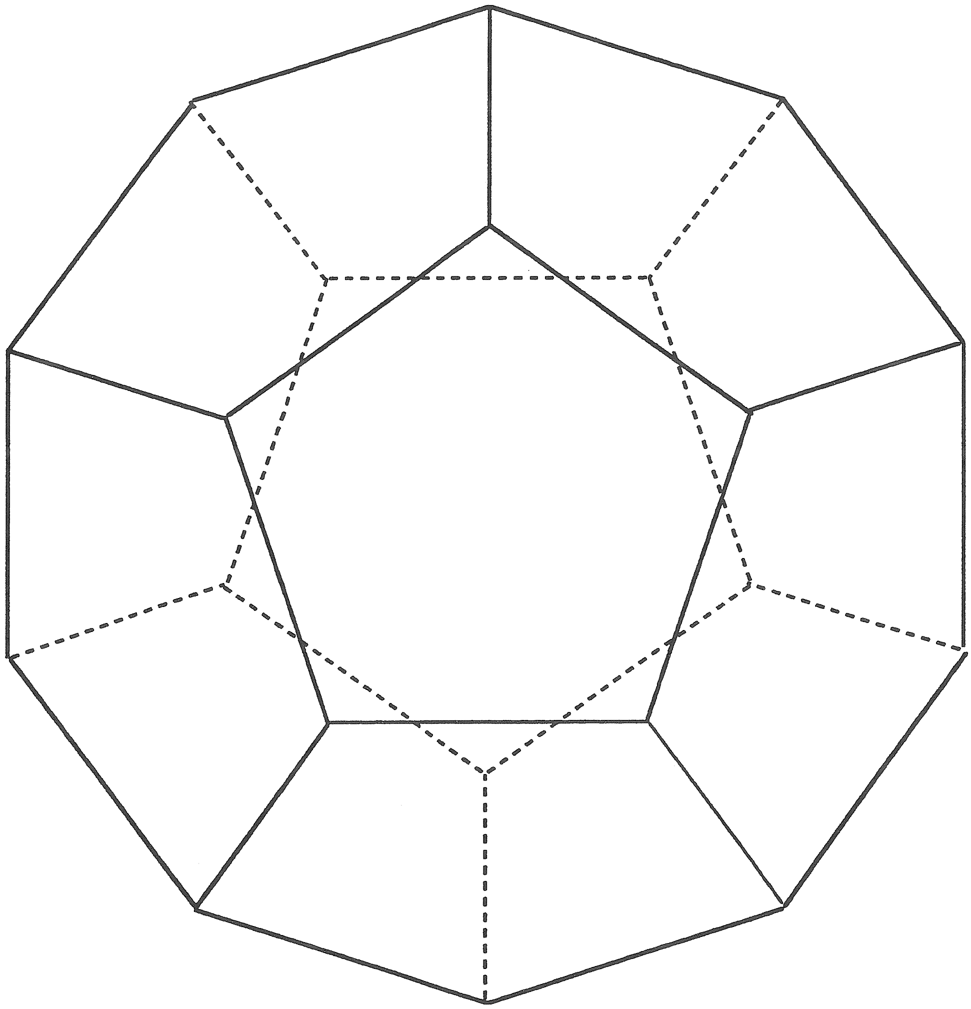
Bon de commande

Polygones :	Nombre	
triangles		
carrés		
pentagones		
hexagones		
Elastiques		

Noms :

Voici un solide à construire :
1) Après avoir étudié ce dessin, remplir le bon de commande.
2) Construire le solide à l'aide du matériel "Plot" commandé.
3) Compléter :
Ce solide a : .... faces
.... arêtes
.... sommets
4) Réaliser un patron de ce solide.
5) Prévoir des languettes de collage, découper et construire.

DODECAEDRE



Bon de commande		
Polygones :	Nombre	
triangles		
carrés		
pentagones		
hexagones		
Elastiques		

Noms :

Voici un solide à construire :

1) Après avoir étudié ce dessin, remplir le bon de commande.

2) Construire le solide à l'aide du matériel "Plot" commandé.

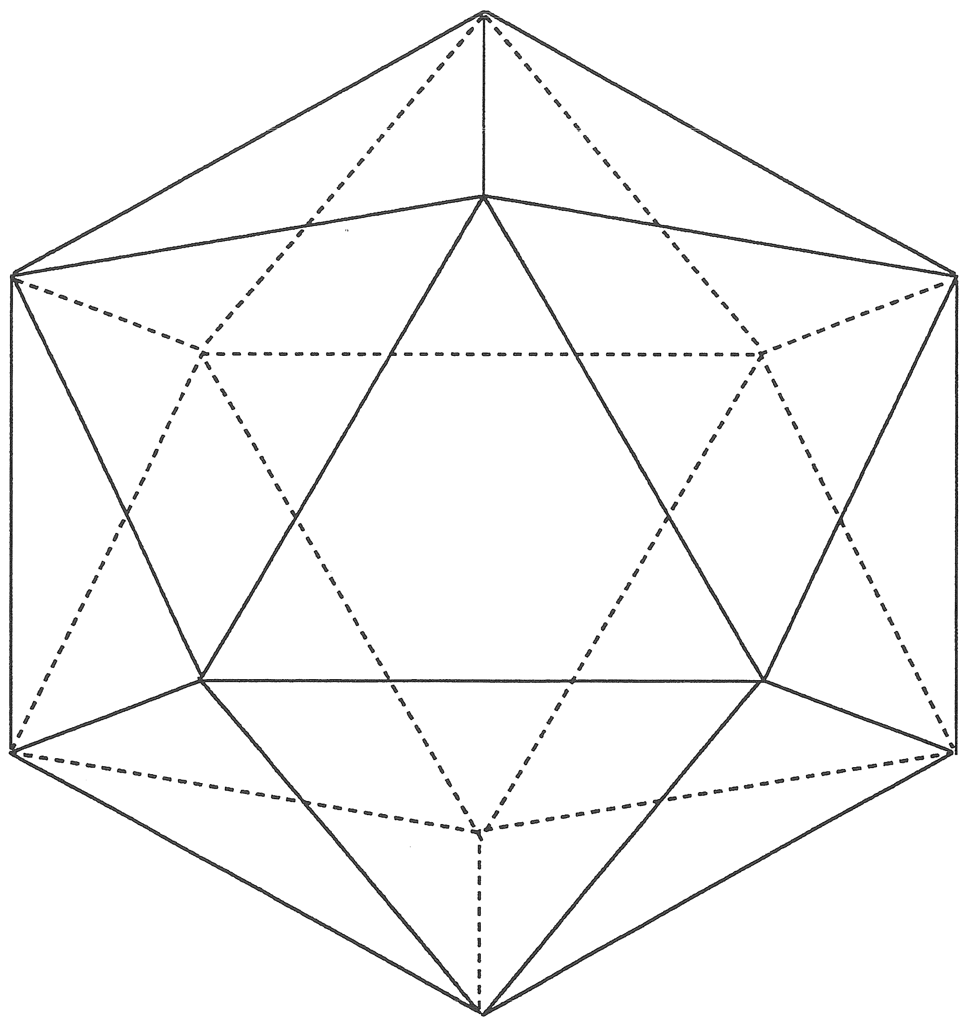
3) Compléter :

Ce solide a : .... faces
.... arêtes
.... sommets

4) Réaliser un patron de ce solide.

5) Prévoir des languettes de collage, découper et construire.

ICOSAEDRE



Bon de commande

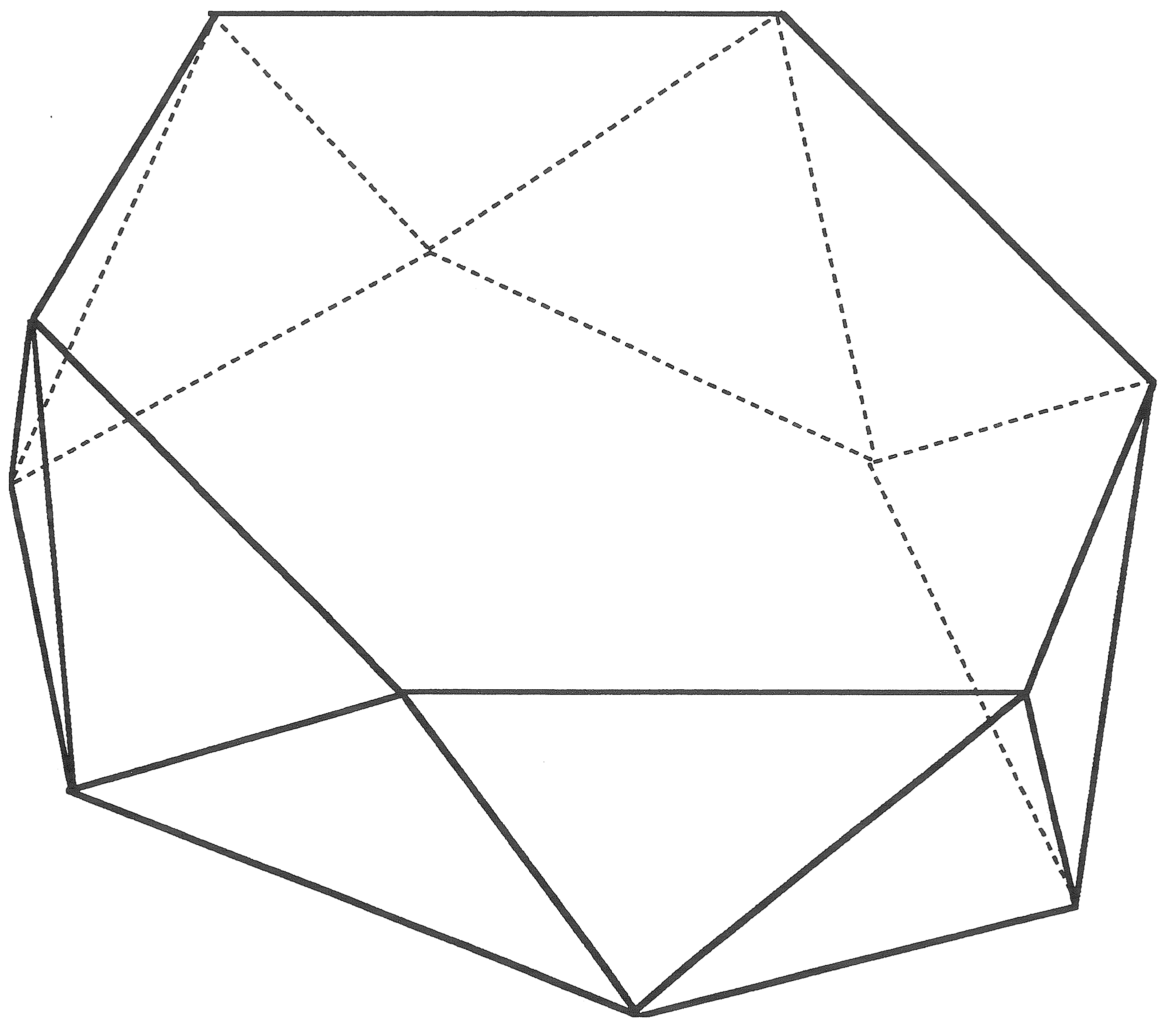
Polygones :	Nombre	
triangles		
carrés		
pentagones		
hexagones		
Elastiques		

Noms :

Voici un solide à construire :

1) Après avoir étudié ce dessin, remplir le bon de commande.
2) Construire le solide à l'aide du matériel "Plot" commandé.
3) Compléter :
   Ce solide a : .... faces
   .... arêtes
   .... sommets
4) Réaliser un patron de ce solide.
5) Prévoir des languettes de collage, découper et construire.

ANTIPRISME HEXAGONAL



Bon de commande

Polygones :	Nombre	
triangles		
carrés		
pentagones		
hexagones		
Elastiques		

Noms :

Voici un solide à construire :

1) Après avoir étudié ce dessin, remplir le bon de commande.

2) Construire le solide à l'aide du matériel "Plot" commandé.

3) Compléter :

Ce solide a : .... faces

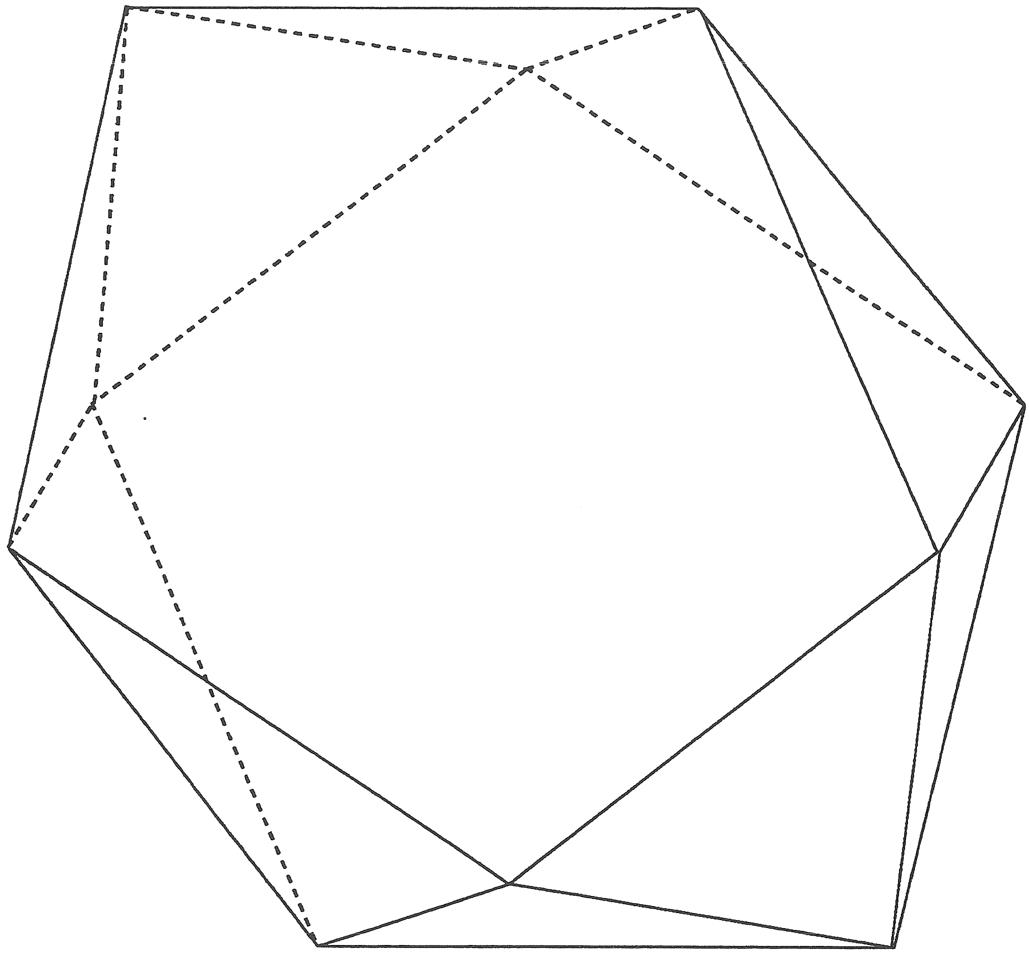
.... arêtes

.... sommets

4) Réaliser un patron de ce solide.

5) Prévoir des languettes de collage, découper et construire.

ANTIPRISME PENTAGONAL



Bon de commande

Polygones :	Nombre	
triangles		
carrés		
pentagones		
hexagones		
Elastiques		

Noms :

Voici un solide à construire :

1) Après avoir étudié ce dessin, remplir le bon de commande.

2) Construire le solide à l'aide du matériel "Plot" commandé.

3) Compléter :

Ce solide a : .... faces

.... arêtes

.... sommets

4) Réaliser un patron de ce solide.

5) Prévoir des languettes de collage, découper et construire.

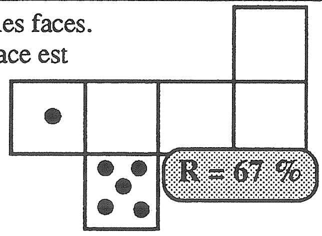
TEST BILAN ESPACE
Epreuve avec résultats. Le lecteur trouvera en annexe des documents destinés à la reprographie.

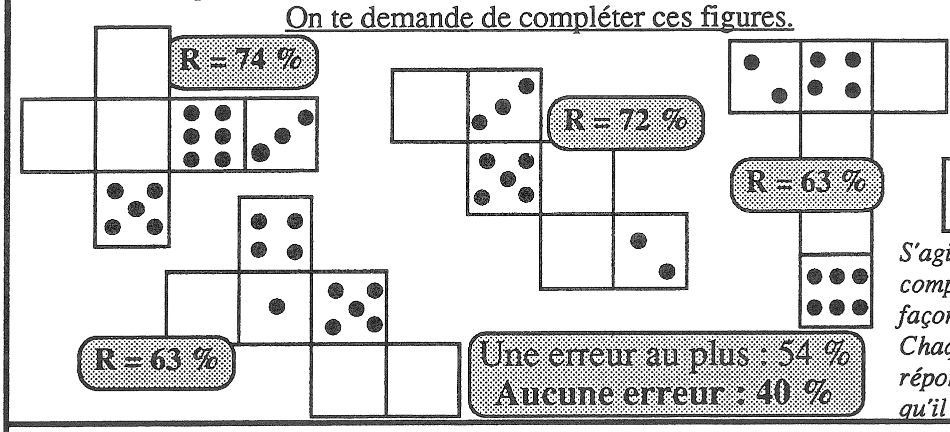
5EI1	Nom, Prén…

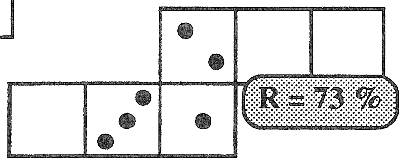
1 Sur un dé à jouer, les nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, sont marqués par des points gravés sur les faces. La somme des nombres marqués sur deux faces opposées est 7. (Par exemple, si une face est marquée 2, alors la face qui lui est opposée est marquée 5).

Les figures ci-dessous représentent des patrons différents d'un même dé.
Les points de certaines faces ont été effacés.

<u>On te demande de compléter ces figures.</u>

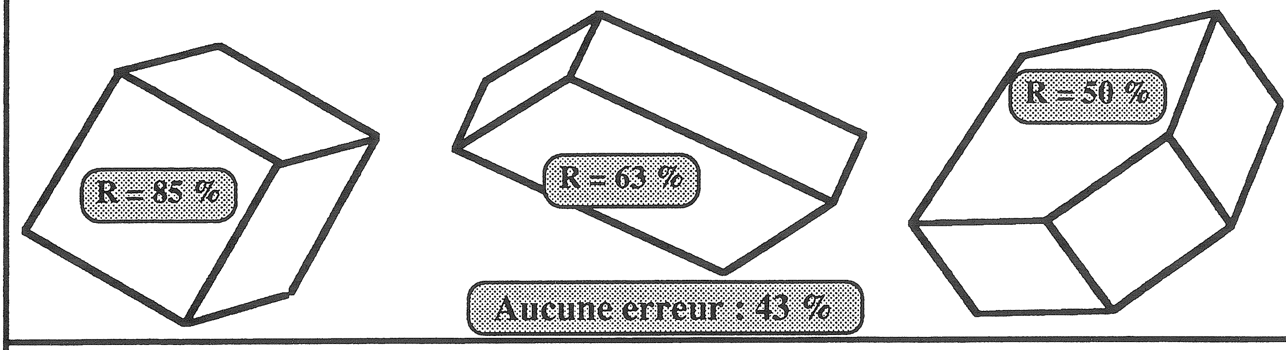






S'agissant d'un "même" dé, on peut comprendre la question de deux façons (patron transparent ou non). Chaque enseignant a codé les réponses en fonction des indications qu'il avait données.

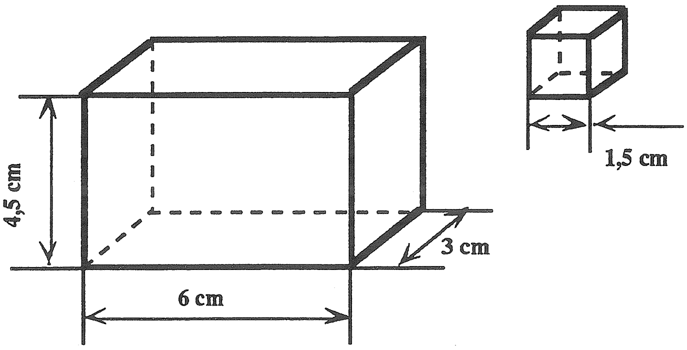
2 Voici des dessins de prismes droits.



3 Voici les dessins d'un pavé et d'un petit cube.
Combien pourrais-tu ranger de petits cubes dans le pavé ?
Explique ta réponse.

Explication correcte : 23 %

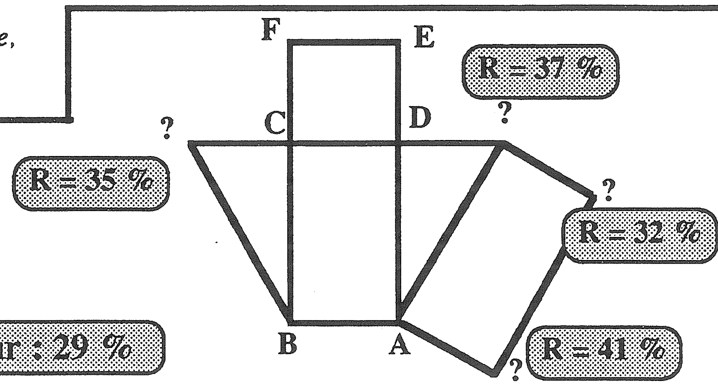
Résultat exact : 34 %



Question très discriminante et très liée à la réussite globale à l'ensemble du test.
Si l'on devait remplacer le test par une question unique, c'est cette question qu'il faudrait conserver.

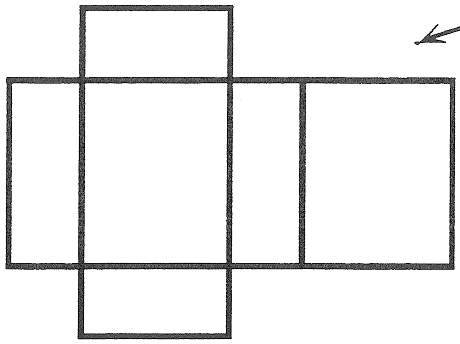
4 Voici le patron d'un solide.

Ecris à leur place les lettres qui désignent les sommets et qui ont été oubliées.



Aucune erreur : 29 %

5



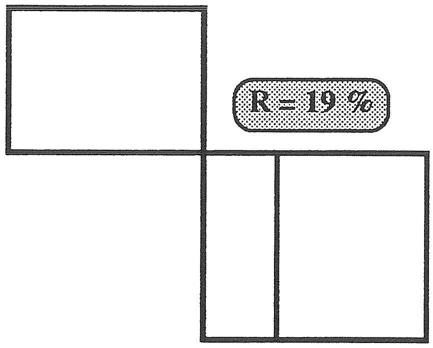
Voici le patron d'un solide.

Quel est le nom de ce solide ?

R = 75 %

Ci-dessous, on a commencé à dessiner un autre patron du même solide.

<u>On te demande de continuer ce dessin.</u>



R = 19 %

6 Prends une feuille de cahier.

<u>Sur cette feuille, dessine un pavé.</u> R = 46 %

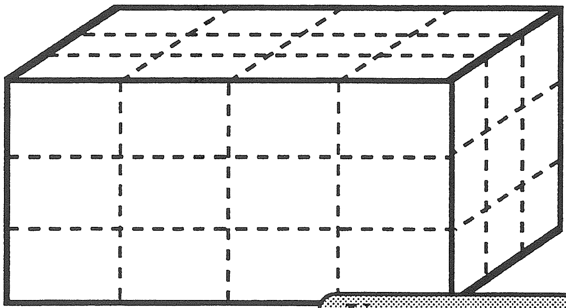
Il y a plusieurs façons de découper ce pavé en deux pavés identiques.

<u>Dessine en rouge une découpe.</u> R = 25 %

<u>Dessine en bleu une autre découpe.</u> R = 18 %

N'oublie pas de rendre cette feuille avec les autres.

7 Le dessin ci dessous représente un pavé que l'on a trempé dans de la peinture.



On a l'intention de scier ce pavé en suivant les pointillés. On obtiendra ainsi un certain nombre de petits pavés.

<u>Réponds aux questions suivantes:</u>

Combien de petits pavés obtient-on ? R = 48 %

Quel est le nombre de petites faces peintes ? R = 47 %

Une erreur au plus : 25 %
Aucune erreur : 12 %

Quel est le nombre de petits pavés ayant exactement :

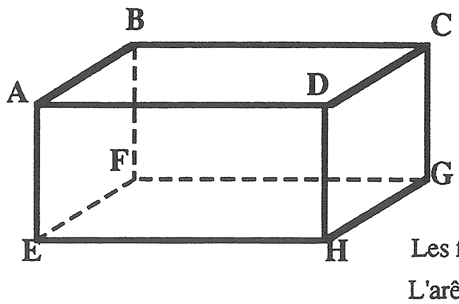
- 3 faces peintes ? R = 59 %
- 2 faces peintes ? R = 21 %
- 1 face peinte ? R = 46 %
- 0 face peinte ? R = 52 %

Question très discriminante et très liée à la réussite globale à l'ensemble du test.
A rapprocher de la question Q8 du test de positionnement.

8

Voici le dessin d'un pavé (parallélépipède rectangle).

Entoure à chaque fois VRAI ou FAUX selon le cas.



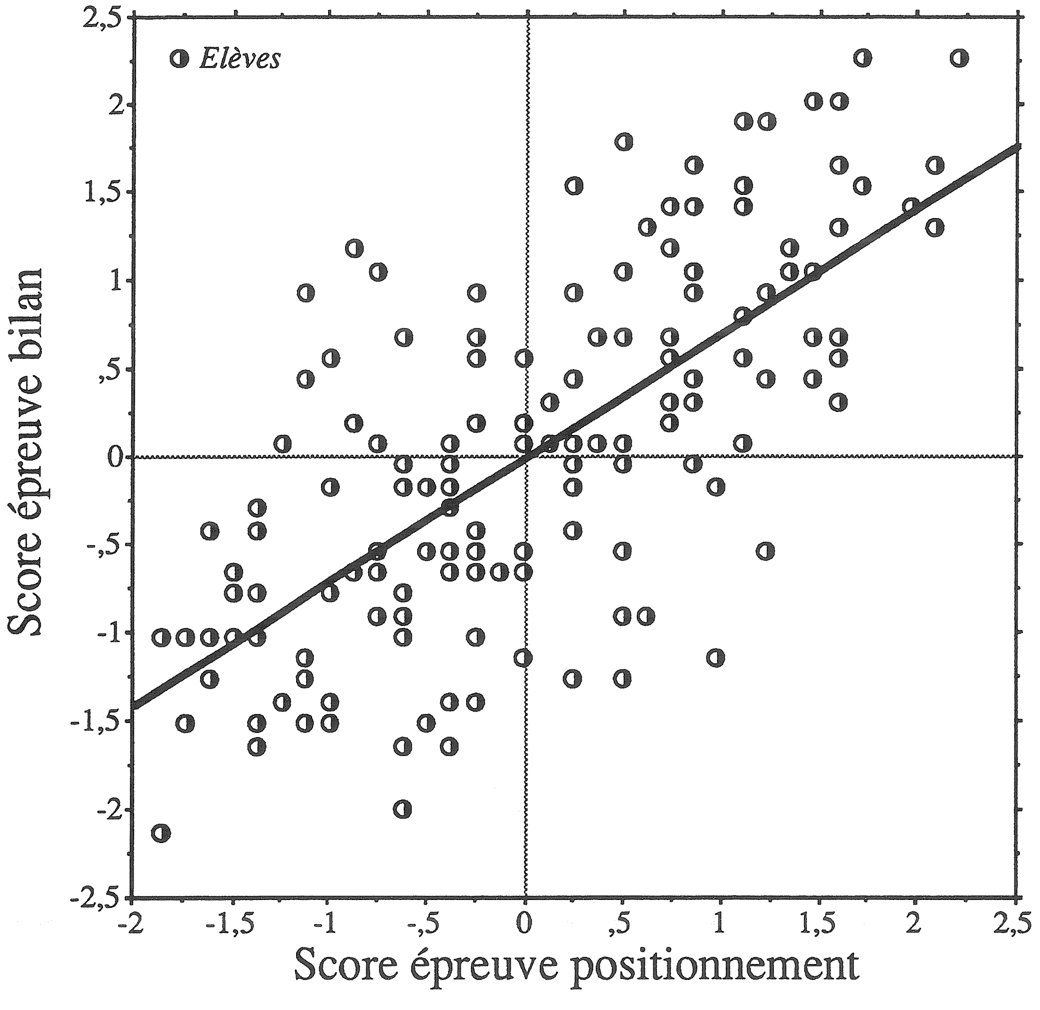
Les arêtes BF et DH sont parallèles.	VRAI	FAUX	R = 77 %
Les arêtes AE et AB sont perpendiculaires.	VRAI	FAUX	R = 66 %
Les arêtes AE et DC sont parallèles.	VRAI	FAUX	R = 85 %
Les faces ABCD et EFGH sont parallèles.	VRAI	FAUX	R = 87 %
Les faces ABFE et ADHE sont perpendiculaires.	VRAI	FAUX	R = 72 %
L'arête DH est perpendiculaire à la face ABCD.	VRAI	FAUX	R = 80 %
L'arête EF est parallèle à la face ADHE.	VRAI	FAUX	R = 74 %

Aucune erreur : 32 %

IREM de BESANÇON

Suivi géométrie de l'espace en Cinquième

Comparaison des résultats obtenus aux épreuves de positionnement et de bilan



Les scores sont centrés et réduits ($\mu = 0$; $\sigma = 1$)

Coefficient de corrélation linéaire : $\rho = 0{,}70$

Représentation mettant en évidence, simultanément, la corrélation relativement importante entre les résultats aux deux épreuves, ainsi que la mobilité des élèves d'une épreuve à l'autre. Près de la moitié des élèves obtiennent des scores aux épreuves bilan et positionnement qui diffèrent d'au moins 1/2 écart-type.

Cette partie a déjà été publiée dans le SUIVI SCIENTIFIQUE CLASSE DE 4ème 1987-1988

B - LA SPHERE en 4ème

La sphère est un objet géométrique rond, développable, sans centre, et ne possédant que quelques symétries. Son intersection par un plan horizontal est en général un cercle, ce qui est plus rarement vrai si le plan est oblique.
Sur la sphère terrestre, le plus court chemin entre deux points de même latitude est un arc du parallèle passant par ces deux points.

Qu'on se rassure, ces énoncés ne sont extraits d'aucun manuel et n'ont été prononcés tels quels par aucun élève. Ils traduisent simplement les conceptions, qu'avant apprentissage, les élèves de quatrième semblent avoir de la sphère.

En ce qui concerne l'espace, au cours de l'année 1987-88, nous avons travaillé sur le programme de quatrième. Ce programme est extrêmement réduit, se limitant à :

La sphère ; section par un plan ; aire et volume.

Les commentaires précisent :

Contenus et limites du programme :	Compétences exigibles
Dans l'espace, les travaux sur la sphère et sur les solides étudiés en sixième et cinquième exploitent largement les résultats de géométrie plane. Les travaux s'appuieront entre autres sur des activités relevant d'autres disciplines, en particulier la géographie (repérage sur la terre par méridien et parallèle) Ils mettront en oeuvre les outils de géométrie plane et permettront de revenir sur des propriétés de parallélisme et d'orthogonalité dans l'espace.	1 - Connaître la section d'une sphère par un plan et la position de son centre. 2 - Savoir calculer l'aire et le volume de la sphère et des solides vus en sixième et cinquième.

Toutefois, le point 1 des compétences exigibles n'existait pas dans les projets de commentaires sur lesquels nous avons travaillé. A la place, on pouvait lire :

1' - Calculer le rayon du cercle section d'une sphère de rayon donné par un plan situé à une distance imposée du centre de la sphère.

Ce qui, on en conviendra, n'est pas du même niveau de difficulté.

Qu'y a t-il donc à faire ou à dire sur la sphère ? Lorsqu'on aura donné (imposé !) une définition " la sphère est l'ensemble des points de l'espace situés à égale distance d'un point fixe appelé centre", lorsqu'on aura fait calculer le rayon du cercle d'intersection d'un plan et d'une sphère, cercle dont l'existence ne sera même pas mise en doute, que restera-t-il à faire ? Calculer des aires et des volumes en croyant faire de la géométrie de l'espace alors qu'il ne s'agira que de substituer, dans une formule, des nombres à des lettres, le sens spatial des calculs effectués étant loin d'être assuré.
En réalité, il est vite apparu à notre équipe que les difficultés étaient plus nombreuses et plus importantes que ce qu'un examen trop superficiel pouvait laisser prévoir.

Nous ne prétendons pas pour autant avoir fait une recherche en didactique. Les conditions dans lesquelles nous avons travaillé, le souci d'utilisation à court ou moyen terme des documents produits, les intérêts et la formation des membres de l'équipe ne le permettraient pas. Simplement, nous avons cherché à prendre en compte les acquis de la didactique et émettons des hypothèses de nature didactique qui nécessiteraient d'autres études.

Nous avons travaillé en plusieurs étapes que l'on peut résumer ainsi :

I) Analyse didactique préalable.
II) Rencontres antérieures des élèves avec la sphère et la boule.
III) Essai d'identification des préacquis (test de positionnement)
IV) Analyse des objectifs.
V) Situations d'apprentissages proposées et expérimentées
VI) Test bilan.

Il ne sera pas possible de développer ici chacun de ces points. Pour certains d'entre eux, nous nous contenterons d'indiquer quelques pistes. Nous développerons plus complètement les points IV et V.

I- Analyse didactique

Au moment où nous écrivons, nous ne cherchons pas à rendre compte de l'analyse préalable telle que nous l'avons faite au début de notre travail, mais plutôt de ce que serait maintenant cette analyse si nous devions reprendre l'expérimentation.

La géométrie de la sphère et son enseignement se distingue de l'étude des autres solides étudiés au collège par au moins deux aspects : la non développabilité et la référence constante à la sphère terrestre.

Pour des raisons pratiques, les élèves du collège se déplacent avec leurs pavés et leurs cylindres dans leurs cahiers. Demandez-leur de fabriquer un cube et aussitôt ils demandent du papier, des ciseaux, de la colle...à moins qu'ils ne se contentent d'en dessiner un développement. Rares sont ceux qui ont construit et manipulé des solides en bois, polystyrène ou...pomme de terre. En fait, dans notre enseignement, l'aspect surface est en général privilégié par rapport à l'aspect volume. Dans ces conditions, les élèves peuvent-ils vraiment concevoir les solides comme des portions d'espace ?
Etudiant les représentations des élèves, RICCO et All[1] relèvent que :
"l'arithmétisation du volume est souvent opérée à l'aide d'une représentation du type "périmètre" ou du type "surface" " et que cette réduction serait
"l'effet conjoint de deux modèles qui se confortent l'un l'autre.
D'une part, un modèle additif du volume comme grandeur unidimensionnelle décomposable en couches, en lignes, en colonnes, ...
D'autre part, un modèle géométrique du volume comme ensemble d'arêtes ou ensemble de surfaces.."
Ceci explique-t-il cela ? Quoi qu'il en soit, le fait que la sphère ne soit pas développable ne peut manquer de mettre en défaut certaines conceptions des élèves.

Il est intéressant de signaler que dans la même étude, alors qu'il s'agit de comparer les volumes de deux boules : l'une de 2 cm de rayon, l'autre de 4 cm de rayon (boules matériellement présentes), les seuls élèves qui réussissent procèdent par pavage (métaphorique). Cette étude concerne 24 élèves de la 6ème à la 3ème et seuls réussissent 2 élèves de quatrième et 3 de troisième.

La référence constamment faite à la sphère terrestre fait de la sphère un objet géométrique un peu particulier relevant pour une part de la géométrie euclidienne, pour l'autre part d'autres géométries.
Dans cet ordre d'idées, un énoncé tel que celui-ci, extrait d'un manuel de 4ème-1988 ne peut manquer de nous laisser perplexes :

[1] RICCO-VERGNAUD-ROUCHIER - article cité.

On veut creuser un tunnel ***rectiligne*** *depuis un village situé au nord de Lille (longitude 3° Est, latitude 51° Nord), jusqu'à un village situé au sud de Londres (longitude 0°, latitude 51° Nord).*

a) Calcule le rayon du parallèle qui passe par ces deux villages.

b) Quelle sera la profondeur maximum de ce tunnel ?

c) Quelle sera sa longueur ?

d) A ton avis, en traversant la Manche, le tunnel passera-t-il sous l'eau ou dans l'eau ?

Qu'est-ce qu'un chemin rectiligne ? sur la terre ? et sous la terre ? est-ce un chemin qui suit la courbure de la terre ? Si l'arc de parallèle mesurait 180°, le chemin rectiligne passerait-il par le centre de la terre ? Par rapport à quoi convient-il de calculer la profondeur ? (dans un cas la notion d'horizontale est mise en défaut, dans un autre il faut se référer à la notion de verticale !).Dans ce contexte, l'incitation à calculer le rayon du cercle parallèle ne peut manquer de dérouter.

On est bien loin du micro-espace[1] de la géométrie scolaire habituelle. Là aussi, les représentations (mentales) des élèves ne peuvent manquer d'être mises en défaut.

Dans notre travail général sur la géométrie de l'espace, nous nous sommes attachés aux problèmes liés à la représentation (physique) des objets. En classe de cinquième les programmes et commentaires prévoient l'utilisation de la perspective cavalière . En quatrième, pour la sphère, ils s'abstiennent prudemment de toute précision. A notre grande honte, nous devons avouer qu'il nous a fallu un certain temps pour réaliser que la représentation d'une sphère en perspective cavalière était une ...ellipse. Nous avons fini par nous ranger à l'avis de BONAFE. G.[2]selon lequel il serait souhaitable de conserver la représentation habituelle (un cercle) . Cela nous chagrine tout de même un peu de ne pas pouvoir, sur un même dessin, représenter "correctement", par exemple, un cube et une sphère. Cette concession étant faite, les autres erreurs habituellement relevées dans la représentation de la sphère ne peuvent plus être considérées comme des erreurs mais simplement comme des facilités que l'on se donne. Ces erreurs concernent spécialement l'intersection d'une sphère par un plan représentée par deux arcs de cercle plutôt que par une ellipse, et les "pôles" mal placés par rapport à un cercle dont le plan est perpendiculaire à la droite qui les joint. Si l'on ne peut se raccrocher aux lois de la perspective pour dénoncer des erreurs, on peut peut-être se rapporter à celles de la vision . A cet égard, on peut s'interroger sur le fait que les représentations que l'on trouve dans certains des nouveaux manuels de 4ème ne semblent tenir compte ni des unes ni des autres.

Au cours de notre analyse nous nous sommes interrogés sur les représentations a priori des élèves. Après observation, il nous semble que (mais notre étude demande à être reprise et complétée) :

- La notion de centre d'une sphère est loin d'être évidente et n'est généralement pas évoquée spontanément. Comme dans le cas du cercle,[3] l'invariant relatif à la courbure est beaucoup plus facilement invoqué.
- La section d'une sphère par un plan dépend de l'"angle" que le plan fait avec la sphère (pour l'élève, l'espace n'est pas isotrope). Si le plan est horizontal ou vertical, pas de doute, l'intersection est un cercle, sinon, ce serait plutôt un ovale à un seul axe de symétrie.
- Si sur la sphère terrestre, deux points ont la même longitude, le cercle parallèle passant par ces deux points est privilégié pour le problème de la plus courte distance . La notion de grand cercle n'apparaît pas spontanément.
- Il n'est pas évident que la sphère ne soit pas une surface développable. Au contraire, référence est faite aux divers types de ballons ainsi qu'à la géode et autres constructions du même type.

A ce propos, que faut-il penser de cet exercice trouvé dans l'un des nouveaux manuels :

"Une tente a la forme d'une demi sphère de 1,2 m de rayon.
Quelle surface de toile a-t-il fallu pour la fabriquer ?"

Faut-il conseiller à l'auteur d'installer un atelier de couture ?

Le nouveau programme de quatrième comporte l'étude du théorème de Pythagore ainsi que du cosinus d'un angle. De ce fait, la plupart des questions ci-dessus pourront faire l'objet d'une

[1] selon la terminologie de BROUSSEAU.G (LABORDE.C - article cité)

[2] Article cité

[3] ARTIGUE.M. article cité

démonstration **par le professeur.** Comment l'élève pourrait-il avoir envie de démontrer la négation de ce qui lui paraît évident ? Comment le professeur pourrait-il organiser des situations d'apprentissage conduisant à des démonstrations porteuses de sens pour l'élève s'il a fait l'impasse sur la prise en compte des représentations préalables des élèves, s'il n'a pas quelque idée des conflits qu'il va provoquer ?

Lors de l'expérimentation, nous n'avons traité ni la propriété de Pythagore, ni la notion de cosinus. Cela nous a permis de concentrer notre attention sur les questions de représentation. Comment, en effet, un élève pourrait-il calculer, par exemple, le rayon du cercle d'intersection d'un plan et d'une sphère (en utilisant le théorème de Pythagore) s'il n'est pas capable de **se représenter** la situation et d'en **fournir une représentation** qui soit opératoire ?

La place nous manque pour développer davantage cette analyse. De toute façon, ce que nous pourrions produire serait encore incomplet . Nous renvoyons d'une part à la bibliographie, d'autre part aux situations que nous avons expérimentées et qui cherchent à rendre compte de cette analyse.

II - Rencontres antérieures des élèves avec la sphère et la boule

Nous ne développerons pas cette partie. Disons simplement que nous avons cherché des traces de la sphère dans les programmes et les manuels de l'école élémentaire ainsi que dans les manuels de géographie et de sciences physiques de la sixième à la quatrième.

En classe de sixième, la sphère terrestre est au programme. Les manuels donnent le plus souvent une "bonne représentation" avec parallèles, méridiens et repérage d'un point (longitude et latitude). Souvent, ils donnent même plusieurs types de représentations liées à la topographie. Les représentations données sont à la fois plus satisfaisantes et plus exigeantes que celles que l'on trouve dans les nouveaux manuels de quatrième. La plupart des auteurs (pas tous !) semblent faire, une fois de plus, table rase : il font tout simplement un cours de géographie (de 6ème) avec un mépris souverain tant pour les enseignants de Sciences Humaines que pour les préacquis des élèves.

III - Essai d'identification des préacquis (test de positionnement)

Pour essayer d'observer les représentations préalables et les préacquis des élèves (7 classes- 163 élèves), nous leur avons fait passer un test de positionnement en trois parties. Nous devons signaler qu'au moment où nous avons construit ce test, l'analyse didactique que nous pouvions faire n'était pas très avancée. Nous présentons ce test tel qu'il a été passé. Ses résultats et plus encore les discussions qu'il a entraînées ont largement contribuées à l'analyse que nous proposons maintenant.

1ère partie : l'élève dispose d'un feuille blanche sur laquelle il est simplement écrit :

Imagine une sphère, dessine la.
Tu as 3 minutes pour faire ce travail.

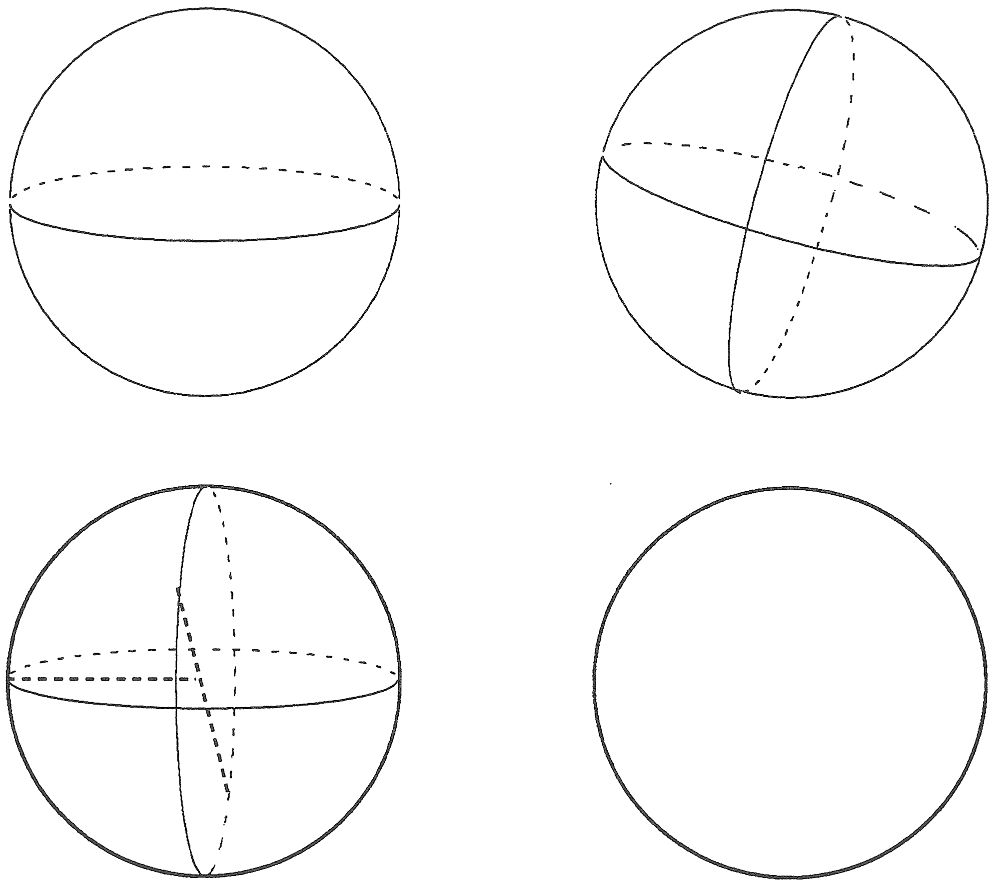
Presque tous les élèves tracent un cercle. Mais :

- *Un tiers environ dessinent simplement un cercle sans chercher à donner une idée de relief.*
- *Moins de 20% des élèves marquent le centre.*
- *Environ 10% dessinent un ou deux diamètres.*
- *25% dessinent ce que l'on peut identifier à des parallèles ou/et des méridiens. Ce qui peut se comprendre comme une volonté de donner du relief.*
- *Environ 20% cherchent à rendre compte du relief d'une autre façon : ombres, dessins sur le disque, cercles concentriques etc.....*

Dans l'ensemble, représenter une sphère ne leur paraît pas chose facile. Une bonne élève, ayant d'abord dessiné un cercle a préféré tout effacer et rendre une feuille blanche.
Une autre laisse un cercle mais écrit à côté : " Une sphère n'est pas un cercle mais une boule, mais je n'arrive pas à la dessiner".

2ème partie : (7 minutes pour les parties 2 et 3)

Voici quatre représentations de sphères.
Dessine en rouge un diamètre sur chacun des dessins.
Dessine en bleu un rayon sur chacun des dessins.
Marque d'une croix le centre des sphères représentées.



D'une façon générale, les élèves ne dessinent pratiquement jamais un rayon ou un diamètre qui ne soit pas aussi un rayon ou un diamètre du contour de la figure. Notre questionnement ne les y incitait d'ailleurs pas. Nous avons repris ce test sous la forme d'un Q.C.M. (cf. page 36).
Dans tous les cas, environ la moitié des élèves tracent un rayon ou un diamètre parallèle aux bords de la feuille, l'autre moitié le dessinant oblique. Toutefois les grands cercles (ellipses) tendent à être attracteurs.

3ème partie :
Sachant que le volume d'une boule et la surface d'une sphère s'obtiennent par les formules :

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 \qquad S = 4 \pi R^2$$

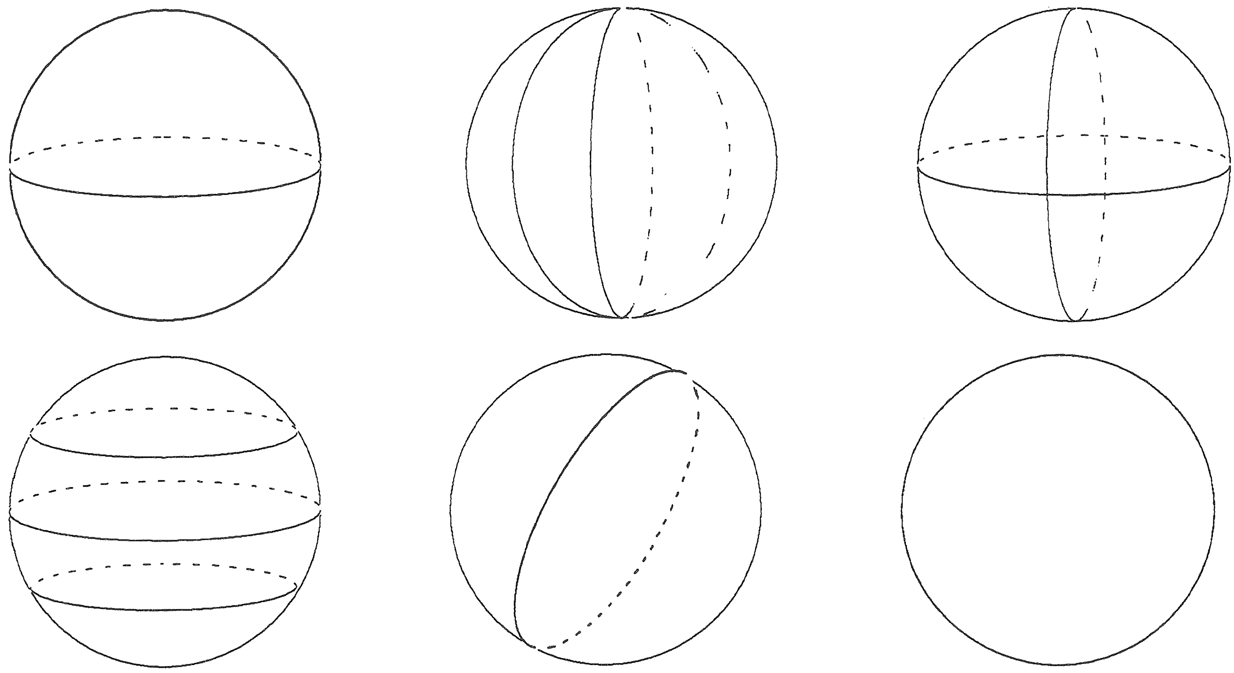
Calcule le volume d'une boule dont le rayon est 3 cm.
Calcule la surface d'une sphère dont le rayon est 5 cm.

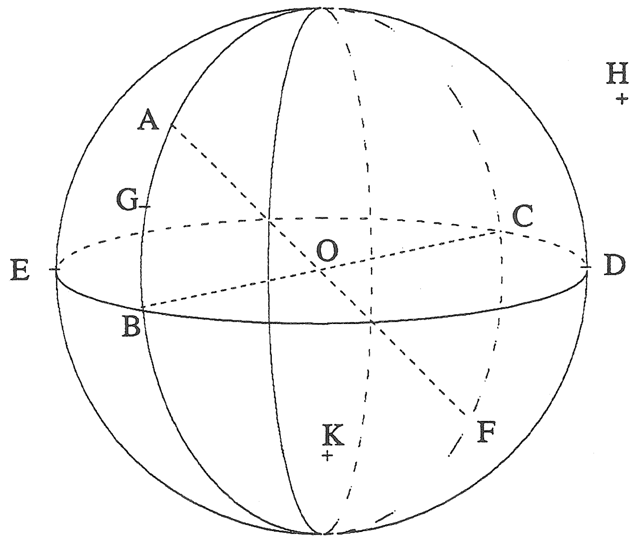
Les calculatrices sont autorisées. Si un élève demandait ce qu'il fallait prendre comme valeur approchée de π, il lui était répondu : "ce que tu veux".

25% des élèves réussissent le volume
45% des élèves réussissent l'aire.

Redisons que, ainsi posées, ces deux questions n'ont pas grand chose à voir avec le concept de sphère. Elles révèlent surtout certaines difficultés d'ordre calculatoire concernant le produit d'un décimal par une fraction, le carré et le cube d'un nombre et dont il convient de tenir compte.

Voici six représentations de sphères.
Marque d'une croix rouge les centres des sphères représentées (lorsqu'elles en ont).





Voici la représentation dune sphère de centre O.
Les points A, B, C, D, E, F et G sont des points de la sphère.
Mets des croix dans le tableau suivant.

	Vrai	Faux	On ne peut pas savoir
[OD] est un rayon de la sphère			
[OB] est un rayon de la sphère			
[OG] est un rayon de la sphère			
[OK] est un rayon de la sphère			
[BC] est un diamètre de la sphère			
[AF] est un diamètre de la sphère			
K est un point de la sphère			
H est un point de la sphère			

IV - ANALYSE des OBJECTIFS

Une situation d'apprentissage est bien évidemment destinée à produire certains effets chez les élèves. Il n'est toutefois pas possible de décrire ces effets a priori, une expérimentation est nécessaire. Nous devons d'abord connaître les préacquis des élèves, pour ne pas les prendre a posteriori comme des effets de l'apprentissage, nous devons ensuite expérimenter pour savoir quels sont parmi les objectifs souhaitables (objectifs pertinents), ceux qui peuvent être atteints par une majorité d' élèves, et quelles situations d'apprentissage (ou d'enseignement) sont susceptibles de conduire à ces résultats.

Nous essayons de décrire ci-dessous l'ensemble des objectifs directement liés à l'objet sphère. Bien qu'utilisant la typologie habituelle de l'IREM qui classe les objectifs suivant le sens qu'ils prennent à l'intérieur du savoir, nous ne cherchons pas dans ce texte à les opérationnaliser. En fait ce seront les évaluations proposées (évaluation de positionnement et évaluation bilan) qui constitueront l'opérationnalisation. Ce chapitre ayant été écrit avant expérimentation, les objectifs proposés sont supposés être pertinents et non déjà atteints par la plupart des élèves. En se référant aux commentaires officiels du programme de quatrième et non à une expérimentation, l'équipe du suivi a étiqueté chacun des objectifs en notant selon le cas :

(I) :INDISPENSABLE(S) : SOUHAITABLE - (A) : APPROFONDISSEMENT.

Niveau des représentations:

L'élève se représentera la sphère comme une surface définissant une partition de l'espace

<u>point de vue topologique :</u>

- intérieur, extérieur, (I)
- boule et sphère. (I)

<u>point de vue métrique :</u>

- La sphère comme l'ensemble des points situés à une distance donnée d'un point fixe : le centre de la sphère. (I)
- L'intérieur et l'extérieur d'une sphère donnée. (I)

L'élève se représentera l'intersection d'une sphère et d'un plan sécant comme étant un cercle, et ceci quel que soit l'angle que fait ce plan avec un éventuel plan "horizontal". (I)

L'élève se représentera les différents cas d'intersection d'une sphère et d'un plan (respectivement d'un plan et d'une boule),
- d'un point de vue topologique, (S)
- d'un point de vue métrique. (S)

L'élève concevra le fait que le plus court chemin, sur une sphère, d'un point à un autre de la sphère est un segment du grand cercle passant par ces deux points. (S)
L'élève concevra ce que l'on obtient en coupant une sphère sécante à un plan P par un plan Q perpendiculaire à P et passant par le centre de la sphère. (S)

L'élève aura pris conscience qu'il n'est pas possible de produire un développement de la sphère . (S)

Les compétences qui précédent devront se manifester "en situation" (à propos d'une sphère particulière, d'un plan particulier) et non dans le cas général, abstrait.

Niveau de la communication:

L'élève sera capable de **lire** des représentations usuelles

- d'une sphère (I)
- d'un ensemble formé d'une sphère et d'un plan dans les différents cas :
  - plan extérieur. (S)
  - plan tangent. (S)
  - plan sécant et cercle d'intersection, en (pseudo) perspective.(I)
  - de la section plane d'un ensemble formé d'une sphère et d'un plan sécant, par un plan passant par le centre de la sphère et perpendiculaire au plan sécant. (I)

L'élève sera capable de **produire** des représentations usuelles

- d'une sphère (S)
- d'un ensemble formé d'une sphère et d'un plan dans les différents cas :
  - plan extérieur. (S)
  - plan tangent. (S)
  - plan sécant et cercle d'intersection, en perspective. (S)
  - de la section plane d'un ensemble formé d'une sphère et d'un plan sécant, par un plan passant par le centre de la sphère et perpendiculaire au plan sécant. (I)

Toujours à propos de sphères et plans présentés de façon concrète, l'élève sera capable d'exprimer dans le langage conventionnel et correct, les observations précisées dans ce document au niveau "des représentations". (A)

Niveau de l'objet :

Dans le cas général, l'élève pourra énoncer les propriétés correspondantes aux points précisés ci-dessus, éventuellement en termes de propriétés caractéristiques (deux énoncés séparés). (A)

Niveau de l'outil :

Il s'agit ici d'outils utilisés "sur" la sphère et non de la sphère comme outil.

Les formules nécessaires lui étant fournies, l'élève sera capable , dans une situation concrète, de calculer :

- l' aire d'une sphère de rayon donné. (I)
- le volume d'une sphère de rayon donné. (I)
- la plus courte distance, sur la sphère, d'un point à un autre de la sphère connaissant le rayon de la sphère et l'angle au centre. (S)
- le rayon du cercle d'intersection d'une sphère et d'un plan connaissant la distance du centre de la sphère au plan. (S)

V - Situations d'apprentissages proposées et expérimentées

Les élèves sont répartis en groupes de 4 (5 si nécessaire).
Les situations sont présentées sur un jeu de neuf fiches (voir en annexe pages 45 à 53).
Dans l'une des classes nous avons organisé une observation systématique avec un observateur par groupe pendant deux heures consécutives. Dans les autres classes, les fiches ont été normalement utilisées par le professeur de la classe, sans observateur.

Nous avions l'intention :

- d'aller jusqu'à l'"INSTITUTIONNALISATION 1" au cours de la première heure.
- d'essayer d'aller jusqu'à la fiche 9 au cours de la deuxième heure. Pour 9 qui demande un temps de recherche et de réflexion important, les élèves devaient être invités à chercher la solution pour le cours suivant.
- de terminer la mise au point dans les groupes de la situation 9 au cours de la troisième heure, puis "INSTITUTIONNALISATION 2".

Le test bilan devait être passé deux à trois semaines plus tard.
Dans l'ensemble, le rythme prévu a été respecté pour les deux premières heures, et l'ensemble a pu se terminer en quatre séances normales. La gestion du temps nous pose cependant quelques problèmes. D'autres observations (au cours d'autres actions) montrent à quel point le temps scolaire est mal utilisé. Les allées et venues des élèves, les déballages et remballages successifs, les changements d'activités, les tâches administratives diminuent parfois considérablement la durée des séquences. Dans les classes concernées, le travail par groupe est inexistant dans les autres disciplines et reste exceptionnel en mathématiques. Dans le meilleur des cas, il y a perte de temps due aux adaptations nécessaires, dans le pire, les élèves trouvent dans le travail en groupe une occasion de se reposer de la pression maintenue par un enseignement impositif plus traditionnel.

Les situations proposées font alterner manipulations (boules réelles), expériences mentales, représentations physiques, abstractions-déductions. Nous noterons ci-dessous en italique quelques observations marquantes.

Situation 1

Matériel :	Chaque groupe dispose d'une boule en polystyrène. Les boules distribuées ont des rayons différents.
Activité :	"Voici une boule . On veut la ranger dans une boîte ayant la forme d'un pavé (parallélépipède rectangle). Quelles doivent être les dimensions de cette boîte si l'on veut qu'elle soit la plus petite possible ?"
Objectif :	Prise de conscience de l'invariant diamètre.
Remarque :	Si le cube n'apparaît pas de façon évidente, demander au groupe de construite un patron de la boîte. Reprendre la boule avec la feuille de résultats.

Cette première situation a été très riche, tant pour les élèves que pour les observateurs. La plupart des groupes ont fini par se fabriquer une espèce de pied à coulisse composé de règles graduées et d'équerres, utilisant ou non la surface ou les bords de la table... mais avant d'en arriver là certains sont passés par l'utilisation d'un compas dont la pointe était fichée dans la boule, d'autres ont mesuré le "tour" de la boule avec une ficelle puis se sont demandé comment trouver le diamètre à partir de cette longueur.
Dans tous les groupes, des discussions surgissent à propos des termes utilisés. Un pavé ou un parallélépipède ne peut pas être un cube. Curieusement, la forme est en général bien identifiée, mais le mot cube est rarement utilisé spontanément . Un groupe conclut après une étude complète et correcte : "la boîte aura la forme d'un carré qui aura 9 cm de côté", plus tard il sera aussi question de carré en relief.

Situation 2

Matériel : Aucun (expérience mentale)
Activité : " Quel est le plus grand clou qui peut être enfoncé dans la boule que vous aviez tout à l'heure, sans que la pointe ne dépasse ?
Faites un dessin illustrant votre réponse."
Objectif : Investissement ou prise de conscience des invariants : rayon, diamètre et du concept de centre.

Remarque : Avant de relever la fiche, si les élèves n'ont pas utilisé la notion de centre de la sphère, demander "le clou doit-il passer par un point particulier ? écrivez votre réponse" . Ne pas insister davantage.

La situation est très bien comprise et les élèves n'ont pas de mal à trouver une solution. Sauf dans un cas :"le clou, il faut qu'il passe par le centre de gravité de la sphère,...verticalement", le mot "centre" n'est jamais prononcé. Par contre il est fait référence à la "hauteur" de la sphère (ce qui nous ramène à la verticale de la citation ci-dessus).

Situation 3

Matériel : Aucun matériel imposé mais du carton et des élastiques sont disponibles.
Activité : Ayant rappelé aux élèves qu'il était possible d'engendrer un cylindre-surface ou un cylindre-solide en faisant tourner un segment ou un rectangle-surface autour d'un axe (voir fiche élève), leur demander s'il est possible d'engendrer une boule ou une sphère de façon analogue.
Objectif : Considérer l'objet boule comme un solide de révolution ainsi que la sphère comme une surface de révolution.

Remarque : L'enseignant aura préparé un matériel de démonstration permettant de visualiser la sphère, la boule, mais aussi les méridiens.
L'un d'entre nous a préparé un montage tout à fait convaincant utilisant une perceuse, mais un petit moteur de modélisme peut aussi faire l'affaire.
La "monstration" sera faite pour la classe entière au moment de "l'institutionnalisation 1".

La figure proposée (voir annexe) doit être expliquée . Les élèves font des manipulations avec une feuille de papier, avec un stylo, les mots manquent pour distinguer le cylindre-surface du cylindre volume. Dans tous les cas, les élèves finissent par comprendre ce qui se passe dans le cas du cylindre et font eux -mêmes, sans difficulté, le transfert à la sphère et à la boule.

Situation 4

Matériel : La boule de la situation 1.
Activité : " Quand on découpe , en tranches, un oeuf, un saucisson, ou un cube que peut-on obtenir ?
Et si l'on découpait une sphère ou une boule en tranches, qu'obtiendrait-on ?"
Objectif : Amener à envisager des sections de différentes formes. Prise de conscience que l'intersection d'une sphère par un plan est (vraisemblablement !) un cercle, mais aussi que les sections circulaires ne caractérisent pas l'objet sphère.
Créer la représentation suivante : dans le cas de la section plane d'une sphère, plus on se rapproche du centre, plus le rayon de la section augmente, et réciproquement.

Remarque : Lorsque les élèves seront convaincus que la section est dans tous les cas un cercle, leur demander :
"ces cercles sont-ils tous de même rayon, sinon quels sont les plus grands, les plus petits ? "

Le mot "tranche" n'est pas bien choisi, il provoque des confusions entre section et "rondelle" et des discussions sur les "rondelles du bout", dans le cas de l'oeuf en particulier. Le mot "section" est mal connu mais la figure donnée suffit à l'expliquer. Ensuite, après quelques rares hésitations, *les groupes se mettent d'accord sur le fait que les sections planes sont des cercles ou des disques. Toutefois, dans un groupe, ayant constaté que les sections envisagées par les élèves étaient verticales, nous leur avons demandé ce qui se passerait si la coupe était oblique. L'un des élèves a déclaré qu'on obtiendrait des ovales et les a dessinées, tandis que les autres essayaient de les convaincre que l'inclinaison du plan ne faisait rien à l'affaire. Nous avons retrouvé là ce que nous avions auparavant observé plus nettement sur des enfants de cinquième.*

MISE EN COMMUN - INSTITUTIONNALISATION 1

Après ces 4 mini-situations, les groupes les plus en avance préparent une fiche résumé sur la sphère : définitions et représentations.

Lorsque tous les groupes ont terminé l'étude des 4 situations, une mise en commun est faite, suivie d'une prise de notes (sur les cahiers) des éléments essentiels.

Il manque visiblement à nos quatre premières situations quelque chose qui permette d'introduire le centre de façon naturelle (de ce point de vue, la situation 2 n'a pas joué son rôle). Les définitions qui ont été proposées et qui utilisent la notion de centre se trouvent donc un peu "parachutées".

Situation 5

Matériel : Le groupe a toujours la boule .
Activité : " Quel est le rayon du disque obtenu en coupant votre boule par un plan passant par le centre de cette boule?".
Objectif : Introduire la notion de grand cercle .

Les élèves n'éprouvent aucune difficulté à répondre correctement. Ceci ne prouve pas pour autant que la notion de centre soit claire pour eux .
Voici la réponse d'un groupe :
" Le rayon du disque coupé au centre de la boule est le rayon de cette boule. Celui-ci est le plus grand cercle possible et donc le plus grand rayon".
D'autres observations montrent que pour les élèves centre égale milieu, le milieu de la sphère c'est le (ou un) grand cercle, d'où leur réponse.

Situation 6

Matériel : La boule et des morceaux de carton.
Activité : " Quel est le rayon d'un disque obtenu en coupant votre boule par un plan dont la distance au centre de la boule est égale à la moitié de son rayon?"
Objectif : Production d'une représentation de la section plane d'un ensemble formé d'une sphère et d'un plan sécant. Utilisation de cette représentation, soit pour une mesure, soit pour un calcul (propriété de Pythagore).

Remarque : La notion de distance d'un point à un plan aura été expliquée antérieurement par l'enseignant. Une explication complémentaire pourra être donnée par l'observateur ou par le professeur. Proposer aux éventuels groupes fournissant la moitié du rayon comme réponse, de découper un disque de rayon correspondant dans du carton et d'observer .

Dans la plupart des groupes, la première réponse proposée est "la moitié du rayon". Ensuite il y a en principe un va-et-vient entre des essais de mesure directe sur la sphère et des mesures sur une représentation plane. Il suffit en général que l'un des élèves fasse tout à coup observer "mais, on est sur un plan, pas sur la sphère" pour que tout semble s'écrouler.
Dans l'un des groupes, une maquette articulée, réalisée auparavant au filicoupeur a été proposée par l'observateur, ce qui a eu pour effet de permettre immédiatement le passage à la représentation plane. Il n'est pas pour autant évident que cette "béquille" apportée trop tôt facilite les transferts ultérieurs.

Situation 7

Matériel : Feuilles de papier, instruments de dessin.
Activité : " Placer deux points distincts A et B d'un plan, puis tracer, dans ce plan, des cercles passant par A et B. De tous ces arcs d'extrémités A et B, quel est le plus court? "
Objectif : Prise de conscience du fait que, dans le plan, de tous les cercles passant par deux points, celui qui conduit au plus court chemin est "celui qui a le plus grand rayon".

Ne pose pas de problème pour les élèves qui sont vite convaincus et ne cherchent pas de preuve plus classique.

Situation 8

Matériel : Une boule en polystyrène sur laquelle on aura marqué deux points A et B tels que l'angle au centre soit environ 120°.
Des épingles, de la ficelle et des élastiques seront à la disposition des élèves.
Activité : " Une mouche se déplace, sur votre boule, du point A au point B.
Indiquez plusieurs chemins possibles.
Y a-t-il un chemin plus court que les autres ? Lequel ?
Peut-on trouver sa longueur ? "
Objectif : Prise de conscience du fait que le plus court chemin, sur une sphère est un arc du ou d'un grand cercle.

Remarque : On peut s'attendre à ce que les élèves mesurent sur la sphère. On leur demandera alors : "peut-on calculer cette longueur ?"

Situation 9

Matériel : Non précisé, les élèves seront amenés à chercher des informations complémentaires, par exemple au C.D.I.
Activité : " Quel est le plus court chemin pour aller de RIO de JANEIRO à TOKYO ?
Quelle est sa longueur ? "
Objectif : Rechercher des informations pour repérer les points considérés ; utilisation du système conventionnel : latitude, longitude ; découvrir, si ce n'est déjà fait qu'il faut connaître la mesure de l'angle au centre.

Les situations 8 et 9 n'ont pas été observées. Elles se sont cependant déroulées dans les classes, ont été considérées comme difficiles et les interventions des enseignants ont sans doute été déterminantes. D'après les collègues, les élèves parviennent à traiter ces deux situations à condition que des explications supplémentaires leur soit données et qu'un temps suffisant leur soit laissé.

IREM de BESANCON

Etude de la sphère

Situation n° 1

Collège	
Classe	
Noms des élèves de l'équipe :	

Avec cette fiche, votre professeur vous a remis une boule.
On veut ranger cette boule dans une boîte ayant la forme d'un pavé (parallélépipède rectangle).

Quelles doivent être les dimensions de cette boîte si l'on veut qu'elle soit la plus petite possible ?

Date :
heure de début :
heure de fin :

Faites vos essais dans ce cadre. Utilisez une feuille de brouillon supplémentaire si nécessaire.

Ecrivez votre réponse dans ce cadre.

IREM de BESANCON

Etude de la sphère

Situation n° 2

Quel est le plus grand clou qui peut être enfoncé dans le boule que vous aviez tout à l'heure, sans que la pointe ne dépasse (ni la tête !)?

Faites un dessin illustrant votre réponse.

Collège	
Classe	
Noms des élèves de l'équipe :	

Date :
heure de début :
heure de fin :

Faites vos essais dans ce cadre. Utilisez une feuille de brouillon supplémentaire si nécessaire.

Ecrivez votre réponse dans ce cadre.

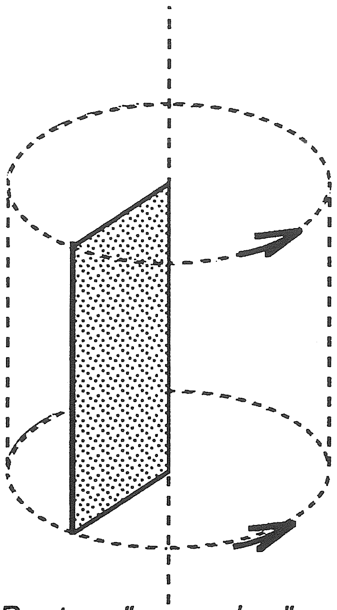
IREM de BESANCON

Etude de la sphère

Situation n° 3

Collège	
Classe	
Noms des élèves de l'équipe :	

Date :
heure de début :
heure de fin :



Que se passe-t-il lorsque l'on fait tourner un rectangle autour d'un de ses côtés ?
Que se passe-t-il lorsque l'on fait tourner un segment de droite autour d'un axe qui lui reste parallèle ?

Peut-on "engendrer" une boule de façon analogue ? et une sphère ?

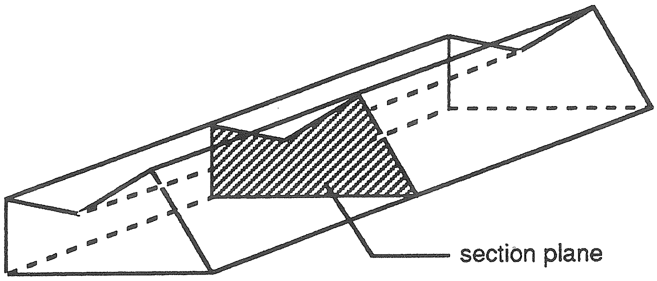
Faites vos essais dans ce cadre. Utilisez une feuille de brouillon supplémentaire si nécessaire.

Ecrivez votre réponse dans ce cadre.

IREM de BESANCON

Etude de la sphère

Situation n° 4



Collège	
Classe	
Noms des élèves de l'équipe :	

Date :
heure de début :
heure de fin :

Quand on découpe, en tranches, un oeuf, un saucisson, ou un cube, que peut-on obtenir ?
Et si l'on découpait une sphère ou une boule en tranches, qu'obtiendrait-on?

Faites des dessins et expliquez .

Faites vos essais dans ce cadre. Utilisez une feuille de brouillon supplémentaire si nécessaire.

Ecrivez votre réponse dans ce cadre.

IREM de BESANCON

Etude de la sphère

Situation n° 5

Collège	
Classe	
Noms des élèves de l'équipe :	

Avec cette fiche, votre professeur vous a remis une boule.

Quel est le rayon du disque obtenu en coupant cette boule par un plan passant par son centre ?

Attention ! vous n'avez pas le droit de couper votre boule .

Date :
heure de début :
heure de fin :

Faites vos essais dans ce cadre. Utilisez une feuille de brouillon supplémentaire si nécessaire.

Ecrivez votre réponse dans ce cadre.

IREM de BESANCON

Etude de la sphère

Situation n° 6

Collège	
Classe	
Noms des élèves de l'équipe :	

Vous avez toujours la boule de la situation n° 5 .

Quel est le rayon d'un disque obtenu en coupant cette boule par un plan dont la distance au centre de la boule est égale à la moitié du rayon ?

Attention ! vous n'avez pas le droit de couper votre boule .

Date :
heure de début :
heure de fin :

Faites vos essais dans ce cadre. Utilisez une feuille de brouillon supplémentaire si nécessaire.

Ecrivez votre réponse dans ce cadre.

IREM de BESANCON

Etude de la sphère

Situation n° 7

Collège	
Classe	
Noms des élèves de l'équipe :	

Placer deux points A et B d'un plan (le plan de cette feuille de papier par exemple).
Tracer, dans ce plan, des cercles passant par A et B.

De tous les arcs d'extrémités A et B ainsi tracés, quel est le plus court ?

Date :
heure de début :
heure de fin :

Faites vos essais dans ce cadre. Utilisez une feuille de brouillon supplémentaire si nécessaire.

Ecrivez votre réponse dans ce cadre.

IREM de BESANCON

Etude de la sphère

Situation n° 8

Collège	
Classe	
Noms des élèves de l'équipe :	

Sur la boule qui vous a été remise, on a marqué deux points A et B .
Supposez qu'une mouche se déplace de A à B en restant sur la boule.

Indiquez plusieurs chemins possibles.
Y-a-t-il un chemin plus court que les autres ?
Peut-on trouver sa longueur ?

Date :
heure de début :
heure de fin :

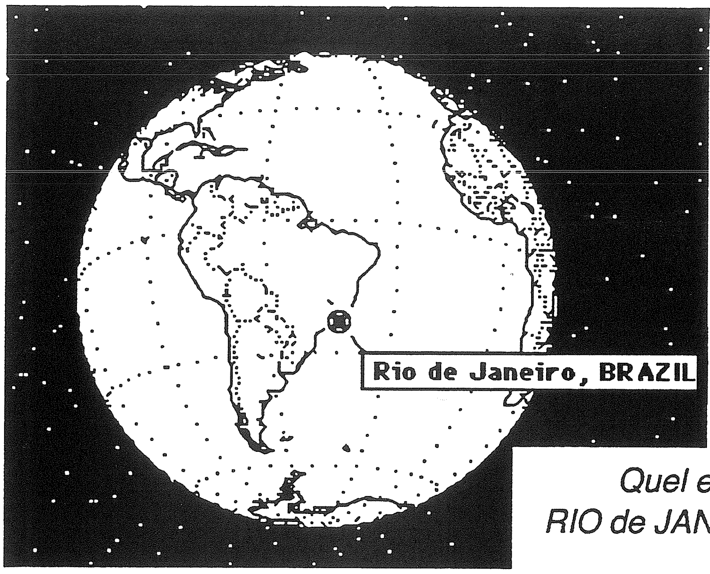
Faites vos essais dans ce cadre. Utilisez une feuille de brouillon supplémentaire si nécessaire.

Ecrivez votre réponse dans ce cadre.

IREM de BESANCON

Etude de la sphère

Situation n° 9



Collège	
Classe	
Noms des élèves de l'équipe :	

Date :
heure de début :
heure de fin :

Quel est le plus court chemin pour aller de RIO de JANEIRO à TOKYO ? (en restant sur la terre) Quelle est sa longueur ?

Faites vos essais dans ce cadre. Utilisez une feuille de brouillon supplémentaire si nécessaire.

Ecrivez votre réponse dans ce cadre.

NOM :	Classe :	IREM DE BESANCON
Prénom :	Etablissement :	Test bilan : SPHERE

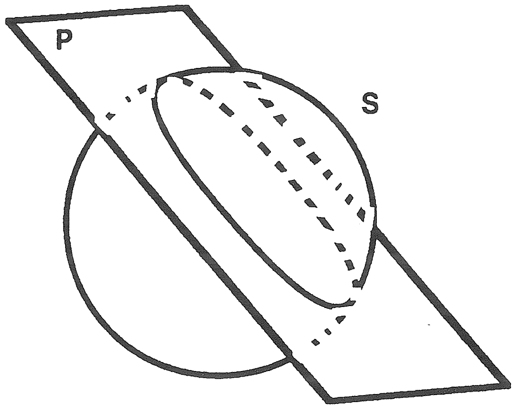
Lorsqu'il y a de la place prévue sur la feuille, prépare tes réponses au brouillon puis répond directement. S'il n'y a pas de place sur la feuille, rédige soigneusement tes réponses sur une feuille séparée, sur laquelle tu n'oublieras pas de mettre ton nom.

1

Cette figure représente l'intersection d'une sphère par un plan.

Pierre, en la regardant dit :

" l'intersection de la sphère S et du plan P est un ovale"



Pierre a-t-il raison ?
Sinon , que dis-tu à sa place ?

2

Soit S une sphère dont le centre est un point O et dont le rayon mesure 8cm.

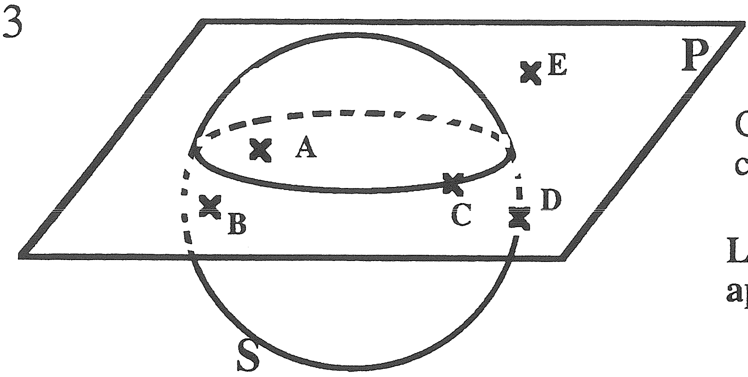
A, B, C et D sont quatre points de l'espace tels que :

OA = 12 cm ; OB = 6 cm ; OC = 8 cm ; BD = 4 cm

Pour chacune des phrases ci-dessous, entoure, selon le cas, VRAI, FAUX, ON NE PEUT PAS SAVOIR, barre ce qui ne convient pas.

Le point B appartient à la sphère S	VRAI	FAUX	ON NE PEUT PAS SAVOIR
Le point A est extérieur à la sphère S	VRAI	FAUX	ON NE PEUT PAS SAVOIR
Le point C appartient à la sphère S	VRAI	FAUX	ON NE PEUT PAS SAVOIR
Le point B est intérieur à la sphère S	VRAI	FAUX	ON NE PEUT PAS SAVOIR
Le point D appartient à la sphère S	VRAI	FAUX	ON NE PEUT PAS SAVOIR

3



Cette figure représente une sphère S coupée par un plan P.

Les points A, B, C, D et E appartiennent au plan P.

COMPLETER le TABLEAU en placant des croix dans les cases qui conviennent.

Le point	A	B	C	D	E
appartient à la sphère					
est intérieur à la sphère					
est extérieur à la sphère					

4

Deux villes A et B sont situées sur un même méridien de la sphère terrestre et ont donc la même longitude.

La ville A est située dans l'hémisphère nord et a pour latitude 50°.
La ville B est située dans l'hémisphère sud et a pour latitude 40°.

1°) Représenter la sphère terrestre, le méridien passant par A et B, et placer les points A et B.

2°) Calculer la plus courte distance, sur la terre, entre ces deux villes.

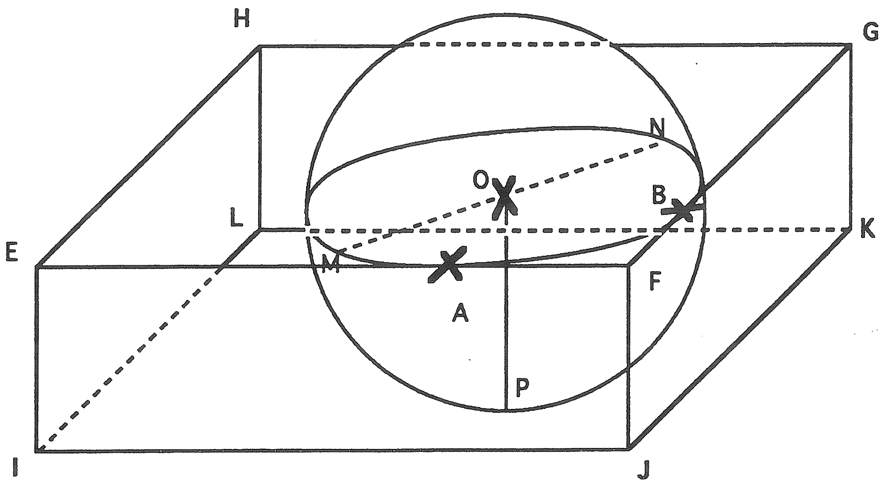
On prendra 3 comme valeur approchée de π, et 6000 km comme valeur approchée du rayon de la terre.

5

Une sphère a un rayon de 5 cm.
Cette sphère est coupée par un plan situé à 3 cm de son centre .

Dessine, EN VRAIE GRANDEUR, l'intersection du plan et dela sphère.

6



Le dessin ci-dessus représente une boule posée sur la fond d'une "boîte à chaussures", le rayon de la boule est égal à la hauteur de la boîte.
Cette boule touche la face avant EFJI en un point A et la face latérale FGKJ en B.
On demande de compléter le texte suivant par les mots qui semblent le mieux convenir :

La face ILHE de la boîte représente un plan...à la boule alors que la face FGKJ représente un plan... à la boule.
Si nous coupons la boule suivant le plan EFGH, nous obtenons un plan................................., qui passe par O, ..., de la boule.
Le plan EFGH coupe alors la boule suivant un...
dont le segment [MN] est un ...., alors que le segment [OP] est un...de la boule.

7

Une sphère, de rayon 5 cm, est remplie d'eau.
Un cube creux de côté 8 cm peut-il contenir toute cette eau ?
Justifie soigneusement ta réponse .

Lequel de ces deux objets a la plus grande aire ?

Rappel : Volume d'une sphère de rayon R : $V = \frac{4}{3} \pi R^3$

Aire d'une sphère de rayon R : $S = 4 \pi R^2$

Valeur approchée de π : 3,14

C - PYRAMIDES ET CONES DE REVOLUTION

I - Analyse des objectifs

Pour la dernière année de collège, le programme indique :

Pyramide et cône de révolution ; volume. Section par un plan parallèle à la base. Effet d'un agrandissement ou d'une réduction sur les longueurs , aires et volumes , masses.

Et les commentaires précisent :

L'objectif est toujours d'apprendre à voir dans l'espace et de calculer des longueurs, des aires et des volumes, ce qui implique un large usage des représentations en perspective et de la fabrication de patron.
L'observation et l'argumentation au cours de ces travaux font appel aux acquis de géométrie plane et à quelques énoncés courants concernant l'orthogonalité et le parallélisme. L'explicitation de ces énoncés n'est pas exigible des élèves.
Les activités sur la pyramide exploiteront des situations limitées et simples, se prêtant bien aux opérations de fabrication.
- pyramide dont une arête latérale est aussi la hauteur ;
- pyramides régulières à trois, quatre ou six faces latérales.
(Une pyramide régulière est une pyramide admettant comme base un polygone régulier, l'axe de ce polygone contenant le sommet de la pyramide).

- Savoir, dans des situations simples et uniquement à propos de travaux sur les solides, utiliser le théorème de Pythagore pour des calculs de longueurs (diagonale d'un parallélépipède rectangle, rayon d'une section plane d'une sphère, hauteur d'une pyramide régulière,...).
- Connaître et utiliser les formules de volume :
V= Bh pour les prismes droits et le cylindre de révolution.
V=1/3Bh pour les pyramides et le cône de révolution.

c - Effet d'un agrandissement ou d'une réduction sur les longueurs, aires et volumes.
Les activités, notamment en classe de Cinquième, de dessin et de reproduction à une échelle donnée ont mis en oeuvre le principe de la multiplication des longueurs initiales par un même coefficient.
Des activités expérimentales dégageront l'effet d'un agrandissement ou d'une réduction sur les aires, les volumes.

- Utiliser, dans l'agrandissement ou la réduction d'un objet géométrique du plan ou de l'espace, la propriété : si les longueurs sont multipliées par k, alors les aires sont multipliées par k^2, les volumes le sont par k^3, et les angles sont conservés.

Niveau des représentations

L'élève pourra se représenter :

- une pyramide comme un polyèdre dont une face est polygonale et les autres faces des triangles ayant un sommet commun.
- un cône de révolution comme un solide de révolution engendré par un triangle rectangle tournant autour d'un des côtés de l'angle droit.

L'élève saura reconnaître le patron d'une pyramide ou d'un cône de révolution.

L'élève pourra se représenter la section d'une pyramide (ou d'un cône de révolution) par un plan parallèle à la base comme une réduction de la base.

L'élève concevra ce que l'on obtient en coupant une pyramide (ou un cône de révolution) par un plan passant par son sommet et perpendiculaire à sa base.

Niveau de la communication

L'élève sera capable de lire des représentations :

- d'une pyramide
- d'un cône de révolution
- d'un ensemble formé par une pyramide (ou d'un cône de révolution) et d'un plan parallèle à sa base
- de la section d'une pyramide (ou d'un cône de révolution) par un plan passant par son sommet et perpendiculaire à sa base.

L'élève sera capable de produire des représentations :

- d'une pyramide
- d'un cône de révolution
- d'un ensemble formé par une pyramide (ou un cône de révolution) et d'un plan parallèle à la base
- de la section d'une pyramide (ou d'un cône de révolution) par un plan passant par le sommet et perpendiculaire à sa base.

Niveau de l'objet

L'élève sera capable de produire :

- un patron de pyramide
- un patron d'un cône de révolution.

Niveau de l'outil

Dan cette partie, la pyramide et le cône de révolution n'interviennent pas eux-mêmes comme des outils ; il s'agit d'autres outils utilisés pour résoudre des problèmes relatifs à la pyramide et au cône de révolution.

Dans une situation concrète, l'élève sera capable :

- d'utiliser le théorème de Pythagore pour calculer :
  - dans une pyramide régulière, la hauteur et l'arête latérale
  - dans un cône de révolution, la hauteur et la génératrice
- de calculer le volume :
  - de prismes droits et cylindres de révolution
  - de pyramides
  - de cônes de révolution.
- de calculer les dimensions de la section par un plan parallèle à sa base :
  - d'une pyramide
  - d'un cône de révolution.
- de calculer les dimensions, aires et volumes de l'objet obtenu par agrandissement ou réduction d'un objet donné.
- d'utiliser, dans des situations simples, les propriétés de parallélisme et d'orthogonalité dans l'espace.

II - TEST DE POSITIONNEMENT

Ce test a été proposé à 138 élèves répartis en 5 classes. Il faut noter que la majorité de ces élèves de 3ème n'a pas suivi les nouveaux programmes de collège les années précédentes ; il est donc possible qu'ils n'aient pas eu souvent l'occasion de travailler la géométrie dans l'espace. On peut penser que les résultats seront sensiblement différents avec des élèves ayant pratiqué la géométrie dans l'espace dès la 6ème.

La **question 1** demandait d'associer, si possible, un solide et son patron. Si 84% des élèves reconnaissent un patron peu classique d'un cube, c'est peut-être parce que c'est le seul dessin qui ne comporte que des carrés. Mais ils sont plus de la moitié à voir dans le dessin F un patron de pavé. Les patrons de pyramides ne posent pas problème alors que 59% des élèves font une erreur pour un prisme. Par ailleurs, il est à noter que plus de 40% des élèves associent à une sphère un patron de cylindre.

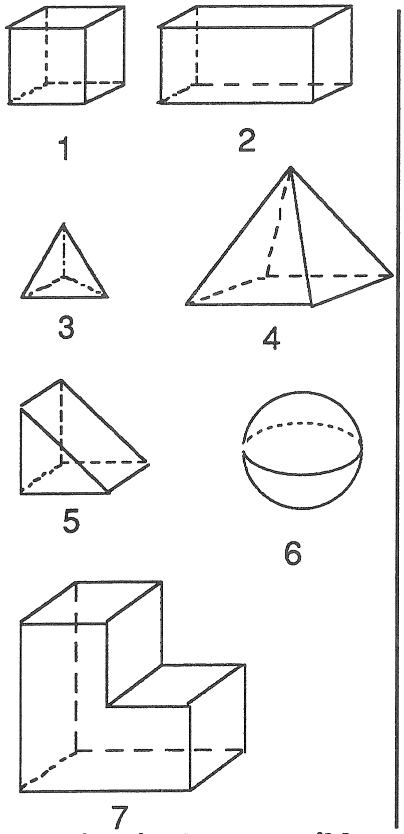
La **question 2** n'a pas été bien comprise par les élèves. Ils sont assez nombreux à avoir réalisé un dessin par symétrie par rapport à l'axe de rotation, certains utilisant même du vocabulaire de géométrie plane (triangle isocèle, demi-disque...). Pour la correction, nous avons codé 1 si le nom ou le dessin en perspective étaient corrects.

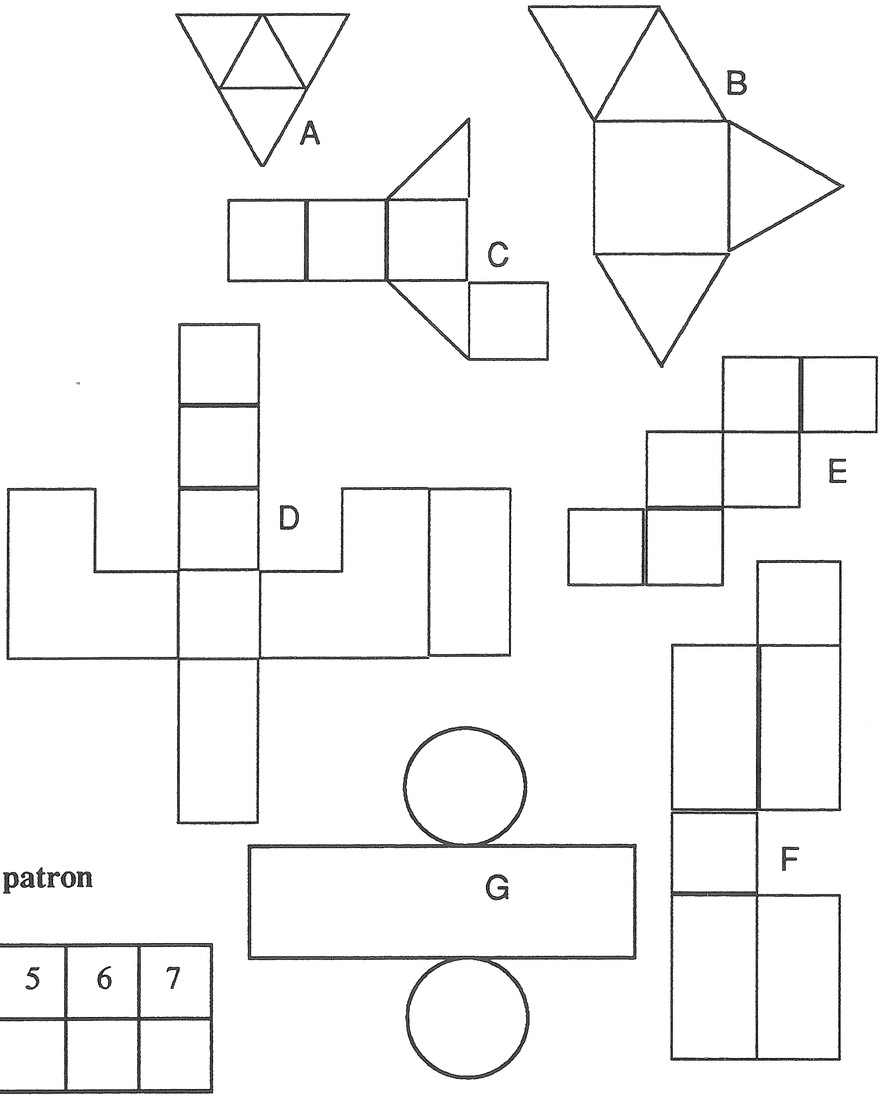
Pour la **question 3,** nous avons accepté comme réponse correcte une construction géométrique ou un tracé, le théorème de Pythagore étant utilisé pour le calcul de la longueur EG. Cependant, seulement 43% des élèves réussissent ce tracé.

Moins du tiers des élèves a conscience que le triangle AEG est rectangle et un cinquième seulement réussit à le construire.

Pour la **question 5,** le triangle 9 ne figurait pas dans la version proposée à ces élèves. A la lecture des résultats, on est frappé par la proportion importante des élèves qui choisissent une forme se rapprochant du triangle tel qu'il est représenté sur le dessin en perspective. Ainsi plus du quart des élèves voient dans la forme 1 la section du cône par le plan AGB, près de la moitié indique l'ellipse comme réponse à l'item 18 et les trois quarts identifient le dessin 1 à la section du cône par le plan AGI. On peut aussi remarquer le taux important de non réponse à l'item 19.

I





Associer si cela est possible un patron au solide correspondant

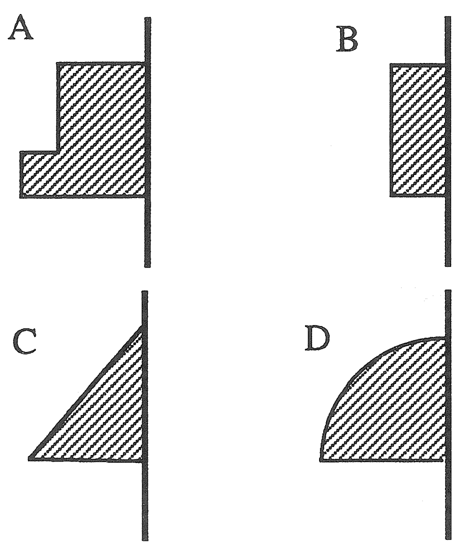
Solide	1	2	3	4	5	6	7
Patron							

Réservé à la correction

II

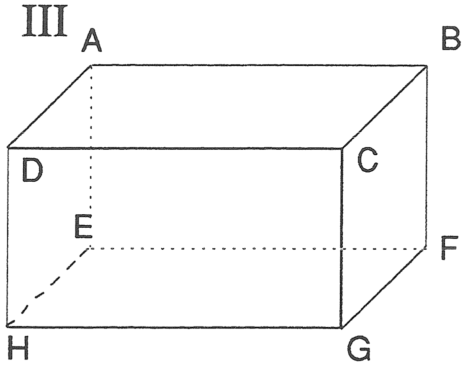
On fait touner chaque figure autour de l'axe.
Dessine à main levée le solide engendré.
Si tu connais le nom du solide, indique-le.

8	9	10	11



A	B
C	D

III

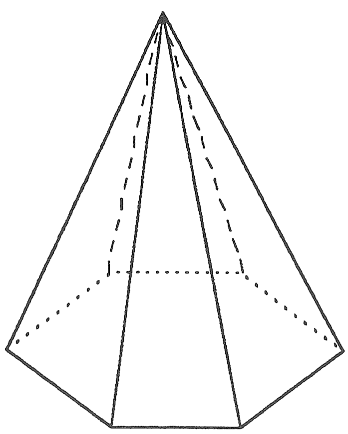


ABCDEFGH est un pavé droit tel que AB = 5 cm; AD = 3 cm et AE = 2 cm.
Construire, en vraie grandeur, le segment [EG] puis le triangle AEG.

12	
13	
14	

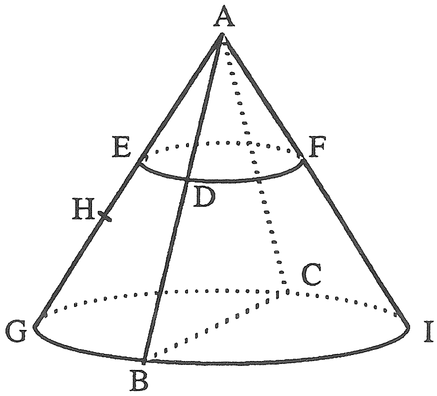
IV

Voici le dessin en perspective d'une pyramide à base hexagonale. Imagine que cette pyramide est coupée par un plan, parallèle à sa base.
Faire apparaître sur le dessin, la section de la pyramide par ce plan.

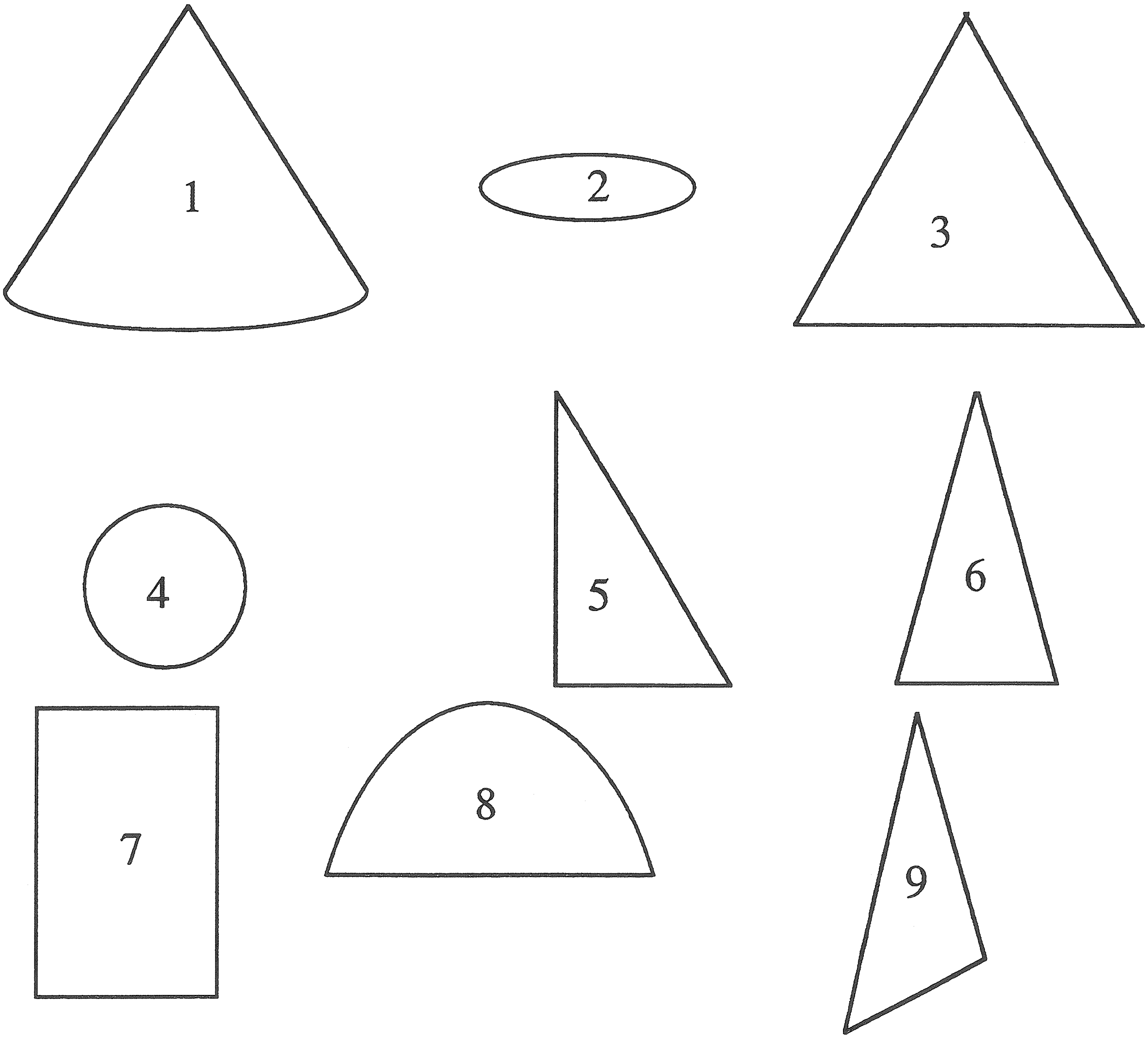


15	

V



Voici une représentation d'un cône de révolution. On le coupe par différents plans.
Parmi les images suivantes indique celles qui peuvent représenter le mieux la section de cône par le plan donné.



16	
17	
18	
19	
20	
21	

Plan passant par	ABC	AGB	EDF	DFH	BCE	AGI
N° d'image						

III - Situations d'apprentissage

Pour des questions de commodité, les solides sur lesquels travaillent les élèves sont le plus souvent des solides-surfaces obtenus à partir de patrons en papier ou carton, qu'ils ne collent même pas de peur de les écraser dans leurs cartables.

Il nous semble cependant très important et différent du point de vue du concept de travailler sur des solides pleins. Nous proposons donc à nos élèves une collection d'une quinzaine d'objets en bois dans laquelle figurent : cube, pavés, cônes de révolution, prismes, pyramides et cylindre

Certaines de ces situations ont fait l'objet d'observation de classe, les remarques en italique correspondent à ce qui a été observé lors de ces séances.

Situation 1

Matériel :	une collection de solides (prismes, pyramides, cônes)
Objectifs :	préciser le vocabulaire (arêtes, faces, sommets ...)
	identification de solides
Activité :	faire un classement des solides qui vous ont été distribués.
	Préciser les critères de classement.

Analyse de la situation

Tous les solides proposés, à l'exception des pyramides et du cône de révolution, ont déjà été étudiés dans les classes antérieures. La recherche de critères de classement devrait permettre de préciser le vocabulaire (arête, face, sommet, prisme, pavé ....).

Ce qui s'est passé dans la classe

Les élèves hésitent ; faut - il classer ces solides par numéro, par nombre de faces ou d'arêtes, formes (par exemple : pyramide, cône de révolution et prisme à base triangulaire/pavés et cube / cylindre et prisme à base hexagonale) ? Aucun groupe ne propose un tri en deux classes.

Lors de la synthèse, des questions intéressantes sont posées :

- qu'est - ce qu'une face ? qu'est - ce qu'une arête?

- quel est le nombre de faces d'un cône de révolution ? d'un cylindre ?

Nous avons été surpris de constater qu'un prisme à base triangulaire de petite taille avait été classé avec les pyramides par plusieurs élèves.

Cette classe n'ayant pas souvent eu l'occasion de manipuler lors des années antérieures, certains élèves ne se sont pas sentis concernés par cette situation.

Situation 2

Organisation de la séance:

Les activités 1 et 2 décrites ci-après se déroulent lors de la même séance. Les élèves ont le temps de prendre les dimensions indispensables pour produire la fiche descriptive qui est ramassée la fois suivante pour vérification par le professeur.

Les fiches 3 et 4 sont distribuées aux élèves à titre de correction. Ainsi chacun possède un dessin en perspective de chacun des solides "pointus" de la collection.

Matériel :	les solides pointus de la situation 1
Objectifs :	dégager les éléments caractéristiques d'une pyramide
Activité 1 :	associer à chaque solide l'expression qui lui convient le mieux (fiche 1).
Activité 2 :	à chaque élève du groupe sont distribués deux solides qu'il devra décrire précisément, dessiner en perspective et dont il devra prendre les mesures nécessaires à la fabrication de son patron (fiche 2).

Analyse de la situation

Il nous semble essentiel que les élèves aient l'occasion de manipuler des objets en bois ou polystyrène dès la classe de sixième. Prendre un cube dans sa main, toucher ses faces, passer le doigt sur ses arêtes et ses sommets permet de mieux s'approprier le concept de cube. Cette étape de manipulation est nécessaire mais il est bien clair qu'elle n'est pas suffisante. Le passage aux expériences mentales est lui-même indispensable, l'objectif final étant de pouvoir travailler uniquement à partir de représentations.

La fabrication du patron d'un objet à l'échelle 1 permet une validation aisée. Dans l'activité proposée, elle présente l'inconvénient de reposer sur des mesures de longueurs, avec bien sûr, une erreur sur ces mesures. Il est probable qu'en mesurant les arêtes de la pyramide régulière à base hexagonale les élèves ne trouvent pas tout à fait la même mesure pour chacune d'elles. Doit-on les laisser faire comme si le triangle était isocèle alors que dans un autre contexte une mesure ne suffit pas ? Il nous semble que dans ce cas il y aurait rupture avec le contrat didactique habituel. En effet, pourquoi la mesure de deux côtés d'un triangle permettrait-elle de conclure que le triangle est isocèle alors que quelques jours plus tard, en géométrie plane, nous exigerions une démonstration ? La fiche distribuée lors de l'activité 1 permet d'éviter cet obstacle puisque la description donnée du solide indique l'existence de propriétés particulières (triangle isocèle ou triangle rectangle ....).

Ce qui s'est passé dans la classe

Seule l'activité 1 a pu être observée. Cette fiche plaît aux élèves. Le travail de certains groupes est rapide et méthodique, les élèves procédant par élimination. Des hésitations apparaissent pour *les expressions : "tétraèdre", "tétraèdre régulier", "pyramide régulière". La mise en commun provoque des essais d'argumentation.*

Situation 3

Les situations 3 et suivantes ont lieu environ une semaine après les situations 1 et 2.

Matériel : le cône de la situation 1

Activité : dessiner, en vraie grandeur, de la section de ce cône de révolution par un plan perpendiculaire à la base et passant par le sommet (fiche élève 5).

Objectifs : mettre en évidence les propriétés :

- la section est un triangle isocèle
- la section est indépendante du plan choisi
- hauteur d'un cône de révolution
- "angle" d'un cône de révolution

Remarque : quand les élèves ont obtenu une réponse, leur demander ce qui se passe en choisissant un autre plan perpendiculaire à la base et passant par son sommet.

<u>Analyse de la situation</u>

La réalisation d'un dessin en vraie grandeur est souvent imprécise compte tenu des erreurs de mesures faites par les élèves. Cependant elle présente l'avantage de leur permettre de valider leur solution par la confection d'un gabarit.

Une fois qu'ils auront dessiné une section correcte, il est peu probable que les élèves indiquent spontanément que la section est indépendante du plan choisi (perpendiculaire à la base et passant par le sommet).La notion de hauteur d'un cône de révolution sera plutôt dégagée lors de la synthèse avec la classe complète.

<u>Ce qui s'est passé dans la classe</u>

Pour la plupart des élèves, il y a confusion entre la section et les deux solides obtenus. Certains essaient de réaliser des vues de "face" ou de "profil". Après l'intervention du professeur pour préciser le sens du mot "section", la solution est trouvée facilement.

Situation 4

Matériel : papier, ciseaux, colle....

Activité : fabriquer le patron d'un cône de révolution de hauteur 4 cm et dont la base a pour diamètre 6 cm (fiche élève 6).

Objectif : découvrir le lien entre génératrice, rayon de la base et angle du secteur circulaire du patron du cône de révolution.

Analyse de la situation

La réalisation du patron d'un cône de révolution présente plusieurs difficultés :

-concevoir la forme de ce patron

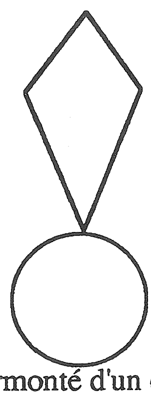
-déterminer le rayon et l'angle du secteur angulaire.

Ici le cône de révolution est déterminé par le rayon de sa base et sa hauteur. La tâche demandée à l'élève est complexe. Une fois qu'il aura découvert la forme du patron, il devra réinvestir les résultats de la situation 3 pour calculer le rayon du secteur angulaire, puis déterminer son angle, la longueur de l'arc étant égale au périmètre de la base du cône de révolution.

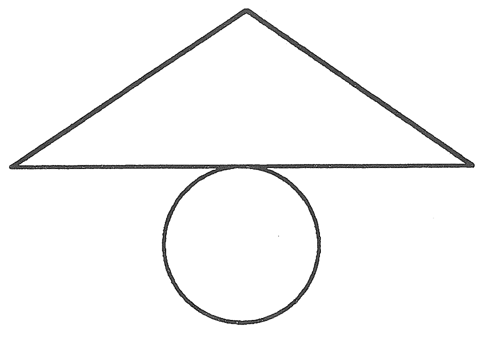
Dans le cas où les élèves ne réussissent pas à trouver la forme du patron, on peut leur suggérer de fabriquer "grossièrement" avec une feuille de papier un chapeau pointu et déplier ensuite la feuille pour observer le résultat obtenu.

Ce qui s'est passé dans la classe

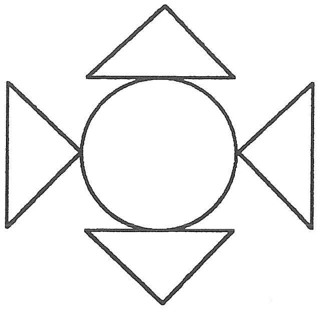
Dans un groupe, une élève connaît la forme du patron d'un cône de révolution ; l'angle est d'abord trouvé de façon empirique, puis les élèves trouvent le principe de calcul de cet angle. Dans les autres groupes, la recherche porte d'abord sur la forme du patron. Voici différentes propositions qui ont été essayées par nos élèves :



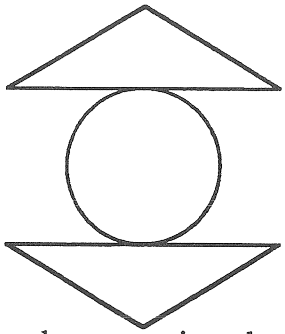
disque surmonté d'un cerf-volant



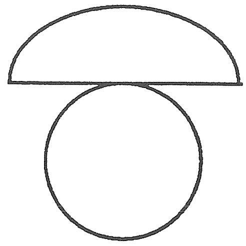
triangle isocèle tangent à un disque



disque associé à quatre triangles isocèles



deux triangles isocèles superposables tangents à un disque



morceau de disque limité par une corde et tangent à un disque

Situation 5

Matériel : aucun

Objectif : illustrer la notion de "cône de révolution"

Activité : dessiner un polygone qui permet d'engendrer un cône de révolution.

Analyse de la situation

En classe de quatrième, les élèves ont appris que la boule est un solide de révolution engendré par un disque ou un demi-disque tournant autour du diamètre. Il s'agit ici de faire prendre conscience à nos élèves qu'un cône de révolution est engendré par

-un triangle rectangle tournant autour d'un des côtés de l'angle

-ou un triangle isocèle tournant autour de la hauteur relative au sommet principal.

Situation 6

Matériel : aucun

Activité : calculer la hauteur d'un cône de révolution et de celle d'une pyramide régulière pour les comparer (fiche élève 7).

Objectifs : établir le lien entre hauteur et génératrice d'un cône de révolution et lien entre hauteur et arête latérale d'une pyramide.

Analyse de la situation

Dans cette situation,, il ne s'agit pas de faire découvrir par nos élèves et d'utiliser les formules de calcul du volume d'un cône de révolution ou celui d'une pyramide. Notre but principal est de créer des images mentales et d'enrichir leur vision dans l'espace.

Ici la comparaison des hauteurs de chacun des solides permet à elle seule de conclure. En effet, un hexagone régulier de côté 6 cm est inscrit dans un cercle de même rayon. Les deux solides ayant la même hauteur, la pyramide est contenue dans le cône de révolution et le volume de la première est inférieur à celui du second.
Si certains élèves éprouvent la nécessité de calculer les volumes des deux solides, nous leur fournissons les formules qu'ils admettent. Lors de la synthèse avec la classe complète, la discussion entre les groupes peut permettre de comprendre l'inutilité des calculs de volumes.

Situation 7

Matériel : collection de pyramides et de cônes de révolution

Activité : déterminer la section en vraie grandeur d'une pyramide ou d'un cône de révolution par un plan parallèle à la base (fiche élève 8).

Objectifs : établir que la section d'une pyramide ou d'un cône par un plan parallèle à la base est une réduction de la base.

Analyse de la situation

Au programme de quatrième figure la notion de distance d'un point à une droite, les élèves ne devraient pas avoir de difficultés à extrapoler pour donner un sens à la phrase :"on coupe chaque solide par un plan parallèle à la base, situé à 3 cm du sommet". Si c'est nécessaire, le professeur donnera une explication.
Les élèves d'un même groupe ne travaillent pas tous sur le même solide et obtiennent donc des résultats différents qui peuvent favoriser l'instauration de débats entre eux.
Suivant le solide choisi, la difficulté n'est pas équivalente. Si le résultat est relativement immédiat dans le cas d'une pyramide dont une arête est perpendiculaire à la base, la tâche est plus complexe quand il s'agit d'une pyramide régulière.

Situation 8

Matériel : aucun

Activité : une pyramide étant coupée par un plan parallèle à la base ,

1 - comparer l'aire de la base de cette pyramide et celle de la section ;

2 - comparer le volume de la pyramide et celui de la petite pyramide obtenue (fiche 9).

Objectifs : étudier l'effet d'une réduction sur les aires et les volumes

Analyse de la situation

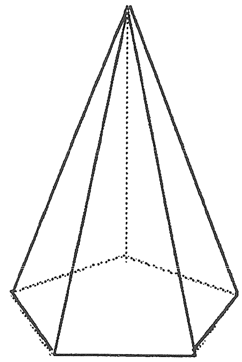
Dans la première partie, nous avons choisi un rapport simple (1/4). On peut penser que certains élèves seront tentés de répondre que le rapport des deux aires est lui aussi égal à un quart. La construction des carrés représentant l'un la base de la pyramide et l'autre la section cherchée, devrait les convaincre qu'il n'en est rien.

Les conjectures émises par les élèves quant au rapport des aires et à celui des volumes peuvent être démontrées en utilisant l'énoncé de Thalès.

Fiche 1

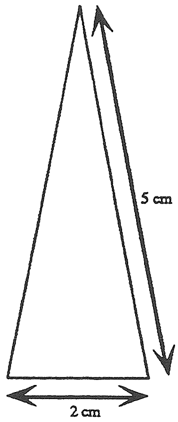
Choisir pour chaque solide celle des expressions qui convient le mieux sachant que chacune des expressions ne peut être choisie qu'une seule fois.

N° des solides	Solides
	Cône de révolution.
	Pyramide régulière à base hexagonale.
	Pyramide régulière à base carrée.
	Pyramide régulière à base carrée, dont les faces sont des triangles équilatéraux.
	Pyramide à base carrée, dont une arête est perpendiculaire à la base.
	Pyramide à base carrée, dont une arête est perpendiculaire à la base, et dont une face (au moins) est un triangle rectangle isocèle.
	Pyramide régulière à base triangulaire.
	Pyramide à base triangulaire dont une arête est perpendiculaire à la base.
	Pyramide à base triangulaire dont une arête est perpendiculaire à la base et dont une face (au moins) est un triangle rectangle isocèle.
	Tétraèdre.
	Tétraèdre régulier.

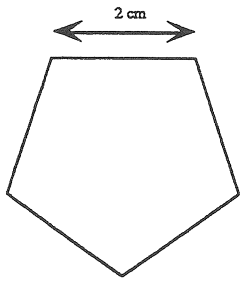


Pyramide régulière à base pentagonale

nombre et type des faces :



5 triangles isocèles



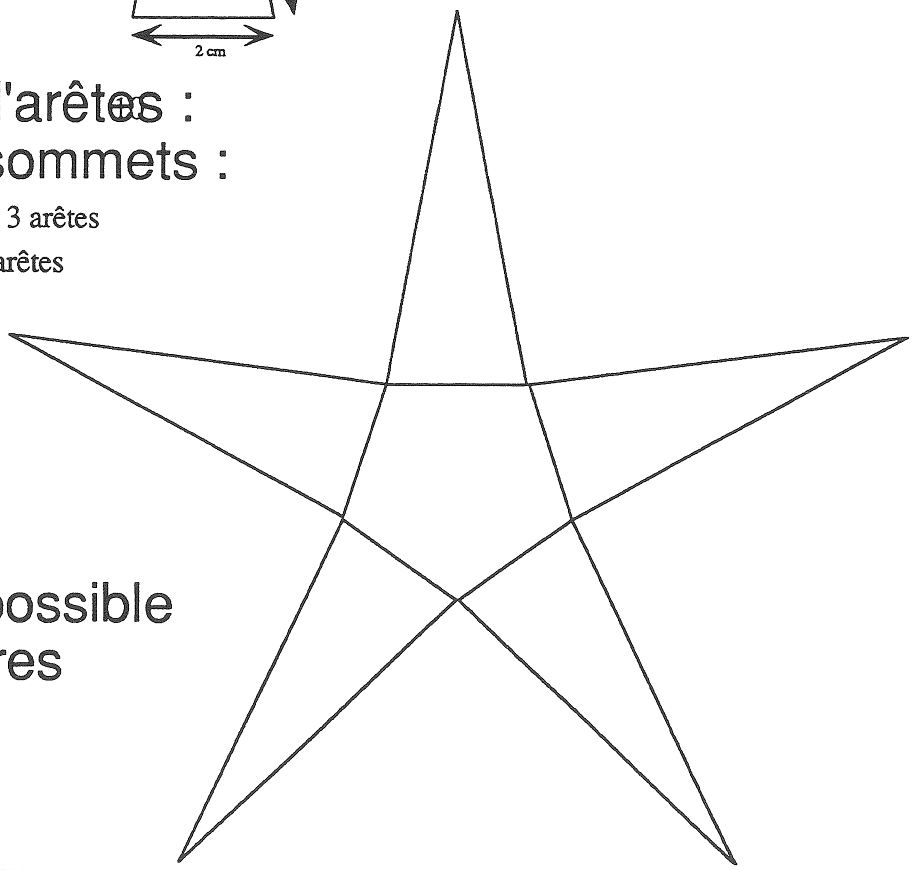
1 pentagone régulier

nombre d'arêtes :

nombre de sommets :

5 sommets communs à 3 arêtes

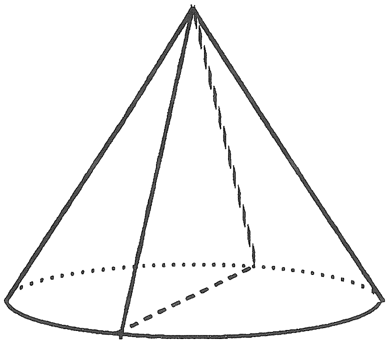
1 sommet commun à 5 arêtes



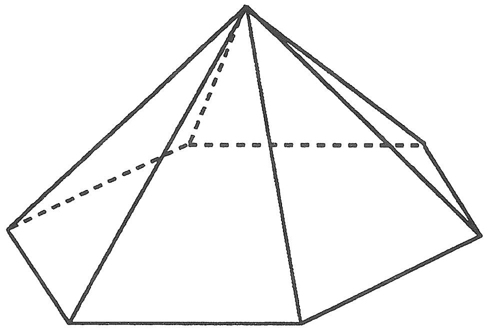
Un patron possible parmi d'autres

Chaque élève du groupe dispose de deux solides. Pour chacun d'eux, fabriquer une fiche descriptive analogue à celle ci-dessus.

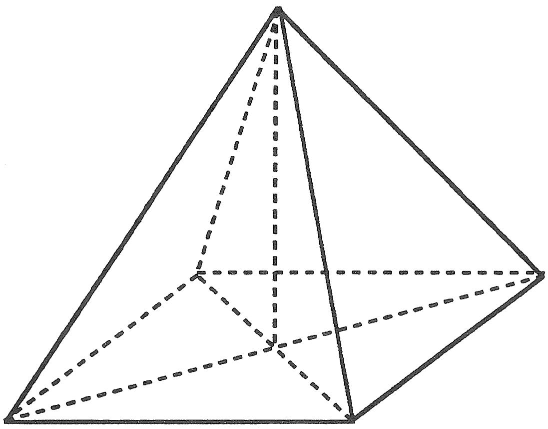
Cône de révolution



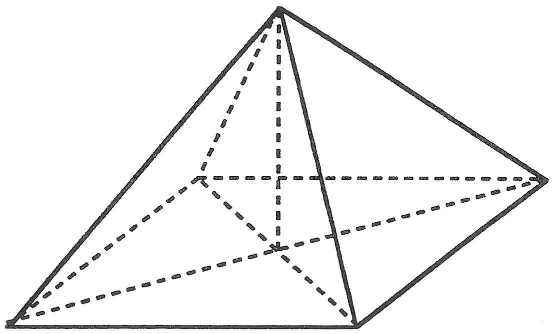
Pyramide régulière à base hexagonale



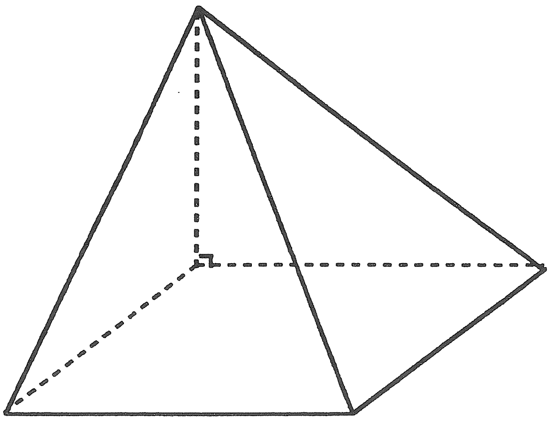
Pyramide régulière à base carrée



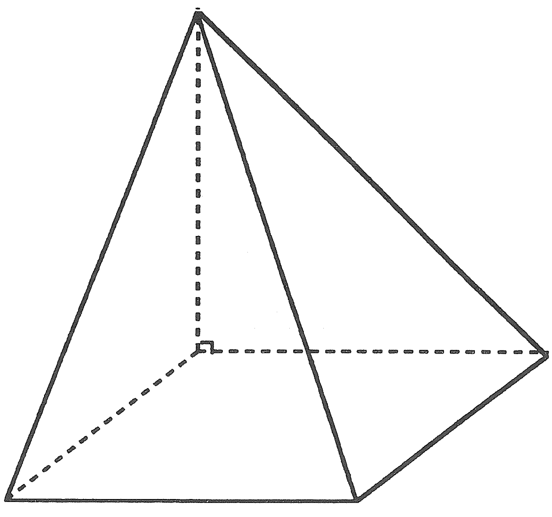
Pyramide régulière à base carrée dont les faces sont des triangles équilatéraux



Pyramide à base carrée dont une arête est perpendiculaire à la base.

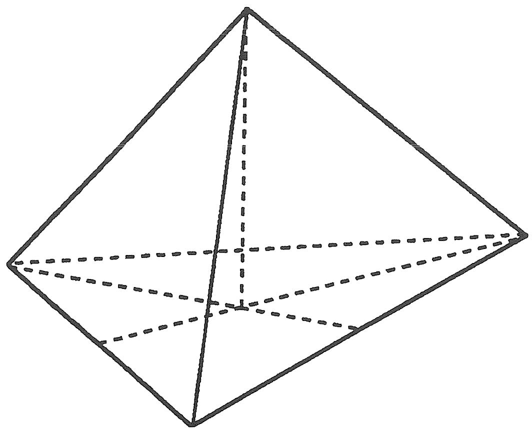


Pyrmide à base carrée dont une arête est perpendiculaire à la base et dont une face au moins est un triangle rectangle isocèle.

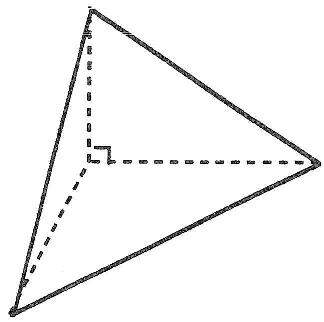


Fiche 4

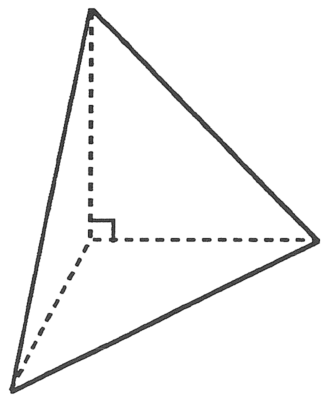
Pyramide régulière à base triangulaire



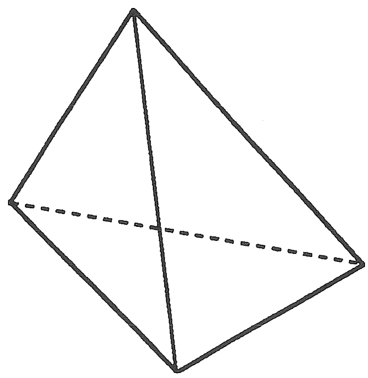
Pyramide à base triangulaire dont une arête est perpendiculaire à la base



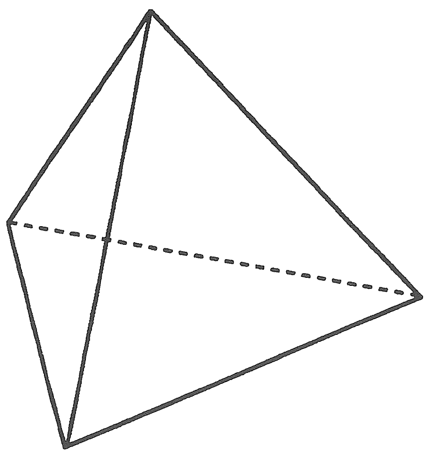
Pyramide à base triangulaire dont une arête est perpendiculaire à la base et dont une face au moins est un triangle rectangle isocéle.



Tétraèdre



Tétraèdre régulier



IREM de BESANCON **PYRAMIDES & CONES DE REVOLUTION**

Fiche 5

Avec cette fiche, votre professeur vous a donné un cône de révolution.
On le coupe par un plan passant par son sommet et perpendiculaire à sa base.
Dessine, en vraie grandeur, la section du cône par ce plan.

IREM de BESANCON **PYRAMIDES & CONES DE REVOLUTION**

Fiche 6

Fabriquer le patron d'un cône de révolution de hauteur 4 cm et dont la base a pour diamètre 6 cm.

IREM de BESANCON **PYRAMIDES & CONES DE REVOLUTION**

Fiche 7

La base d'une pyramide régulière est un hexagone de côté 6 cm; une arête latérale mesure 10 cm.
Un cône de révolution a pour base un disque de rayon 6 cm. La génératrice mesure 10 cm.
Comparer leurs volumes.
Faites vos essais dans ce cadre.

IREM de BESANCON **PYRAMIDES & CONES DE REVOLUTION**

Fiche 8

Avec cette fiche, votre professeur vous a distribué une collection de solides.
Chacun d'entre vous doit en choisir deux .
On coupe chaque solide par un plan parallèle à la base, situé à 3 cm du sommet.
Dans chaque cas, dessine en vraie grandeur la section du solide par ce plan.

Nom du premier solide :

Nom du deuxième solide :

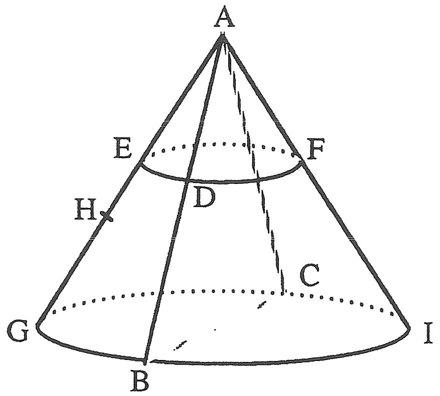
IREM de BESANCON **PYRAMIDES & CONES DE REVOLUTION**

Fiche 9

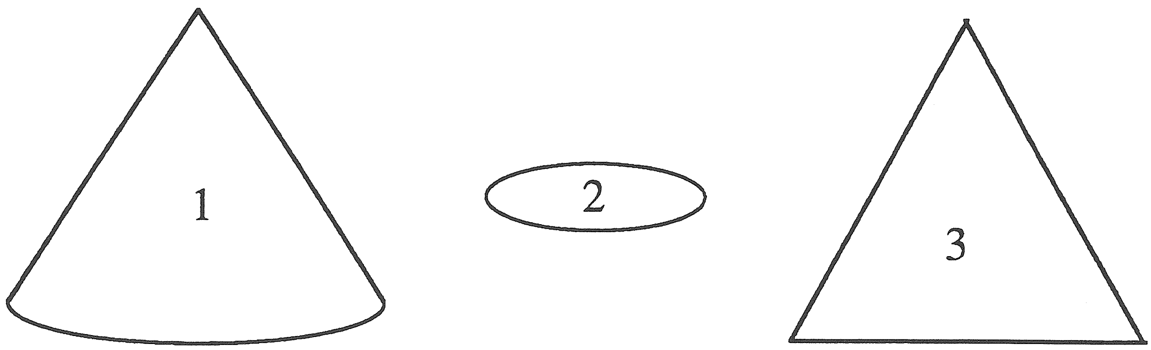
On considère une pyramide régulière de base un carré de 6 cm de côté et de hauteur 20 cm. On la coupe par un plan parallèle à la base au quart de la hauteur, c'est-à-dire à 5 cm du sommet.
L'aire de la section est plus petite que celle de la base ; combien de fois plus petite ?
Qu'en est-il des volumes de la pyramide initiale et de la petite pyramide obtenue ?
Pourrais-tu prévoir ce qu'on obtiendrait si, au lieu de couper au quart, on coupait aux trois cinquièmes de la hauteur ?

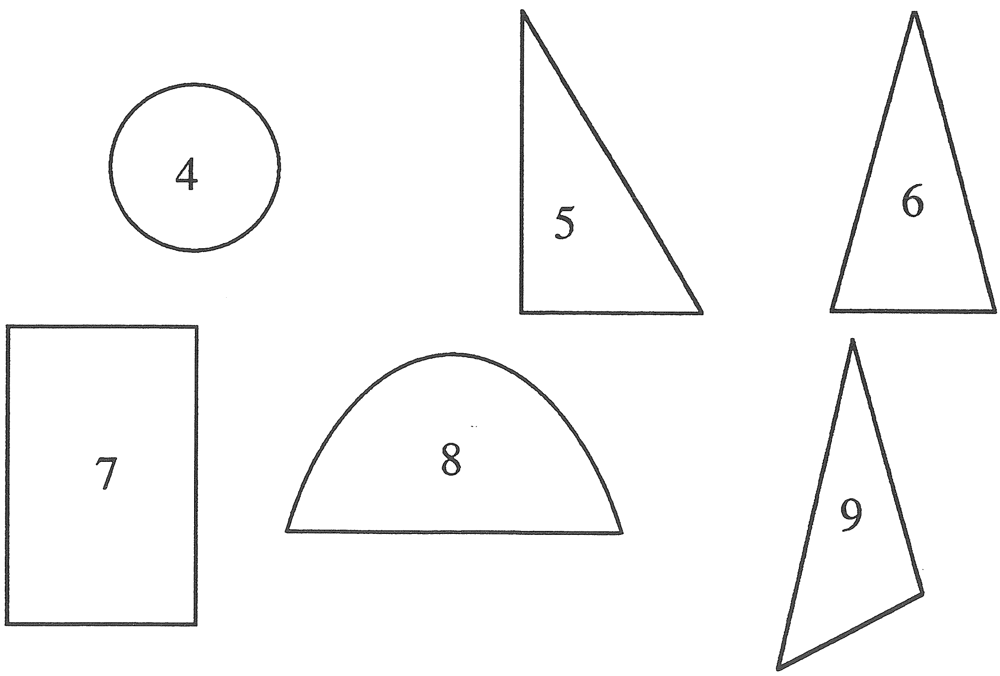
NOM :
Classe :

I



Voici une représentation d'un cône de révolution. On le coupe par différents plans.
Parmi les images suivantes indique celles qui peuvent représenter le mieux la section de cône par le pl. donné.





1	
2	
3	
4	
5	
6	

Plan passant par	ABC	AGB	EDF	DFH	BCE	AGI
N° d'image						

NOM :
Classe :

IREM de BESANCON
PYRAMIDES & CONES DE REVOLUTION
TEST BILAN 2

II

La pyramide du Louvre est une pyramide régulière dont la base est un carré de 34 m de côté et dont la hauteur mesure 21 m.
Calculer la longueur d'une arête.
Calculer son volume.

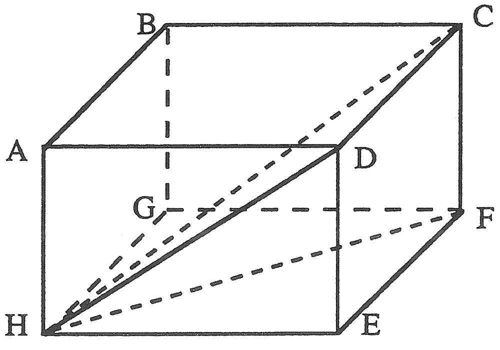
7	
8	
9	

III

ABCDEFGH est un pavé droit tel que : AB = 4 cm, AH = 3 cm et AD = 5 cm.
On considère le solide HDCFE.
1)Comment appelle-t-on ce solide ?

2) Combien a-t-il de sommets ? ☐ d'arêtes ? ☐ de faces ? ☐

3) Construire, en vraie grandeur, sans faire de calcul, la face HDC.



10	
11	
12	
13	
14	
15	
16	

NOM :
Classe :

IV

Une pyramide régulière a une hauteur de 5 cm.
On la coupe par un plan parallèle à la base situé à 1 cm du sommet.

Quelle relation y a-t-il l'aire de la base et celle de la section ?
Quelle relation y a-t-il entre le volume de la pyramide initiale et le volume de la pyramide obtenue ?

17	
18	

V

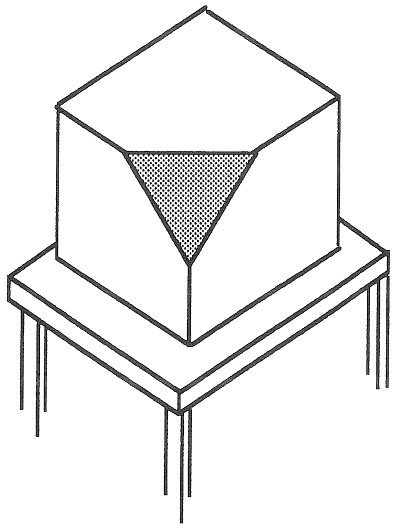
Un cône de révolution a pour rayon 10 cm et pour hauteur 6 cm.
Un cylindre a pour rayon 10 cm.

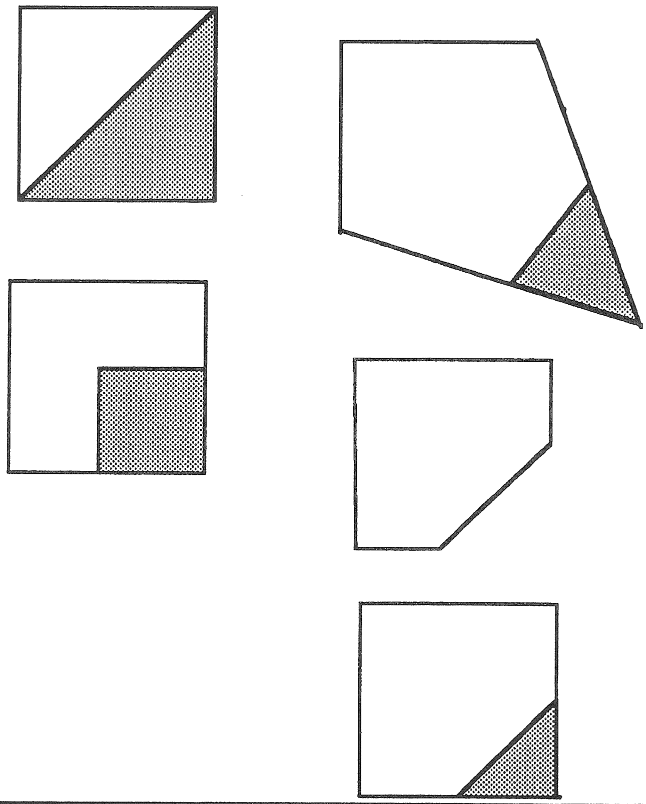
Calculer la hauteur du cylindre pour que les deux solides aient le même volume.

19	

Les bonnes notes de la France (titre connu !)

Seconde étude internationale sur l'enseignement des mathématiques
SIMS de l'IEA : 1982
Population des élèves de 13 ans (en France : classe de Quatrième)





La figure ci-dessus montre un cube en bois dont l'un des coins a été coupé et ombré.
Lequels, parmi les dessins de droite montre comment ce cube serait vu de dessus ?

Japon : 88 %	France : 64 %	Belgique Fr : 55 %
Canada British Columbia : 75 %	Belgique Fl : 62 %	Luxembourg : 47 %
Suède : 73 %	U.S.A. : 60 %	Israel : : 46 %
Pays Bas : 67 %	Pays de Galle : 58 %	Thailande : 41 %
Finlande : 67 %	Hong Kong : 59 %	Swahili : 28 %
Canada Ontario : 66 %	Ecosse : 59 %	Nigéria : 19 %
Nouvelle Zélande : 65 %	Hongrie : 56 %	

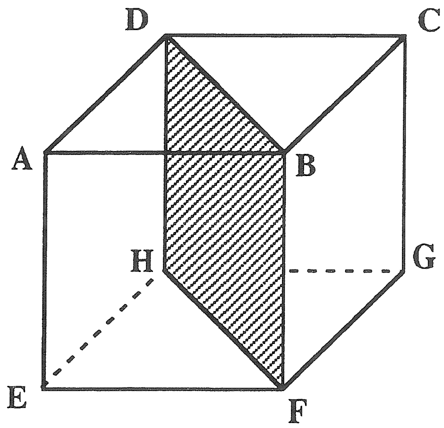
L'intérêt d'un tel palmarès est très limité !
Ce n'est qu'une occasion pour signaler que sur les 175 questions de l'enquête, deux seulement concernent des objets de l'espace. Encore s'agit-il de questions de nature quasiment perceptive.
En fait, la situation des divers pays par rapport à l'enseignement de la géométrie de l'espace est très variable et il est quasiment impossible de trouver une question qui obtiennent l'agrément des pays engagés dans une telle étude.

SECONDE PARTIE

COMPLEMENTS

Que deviennent les savoirs des élèves ?

QUESTION EVAPM 1988



Dessin d'un rectangle non carré
EVAPM 5/88 : 17 %
EVAPM 3/90 : 47 %
EVAPM2/91 : 63 %

Résultat conforme au calque
EVAPM 5/88 : 12 %
EVAPM 3/90 : 40 %
Elèves de troisième orientés en Seconde : 42 %
EVAPM2/91 : 58 %
Elèves de seconde orientés en S : 76 %

Voici un cube dessiné en perspective.

En réalité, ce cube a une arête de 4 cm.

On le découpe en deux prismes droits en le coupant selon le plan DBFH.

Dans le cadre de droite, **DESSINER uniquement, avec ses dimensions réelles, la face DBFH commune à ces deux prismes.**

EVAPM 5/88 : fin de Cinquième 1988
EVAPM 3/90 : fin de Troisième 1990
EVAPM 2/91 : fin de Seconde 1991
(Voir page 85)

A - AUTOUR DE L'ÉVALUATION DES SITUATIONS

L'évaluation mise en place dans le cadre d'une ingénierie didactique consistant à élaborer des situations d'apprentissage pose des problèmes qui sont loin d'être résolus.

Il est assez facile de fabriquer des situations et de les varier à l'infini. Il est déjà plus difficile de les faire vivre dans les classes ! La viabilité des situation, leur résistance à l'usure constitue déjà un critère à prendre en compte pour l'évaluation.

Mais ce critère ne saurait être suffisant. Qu'une situation soit construite pour entretenir ou développer des connaissances déjà installées ou qu'elle soit construite pour introduire un nouveau savoir, la question se pose de pouvoir déterminer si elle permet, ou non, d'atteindre certains des objectifs que l'on s'est fixé, et dans quelle mesure.

D'une façon générale, les difficultés de l'évaluation des connaissances sont bien connues : on ne dispose pas d'instruments de mesure directe (le savoir est-il mesurable ?) et on est contraint à faire des inférences à partir d'observations dont la signification didactique n'est que rarement évidente.

Les chose se compliquent encore lorsque l'attention doit se porter simultanément sur l'évaluation individuelle des élèves avec les contraintes institutionnelles associées à cette évaluation et sur l'évaluation des situations d'apprentissage.

Dans un enseignement normal il est implicitement admis que les situations d'enseignement ont les qualités requises et qu'il est possible de rendre les élèves responsables des éventuels défauts d'acquisitions constatées. Du moins l'enseignant a la liberté de procéder ainsi, comme il a la liberté, au moment où il le décide, de mettre en cause la démarche qu'il avait choisie.

L'évaluation de la qualité des situations d'apprentissage passe nécessairement par l'observation de l'évolution des comportements manifestés par les élèves (attitudes, conceptions, savoirs). Mais à qui, à quoi faut-il attribuer les évolutions constatées ? Que ces évolutions soient positives ou négatives, faut-il les attribuer à l'élève (sa motivation, son investissement personnel, ..), à l'habileté professionnelle de l'enseignant, ou faut-il les attribuer aux qualités intrinsèques de la situation ? On se doute que la réponse n'est pas simple et qu'il faudrait considérer une attribution variable, selon la situation, l'élève, le professeur.

L'une des difficultés de l'expérimentation en milieu scolaire tient sans doute au double jeu que l'enseignant est conduit à mener. Face à ses élèves, il doit maintenir la fiction de la qualité a priori des situations proposées (l'élève est en droit d'attendre de l'enseignant qu'il lui propose toujours les meilleures situations possibles). Simultanément, l'expérimentation n'a de sens que si elle est évaluée et s'il est possible de réfuter l'hypothèse préalable de qualité. L'évaluation est donc à la fois indispensable et difficile à mener.

Mais que signifie évaluer une situation ? Il ne s'agit pas de décider si elle définitivement bonne ou mauvaise ; cela n'aurait guère de sens. En fait, et c'est beaucoup plus subtil, il s'agit d'essayer de répondre aux questions suivantes :

1 - la situation permet-elle de se rapprocher des objectifs que l'on vise ?

2 - si oui, et *toutes chose égales par ailleurs*, peut-on trouver une autre situation qui permette de s'en rapprocher davantage ?

> *"Toutes chose égales par ailleurs"* signifiant en particulier avec le même investissement des enseignants et le même temps utilisé par les élèves.

3 - si non, peut-on trouver une situation permettant de se rapprocher des objectifs visés ?

4 - la situation permet-elle de nouveaux développements de savoirs anciens ou l'acquisition de nouveaux savoirs non explicitement attendus ?

5 - la situation peut-elle être la source d'obstacles didactiques qui se manifesteront ultérieurement ?

La notion d'objectif évoquée ici est très large et n'a pas besoin d'être mise en relation avec une technologie précise d'élaboration ou d'opérationnalisation des objectifs. Il est important de noter que cette notion intègre des considérations épistémologiques et didactiques. En particulier les qualité de durée, de tranférabilité, et de sens attribué aux acquisitions font partie du champ des objectifs.

On sait qu'il est plus facile et plus rapide d'acquérir des connaissances ponctuelles, fugaces, non transférables, et auxquelles on n'accorde que peu de signification, que d'acquérir des savoirs durables, transférables, associés à un réseau sémantique important. L'un des problèmes de l'évaluation est justement qu'il est aussi plus facile de contrôler les connaissances du premier type évoqué. Pour n'avoir pas pris en compte les considérations qui précèdent, bien des évaluations de situations d'enseignement ont une validité très contestable.

Nous n'échappons pas, partiellement au moins, à la critique amorcée ci-dessus et il convient de préciser que les réflexions qui précèdent sont faites a posteriori, plusieurs années après le début de notre expérimentation. Dans nos travaux actuels nous essayons de ne plus amalgamer aussi systématiquement l'évaluation des élèves et l'évaluation des situations et nous pensons même qu'il conviendrait de faire intervenir une équipe d'évaluation travaillant en concertation avec l'équipe d'expérimentation mais gardant un recul et une indépendance minimale.

L'évaluation que nous avons menée comporte deux volets : évaluation de positionnement, avant la mise en place des situations d'apprentissage, et évaluation bilan une quinzaine de jours après la fin de l'enseignement proprement dit (voir en première partie de cette brochure). Nous pensons maintenant que, au moins en situation expérimentale, une évaluation systématique plus régulière portant essentiellement sur l'évaluation des procédures utilisées par les élèves serait souhaitable. Bien sûr, une telle évaluation formative a existé de façon informelle dans chacune des classes, selon les habitudes de chacun des enseignants, mais cette évaluation n'a pas été réinvestie de façon explicite et concertée dans notre expérimentation.

Sommes-nous en mesure de répondre aux questions posées ci-dessus ? Bien sûr que non ! Mais ce n'est pas une raison pour ne pas se poser ces questions, ni pour ne pas chercher des dispositifs qui permettraient à terme de mieux y répondre. Dans le cas présent nous sommes peut-être en mesure de répondre à la première question, de façon évidemment nuancée.

Dans ce qui suit nous analyserons succinctement le cas de l'évaluation des situations du thème : "pavés, prismes et cylindres en Sixième et Cinquième".

L'évaluation des situations : étude d'un cas

Rappelons que les taux moyen de réussite à l'épreuve de positionnement et à l'épreuve de bilan étaient tous deux égaux à 55%. Nous avons vu dans cette égalité une manifestation d'un phénomène de "calage" de l'évaluation sur les compétences des élèves. Ce phénomène, que nous avons souvent vu apparaître dans d'autres recherches, traduit en fait la qualité de l'expertise que les enseignants de l'équipe font, de façon plus ou moins consciente, des compétences de leurs élèves.

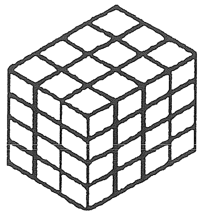
Si l'on fait l'hypothèse d'une difficulté plus grande de l'épreuve bilan par rapport à l'épreuve de positionnement, on est alors fondé à parler d'une amélioration entre les deux épreuves. L'hypothèse précédente est raisonnable dans la mesure où elle correspond au jugement des enseignants d'une part, et au fait que les questions qui, dans le test de bilan, sont proches de questions du test de positionnement, sont mieux réussies dans le cas du bilan.

Nous devons nous empresser d'ajouter que l'amélioration paraît faible et que les résultats enregistrés sont loin des attentes des enseignants. Cette impression sera d'autant plus accentuée qu'au lieu de se contenter de score global ou des scores item par item, on s'intéresse aux réussites conjointes aux items d'une même question. Les taux enregistrés, qui peuvent être interprétés comme des indicateurs de maîtrise, montrent justement que, dans tous les cas, il est pour le moins prématuré de parler de maîtrise (voir l'ensemble des taux de réussite dans la première partie).

Par exemple, il n'y a que 12% des élèves qui réussissent simultanément tous les items de la questions B7 du test de bilan et 25% qui font au plus une erreur. Cette question est d'autant plus intéressante qu'elle est très discriminative et très liée à la réussite générale (voir figure 1).

Un élément clé de la réussite à cette question est le dénombrement des petits pavés composant le grand pavé (item B71). Cette question n'est réussie que par la moitié des élèves et de nombreuses erreurs sont dues à la persistance d'une confusion entre les aspects perceptifs de la situation et ceux qui résultent d'une analyse-reconstruction mentale de l'objet. Les aspects perceptifs s'enchaînent mieux avec des procédures "périmètriques" ou "surface" qu'avec les procédures "volumes" sollicitées.

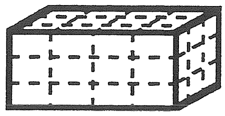
Item Q34



Indiquez... le nombre de "petits cubes" ...

Question B7

Le dessin ci dessous représente un pavé que l'on a trempé dans de la peinture.....



Combien de petits pavés obtient-on ? } **Item B71**

Quel est le nombre de petites faces peintes ?

Quel est le nombre de petits pavés ayant exactement : { 3 faces peintes ? 2 faces peintes ? 1 face peinte ? 0 face peinte ?

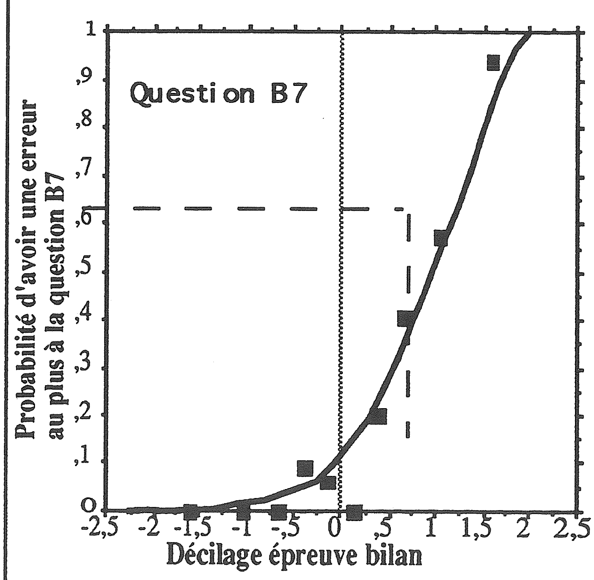
Suivi Espace -BESANÇON - Croisemement items Q34 et B71

		Item B71 Réussite	Item B71 Echec	
Itam Q34	Réussite	31%	21%	52%
	Echec	17%	31%	48%
		48%	52%	

L'item Q34 est réussi par 52 % des élèves ; B71 est réussi par 48 % des élèves. Les deux items sont simultanément réussis par 31% des élèves...

Figure 1

L'item B71 est analogue à l'item Q34 du test de positionnement (voir figure 2), mais le croisement des réussite à ces deux items laisse perplexe. Un tiers des élèves réussit les deux items (31%), mais près d'un quart des élèves présente la particularité d'avoir réussi l'item Q34 et d'échouer à l'item bilan correspondant. Cette perte n'est même pas compensée par les nouvelles réussites (17%) ! Ce résultat contredit-il l'hypothèse d'une amélioration globale des compétences des élèves ? (voir page suivante)



Courbe caractéristique de la question B7

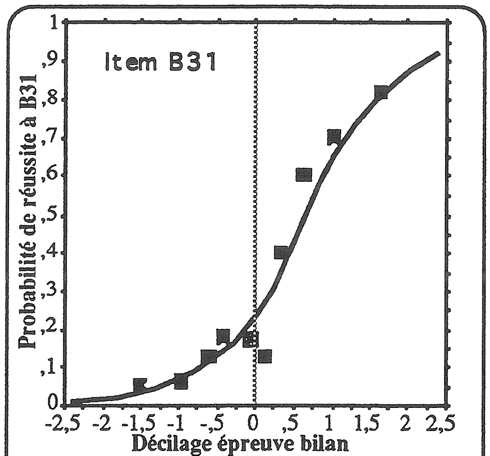
Le décilage consiste à répartir les élèves par tranches de 10% en respectant l'ordre des scores à l'ensemble de l'épreuve dans laquelle figure l'item étudié (analogue aux quartiles, mais 10 classes au lieu de 4).
Pour chaque item et chaque décile, on calcule le pourcentage d'élèves du décile concerné qui ont réussi l'item étudié. On assimile ce pourcentage à la probabilité de réussite à l'item, probabilité conditionnée par l'appartenance au décile correspondant.
Les courbes représentatives sont des courbes de RASCH ou courbes caractéristiques, utilisées en particulier dans la Théorie de Réponse aux Items (TRI).
Cette représentation met en évidence l'importance de la liaison existant entre la question B7 et la réussite générale à l'épreuve. Cette question est à la fois difficile et très discriminante.
Des représentations associées à d'autres items de cette étude montre que la liaison n'est pas toujours aussi évidente et que dans certains cas il n'est même pas raisonnable d'essayer de tracer une courbe caractéristique.

Figure 2

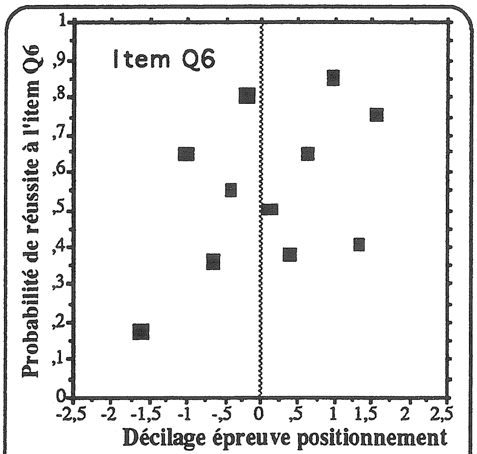
Ce n'est pas certain et il convient de faire ici quelques remarques :

- Les capacités développées et contrôlées par ces questions sont de niveau cognitif élevé et donc relativement peu sensibles à l'apprentissage (les acquisitions concernant le vocabulaire par exemple sont manifestes et spectaculaires).
- On sait que l'évolution du type de compétence en cause dans ces items est très liée au développement personnel des élèves (au sens que la psychologie donne à ce mot). Pour des questions de ce genre, il n'est pas rare de constater que l'enseignement ne permet guère d'espérer des augmentations des taux de réussite supérieures à 15 % par an.
- La didactique nous apprend, et nous en avons donné ailleurs des exemples frappants (EVAPM 3/92), que l'élaboration de nouveaux savoirs suppose des déstructurations suivies de restructurations, elles-mêmes accompagnées de l'émergence de nouvelles procédures personnelles. Il est possible que notre évaluation bilan ait été faite en période de déstructuration. Cela nous amène à souhaiter que pour de telles expérimentations une évaluation sur plusieurs années soit systématiquement envisagée (suivi de cohortes).

Les techniques d'analyse implicative (méthode GRAS R.) associées à l'étude des courbes de réponses aux items et aux méthodes relevant de la théorie de réponse aux items (T.R.I.) nous semblent très prometteuses. Dans le cas présent, ces techniques amènent à de nombreuses observations qui nous semblent intéressantes et qui feront l'objet d'un article qui sera publié ultérieurement dans le bulletin de l'IREM de BESANÇON.



L'item B31, plus facile que la question B7 est lui aussi discrimiannt et très lié à la réussite générale.



L'item Q6 n'est pas lié à la réussite générale à l'épreuve et n'est pas discriminant dans le champ étudié. Inutile de chercher une courbe caractéristique.

Nous ne montrons ici que quelques courbes de réponse constituant à notre avis autant de pistes de réflexion sur la signification didactique des items correspondants.

Signalons encore que les analyses implicatives mettent en évidence la conservation de la hiérarchie des difficultés entre l'épreuve de positionnement et l'épreuve bilan.

Comme ces études, récentes, n'ont pas été prises en compte pour la préparation des situations, nous n'en ferons pas davantage état dans cette brochure.

Nous avons vu que l'évaluation de la qualité des situations d'apprentissage supposait des comparaisons et donc supposait que l'on ait quelques indicateurs relatifs aux compétences habituellement développées par les situations courantes. L'un des intérêts des évaluations à grande ou moyenne échelle, comme celles que nous menons à l'IREM de BESANÇON depuis près de 15 ans, comme celles menées maintenant par la DEP ou par l'APMEP (EVAPM) est justement de fournir de tels indicateurs.

Le lecteur trouvera un certain nombre de ces indicateurs dans les pages suivantes, indicateurs dont nous nous sommes servis pour la préparation de nos situations et de nos évaluations. Signalons que ces indicateurs ont été mis à jour pour tenir compte des études récentes.

Nous l'avons dit en introduction, la question de l'évaluation des situations d'enseignement et d'apprentissage n'a pas, à ce jour reçu, de solution satisfaisante. Nous ne pouvons qu'espérer que les lignes qui précèdent contribuent à éclaircir la question.

Les questions d'évaluation présentées dans les pages suivantes ont été utilisées dans diverses évaluations à grande échelle :

SPRESE et DEP : Evaluations du Ministère de l'Education Nationale.
INRP : Institut National de la Recherche Pédagogique
EVAPM : observatoire mis en place dans le cadre de l'APMEP avec l'aide de l'INRP, de la DLC, des IREM de BESANÇON et de POITIERS,....

Les questions sont présentées ici comme des indicateurs d'évaluation. Elles ne définissent aucune norme, aucun critère. Compte tenu, en particulier, de leur histoire, elles ne représentent pas, a priori, une opérationnalisation des programmes en vigueur.

Le lecteur trouvera dans la bibliographie les références EVAPM lui permettant de retrouver les questions EVAPM dans le contexte dans lequel elles ont été posées : raisons et organisation de l'évaluation, épreuves, consignes de codage,.... Il trouvera dans ces documents les questions relatives à l'ensemble des thèmes des programmes ainsi que des analyses.

Nous remercions particulièrement l'APMEP et l'ensemble des enseignants ayant d'une façon ou d'une autre participé aux enquêtes EVAPM de nous permettre de mettre à la disposition de l'ensemble des collègues, des informations précieuses sur le savoir des élèves et sur son évolution. Nous remercions de même l'INRP et la DEP de nous avoir permis d'utiliser certaines de leurs questions.

Légende :

Chaque question est identifiée par une origine : créateur et année de première utisation connue de nous : **SPRESE 1982, EVAPM 1992,....**
Les taux de pourcentage données sont, sauf indication contraire, des taux de réussite par rapport à l'ensemble des élèvesyant passé les épreuves.
Ces taux sont précédés de l'identification de l'évaluation correspondantes.

EVAPM6/87 : évaluation EVAPM de fin de Sixième conduite en 1987,
INRP CM2/77 : évaluation INRP de fin de CM2 conduite en 1977,
etc....

Pour les questions EVAPM, les taux de non-réponse figurent des les brochures d'analyse des résultats, de même que la place des questions dans les épreuves. On sait que cette place peut avoir une influence assez importante sur les résultats.

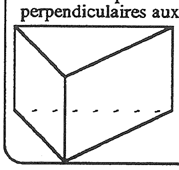
Cas particulier de l'évaluation EVAPMde fin de Première : EVAPM1/93 : 42 % (70%) signifie : 42 % pour l'ensemble des élèves des séries S, A1, G et B , et 70 % pour les seuls élèves dePremière S.

Pour des questions d'encombrement, les questions ont été reproduite de façon généralement moins aérée que dans les épreuves destinées aux élèves.

EVAPM 1990

Voici une représentation en perspective d'un solide dont les faces sont perpendiculaires aux bases.

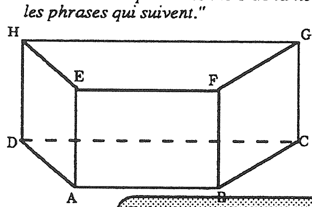
EVAPM5/90R = 23 %



		B1	
Ce solide est une pyramide à bases triangulaires	A	Vrai	Faux
Ce solide est un prisme droit	B	Vrai	Faux
Ce solide a trois faces rectangulaires	C	Vrai	Faux
Les bases de ce solide sont des triangles	D	Vrai	Faux

SPRESE 1981 Texte lu

"Le dessin ci contre représente un prisme droit dont la base est un trapèze.
En choisissant parmi les mots de la liste, complétez les phrases qui suivent."



arête
face
oblique
parallèle
perpendiculaire
sommet

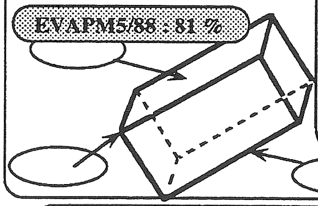
Résultats SPRESE CM2/81

a) Le prisme a huit .... **R = 69 %** .... et six.... **R = 83 %**
b) L'arête [DH] est .... **R = 51 %** .... à l'arête [BF]
c) L'arête [CG] est .... **R = 63 u** .... à l'arête [GF]
d) L'arête [AE] est .... **R = 43 %** .... à la face EFGH
e) La face ABCD est .... **R = 68 %** .... à la face EFGH

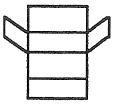
EVAPM 1988

Ce dessin représente un solide.
Dans chacune des bulles, ECRIS l'un des mots suivants : (celui qui convient le mieux)
arête ; sommet ; face

EVAPM5/88 : 81 %



Voici, en réduction, un patron de ce solide.



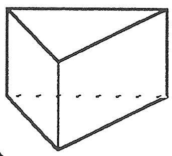
Sachant que ce patron est formé de quatre rectangles et de deux parallélogrammes,
Quel nom donnes-tu à ce solide ?

EVAPM5/88 : 24 %

EVAPM 1988

Voici une représentation en perspective d'un solide dont les faces sont perpendiculaires aux bases.

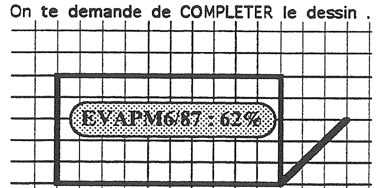
Mot PRISME utilisé
EVAPM5/90 : 48%
EVAPM5/88 : 46 %



Quel est le nom d'un tel solide ?	**EVAPM5/90 : 12 %** **EVAPM5/88 : 11 %**
Quelle est la forme géométrique de ses bases ?	**EVAPM5/90 : 72 %** **EVAPM5/88 : 72 %**
Quelle est la forme géométrique de ses faces latérales ?	**EVAPM5/90 : 63 %** **EVAPM5/88 : 63 %**

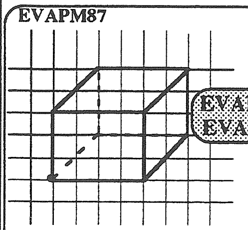
EVAPM 1987

Sur le quadrillage ci-dessous, on a commencé à dessiner, en perspective, un parallélépipède rectangle.
On te demande de COMPLETER le dessin .



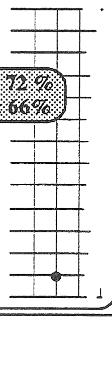
EVAPM6/87 : 62%

EVAPM87



EVAPM6/89 : 72 %
EVAPM6/87 : 66%

Dessine, à droite, un parallélépipède dont les dimensions sont le double de celles du parallélépipède dessiné ci-dessus.



SPRESE 1982

Consigne orale

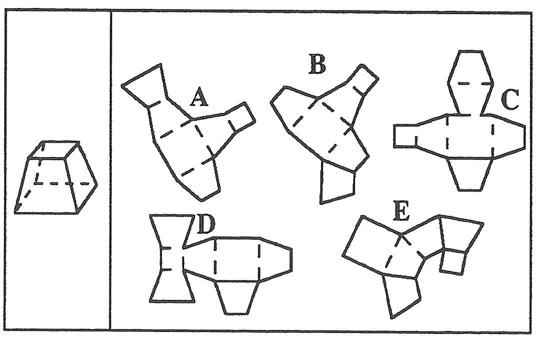
Un enfant veut construire une boîte fermée de tous les côtés comme celle qui est présentée en perspective à gauche de la feuille.

Les autres dessins représentent des feuilles de carton diversement coupées.

Certaines de ces feuilles de carton lui permettent de reconstruire la boîte en pliant selon les pointillés.

Ecrivez OUI sous les dessins qui représentent une feuille de carton qui permet de reconstruire la boîte, et NON sous celles qui ne le lui permettent pas.

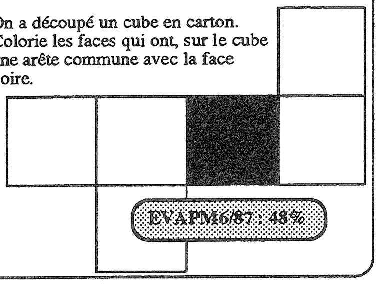
(laisser trois minutes)



SPRESE CM2 1982
A : 84% - B : 54 % - C : 85 % - D : 92 % - E : 53 %

INRP 1977

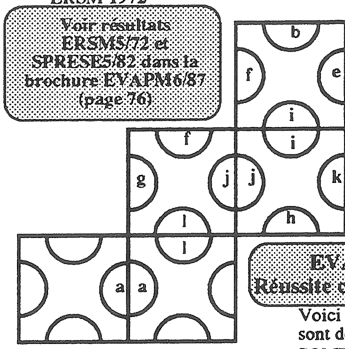
On a découpé un cube en carton.
Colorie les faces qui ont, sur le cube une arête commune avec la face noire.



EVAPM6/87 : 48%

ERSM 1972

Voir résultats ERSM5/72 et SPRESE5/82 dans la brochure EVAPM6/87 (page 76)



g bien placée
EVAPM6/89 : 54 %
EVAPM6/87 : 59%

h bien placée
EVAPM6/89 :53 %
EVAPM6/87 : 58%

d bien placée
EVAPM6/89 :45 %
EVAPM6/87 : 49%

c bien placée
EVAPM6/89 : 35 %
EVAPM6/87: 38%

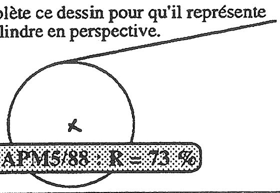
b bien placée
EVAPM6/89 : 34 %
EVAPM6/87 : 33%

EVAPM6/89
Réussite conjointe : 26%

Voici le patron d'un cube, les arêtes de ce cube sont désignées par les lettres : a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l.
COMPLETER le patron en écrivant dans les demi-cercles les lettres qui correspondent aux arêtes.

Question EVAPM 1988

Complète ce dessin pour qu'il représente un cylindre en perspective.



EVAPM5/88 : R = 73 %

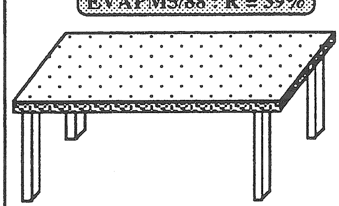
Question EVAPM 1988

EVAPM5/88 : R = 45 %

A main levée,
c'est à dire en utilisant seulement un crayon et une gomme,
DESSINE un prisme droit à base triangulaire.

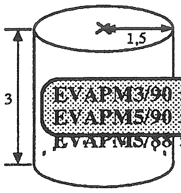
Question EVAPM 1988

EVAPM5/88 : R = 39%



Pour cet exercice, tu dois dessiner à main levée, c'est à dire sans utiliser d'autre instruments que le crayon et la gomme.
DESSINE en perspective un prisme droit à base triangulaire de façon à ce qu'une base du prisme semble être posée sur la table.

EVAPM 1988



EVAPM3/90 : 23 %
EVAPM5/90 : 22 %
EVAPM5/88 : 19 %

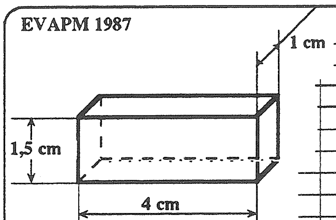
Trace un patron de ce cylindre en utilisant les mesures portées sur le dessin. Les mesures sont en cm
(Les mots "patron" et "développement" sont synonymes)

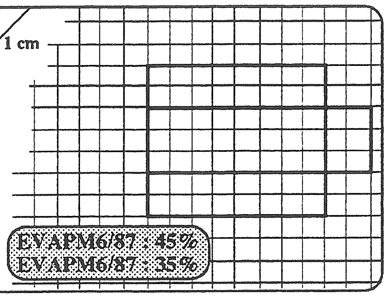
Question EVAPM 1988

EVAPM5/88 : R = 86 %

A main levée,
c'est à dire en utilisant seulement un crayon et une gomme,
DESSINE un cylindre.

EVAPM 1987





On a commencé à dessiner le patron du parallélépipède.
TERMINE le travail.

EVAPM6/87 : 45%
EVAPM6/87 : 35%

EVAPM 1987

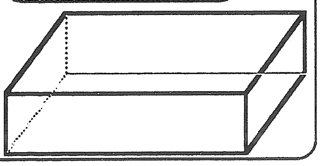
REPRODUIS, à gauche du pavé dessiné ci-dessous, un pavé ayant les mêmes dimensions et ayant une face commune avec le pavé déjà dessiné.

Ebauche correcte
EVAPM6/89 : 11 %
EVAPM6/87 :18%

Dessin conforme au calque
EVAPM6/89 : 23 %
EVAPM6/87 :28%

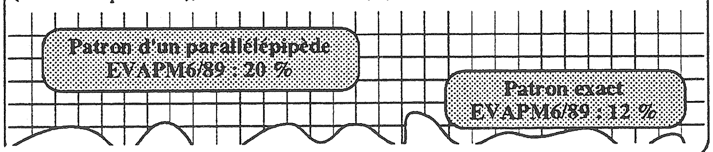
Dessin conforme au calque mais pas à sa place
EVAPM6/89 : 34 %
EVAPM6/87 :36%

Dessin bien placé mais non conforme au calque : 8 %



EVAPM 1989

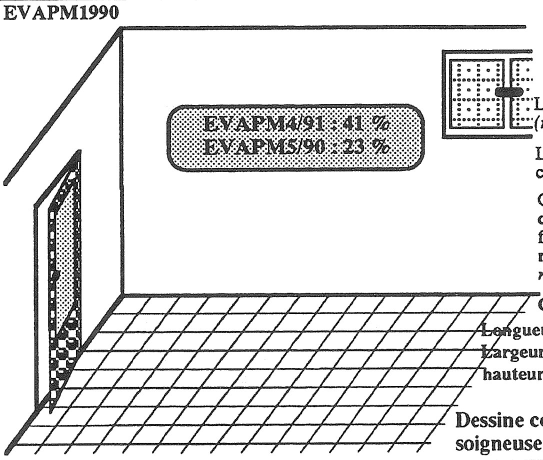
Le quadrillage ci dessous est formé de carrés de 0,5 cm de côté.
Sur ce quadrillage, dessine un patron permettant de fabriquer un parallélépipède rectangle (on dit aussi pavé droit), de dimensions : 4 cm ; 1,5 cm et 1 cm.



Patron d'un parallélépipède
EVAPM6/89 : 20 %

Patron exact
EVAPM6/89 : 12 %

EVAPM1990



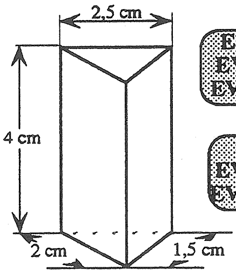
EVAPM4/91 : 41 %
EVAPM5/90 : 23 %

Le dessin représente une partie d'une pièce d'appartement.
Le sol est recouvert d'un carrelage *(représenté sur le dessin)*.
Les carreaux sont en réalité des carrés de 25 cm de côté.
On doit placer, contre le mur du fond, une armoire ayant la forme d'un parallelepipède rectangle *(prisme droit à base rectangulaire)*.
Cette armoire mesure :
Longueur : 100 cm
Largeur : 50 cm
hauteur : 175 cm *(même hauteur que la porte)*

Dessine cette armoire, le plus soigneusement possible

EVAPM 1988

Voici une représentation d'un prisme droit.

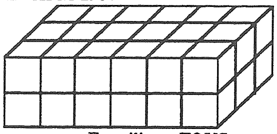


Ebauche correcte :
EVAPM5/90 : 37 %
EVAPM 5/88 : 28 %

Patron exact
EVAPM5/90 : 24 %
EVAPM 5/88 : 23 %

TRACE un PATRON de ce prisme

EVAPM 1987



En empilant des cubes, LUC a construit ce pavé.

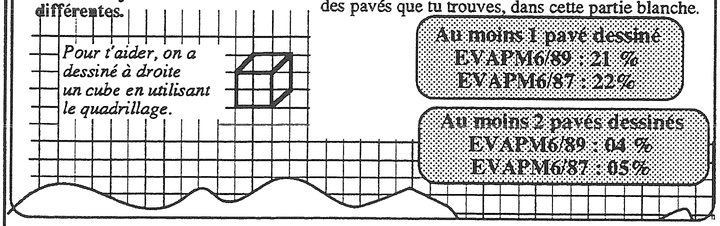
Combien de cubes a-t-il utilisés ?

EVAPM6/89 : 60 %
EVAPM6/87 : 60%

En utilisant TOUS ces cubes, LUC peut construire un pavé différent.
Utilise le quadrillage ci-dessous pour dessiner une des solutions possibles.

TROUVE ensuite, toutes les solutions ayant des dimensions différentes.

Recherche-les sur le quadrillage.
Tu peux écrire au fur et à mesure les dimensions des pavés que tu trouves, dans cette partie blanche.



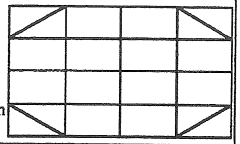
Au moins 1 pavé dessiné
EVAPM6/89 : 21 %
EVAPM6/87 : 22%

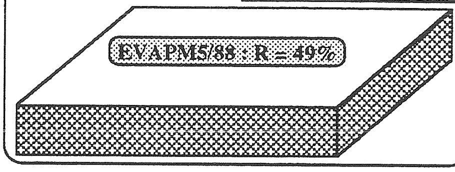
Au moins 2 pavés dessinés
EVAPM6/89 : 04 %
EVAPM6/87 : 05%

EVAPM 1988

La figure ci-contre représente le motif dont on veut décorer le couvercle de la boîte qui est représentée ci-dessous en perspective.

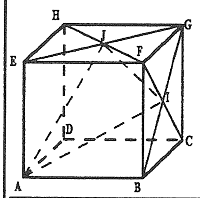
Dessine avec soin et précision le motif sur le couvercle.





EVAPM5/88 : R = 49%

EVAPM 1991



On considère un cube ABCDEFGH

Le point I est le point d'intersection des segments [FC] et [GB].

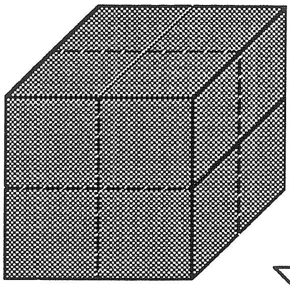
Le point J est le point d'intersection des segments [HF] et [EG].

a	Le triangle EGB est rectangle en G	Oui	Non	Jnsp
b	Le triangle IAJ est isocèle	Oui	Non	Jnsp
c	Le triangle AEJ est rectangle en E	Oui	Non	Jnsp
d	Le triangle AEJ est isocèle	Oui	Non	Jnsp

EVAPM1/93 : 60 % (72 %)
EVAPM3/92 : 59 %
EVAPM2/91 : 59 %

INRP 1977

Voici un cube qui a été trempé dans de la peinture grise.



Combien obtient-il de petits cubes ?

Réponse exacte
EVAPM6/89 : 55 %
INRP CM2/77 : 37%

Réponse fausse (24)
EVAPM6/89 : 20 %
INRP CM2/77 : 26%

Réponse fausse (12)
EVAPM6/89 : 06 %
INRP CM2/77 : 12%

Quel est le nombre total de petites faces grises ?

Réponse exacte (24)
EVAPM6/89 : 49 %
INRP CM2/77 : 38%

Réponse fausse (12)
EVAPM6/89 : 08 %
INRP CM2/77 : 10%

Jean le scie en suivant les pointillés (chaque face carrée est partagée en 4 carrés).

Avant de bien regarder les petits cubes il écrit :

- *Tous les petits cubes sont peints de la même manière.*
- *Tous les petits cubes ont trois faces grises.*
- *Tous les petits cubes ont quatre faces grises.*
- *Tous les petits cubes n'ont que deux faces non peintes.*
- *Tous les petits cubes ont trois faces non peintes.*

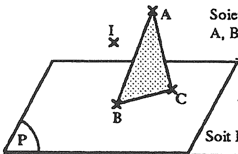
Barre ce qui est faux

Tout exact
EVAPM6/89 : 17%

Phrases 3 et 4 barrées
EVAPM6/89 : 30 %
INRP CM2/77 : 21%

EVAPM 1991

EVAPM5/88 : R = 21 %



Soient un plan P et des points A, B et C tels que :
- les points B et C appartiennent au plan P,
- le point A n'appartient pas au plan P.

Soit I un point quelconque

Pour chacun des énoncés ci-dessous, dire s'il s'agit d'une condition nécessaire pour que les droites (AI) et (BC) soient sécantes.

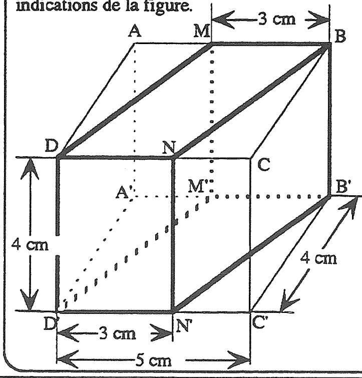
a	**le point I appartient au plan ABC**	Oui	Non	Jnsp
b	**le point I appartient au plan P**	Oui	Non	Jnsp
c	**La droite (AI) est parallèle au plan P**	Oui	Non	Jnsp
d	**La droite (AI) n'est pas parallèle au plan P**	Oui	Non	Jnsp

EVAPM 1990

Le dessin représente, en perspective, des figures de l'espace.

ABCDA'B'C'D' est un parallélépipède rectangle dont les dimensions sont indiquées sur la figure.

Partant de ce parallélépipède, on découpe le **prisme droit MBNDM'B'N'D'** suivant les indications de la figure.



a) Quelle est la nature *(forme)* **de la face NBB'N' de ce prisme?**

EVAPM5/90 : 42 %

b) Dans cette case, **TRACE**, en vraie grandeur, **la face MBND de ce prisme.**

Ebauche correcte
EVAPM5/90 : 47 %

Conforme au calque
EVAPM5/90 : 18 %

c) Cite trois segments parallèles à l'arête [DM]

EVAPM5/90 : 68 %

d) Cite trois segments perpendiculaires à l'arête [DD']

EVAPM5/90 : 49 %

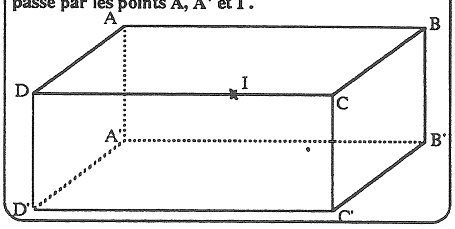
EVAPM 1992

Un parallélépipède ABCDD'C'B'A' est dessiné ci-contre en perspective.

On a marqué un point I sur le segment [DC].

EVAPM3/92 : R = 28 %
EVAPM1/93 : 44 % (61 %)

Dessine, sur cette figure, la section du parallélépipède par le plan qui passe par les points A, A' et I .

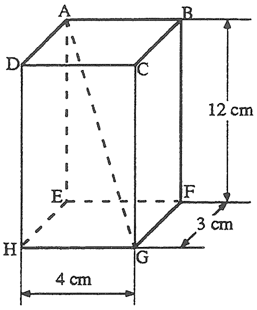


EVAPM 1989

Voici le dessin en perspective d'un pavé droit (ou parallélépipède rectangle) dont les dimensions sont portées sur la figure.

Calculer la longueur de la diagonale [AG].

Donner le détail de tous les calculs et énoncer les propriétés utilisées.



L'élève a identifié le triangle AEG comme étant rectangle ou deux triangles rectangles permettant de résoudre le problème :
EVAPM1/93 : 60 % (87 %)
EVAPM2/91 : 82%
EVAPM 4/89 : 27%
EVAPM 3/90 : 57%

Enoncé correct de la relation de Pythagore ou/et application à l'un au moins des triangles :
EVAPM1/93 : 63 % (93 %)
EVAPM2/91 : 84%
EVAPM 4/89) : 26%
EVAPM 3/90 : 60%

Résultat exact :
EVAPM1/93 : 58 % (87 %)
EVAPM2/91 : 74%
EVAPM 4/89) : 21%
EVAPM 3/90 : 48%

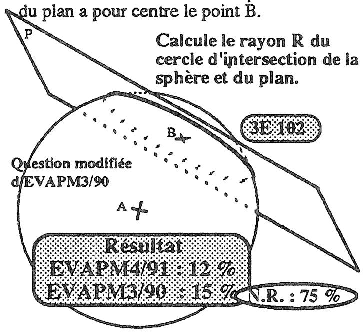
EVAPM 1991

Cette figure représente une sphère de centre A coupée par un plan P.

On sait que le rayon de la sphère est 5 cm, et que le point A est situé à 3 cm du plan P.

Le cercle d'intersection de la sphère et du plan a pour centre le point B.

Calcule le rayon R du cercle d'intersection de la sphère et du plan.



3E 102

Question modifiée d'EVAPM3/90

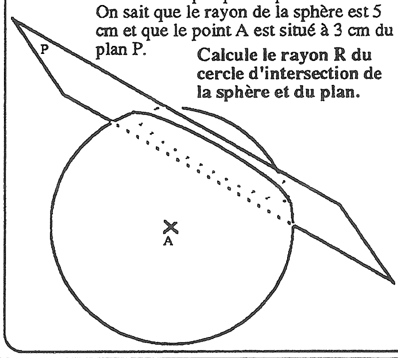
Résultat
EVAPM4/91 : 12 %
EVAPM3/90 : 15 %
N.R. : 75 %

Démarche
EVAPM4/91 : 14 %
EVAPM3/90 (B33) : 16 %

EVAPM 1990

Cette figure représente une sphère de centre A coupée par un plan P.
On sait que le rayon de la sphère est 5 cm et que le point A est situé à 3 cm du plan P.

Calcule le rayon R du cercle d'intersection de la sphère et du plan.



Donne le détail des calculs, et énonce les propriétés que tu utilises

Démarche
EVAPM4/91 : 15 %
EVAPM3/90 : 16 %

Résultat
EVAPM4/91 : 14 %
EVAPM3/90 : 15 %

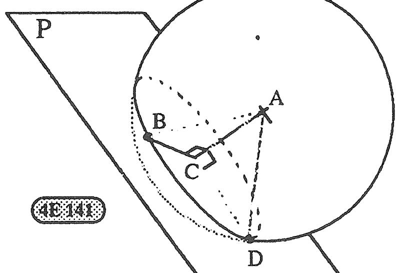
Réponse : R = ...

EVAPM 1989

La figure ci-dessous représente la section d'une sphère de centre A par un plan P.

Quelle est en réalité la forme de cette section ?
EVAPM4/91 : 37 %
EVAPM4/89 : 28 %
N.R. : 26 %

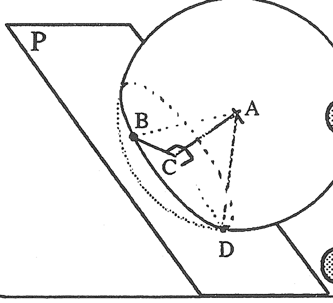
Quelle est le centre de cette section ?
EVAPM4/91 : 64 %
EVAPM4/89 : 56 %
N.R. : 21 %



4E 141

EVAPM 1991

La figure ci-dessous représente la section d'une sphère de centre A par un plan P



En réalité, la forme de cette section est :

EVAPM4/91 : 57 %

	C4		
un ovale	A	Vrai	Faux
un cercle	B	Vrai	Faux
un triangle	C	Vrai	Faux
un rectangle	D	Vrai	Faux

Le centre de cette section est :

EVAPM4/91 : 70 %

	C5		
Le point A	A	Vrai	Faux
Le point B	B	Vrai	Faux
Le point C	C	Vrai	Faux
Le point D	D	Vrai	Faux

EVAPM 1991

Un plan Π coupe une sphère de centre A.

La droite, perpendiculaire au plan Π et qui passe par A, coupe le plan en B.

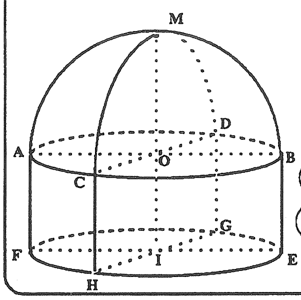
Quelle est la nature (la forme) de la section obtenue ?

Section
EVAPM4/91 : 16 %

Quel est le centre de la section obtenue ?

Centre
EVAPM4/91 : 25 %

EVAPM 1991



Ce dessin représente une demi-sphère posée sur un cylindre de révolution ; une base du cylindre et la demi-sphère ont même centre O et même rayon.
Les points A,B,C,D,O sont dans un même plan P qui contient une base du cylindre.
La droite qui passe par O et qui est perpendiculaire à P coupe la demi-sphère en M.

Nomme sur ce dessin :

Deux diamètres de la demi-sphère — EVAPM4/91 : 66 %

Deux droites perpendiculaires à (OM) — EVAPM4/91 : 72 %

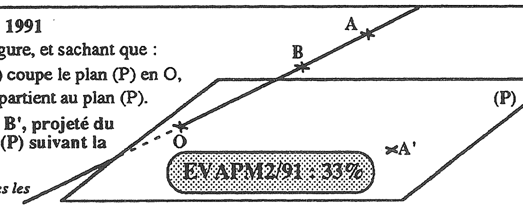
Deux droites parallèles à (AF) — EVAPM4/91 : 88 %

Question EVAPM 1991

Etant donné cette figure, et sachant que :
- la droite (AB) coupe le plan (P) en O,
- le point A' appartient au plan (P).

Construire le point B', projeté du point B sur le plan (P) suivant la direction (AA').

Laisser apparentes toutes les constructions effectuées.



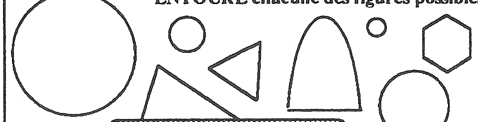
EVAPM2/91 : 33%

Démarche correcte - EVAPM2/91 : 43%

Question EVAPM 1990

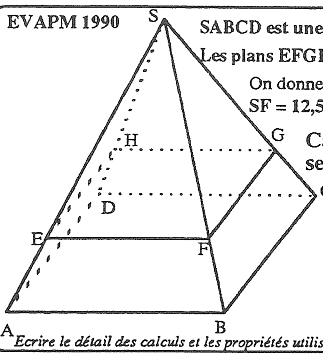
Un cône de révolution a une base dont le rayon est 1 cm.
Parmi les figures ci-dessous, quelles sont celles qui peuvent représenter en vraie grandeur ("à plat"), la section de ce cône par un plan parallèle à sa base.

ENTOURE chacune des figures possibles



EVAPM3/90 : R = 26%

EVAPM 1990



SABCD est une pyramide à base carrée.
Les plans EFGH et ABCD sont parallèles.
On donne:
SF = 12,5 m , SB = 20 m , BC = 16 m

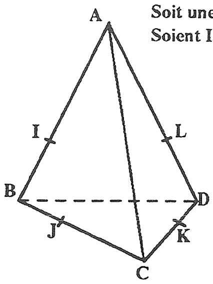
Calculer la longueur du segment [FG].

Démarche
EVAPM3/92 : 71 %
EVAPM3/90 : 70 %

Résultat
EVAPM3/92 : 68 %
EVAPM3/90 : 65 %

Ecrire le détail des calculs et les propriétés utilisées.

EVAPM 1991



Soit une pyramide ABCD.
Soient I, J, K et L les points définis de la façon suivante :

I appartient à l'arête [AB] et $\frac{AI}{AB} = \frac{2}{3}$

J appartient à l'arête [BC] et $\frac{CJ}{CB} = \frac{2}{3}$

K appartient à l'arête [CD] et $\frac{CK}{CD} = \frac{2}{3}$

L appartient à l'arête [AD] et $\frac{AL}{AD} = \frac{2}{3}$

1°) Démontrer que les droites (IL) et (BD) sont parallèles.

R = 62%

2°) Démontrer que les points I, J, K et L appartiennent à un même plan. Quelle est la nature du quadrilatère IJKL ?

IJKL coplanaires : 32 %

IJKL parallélogramme : 26 %

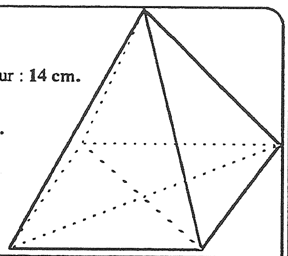
3°) La droite (BD) coupe-t-elle le plan IJK ? *Démontrer*

R = 17%

EVAPM 1990

Une pyramide régulière a pour base un carré.
Toutes les arêtes de la pyramide ont la même longueur : 14 cm.

Calcule la hauteur h de cette pyramide.
Donne une valeur de h, arrondie au centième près.



Mise en évidence d'un triangle rectangle utile
EVAPM3/92 : 36 %
EVAPM3/90 (Q14) : 40 %

Utilisation de Pythagore
EVAPM3/92 : 31 %
EVAPM3/90 (Q15) : 35 %

R = 17 %
EVAPM3/90 (Q16) : 18 %

EVAPM 1992

Cette figure représente une pyramide en perspective.
On coupe cette pyramide par un plan parallèle au plan du triangle ABC.
La section obtenue contient le segment [IJ] marqué sur la figure.

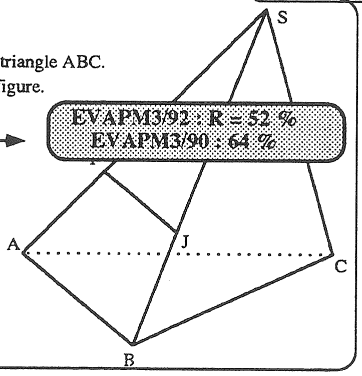
a) Complète la figure donnée en achevant de dessiner cette section en perspective. →

EVAPM3/92 : R = 52 %
EVAPM3/90 : 64 %

On donne les dimensions suivantes:
AB = 6 cm ; BC = 9 cm ; AC = 12 cm ; IJ = 4 cm.

b) Dans le cadre ci-dessous, TRACE cette section en vraie grandeur *("à plat").*

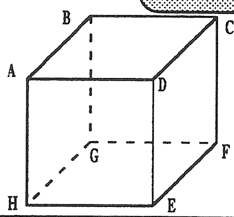
EVAPM3/92 : 21 %
EVAPM3/90 : 30 %



EVAPM 1991

	Etant donné le cube ABCDEFGH représenté ci-dessous, est-il vrai que ?			
a	La droite (AG) est parallèle à la droite (BF)	Oui	Non	Jnsp
b	La droite (GH) est orthogonale à la droite (FC)	Oui	Non	Jnsp
c	La droite (GH) coupe la droite (FC)	Oui	Non	Jnsp
d	La droite (CD) est parallèle à la droite (GH)	Oui	Non	Jnsp

EVAPM2/91 : 40%

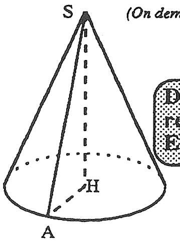


	Etant donné le cube ABCDEFGH représenté ci-dessus,			
a	La droite (AG) est parallèle au plan (ACE)	Oui	Non	Jnsp
b	La droite (HG) est parallèle au plan (ABF)	Oui	Non	Jnsp
c	La droite (HG) est parallèle au plan (ADC)	Oui	Non	Jnsp
d	La droite (HG) est parallèle au plan (BCF)	Oui	Non	Jnsp

EVAPM2/91 : 29%

EVAPM 1990

En faisant tourner le triangle AHS, rectangle en H, autour de (SH), on obtient le cône de révolution représenté ci-dessous.
On sait que **AS = 10 cm** et que $\widehat{ASH} = 20°$
Calculer le rayon r du cercle de base et la hauteur h du cône.
(On demande la valeur exacte et une valeur approchée)



Ecrire le détail des calculs .

Démarche utilisant correctement des relations trigonométriques
EVAPM2/91 : 56%

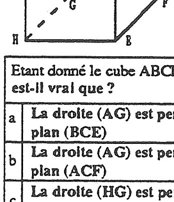
EVAPM2/91 : 36%

Réponses : Valeurs exactes : r EVAPM2/91 : 38% h =

Valeurs décimales approchées à 0,1 cm près : r ≈ . EVAPM2/91 : 44%

EVAPM 1991

	Etant donné le cube ABCDEFGH représenté ci-dessous, Le plan médiateur du segment [FH] est :			
a	Le plan (EFH)	Oui	Non	Jnsp
b	Le plan (GEC)	Oui	Non	Jnsp
c	Le plan (GED)	Oui	Non	Jnsp
d	Le plan (ACG)	Oui	Non	Jnsp



EVAPM2/91 : 23 %

EVAPM2/91 : 21 %

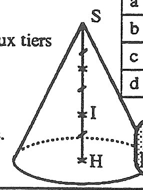
	Etant donné le cube ABCDEFGH représenté ci-dessus, est-il vrai que ?			
a	La droite (AG) est perpendiculaire au plan (BCE)	Oui	Non	Jnsp
b	La droite (AG) est perpendiculaire au plan (ACF)	Oui	Non	Jnsp
c	La droite (HG) est perpendiculaire au plan (BDF)	Oui	Non	Jnsp
d	La droite (ED) est perpendiculaire au plan (HGF)	Oui	Non	Jnsp

EVAPM 1992

Un cône de révolution a pour hauteur [SH].
Le rayon de la base du cône est de 3 cm.

Un point I est situé sur la hauteur [SH] aux deux tiers de celle-ci à partir du sommet ($SI = \frac{2}{3}SH$).

Un plan passant par le point I et parallèle à la base du cône, coupe ce cône suivant un cercle.

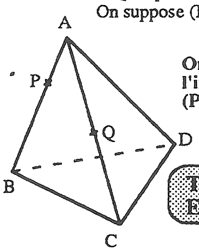


	Le rayon de ce cercle est :			
a	1 cm	Oui	Non	Jnsp
b	1,5 cm	Oui	Non	Jnsp
c	2 cm	Oui	Non	Jnsp
d	2,5 cm	Oui	Non	Jnsp

EVAPM3/92 : 57 %
EVAPM1/93 : 62 % (78 %)

EVAPM2/92

Soit une pyramide ABCD,
soit P un point de l'arête [AB],
et soit Q un point de l'arête [AC].
On suppose (PQ) non parallèle à (BC).
(voir figure)

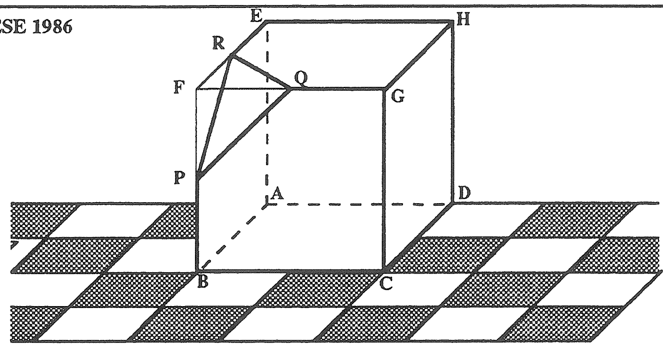


On demande de tracer l'intersection de la droite (PQ) avec le plan (BCD)

Tracé correct
EVAPM2/92 : 30%

Justifications
EVAPM2/92 : 14%

SPRESE 1986



La figure ci-dessus représente un cube tronqué $\mathcal{C}$ obtenu en ôtant du cube ABCDEFGH le tétraèdre FPQR;
P, Q et R sont les milieux respectifs des arêtes [BF], [GF] et [EF].

1°) Placer le point d'intersection I de la droite (RP) et du plan (ABCD).

EVAPM1/93 : 68% (section S)
EVAPM2/91 : 47%
SPRESE 2/86 : 19%

2°) Dessiner l'intersection du plan (CPR) avec les faces du cube tronqué.

EVAPM1/93 : 24% (section S)
EVAPM2/91 : 09%
SPRESE 2/86 : 01%

On suppose désormais que la longueur AB est 60 cm.

3°) Calculer la longueur CR.

Mise en évidence d'un triangle rectangle utile
EVAPM1/93 : 53% (section S)
EVAPM2/91 : 46%

Démarche correcte
EVAPM1/93 : 46 % (section S)
EVAPM2/91 : 39 %

Résultat
EVAPM1/93 : 39 % (section S)
EVAPM2/91 : 32 %
SPRESE2/86 : 06 %

CR = ... cm

4°) Quel est le volume V du cube tronqué $\mathcal{C}$?

EVAPM 1993

La figure ci-contre représente une pyramide de sommet S et de base ABCD.
Les points I, J et K sont trois points donnés des arêtes [SA], [SB] et [SC].

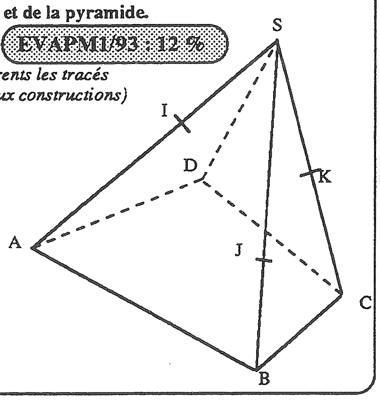
a) Construire l'intersection du plan (IJK) et du plan (ABCD).

EVAPM1/93 : 41 %

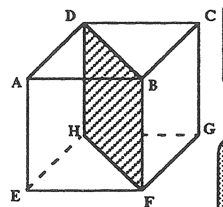
b) Construire l'intersection du plan (IJK) et de la pyramide.

EVAPM1/93 : 12 %

(laisser apparents les tracés nécessaires aux constructions)



EVAPM 1988



Dessin d'un rectangle non carré
EVAPM2/91 : 63 %
EVAPM 5/88 : 17%
EVAPM 3/90 : 47%

Résultat conforme au calque
EVAPM2/91 : 58 %
EVAPM 5/88 : 12%
EVAPM 3/90 : 40%

Voici un cube dessiné en perspective.

En réalité, ce cube a une arête de 4 cm.

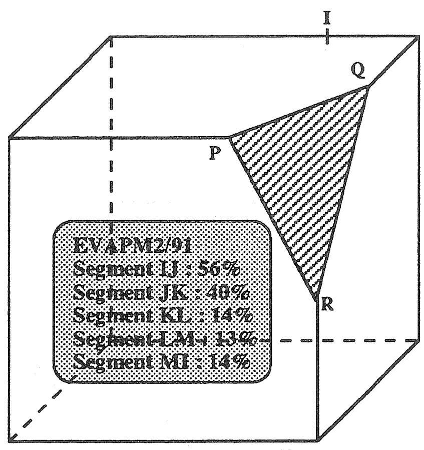
On le découpe en deux prismes droits en le coupant selon le plan DBFH.

Dans le cadre de droite, **DESSINER uniquement, avec ses dimensions réelles, la face DBFH commune à ces deux prismes.**

EVAPM 1991

Voici une représentation en perspective d'un cube tronqué (on a coupé le cube suivant un plan passant par les points P, Q et R).

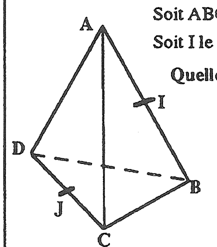
On demande de construire l'intersection de ce cube avec le plan passant par le point I et parallèle au plan (PQR).



EVAPM2/91
Segment IJ : 56%
Segment JK : 40%
Segment KL : 14%
Segment LM : 13%
Segment MI : 14%

Le tracé montre une bonne compréhension de ce qu'il faut faire même si la figure n'est pas précise
EVAPM2/91 : 30%

EVAPM 1991



Soit ABCD un tétraèdre quelconque (pyramide à base triangulaire).
Soit I le milieu du segment [AB] et J le milieu du segment [CD].
Quelle est l'intersection des plans (ABJ) et (CDI) ? *Démontrer*

Démarche correcte
EVAPM2/91 : 18%

Résultat exact
EVAPM2/86 : 26%

C - A PROPOS DU VOCABULAIRE

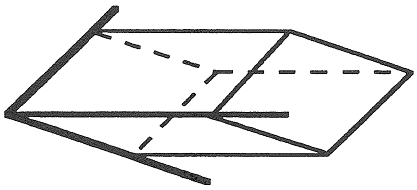
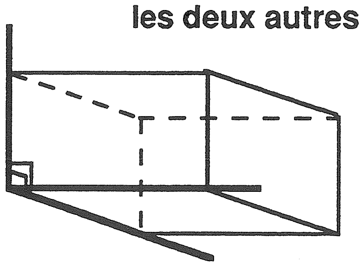
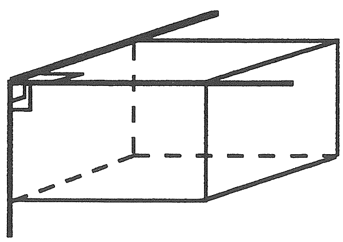
DES PAVÉS POUR LA TOUR DE BABEL
A propos des prismes, pavés, parallélépipèdes et autres polytopes

Réflexions suggérées par l'essai d'opérationnalisation des compétences "espace" du programme de Cinquième, après analyse des manuels et des pratiques usuelles.

Qu'est-ce qu'un pavé ? un parallélépipède ? Force est de constater que d'un manuel à l'autre, d'un enseignant à l'autre, le vocabulaire utilisé diffère considérablement. Contrairement à ce qui se passe dans d'autres domaines (cf. article sur "les échelles", à paraître), les définitions proposées ne sont pas contradictoires. Ici des mots différents désignent un objet identique, ce qui est moins gênant que lorsque le même mot désigne des objets différents.

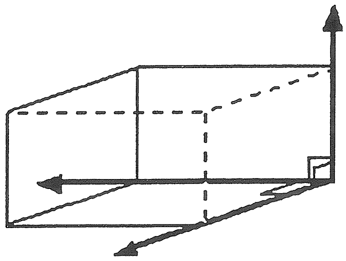
Partant du pavé de R^n , on obtient le pavé de R^3. On peut en effet penser que le terme de pavé vient de la topologie (s'il venait des groupes de pavage, ce serait moins logique, dans la mesure ou tout pavé de R^3 est un élément pavant de R^3, mais la réciproque est fausse).

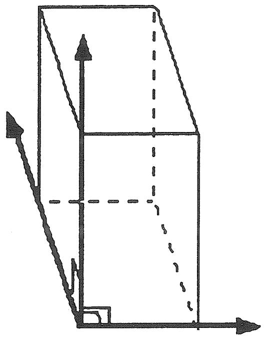
Passons d'abord en revue la terminologie utilisée par les uns et les autres.

Pavé de R^3	Vocabulaire utilisé par les		
	Prismatiques	Parallélépipédistes	Pavistes
AXES QUELCONQUES 	PRISME DROIT dont la base est un parallélogramme	PARALLELEPIPEDE quelconque	?
Un axe perpendiculaire au plan formé par les deux autres 	PRISME DROIT dont la base est un parallélogramme	PARALLELEPIPEDE DROIT	PAVE
AXES ORTHOGONAUX 	PRISME DROIT dont la base est un rectangle	PARALLELEPIPEDE RECTANGLE	PAVE DROIT

Première remarque : Par rapport à ce vocabulaire de base, on rencontre de nombreuses variations qui semblent plutôt être des abus de langage par rapport à la terminologie de départ. Dans tel ouvrage, le mot "prisme droit" sous-entend parallélépipède rectangle, dans tel autre, "pavé" signifie pavé droit etc...

Deuxième remarque: On relève un défaut de correspondance entre le langage des pavistes et les autres langages. En effet ils ne possèdent pas de mot pour désigner le parallélépipède quelconque. En fait une certaine logique imposerait aux pavistes de décaler leur vocabulaire vers le haut du tableau et d'utiliser : PAVE, PAVE DROIT, PAVE RECTANGLE, le mot pavé devenant ainsi synonyme de parallélépipède. Dans l'état actuel des choses, l'utilisation d'un nouveau vocabulaire ne ferait toutefois qu'ajouter à la confusion.



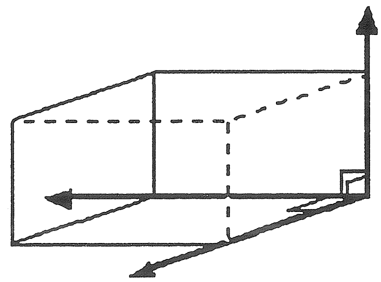


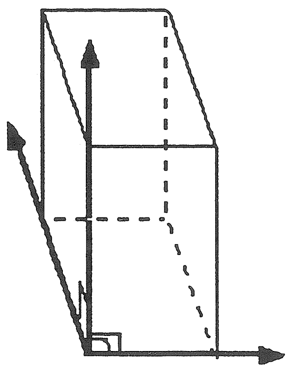
Troisième remarque : le mot BASE fait Implicitement (parfois explicitement) référence tantôt à la façon dont le prisme est engendré (surface engendré par une droite de direction fixe qui s'appuie sur un polygone), tantôt sur la façon dont le prisme est "posé sur" un plan supposé horizontal. Les deux acceptions sont incompatibles : les bases d'un prisme à base(s) triangulaire(s) restent les bases indépendamment de la position du prisme (mais on dit plus souvent la base !), tandis que la base d'un parallélépipède rectangle n'est pas définie (à moins qu'elle ne change selon la façon dont on regarde la feuille de papier !). Si l'un des objectifs de l'enseignement de la géométrie est d'apprendre à se démarquer de l'expérience sensible, à se libérer de la feuille de papier (à décontextualiser), alors l'utilisation du mot base dans des conditions mal définies me semble être à proscrire.

Quatrième remarque : On m'objectera sans doute que les questions de vocabulaire sont tout à fait secondaires, peut-être même qu'une telle variété de vocabulaire est bénéfique. Il est vrai que le souci de formuler des énoncés de questions d'évaluation qui soient compréhensibles par la plupart des élèves nous amène à nous poser des questions que l'on ne se pose pas de la même façon dans le cadre de la classe.

En fait, on ne peut relativiser l'importance du vocabulaire qu'en valorisant l'activité de l'élève. Peu importe en effet qu'un élève qui s'est approprié une situation dans laquelle intervient un parallélépipède (par exemple recherche de parcours minimal..), appelle cet objet pavé, prisme , "machin" ou "chose". Qui ne voit toutefois qu'un vocabulaire "peu abondant mais précis" peut pour le moins faciliter la communication.

Qui parmi nous n'a jamais proposé de questions d'évaluation (donc notées, avec les conséquences qui en découlent) pour lesquels la compréhension du vocabulaire utilisé était une condition nécessaire à la réussite ? Dans certain cas c'est même des "leçons de vocabulaire" que l'on fait apprendre par coeur (cependant, ce paragraphe ne condamne pas tout apprentissage "par coeur"), installant ainsi une dépendance de l'élève par rapport à l'enseignant tout à fait abusive. L'élève n'ayant plus qu'à changer de langage en changeant d'enseignant, ce que font assez facilement les enfants qui justement n'ont pas besoin des enseignants. Pour les autres (qui dans un enseignement de masse sont les plus nombreux), ils risquent fort de tout amalgamer et de perdre peu à peu toute possibilité de donner du sens aux situations qui leur sont proposées en mathématiques.





Conclusion provisoire : Ce papier n'est pas un appel à une harmonisation drastique du vocabulaire. Il veut simplement attirer l'attention sur la grande confusion qui règne dans ce domaine et l'intérêt qu'il y aurait à ce que les auteurs de manuels et les auteurs de programme se concertent régulièrement. En attendant, évitons d'ajouter à la confusion et n'en faisons pas subir les conséquences à nos élèves.

D - Quelle place pour la géométrie dans l'espace dans notre enseignement ?

Souhaitant connaître comment les collègues percevaient les changements des programmes de mathématiques de collège, nous avons envoyé, au printemps 90, un questionnaire à tous les professeurs de mathématiques exerçant dans les collèges de l'académie de Besançon. L'année scolaire 89-90 marquant la mise en place du nouveau programme de troisième, il nous a paru prématuré de leur demander leur sentiment relatif à ce niveau d'enseignement. Aussi les questions posées ne portaient-elles que sur les classes de la sixième à la quatrième.

Ce questionnaire comportait quatre parties :

1 - conditions de l'enseignement des mathématiques (existence de structures particulières, d'équipes pédagogiques, utlisation d'un manuel),

2 - méthodes de travail (place des activités, des calculatrices, de l'informatique et des moyens audio-visuels),

3 - contenus de programmes (leurs lacunes, les notions jugées inutiles, leur plus ou moins grande difficulté par rapport aux programmes précédents, les périodes auxquelles est enseignée la géométrie),

4 - la géométrie dans l'espace (les difficultés d'enseignement qu'elle pose, les problèmes de représentations d'objets de l'espace, les règles de la perspective).

Nous limiterons ici notre étude aux réponses relatives à cette dernière partie. Les pourcentages donnés ci-après ont été calculés sur l'ensemble des 113 réponses qui nous sont parvenues. Le pourcentage parfois élevé de non-réponses s'explique en partie par le fait que certains collègues n'enseignaient pas dans chacun des trois niveaux sur lesquels portaient ce questionnaire. Par ailleurs, ces résultats sont à prendre avec précaution car cette population n'est pas nécessairement représentative de l'ensemble des professeurs de mathématiques de collège de l'académie de Besançon.

Dans la première annexe, vous trouverez les règles de perspective "cavalière" que nos collègues donnent à leur élèves. Le questionnaire complet, tel qu'il a été envoyé aux collègues se trouve en deuxième annexe.

Analyse des réponses

Quel que soit le niveau, l'enseignement de la géométrie plane est réparti sur l'ensemble de l'année scolaire pour plus des deux tiers des professeurs. Par contre, l'étude de la géométrie dans l'espace reste rejetée vers la fin de l'année. Une minorité déclare l'enseigner toute l'année(5% en 6ème, 8% en 5ème et 12% en 4ème), ce qui semble en contradiction avec le fait que, par ailleurs, seuls 17% des enseignants affirment que la géométrie dans l'espace est indépendante des autres thèmes du programme.

L'enseignement de la géométrie dans l'espace est réparti sur l'ensemble des quatre années de collège, ce qui satisfait presque la totalité des professeurs. Cependant, plus de la moitié d'entre eux rencontrent des difficultés pour ce thème, en particulier dues à un manque de matériel.

Globalement, les collègues sont favorables aux manipulations, aux activités papier-ciseaux-colle qui aident les élèves du premier cycle à se construire des représentations de l'espace. De plus, ils déclarent que leurs élèves sont intéressés par les activités qui leur sont proposées et certains qui rencontrent des difficultés dans d'autres domaines mathématiques manifestent une bonne conception de l'espace.

Les programmes de cinquième indiquent que "l'usage d'une perspective (cavalière) et la fabrication d'un patron sont complémentaires". Pour 60% des collègues, il n'est pas souhaitable de présenter à nos élèves différents types de perspective. En ce qui concerne la perspective cavalière, préconisée par le programme, ils sont presque aussi nombreux à donner des règles précises qu'à ne pas le faire (respectivement 42% et 46%). On peut remarquer la grande diversité de ces règles (cf. annexe 1) et certains collègues préfèrent laisser ce travail aux professeurs de dessin ou de technologie. Mais ces derniers utilisent-ils la perspective cavalière pour leurs représentations de l'espace ?

Enfin, pour quatre professeurs sur cinq, les problèmes de géométrie de l'espace ne se limitent pas à des calculs sur les volumes et pour les trois quarts, ils sont l'occasion de résoudre des problèmes de géométrie plane.

A la lecture de ces réponses, il semble que la géométrie dans l'espace ait pris une plus grande place dans l'enseignement des mathématiques au collège, bien que son enseignement soit encore bien souvent rejeté vers la fin de l'année scolaire.

E - ÉLÉMENTS BIBLIOGRAPHIQUES

Eléments pris en compte dans notre recherche :

ARTIGUE. M. -ROBINET. J. (1982) : Conceptions du cercle chez les enfants de l'école élémentaire. Recherche en Didactique des Mathématiques Vol 3.1

AUDIBERT. G (1986) : L'enseignement de la géométrie de l'espace . Bulletin APMEP n°355

BODIN. A. (1987) : L'évaluation en mathématiques comme expertise du savoir. Bulletin de l'IREM de BESANÇON N° 33

BONAFE. F.(1988): La représentation en perspective cavalière. Bulletin APMEP 363 / 1988

LABORDE. C (1984): Exposé sur la géométrie. Actes de la 3ème école d'été de didactique ORLEANS 1984 - publiés par l'institut IMAG - GRENOBLE

PIAGET.J.(1948) : Représentation de l'espace chez l'enfant. P.U.F.

PLUVINAGE. F et RAUSCHER. J.C.(1986) : La géométrie construite mise à l'essai. Petit x - N°11 / 1986.

RICCO.G, VERGNAUD.G , ROUCHIER. A (1983): Représentation du volume et arithmétisation. Recherche en Didactique des Mathématiques vol 4.1

ROGALSKI. J (1982) : L'acquisition des notions relatives à la dimensionnalité des mesures spatiales. Recherche en Didactique des Mathématiques . Vol 3.3.

VERGNAUD G. et all (1983) : Une expérience didactique sur le concept de volume en classe de cinquième.Recherche en Didactique des Mathématiques Vol 4.1

Travaux plus récents

BERTHELOT R., SALIN M.H. (1992) : L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire. Thèse Université de BORDEAUX 1

AUDIBERT G. (1990) : La perspective cavalière. Publication n° 75 de l'APMEP.

BESSOT A., VERILLON P. (éd.) (1993) : Espace graphiques et graphismes d'espaces. La pensée Sauvage - GRENOBLE

Autres travaux

Commission Inter-IREM Premier Cycle
Suivi Scientifique classe de Sixième (1986)
Suivi Scientifique classe de Cinquième (1987)
Suivi Scientifique classe de Quatrième (1988)
Suivi Scientifique classe de Troisième (1989)

IREM de BESANÇON (1986) :
Suivi Scientifique de l'IREM de BESANCON - classe de sixième" (thèmes "proportionnalité " et "symétrie orthogonale").

BODIN A. (1990)- Les nouveaux programmes de Sixième et Cinquième : la contribution des IREM. - Repères IREM n°1 /1990 pp 28-50.

Commission Inter-IREM (1991) : La Figure et l'Espace - Actes du 8ème colloque inter-IREM Histoire et Epistémologie des Mathématiques- IREM - IREM de LYON

Observatoire EVAPM (APMEP et institutions diverses dont IREM de BESANÇON)
(collectif, relatives à l'évaluation des programmes de mathématiques):
Brochures contenant les épreuves, les résultats et les analyses des évaluations : EVAPM6/87 - EVAPM5/88 - EVAPM4/89 - EVAPM3/90 - EVAPM6/89-5/90 - EVAPM2/91 - EVAPM4/91-3/92
Dossiers d'évaluation : EVAPM6/89 - EVAPM5/90 - EVAPM4/91 - EVAPM2/91 - EVAPM3/92 - EVAPM1/93.

Annexe 1

Le programme recommande la représentation de solides en perspective cavalière. Donnez-vous à vos élèves des règles précises de représentation en perspective ? Si oui, indiquez lesquelles.

Les réponses de collègues sont souvent très succinctes et difficiles à interpréter. Globalement, il semble se dégager deux catégories : les uns imposent la mesure de l'angle des fuyantes et / ou le cœfficient de réduction, les autres non. Voici quelques exemples de réponses :

L'angle des fuyantes et le cœfficient de réduction est imposé par le professeur	L'angle des fuyantes et le cœfficient de réduction n'est pas imposé par le professeur
- angle des fuyantes : 45° coefficient de réduction : 2 - règles de la technologie enseignée en 4ème - vue de face non déformée c'est-à-dire les droites restent perpendiculaires, les angles ont même mesure, les longueurs ne varient pas les droites restent parallèles en vue de gauche : les rectangles sont des parallélogrammes et les longueurs peuvent être réduites (même coefficient : 1 ou 1/2 ou 3/4) - respect des propriétés de la face avant (par exemple) parallélisme des arêtes fuyantes et application d'un coefficient de réduction approximatif k = 1/2 - je ne précise pas l'angle des fuyantes ni le coefficient de réduction des fuyantes, je leur laisse le choix pour : 0,5 < k < 1 - angle des fuyantes : 45° ou 135° ; coefficient 0,5 - angles des fuyantes avec une horizontale coefficient de réduction sur les fuyantes - choisir un bon plan de projection d'une perspective l'angle(pour une cavalière 45°) en général - nous utilisons plus la perspective cavalière (coef. 2/3 et 30°) que (coef. 0,5 et 45°) (cependant pratique avec le papier quadrillé)	- Représentation des droites parallèles des angles droits des arêtes cachées - respect du parallélisme pointillés arêtes cachées pas de rapport imposé pour les fuyantes - conservation du parallélisme lors du passage espace-->plan - Les droites parallèles sont représentées par des droites parallèles ; les rectangles sont représentés par des parallélogrammes - conservation du parallélisme et des propriétés (milieu, tiers, quart) - les verticales restent verticales (//) on place la ligne d'horizon, le point O de fuite sur la ligne d'horizon - traits pleins épais ; traits pointillés fins (le volume apparaît plus nettement) - les verticales restent verticales les parallèles restent parallèles (2 fois) - traits visibles ou pas (pointillés) les parallèles restent parallèles les segments parallèles et de même longueur restent parallèles et de même longueur - valeur du trait (trait plein-interrompu court) conservation du parallélisme - réduction des fuyantes - angle des fuyantes - les segments parallèles et de même longueur restent parallèles et de même longueur - quelques unes seulement, celles qu'ils voient en dessin (// , angles, longueurs) - conservation parallélisme mais pas orthogonalité ni distance - les 3 dimensions doivent être représentées par des directions différentes le parallélisme des droites est conservé les rapports des longueurs sont conservés(si les supports sont parallèles) conservation du milieu des segments, de l'alignement - conservation du parallélisme ; cercle—> ellipse arêtes et lignes cachées en pointillés

Annexe 2

Pour remplir ce questionnaire, utilisez un feutre noir. Il convient, sauf indication contraire, d'entourer la réponse que vous choisissez.

I Conditions de l'enseignement des mathématiques

1°) Dans votre établissement, existe-t-il des structures particulières ?

- groupes de soutien		non	oui
si oui, pour quel niveau	6°	5°	4°
- groupes de niveau		non	oui
si oui, pour quel niveau	6°	5°	4°
- cycle d'observation en trois ans		non	oui
- 4° à horaires aménagés		non	oui
- autres (préciser)			

I.1

2°) a- Dans votre établissement, existe-t-il une concertation concernant les nouveaux programmes ? non | oui

Si oui, cette concertation est-elle:

ponctuelle	régulière	marginale	institutionnalisée

b- Travaillez-vous avec d'autres collègues de mathématiques pour ?

- une progression commune	non	oui
- des devoirs communs	non	oui
- des préparations communes	non	oui
- autres (préciser)		

I.2.b

c- Travaillez-vous avec des collègues d'autres disciplines ? non | oui

Dans quel cadre ?

I.2.c

3°) Vos élèves possèdent-ils un manuel ? -en 6° non oui

-en 5° non oui

-en 4° non oui

Etes-vous satisfait de ce manuel ? -en 6° non oui

-en 5° non oui

-en 4° non oui

Si non, pourquoi ?

I.3

Comment utilisez-vous ce manuel ? Mettre une croix dans la case correspondante.

	en classe		à la maison	
	non	oui	non	oui
-pour introduire une notion				
-pour des exercices d'entraînement				
-pour mémoriser				
-pour des thèmes de recherche				

II Les méthodes de travail

1°) Avez-vous reçu les brochures "Compléments aux programmes et instructions" ?

- niveau 6° non oui
- niveau 5° non oui
- niveau 4° non oui

Les utilisez-vous pour :

	jamais	de temps en temps	souvent	systématiquement
- préparer vos cours ?				
- préparer vos contrôles ?				

2°) Les instructions parlent de "situations créant un problème dont la solution fera intervenir des outils". Comment interprétez-vous cette instruction ? Pouvez-vous donner des exemples ?

II.2

Utilisez-vous de telles situations ? oui non

Comment les utilisez-vous ?

	jamais	de temps en temps	souvent	systématiquement
-pour "démarrer " une acquisition				
-pour faire mémoriser une notion				
-comme exercice d'entraînement				
-comme contrôle de connaissances				

3°) Vous arrive-t-il de faire travailler vos élèves par groupes de 3 ou 4 ? non oui

SI OUI, classez les phrases suivantes de 1 à 4 ;
1 correspondant à celle avec laquelle vous êtes le plus d'accord,
4 correspondant à celle avec laquelle vous êtes le moins d'accord.

Le travail en groupes motive les élèves.	
Le travail en groupes permet aux élèves de confronter leurs points de vue donc d'argumenter.	
Le travail en groupes développe l'esprit de coopération entre les élèves.	
Le travail en groupes favorise l'appropriation et la maîtrise de certains concepts.	

SI NON, classez les phrases suivantes de 1 à 4 ;
1 correspondant à celle avec laquelle vous êtes le plus d'accord,
4 correspondant à celle avec laquelle vous êtes le moins d'accord.

Le manque de formation est un obstacle à la pratique du travail en groupes.	
Il est impossible de travailler en groupes avec une classe trop nombreuse.	
Le travail en groupes fait perdre beaucoup de temps.	
Il est difficile d'exploiter les travaux de groupes.	

Si vous souhaitez préciser les raisons pour lesquelles vous faites ou non travailler vos élèves en groupes, vous pouvez utiliser le cadre ci-dessous

II.3

4°) Les calculatrices

Utilisez-vous les calculatrices en classe ?	non	oui
Chacun de vos élèves possède-t-il une calculatrice ?	non	oui
Des calculatrices sont-elles prêtées par l'établissement ?	non	oui
Pensez-vous qu'il soit indispensable que tous les élèves aient le même modèle de calculatrice ?	non	oui
Des séances d'apprentissage ont-elles été consacrées à l'usage des calculatrices ?	non	oui
Estimez-vous que l'usage de la calculatrice dispense de l'apprentissage des techniques opératoires ?	non	oui
Pensez-vous nécessaire d'entraîner les élèves au calcul mental ?	non	oui

Voici des affirmations relatives à l'utilisation des calculatrices.
Indiquez si vous êtes d'accord avec chacune ou non.

- Les élèves qui utilisent des calculatrices ne savent plus calculer .	non	oui
- L'usage de la calculatrice supprime l'obstacle technique et permet de mieux acquérir le sens des opérations.	non	oui
- L'usage de la calculatrice incite à ne plus calculer mentalement .	non	oui
- La notion d'ordre de grandeur d'un résultat est indispensable à l'usage des calculatrices	non	oui
- L'usage des calculatrices en classe permet d'aborder de nouvelles notions mathématiques	non	oui

5°) Informatique

Dans ce paragragraphe, N désigne le nombre d'heures par année pendant lesquelles vous utilisez la salle d'informatique. Mettre une croix dans la case qui convient.

Par exemple, une heure par semaine s'inscrit: $18 < N < 36$.

	$N = 0$	$N < 15$	$15 \leq N < 18$	$18 \leq N < 36$	$N \geq 36$
en 6°					
en 5°					
en 4°					

Dans le cas où vous utilisez la salle informatique au moins une fois par semaine($N > 18$), utilisez-vous des logiciels :

- pour faire des exercices d'entraînement ? | non | oui |
- pour introduire des notions ? | non | oui |
- pour approfondir ? | non | oui |
- pour aider les élèves en difficulté ? | non | oui |

Initiez-vous vos élèves à la programmation ? | non | oui |

Si oui, utilisez-vous plutôt | Basic | LSE | Pascal |

Avez-vous déjà travaillé avec logo - en dimension 2 ? | non | oui |
- en dimension 3 ? | non | oui |

Si vous utilisez des logiciels, indiquez lesquels :

II.4

Dans le cas où vous utilisez la salle informatique moins d'une fois par semaine est-ce que :

- vous souhaitez l'utiliser ponctuellement quand le besoin s'en fait sentir ? | non | oui |
- votre classe étant trop nombreuse, vous avez des problèmes d'organisation ? | non | oui |
- vous ne pouvez disposez de la salle quand vous en avez besoin ? | non | oui |
- vous n'en voyez pas l'utilité ? | non | oui |
- votre formation vous semble insuffisante ? | non | oui |
- vous craignez d'être confronté à des problèmes pratiques ? | non | oui |

6°) Matériel audio-visuel

Utilisez-vous un rétroprojecteur ? | régulièrement | parfois | jamais |

Si vous n'utilisez pas de rétroprojecteur, est-ce :

- par manque de formation ? | non | oui |
- pour des problèmes matériels (exemple : changement de salle) ? | non | oui |
- parce que vous n'en voyez pas l'utilité ? | non | oui |

Utilisez-vous d'autres moyens audio-visuels ? | non | oui |

Si oui, lesquels ?

II.5

III Les contenus des programmes

1°) Vous semble-t-il que les nouveaux programmes comportent

a- des lacunes en 6° ? | non | oui |

Si oui, indiquez lesquelles :

III.1.a

b- des lacunes en 5° ? | non | oui |

Si oui, indiquez lesquelles :

III.1.b

c- des lacunes en 4° ? | non | oui |

Si oui, indiquez lesquelles:

III.1.c

2°) Dans les nouveaux programmes, quelles sont les notions qu'il ne vous semble pas nécessaire d'enseigner au collège ?

III.2

3°) Par rapport aux anciens programmes, vous consacrez :

	plus de temps	autant de temps	moins de temps
- à la géométrie plane en 6°			
- à la géométrie plane en 5°			
- à la géométrie de l'espace en 5°			
- à la géométrie plane en 4°			

Dans le cas où vous consacrez plus de temps à la géométrie, pensez-vous que les compétences de vos élèves dans le domaine numérique souffrent de cette prédominance ? | non | oui |

A quelle période de l'année scolaire, enseignez-vous :

	1er trimestre	2ème trimestre	3ème trimestre	toute l'année
La géométrie plane en 6°.				
La géométrie plane en 5°				
La géométrie plane en 4°				
La géométrie de l'espace en 6°				
La géométrie de l'espace en 5°				
La géométrie de l'espace en 4°				

IV La géométrie dans l'espace au collège

1°) L'enseignement de la géométrie dans l'espace est réparti sur l'ensemble des classes de collèges.
Pensez-vous que ce soit :

satisfaisant	plutôt satisfaisant	sans importance	à regretter

2°) Rencontrez-vous des difficultés pour vos activités de géométrie dans l'espace ? non | oui

Si oui, indiquez lesquelles :

-manque de matériel non | oui

-problème de gestion de classe non | oui

-autres (préciser)

IV.2

3°) Pensez-vous que les activités papier-ciseaux-colle permettent de faire évoluer les conceptions de vos élèves ? non | oui

4°) Le programme recommande la représentation de solides en perspective cavalière.
Donnez-vous à vos élèves des règles précises de représentation en perspective ? non | oui
Si oui, indiquez lesquelles :

IV.4

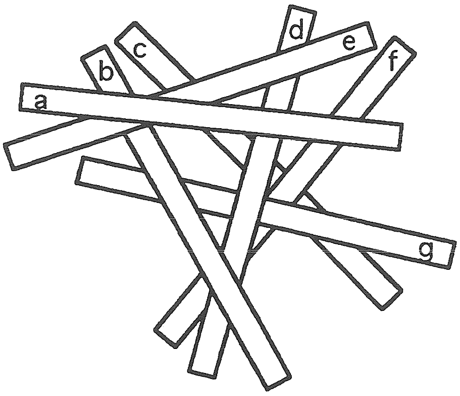
5°) Voici une série de phrases relatives à l'étude de la géométrie dans l'espace au collège.
Pour chacune d'elles, indiquez si vous êtes

- tout à fait en désaccord (mettre une croix dans la case 1)
- plutôt en désaccord (mettre une croix dans la case 2)
- plutôt en accord (mettre une croix dans la case 3)
- tout à fait en accord (mettre une croix dans la case 4)

	1	2	3	4
Manipuler des solides permet aux élèves de se construire des représentations dans l'espace.				
Les élèves manifestent peu d'intérêt pour la géométrie dans l'espace.				
Il est souhaitable de présenter aux élèves différents types de perspective.				
Les problèmes de géométrie dans l'espace se limitent à des calculs sur les volumes.				
La géométrie dans l'espace est indépendante des autres thèmes du programme.				
En général, les élèves n'ont pas de difficultés pour interpréter les dessins en perspective.				
Les activités de géométrie dans l'espace que l'on peut proposer aux élèves sont peu variées.				
Les problèmes de géométrie dans l'espace sont l'occasion de résoudre des problèmes de géométrie plane.				
Certains élèves,dits "mauvais" en mathématiques, ont une bonne représentation de l'espace.				
Le fait de pouvoir manipuler des solides dispense les élèves de toute réflexion .				

5EP1 page 1	Nom, Prénom :	date:

Q1

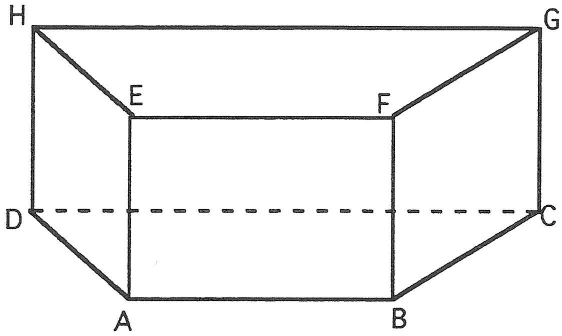


Voici une pile de bâtonnets vue de haut.

Indiquez l'ordre dans lequel on peut les retirer un à un sans faire bouger ceux qui restent.

1er bâtonnet à retirer	2 ème bâtonnet à retirer	3 ème bâtonnet à retirer	4 ème bâtonnet à retirer	5 ème bâtonnet à retirer	6 ème bâtonnet à retirer	7 ème bâtonnet à retirer

Q2



Le dessin ci contre représente un prisme droit dont la base est un trapèze.

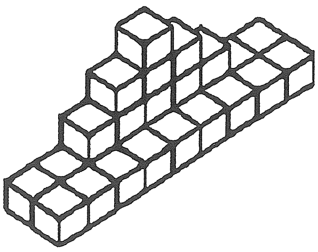
En choisissant parmi les mots de la liste, complétez les phrases qui suivent.

On n'est pas obligé d'utiliser tous les mots , certains peuvent être utilisés plusieurs fois

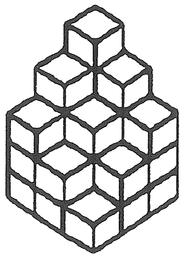
arête	**oblique**
parallèle	**parallélogramme**
rectangle	**face**
sommet	**perpendiculaire**
trapèze	

1) La face FGCB est un ....
2) Le prisme a huit .... et six..................
3) L'arête [DH] est .... à l'arête [BF]
4) L'arête [CG] est .... à l'arête [GF]
5) L'arête [AE] est .... à la face EFGH
6) La face ABCD est .... à la face EFGH

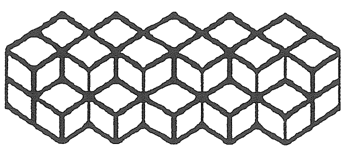
Q3 Indiquez sous chacune des constructions le nombre de "petits cubes" qu'elles comportent(les cubes sont disposés les uns sur les autres)



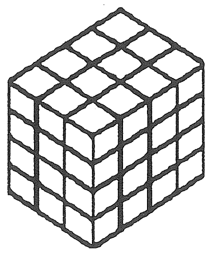
Réponse :



Réponse :



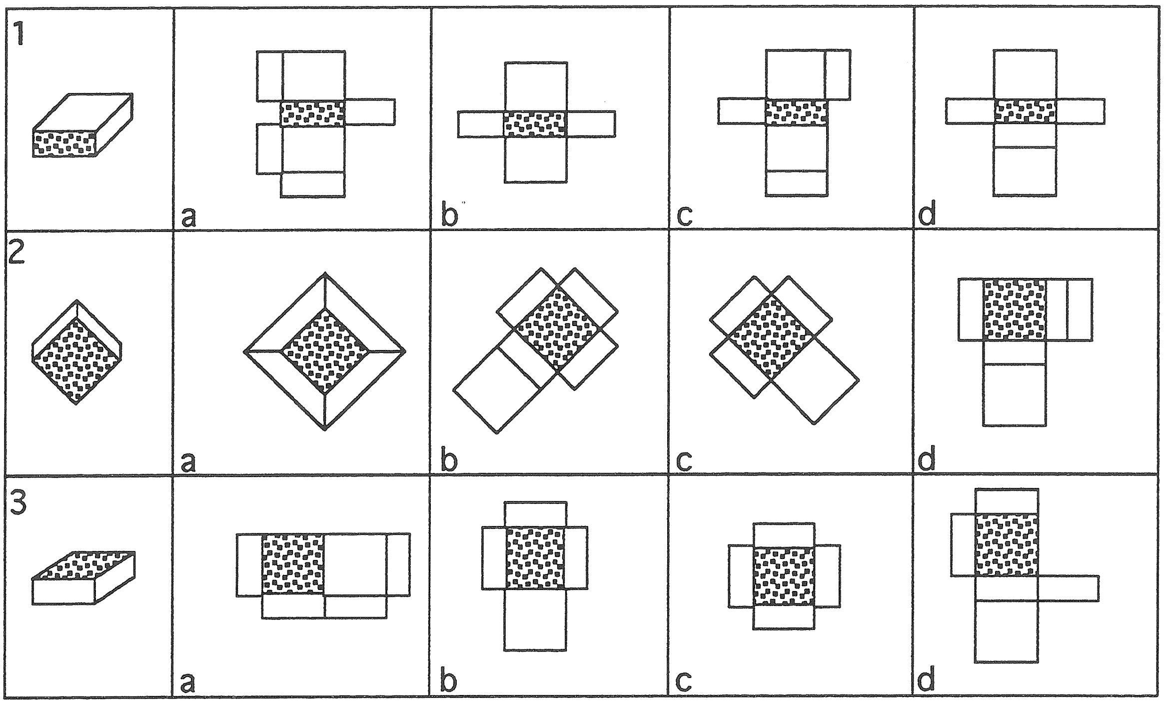
Réponse :



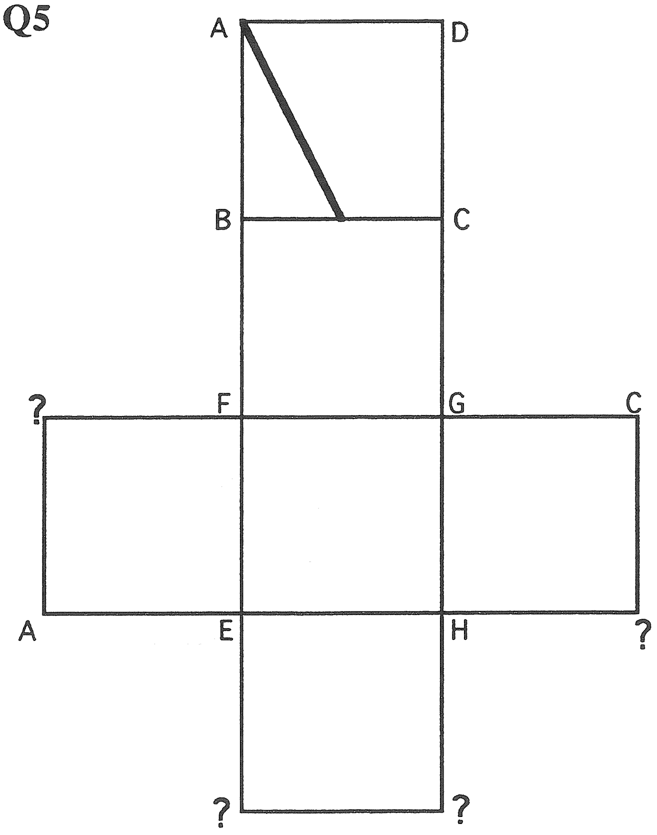
Réponse :

Q4 Dans le cadre de gauche de chaque bande de dessins vous voyez une boîte fermée de tous les côtés. A droite les dessins représentent des feuilles de carton diversement découpées. Si on plie l'un de ces dessins suivant les traits, on peut reconstruire la boîte de gauche.

Entourez la lettre correspondant au dessin permettant de reconstruire exactement la boîte.



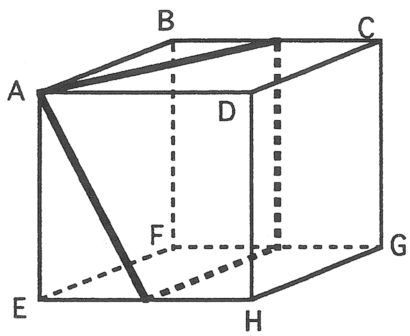
Q5



On a tracé des segments sur 4 faces d'un cube.

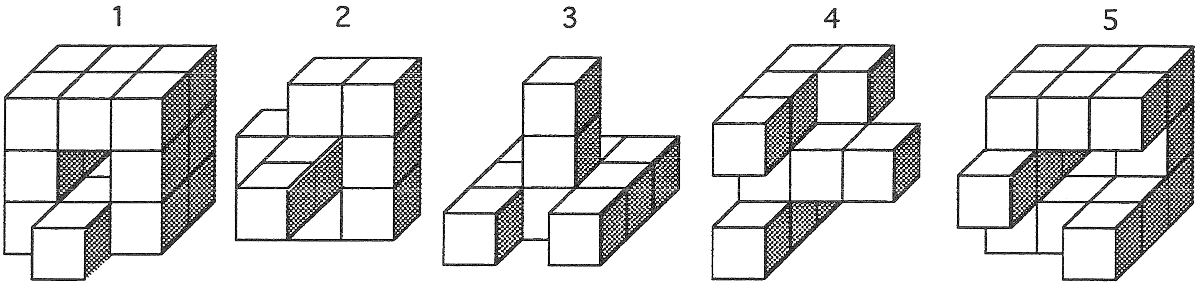
Représentez ces segments sur le développement du cube.

Ecrivez à la place des " ? " les lettres qui désignent les sommets.



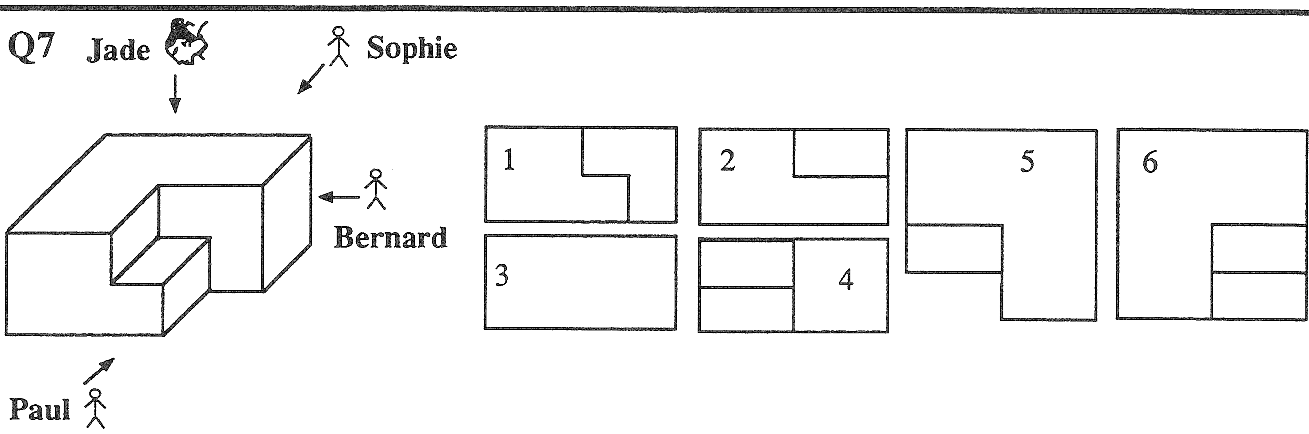
5EP1 page 3	**Nom, Prénom :**	**date:**

Q6 Parmi les 5 solides proposés deux peuvent s'assembler pour former un cube. Lesquels ?



Réponse : Pour former un cube il faut assembler les solides n° et n°

Q7



Voici le dessin d'un objet en perspective observé par quatre enfants depuis quatre points de vue différents ; on propose six vues portant les numéros de 1 à 6.

Complétez les phrases suivantes :

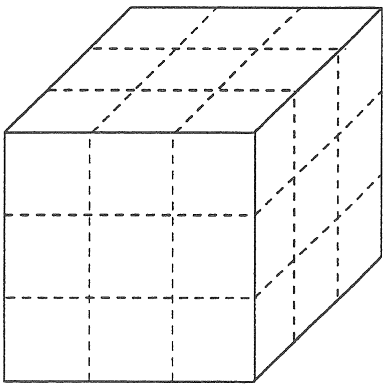
Paul voit la vue n°.......

Bernard voit la vue n°..

Sophie voit la vue n°...

Jade voit la vue n°.......

Q8 Voici un cube qui a été trempé dans la peinture rouge : on le scie suivant les pointillés (chaque face rouge est partagée en 9 carrés)



Quel est le nombre de faces rouges ? ....

le nombre de petits cubes ayant une seule face peinte ? ....

le nombre de petits cubes ayant exactement deux faces peintes ? ....

le nombre de petits cubes ayant trois faces peintes ? ....

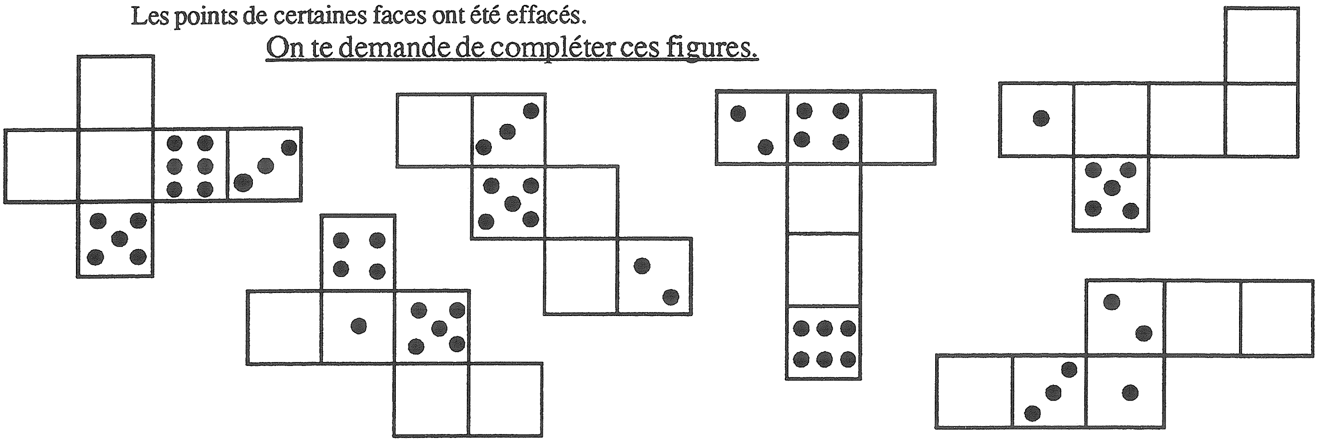
le nombre de petits cubes n'ayant pas de face peinte ? ....

5EI1	Nom, Prénom :	date:

1 Sur un dé à jouer, les nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, sont marqués par des points gravés sur les faces. La somme des nombres marqués sur deux faces opposées est 7. (Par exemple, si une face est marquée 2, alors la face qui lui est opposée est marquée 5).

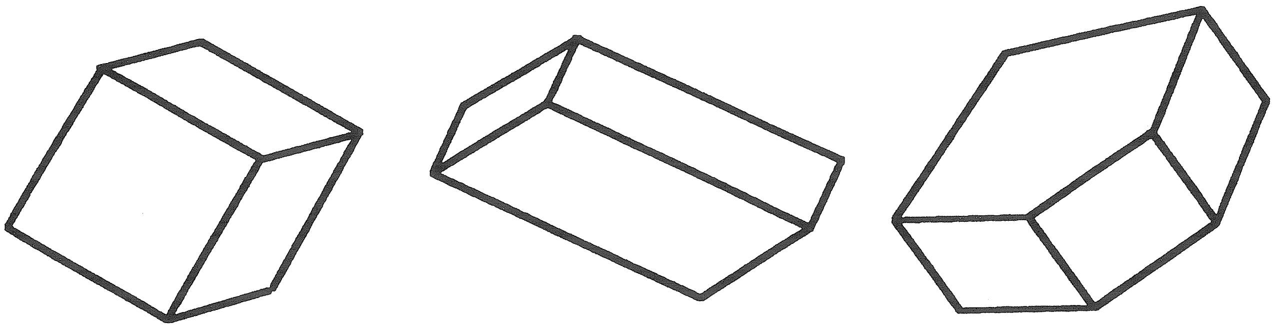
Les figures ci-dessous représentent des patrons différents d'un même dé.
Les points de certaines faces ont été effacés.

<u>On te demande de compléter ces figures.</u>



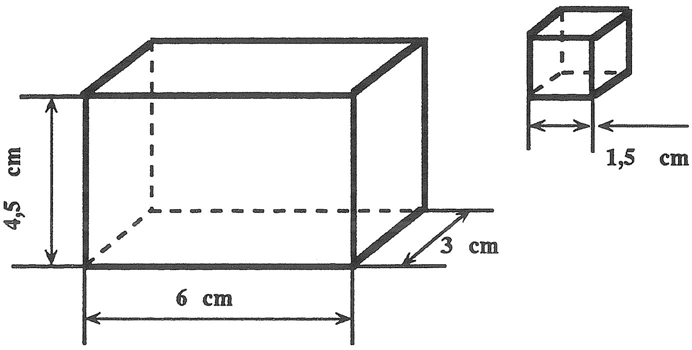
2 Voici des dessins de prismes droits.

On demande de compléter ces dessins en traçant, en pointillés, les arêtes cachées.



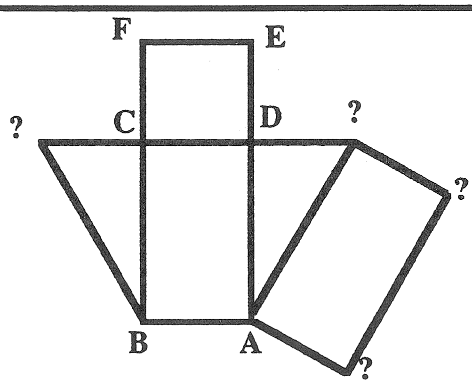
3 Voici les dessins d'un pavé et d'un petit cube.

Combien pourrais-tu ranger de petits cubes dans le pavé ?
Explique ta réponse.

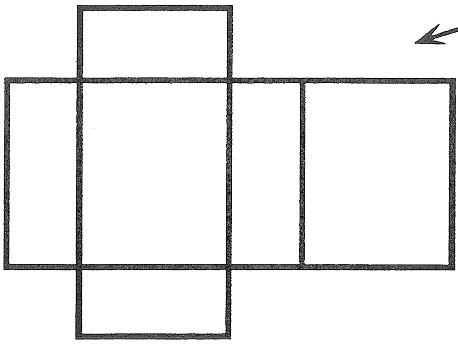


4 Voici le patron d'un solide.

Ecris à leur place les lettres qui désignent les sommets et qui ont été oubliées.



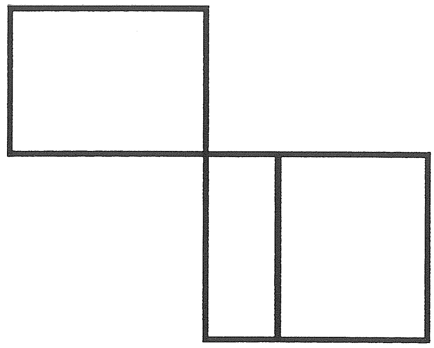
5



Voici le patron d'un solide.
Quel est le nom de ce solide ?

- -

Ci-dessous, on a commencé à dessiner un autre patron du même solide.
<u>On te demande de continuer ce dessin.</u>



6 Prends une feuille de cahier.

<u>Sur cette feuille, dessine un pavé.</u>

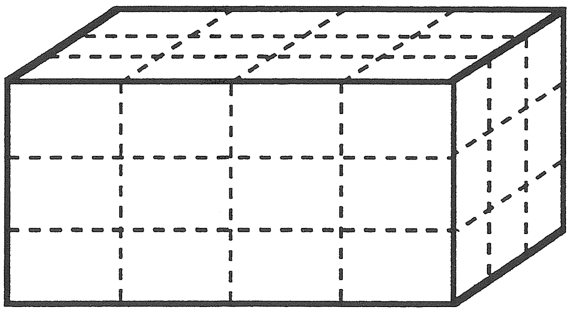
Il y a plusieurs façons de découper ce pavé en deux pavés identiques.

<u>Dessine en rouge une découpe.</u>

<u>Dessine en bleu une autre découpe.</u>

N'oublie pas de rendre cette feuille avec les autres.

7 Le dessin ci dessous représente un pavé que l'on a trempé dans de la peinture.



On a l'intention de scier ce pavé en suivant les pointillés. On obtiendra ainsi un certain nombre de petits pavés.

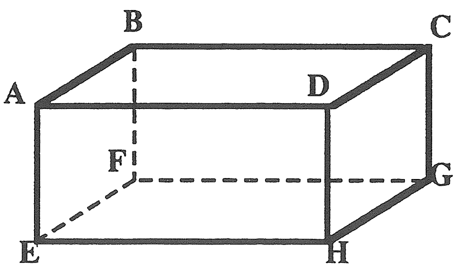
<u>Réponds aux questions suivantes:</u>

Combien de petits pavés obtient-on ? [ ]

Quel est le nombre de petites faces peintes ? [ ]

Quel est le nombre de petits pavés ayant exactement :
- 3 faces peintes ? [ ]
- 2 faces peintes ? [ ]
- 1 face peinte ? [ ]
- 0 face peinte ? [ ]

8



Voici le dessin d'un pavé (parallélépipède rectangle).

Entoure à chaque fois VRAI ou FAUX selon le cas.

Les arêtes BF et DH sont parallèles.	VRAI	FAUX
Les arêtes AE et AB sont perpendiculaires.	VRAI	FAUX
Les arêtes AE et DC sont parallèles.	VRAI	FAUX
Les faces ABCD et EFGH sont parallèles.	VRAI	FAUX
Les faces ABFE et ADHE sont perpendiculaires.	VRAI	FAUX
L'arête DH est perpendiculaire à la face ABCD.	VRAI	FAUX
L'arête EF est parallèle à la face ADHE.	VRAI	FAUX