INSTITUT DE RECHERCHE SUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES

UNIVERSITÉ DE FRANCHE - COMTÉ

Savoirs, savoir-faire en analyse en terminale scientifique

Groupe Lycée de l'IREM
de BESANCON

Savoirs et savoir-faire en terminale scientifique, en analyse.

(document de travail)

Ce travail a été réalisé par l'équipe lycée de l'IREM de Franche Comté, durant l'année scolaire 1997- 1998.

C'est à la suite de réflexions sur la liaison Terminale Scientifique, DEUG (MIAS), classes préparatoires (MPSI, PCSI), que les membres du groupe ont senti la nécessité de dresser une liste de savoirs et de savoir-faire dans le domaine de l'analyse en Terminale S.

Cette liste, issue des programmes de mathématiques de Terminale Scientifique applicables en septembre 1998, est illustrée par des exercices.

La plupart des exercices proposés ont été expérimentés dans des classes par les auteurs, mais il conviendrait de faire une expérimentation élargie, afin de mettre en évidence des pourcentages de réussite significatifs permettant ainsi de relativiser la proposition souvent entendue :
« c'est au programme, ils devraient savoir ».

Groupe Lycée :	Gérald ANSELME	Lycée Belin	Vesoul
	Pierre GSELL	Lycée Courbet	Belfort
	Michel MAGNENET	Lycée V. Hugo	Besançon
	Michel MARTIN	Lycée Duhamel	Dole
	Paul PECHOUX	Lycée Courbet	Belfort
	François PETIARD	Université de Franche Comté	

SAVOIR-FAIRE SUR LES FONCTIONS ET LEURS REPRESENTATIONS GRAPHIQUES

Les fonctions rencontrées en terminale sont les fonctions polynômes, les fractions rationnelles, les fonctions exponentielles, les fonctions puissances et la fonction ln.
Les fonctions à étudier sont définies sur des intervalles ou des réunions d'intervalles et la recherche d'ensembles de définition n'est pas systématique. Les fonctions trigonométriques réciproques ne sont pas au programme.

1. Maîtriser les opérations sur les fonctions :

1.1. Savoir écrire $f(x) + g(x)$, $f(x) \times g(x)$, $\frac{f(x)}{g(x)}$, $g(f(x))$ en posant les conditions adéquates, et savoir simplifier l'écriture de l'expression obtenue.
1.2. Savoir reconnaître et utiliser une écriture d'un des types précédents pour traiter le problème posé.
1.3. Savoir utiliser la notion de restriction d'une fonction.

2. Faire le lien entre limite et asymptote :

2.1. Savoir déterminer une asymptote à la représentation graphique de f lorsque $\lim\limits_{\infty} f = \lambda$.
2.2. Savoir déterminer une asymptote à la représentation graphique de f lorsque $\lim\limits_{a} f = \infty$.
2.3. *Dans le cas où* $\lim\limits_{\infty} f = \infty$ *la recherche de a et b tels que* $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x} = a$ *et* $\lim\limits_{x\to\infty} [f(x) - ax] = b$ *est hors programme. De même l'autonomie dans la décomposition d'une fraction rationnelle n'est pas au programme. L'élève doit seulement :*

2.3.1. l'écriture $f(x) = ax + b + \varepsilon(x)$ étant donnée, montrer que la droite d'équation $y = ax + b$ est asymptote à C_f en vérifiant que $\lim\limits_{\infty} \varepsilon = 0$.
2.3.2. être capable de vérifier qu'une droite donnée par une équation, deux de ses points, ou un de ses points et un vecteur directeur est asymptote à C_f.

3. Savoir déterminer le sens de variation d'une fonction sur un intervalle donné :

3.1. En utilisant le signe d'un taux d'accroissement.
3.2. En utilisant le signe de la dérivée.
3.3. En utilisant le sens de variation de fonctions connues et les opérations.
3.4. En utilisant la composée de deux fonctions dont on connaît le sens de variation.

4. Savoir représenter graphiquement :

4.1. Une fonction f après l'avoir étudiée.
4.2. Les fonctions $-f$ et $|f|$ connaissant la représentation de f.
4.3. Les fonctions $x \longmapsto f(x + k)$, $x \longmapsto f(x) + k$ connaissant la représentation de f.

5. Savoir déterminer les éléments de symétrie d'une courbe :

5.1. Savoir déterminer un centre de symétrie :
   5.1.1. en effectuant un changement de repère.
   5.1.2. en comparant $f(a + h)$ et $f(a - h)$.

5.2. Savoir déterminer un axe de symétrie parallèle à l'axe des ordonnées :
   5.2.1. en effectuant un changement de repère.
   5.2.2. en comparant $f(a + h)$ et $f(a - h)$.

6. Fonctions et équations :

6.1. Savoir démontrer qu'une fonction est une bijection d'un intervalle I sur un intervalle J dans le cas où f est dérivable à dérivée strictement positive (négative) sur I .
6.2. Savoir conjecturer graphiquement le nombre de solutions dans un intervalle I d'une équation $f(x) = \lambda$.
6.3. Savoir déterminer le nombre de solutions dans un intervalle I d'une équation $f(x) = \lambda$.
6.4. Savoir contrôler graphiquement la résolution précédente.

7. Fonctions et inéquations :

7.1. Savoir déterminer l'image d'un intervalle par une fonction :
   7.1.1. en utilisant des inégalités.
   7.1.2. en utilisant le sens de variation d'une fonction dérivable.

7.2. Savoir conjecturer graphiquement la résolution dans un intervalle I d'une inéquation $f(x) < \lambda$.
7.3. Savoir résoudre algébriquement dans un intervalle I une inéquation $f(x) < \lambda$.
7.4. Savoir contrôler graphiquement la résolution précédente.
7.5. Savoir comparer deux fonctions :
   7.5.1. algébriquement.
   7.5.2. graphiquement.
   7.5.3. en « intercalant » une autre fonction.
7.6. Savoir déterminer un extremum d'une fonction sur un intervalle donné :
   7.6.1. connaissant le sens de variation de cette fonction.
   7.6.2. par lecture graphique.
   7.6.3. par une méthode algébrique.

8. Savoir utiliser un graphique pour prendre et donner de l'information

Savoir-faire sur les fonctions et leurs représentations graphiques

1. Maîtriser les opérations sur les fonctions :

1.1. Savoir écrire $f(x)+g(x)$, $f(x)\times g(x)$, $\dfrac{f(x)}{g(x)}$, $g(f(x))$ en posant les conditions adéquates, et savoir simplifier l'écriture de l'expression obtenue.

Soient les fonctions $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $x \mapsto \dfrac{x+1}{2x-3}$ et $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $x \mapsto \sqrt{x}$

Déterminer les fonctions $f+g$, fg, $\dfrac{f}{g}$, $f \circ g$ et $g \circ f$ en précisant les ensembles sur lesquels chacune de ces fonctions est définie.

1.2. Savoir reconnaître et utiliser une écriture d'un des types précédents pour traiter le problème posé.

Soit la fonction $f :]-\infty\,;-3]\cup[1\,;+\infty[\to \mathbb{R}$

$$x \mapsto \sqrt{x^2+2x-3}-x$$

f a-t-elle une limite en $+\infty$? en $-\infty$?
Etudier le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x.

1.3. Savoir utiliser la restriction d'une fonction.

Soit la fonction $f : [0\,;2] \to \mathbb{R}$

$$x \mapsto -x^2+2x$$

Définir un intervalle I pour que la restriction de f à I réalise une bijection de I sur $[0\,;1]$.

Soit la fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$$x \mapsto \sqrt{(x-1)^2}+2x$$

Donner un écriture simplifiée de la restriction de f à l'intervalle $[0\,;1]$.

2. Faire le lien entre limite et asymptote :

2.1. Savoir déterminer une asymptote à la représentation graphique de f lorsque $\lim\limits_{\infty} f = \lambda$.

2.2. Savoir déterminer une asymptote à la représentation graphique de f lorsque $\lim\limits_{a} f = \infty$.

Soit la fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$$x \mapsto \frac{2x+3}{x-1}$$

Déterminer les droites asymptotes à la courbe représentative de f dans un repère cartésien du plan.

2.3.

2.3.1. l'écriture $f(x) = ax + b + \varepsilon(x)$ étant donnée; montrer que la droite d'équation $y = ax + b$ est asymptote à C_f en vérifiant que $\lim\limits_{0} \varepsilon = 0$.

Soit la fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$$x \mapsto -x + 1 + \frac{3}{x+2}$$

Déterminer les droites asymptotes à la courbe représentative de f dans un repère cartésien du plan.

2.3.2. être capable de vérifier qu'une droite donnée par une équation; deux de ses points ou un de ses points et un vecteur directeur est asymptote à C_f.

Soit la fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$$x \mapsto \sqrt{x^2 + 2x - 3}$$

Montrer que les droites D et D' d'équations $y = x + 1$ et $y = -x - 1$ sont asymptotes à la courbe représentative de f dans un repère cartésien du plan.

Soit la fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$$x \mapsto \frac{2x^2 + 3x - 4}{x+1}$$

Montrer que la droite D passant par le point $A\,(0\,,1)$ et de coefficient directeur 2 est asymptote à la courbe représentative de f dans un repère cartésien du plan.

3. Savoir déterminer le sens de variation d'une fonction sur un intervalle donné :

3.1. En utilisant le signe d'un taux d'accroissement.

Soient les fonctions $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ $\quad g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$$x \mapsto \frac{4x-5}{x+1} \qquad x \mapsto \sqrt{x+1}$$

Déterminer le sens de variation de chacune des fonctions f et g.

3.2. En utilisant le signe de la fonction dérivée.

Soit la fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$$x \mapsto \frac{x^2 + 2x}{x^2 + 3}$$

Déterminer le sens de variation de la fonction f.

3.3. En utilisant le sens de variation de fonction connue et les opérations.

Soient les fonctions $f :]0\,; +\infty[\to \mathbb{R}$ $\quad g :]0\,; +\infty[\to \mathbb{R}$

$$x \mapsto 2x^2 + 1 + \sqrt{x} \qquad x \mapsto -2x + 1 + \frac{1}{x}$$

Déterminer le sens de variation de chacune des fonctions f et g.

3.4. En utilisant la composée de deux fonctions dont on connaît le sens de variation.

Soient les fonctions $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $x \mapsto \sqrt{x^2+2x-3}$ $\qquad g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $x \mapsto \left|-x^2+2x\right|$

Déterminer le sens de variation de chacune des fonctions f et g.

4. Savoir représenter graphiquement :

4.1. Une fonction f après l'avoir étudiée.

Soit la fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

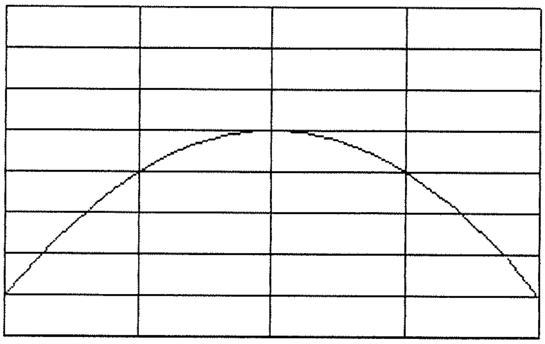
$$x \mapsto \sqrt{\frac{x+1}{-x+2}}$$

Représenter graphiquement la fonction f.

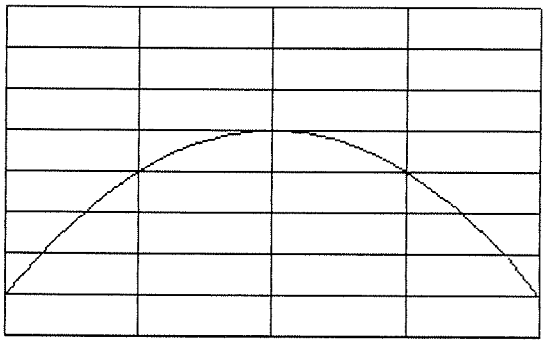
4.2. Les fonctions $-f$ et $|f|$ connaissant la représentation de f.

Les figures suivantes donnent deux représentations de la fonction f définie par $f(x) = x(2-x)$ pour $x \in [-1\,;3]$.

Tracer sur l'une des figures, la représentation graphique de $-f$ et sur l'autre, celle de $|f|$.



$-f$



$|f|$

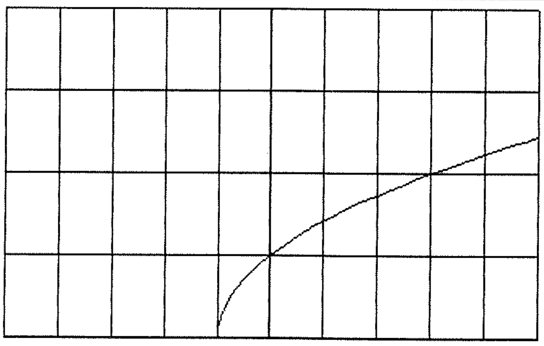
4.3. Les fonctions $x \mapsto f(x+k)$ et $x \mapsto f(x)+k$ connaissant la représentation de f.

Les figures suivantes donnent deux représentations de la fonction f définie sur $[-1\,;5]$.

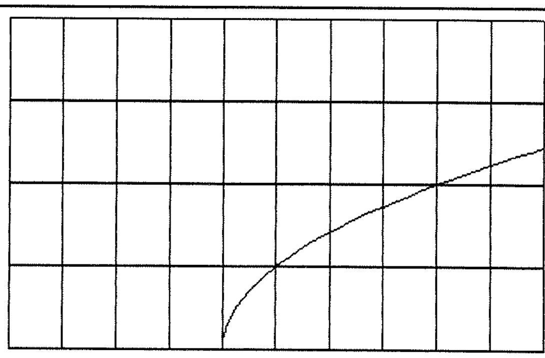
Soit les fonctions $g : x \mapsto f(x)+2$ et $h : x \mapsto f(x+2)$

Préciser les ensembles de définition de chacune des fonctions f et g.

Tracer sur l'une des figures, la représentation graphique de f et sur l'autre, celle de g.



g



h

5. Savoir déterminer les éléments de symétrie d'une courbe.

5.1. Savoir déterminer un centre de symétrie :

5.1.1. en effectuant un changement de repère.

Soit la fonction $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$
$$x \mapsto \frac{2x+1}{x-2}$$

Montrer, en effectuant un changement de repère que la courbe représentative de f admet un centre de symétrie relativement à un repère $(O,\vec{i},\vec{j})$

5.1.2. en comparant $f(-1+h)$ et $f(-1-h)$

Soit la fonction $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$
$$x \mapsto x^3+3x^2+4$$

Montrer que la courbe représentative de f admet le point $\Omega\,(-1\,;6)$ pour centre de symétrie relativement à un repère $(O,\vec{i},\vec{j})$

5.2. Savoir déterminer un axe de symétrie parallèle à l'axe des ordonnées :

5.2.1. en effectuant un changement de repère.

Soit la fonction $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$
$$x \mapsto \sqrt{x^2+2x+3}$$

Montrer, en effectuant un changement de repère que la courbe représentative de f admet la droite d'équation $x=-1$ pour axe de symétrie relativement à un repère $(O,\vec{i},\vec{j})$

5.2.2. en comparant $f(-1+h)$ et $f(-1-h)$

Soit la fonction $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$
$$x \mapsto \sqrt{-x^2+2x}$$

Montrer que la courbe représentative de f admet la droite d'équation $x=1$ pour axe de symétrie relativement à un repère $(O,\vec{i},\vec{j})$, en comparant $f(-1-h)$ et $f(-1+h)$.

6. Fonctions et équations.

6.1. Savoir démontrer qu'une fonction est un bijection d'un intervalle I sur un intervalle J dans le cas où f est dérivable à dérivée strictement positive (négative) sur I.

Soient les fonctions $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $x \mapsto \sqrt{2x+6}$ et $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $x \mapsto \dfrac{x+1}{x-3}$

Montrer que f réalise une bijection de $[-3\,;+\infty[$ sur $[0\,;+\infty[$

Montrer que g réalise une bijection de $[0;1]$ sur $\left[-1;-\frac{1}{3}\right]$

6.2. Savoir déterminer le nombre de solutions, dans un intervalle I, d'une équation $f(x)=\lambda$, sans résoudre cette équation.

Soit la fonction $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$

$$x \mapsto \frac{x^2+2x}{x^2+1}$$

Déterminer le nombre de solutions de l'équation $f(x)=\lambda$ suivant les valeurs du réel λ et sans résoudre cette équation.

6.2. 6.4. Savoir conjecturer ou contrôler graphiquement la résolution précédente.

Soit la fonction $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$

$$x \mapsto x^2+2|x-1|$$

Tracer la courbe représentative de f relativement à un repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ du plan.
En utilisant cette courbe indiquer le nombre de solutions de l'équation. $f(x)=\lambda$ suivant les valeurs du réel λ

7. Fonctions et inéquations

7.1. Savoir déterminer l'image d'un intervalle par une fonction :

7.1.1. en utilisant des inégalités et des équations.

Soit la fonction $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$

$$x \mapsto 1-\frac{4}{e^x+1}$$

En utilisant des inégalités, déterminer un encadrement de $f(x)$
Montrer que tout réel de $[f(0)\,;f(3)]$ admet un antécédent par f.

7.1.2. en utilisant le sens de variation de cette fonction.

Soit la fonction $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$

$$x \mapsto x^4+x^2$$

Déterminer l'image de l'intervalle $[-1\,;1]$ par la fonction f.

7.2. et 7.3. Savoir résoudre algébriquement, dans un intervalle I, une inéquation $f(x)<\lambda$ et savoir conjecturer ou contrôler graphiquement cette résolution. :

Soit la fonction $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$

$$x \mapsto x^4+x^2-20$$

Tracer la courbe représentative de la fonction f relativement à un repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ du plan.
Donner suivant les valeurs du réel λ l'ensemble de solutions de l'inéquation $x^4+x^2-20-\lambda>0$.
Résoudre algébriquement l'inéquation $x^4+x^2-20-\lambda>0$, en discutant suivant les valeurs du réel λ

7.5. Savoir comparer deux fonctions :

Soient les fonctions $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ $\quad$ $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$

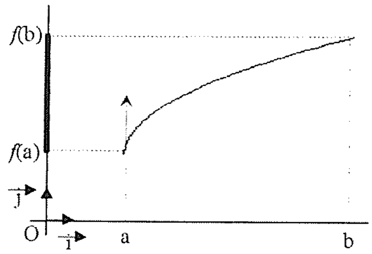
$$x \mapsto x^2+2x-3 \qquad x \mapsto -x^2+3x$$

Comparer f et g :
- à partir des représentations des deux fonctions.
- en résolvant algébriquement le problème posé.

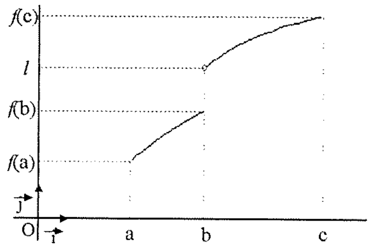
8. Savoir utiliser un graphique pour prendre et donner de l'information

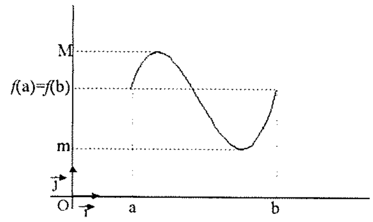
- On connaît la représentation graphique relativement à un repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ du plan de la fonction f définie sur un intervalle I.
  - □ Dire dans chacun des cas si f est continue, discontinue, dérivable, monotone.
  - □ Indiquer l'ensemble image de I par f sur le graphique et en-dessous du graphique.

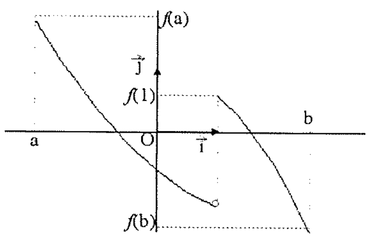
<u>Exemple</u>

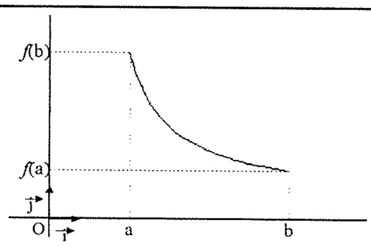


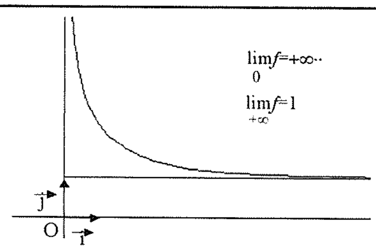
f continue, strictement croissante sur [a ;b], dérivable sur]a ;b]
f([a ;b])=[f(a) ;f(b)]

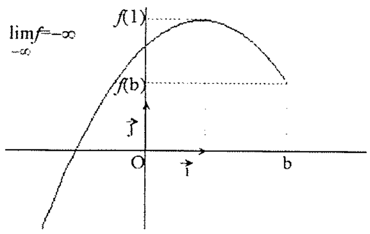


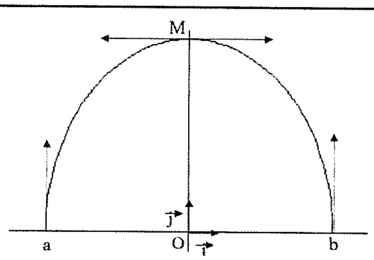


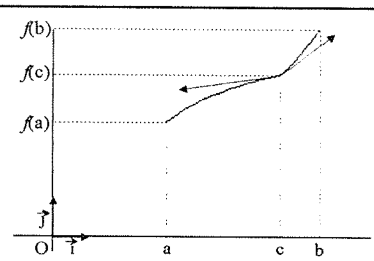


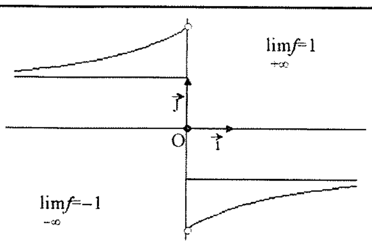


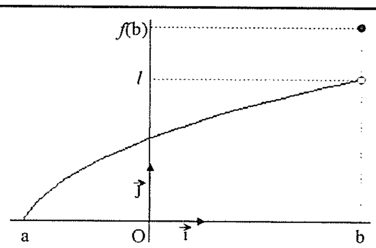


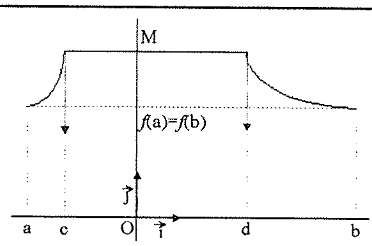












SAVOIR-FAIRE SUR LES LIMITES

1. Connaître le comportement des fonctions de référence et les résultats sur la limite éventuelle d'une somme, d'un produit, d'un quotient de fonctions.

   1.1. Pour étudier la limite d'une fonction somme, produit, quotient.
   1.2. Pour être capable de construire des exemples ou contre-exemples illustrant une situation donnée.

2. Savoir mettre en œuvre un théorème de comparaison.

   2.1. Pour étudier la limite d'une fonction.
   2.2. Pour comparer les limites de deux fonctions.

3. Savoir « lever » une forme indéterminée.

   3.1. En utilisant la hiérarchie des fonctions de référence au voisinage de $+\infty$.
   3.2. En utilisant si nécessaire une expression conjuguée.
   3.3. En ayant recours à la définition d'un nombre dérivé.

4. Savoir mettre en œuvre le théorème sur la limite d'une fonction composée.

1.2. Etre capable de construire rapidement des exemples ou contre-exemples illustrant une situation donnée.

- Proposer un exemple :
  de fonction admettant $+\infty$ pour limite en -1 ;
  de fonction admettant 5 pour limite en $-\infty$;
  de fonction définie sur $\mathbb{R}$ n'admettant pas de limite en $+\infty$.

- Soit P la proposition : « si f est une fonction définie sur $\mathbb{R}$ admettant $+\infty$ pour limite en $+\infty$ alors il existe au moins un intervalle du type $]a ; +\infty[$ sur lequel f est strictement croissante ».
  Cette proposition est-elle vraie ou fausse ?

- Soit P la proposition : « si f est une fonction strictement croissante sur $\mathbb{R}$ alors f admet pour limite $+\infty$ en $+\infty$ ».
  Cette proposition est-elle vraie ou fausse ?

2.1. Savoir mettre en œuvre un théorème de comparaison pour étudier la limite d'une fonction

- Etudier la limite éventuelle en $-\infty$ de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x + 10\sin^2 x$.
- Etudier la limite éventuelle en $+\infty$ de la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \dfrac{x \sin x}{x^2 + 1}$.

3.1. Savoir « lever une forme indéterminée » en utilisant la hiérarchie des fonctions de référence

- Etudier la limite éventuelle en $+\infty$ de la fonction f définie sur $]0 ; +\infty[$ par $f(x) = 2\ln x - 3\sqrt{x}$.
- Etudier la limite éventuelle en $+\infty$ de la fonction g définie sur $]0 ; +\infty[$ par $g(x) = e^x - x^2 \ln x$.
- Etudier la limite éventuelle en $+\infty$ de la fonction h définie sur $]-3 ; +\infty[$
  par $h(x) = \ln(x + 3) - x$.
- Etudier la limite éventuelle en $-\infty$ de la fonction k définie sur $]-\infty ; 0]$ par $k(x) = \dfrac{\sqrt{x^2 + 1}}{2x - 3}$

3.2. Savoir « lever une forme indéterminée » en utilisant une expression conjuguée

- Etudier la limite éventuelle en $+\infty$ de la fonction f définie sur $[0 ; +\infty[$ par $f(x) = \sqrt{x + 1} - \sqrt{x}$

- Etudier la limite éventuelle en $-\infty$ de la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \sqrt{\dfrac{4}{9}x^2 + \dfrac{4}{9}} + \dfrac{2}{3}x$.

3.3. Savoir « lever une forme indéterminée » en utilisant la définition du nombre dérivé

- Etudier la limite éventuelle en 0 de la fonction f définie pour x différent de 0 par $f(x) = \frac{\tan 2x}{x}$.
- Etudier la limite éventuelle en $\pi/2$ de la fonction g définie pour x différent de $\pi/2$ par $g(x) = \frac{\cos x}{x - \pi/2}$.
- Etudier la limite éventuelle en - 1 de la fonction h définie pour x différent de –1 par $h(x) = \frac{\ln(2x+3)}{x+1}$.

4. Savoir mettre en œuvre le théorème sur la limite d'une fonction composée

- Etudier la limite éventuelle en $-\infty$ de la fonction f définie pour x non nul par $f(x) = x \sin \frac{1}{x}$.
- Etudier la limite éventuelle en $+\infty$ de la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \exp(x - x^3)$.
- Etudier la limite éventuelle en $-\infty$ de la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = \frac{\ln(1 + e^x)}{e^x}$.

SAVOIR-FAIRE SUR LES SUITES

1. Savoir démontrer une égalité par récurrence.

2. Savoir démontrer une inégalité par récurrence.

3. 3.1 Savoir démontrer qu'une suite est arithmétique.
   3.2 Savoir donner et utiliser $\sum_{k=1}^{k=n} k$.

4. 4.1 Savoir démontrer qu'une suite est géométrique.
   4.2 Savoir donner et utiliser $\sum_{k=0}^{k=n} q^k$.

5. Savoir démontrer qu'une suite est monotone.
   5.1. Par une comparaison directe des termes successifs.
   5.2. Par l'étude de le monotonie d'une fonction.
   5.3. Par l'étude de la différence des termes successifs.
   5.4. Par l'étude du quotient des termes successifs.

6. 6.1. Savoir démontrer qu'une suite n'est pas monotone.
   6.2. Savoir donner un exemple de suite non monotone.

7. Savoir démontrer qu'une suite est majorée et/ou minorée.
   7.1. Par un calcul direct.
   7.2. Par l'étude des variations d'une fonction.
   7.3. Par récurrence.

8. Savoir démontrer qu'une suite est périodique.
   8.1. Par l'étude de la périodicité d'une fonction.
   8.2. Par récurrence.

9. Savoir démontrer qu'une suite est convergente ou divergente.
   9.1. Par l'étude du comportement local d'une fonction.
   9.2. Par l'utilisation des opérations sur les limites.
   9.3. Par l'utilisation de théorèmes de comparaison.
   9.4. Par l'utilisation de la hiérarchie des fonctions de référence.

10. Savoir étudier une suite (v_n) définie par $v_n = f(u_n)$ où f est une fonction continue.
    10.1. Savoir étudier le sens de variation de (v_n) connaissant celui de (u_n) et celui de f.
    10.2. Savoir déterminer la limite de (v_n) connaissant celle de (u_n) et celle de f.

1. Savoir démontrer une égalité par récurrence.

- Montrer par récurrence que pour tout entier naturel $n \geq 1$:

□ $1+2+\cdots+n=\dfrac{n(n+1)}{2}$. □ $1+q+\cdots+q^{n-1}=\dfrac{1-q^n}{1-q}$ (pour $q \neq 1$)

□ $1^2+2^2+\ldots+n^2=\dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

2. Savoir démontrer une inégalité par récurrence.

- Soit x un nombre réel positif. Montrer par récurrence que pour tout entier naturel n :
  $(1+x)^n \geq 1+nx$.

3. Savoir démontrer qu'une suite est arithmétique.

- Soit (u_n) la suite définie par $\begin{cases} u_0=-\dfrac{1}{2} \\ u_{n+1}=\dfrac{u_n}{1-2u_n} \end{cases}$.

  Montrer que pour tout entier n, $u_n \neq 0$.

  On pose pour tout entier n, $v_n=\dfrac{2}{u_n}$. Montrer que la suite (v_n) est une suite arithmétique.

  En déduire une formule explicite pour u_n.

4. Savoir démontrer qu'une suite est géométrique.

- Montrer que chacune des suites définies ci-dessous est une suite géométrique.

□ $u_n=(-2)^{3n+3}$ □ $v_n=\dfrac{(3)^{(n+1)^2}}{3^{n^2}}$ □ $w_n=2+(2+2^2+\cdots+2^n)$

- Soit (u_n) la suite définie sur $\mathbb{N}^*$ par $\begin{cases} u_1=1 \\ u_{n+1}=\dfrac{n+1}{3n}u_n \end{cases}$.

  Montrer que la suite (v_n) définie sur $\mathbb{N}^*$ par $v_n=\dfrac{u_n}{n}$ est une suite géométrique.

  En déduire une formule explicite pour u_n.

5.1. Savoir démontrer qu'une suite est monotone par une comparaison directe des termes successifs.

- Etudier le sens de variation des suites définies ci-dessous :

□ $u_n=\dfrac{2}{\sqrt{n}}$(pour $n \geq 1$) □ $v_n=e^{-n^2}$ □ $w_n=\cos\left(\dfrac{1}{n}\right)$ (pour $n \geq 1$).

- Soit la suite (I_n) définie pour tout entier naturel n par: $I_0=\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{1+e^t}dt$ et $I_n=\displaystyle\int_0^1 \frac{e^{nt}}{1+e^t}dt$.

  Montrer, sans calculer ces intégrales, que cette suite est croissante.

5.2. Savoir démontrer qu'une suite est monotone par l'étude de la monotonie d'une fonction.

- Etudier le sens de variation des suites définies ci-dessous :

□ $u_n = \dfrac{3n+1}{n+2}$ □ $v_n = n + \sin n$ □ $w_n = \dfrac{\ln n}{n}$, $(n \in \mathbb{N}^*)$

□ $\begin{cases} u_0 = -2 \\ u_{n+1} = e^{2u_n+1} \end{cases}$ □ $\begin{cases} u_0 = 8 \\ u_{n+1} = u_n^2 - 2u_n \end{cases}$

5.3. Savoir démontrer qu'une suite est monotone par l'étude de la différence des termes successifs

- Etudier le sens de variation des suites définies ci-dessous :

□ $u_n = \sqrt{1} + \sqrt{2} + \cdots + \sqrt{n} - \sqrt{n+1}$ □ $\begin{cases} v_0 = 0 \\ v_{n+1} = \sqrt{2v_n + 1} \end{cases}$

- Soit (u_n) la suite définie par $\begin{cases} u_0 = 5 \\ u_{n+1} = \sqrt{u_n + 12} \end{cases}$

  Montrer que, pour tout n, $u_n \geq 4$.
  Etudier le signe du polynôme $-x^2 + x + 12$
  Etudier le sens de variation de la suite (u_n)

5.4. Savoir démontrer qu'une suite est monotone par l'étude du quotient des termes successifs

- Etudier le sens de variation des suites définies ci-dessous :

□ $u_n = \dfrac{1}{n!}$ □ $v_n = \dfrac{3^n}{n!}$

6.1. Savoir démontrer qu'une suite n'est pas monotone.

- Soit la suite (u_n) définie par $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n + 4}{u_n + 1} \end{cases}$.

  Cette suite est-elle monotone ? Est-elle monotone à partir d'un certain rang ?

7.1. Savoir démontrer qu'une suite est majorée et/ou minorée par un calcul direct

- Montrer que chacune des suites définies ci-dessous est bornée

□ $u_n = \dfrac{\sin n}{n}$ $(n \in \mathbb{N}^*)$ □ $v_n = \dfrac{2n + \cos n}{2n - 1}$

7.2. Savoir démontrer qu'une suite est majorée et/ou minorée par l'étude des variations d'une fonction

- Montrer que chacune des suites définies ci-dessous est bornée

□ $u_n = \dfrac{n-3}{2n-1}$ □ $v_n = ne^{-n}$ □ $w_n = \dfrac{\ln n}{n}$ (pour $n \in \mathbb{N}^*$)

7.3. Savoir démontrer qu'une suite est majorée et/ou minorée par récurrence

- Soit (u_n) la suite définie par $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \dfrac{1}{u_n} + \dfrac{1}{3} \end{cases}$. Montrer que : pour tout $n \geq 1$, $1 < u_n < 1 + \frac{1}{2}$.
- Soit (u_n) la suite définie par $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \sqrt{u_n + 12} \end{cases}$. Montrer que : pour tout $n \geq 1$, $3 < u_n < 4$.

8.1. Savoir démontrer qu'une suite est périodique par l'étude de la périodicité d'une fonction

- Montrer que la suite (u_n) définie par $u_n = \sin\left(n\dfrac{\pi}{2}\right)$ est périodique

8.2. Savoir démontrer qu'une suite est périodique par récurrence

- Montrer que la suite (u_n) définie par $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = -\dfrac{3}{2}u_n{}^2 + \dfrac{5}{2}u_n + 1 \end{cases}$ est périodique

9.1 Savoir démontrer qu'une suite est convergente ou divergente par l'étude de limite d'une fonction

- Etudier la convergence de la suite (u_n) définie par $u_n = \cos\left(\dfrac{2n}{n+1}\right)$.
- Etudier la convergence de la suite (v_n) définie par $v_n = \sqrt{n^2 + 2n + 3}$

9.2 Savoir démontrer qu'une suite est convergente ou divergente par l'utilisation des opérations sur les limites

- Etudier la convergence des suites définies ci-dessous :

□ $u_n = \dfrac{2}{5-2^n}$ □ $v_n = \dfrac{3^n}{2^n+1}$ □ $w_n = 1 + \dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{3^2} + \cdots + \dfrac{1}{3^n}$

□ $\begin{cases} s_0 \text{ donné} \\ s_{n+1} = s_n + 2 \end{cases}$ □ $\begin{cases} t_0 \text{ donné} \\ t_{n+1} = -\dfrac{1}{2}t_n \end{cases}$

9.3. Savoir démontrer qu'une suite est convergente ou divergente par l'utilisation de théorèmes de comparaison

- Etudier la convergence des suites définies ci-dessous :

  □ $u_n = \dfrac{n+2\sin n}{n^2+2}$ □ $v_n = n + (-1)^n$

- Soit (u_n) la suite définie par $\begin{cases} u_0 = 5 \\ u_{n+1} = \sqrt{u_n + 12} \end{cases}$

  Montrer que pour tout n, $u_n \geq 4$.

  Montrer que pour tout n, $0 \leq u_{n+1} - 4 \leq \dfrac{1}{4}(u_n - 4)$, puis que pour tout n, $0 \leq u_n - 4 \leq \dfrac{1}{4^n}$

- Montrer que l'équation $x^2 - 1 - 8\ln x = 0$ a, dans l'intervalle [3 ;4], une solution unique α.

  Montrer que $\alpha = \sqrt{1 + 8\ln\alpha}$.

  On définit la suite (u_n) par $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \sqrt{1 + 8\ln u_n} \end{cases}$

  Montrer que pour tout n, $3 \leq u_n \leq 4$.

  Montrer que pour tout n , $|u_{n+1} - \alpha| \leq \dfrac{4}{9}|u_n - \alpha|$ puis que pour tout n, $|u_n - \alpha| \leq \left(\dfrac{4}{9}\right)^n$.

  Déterminer une valeur de n telle que $|u_n - \alpha| \leq 10^{-2}$.

- Soit (u_n) la suite définie par $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \sqrt{u_n^{\,2} + 1} \end{cases}$

  Montrer que, pour tout entier n , $u_n > n$. En déduire que la suite n'est pas convergente.

9.4. Savoir démontrer qu'une suite est convergente ou divergente par l'utilisation de la hiérarchie des fonctions de référence

- Etudier la convergence des suites définies ci-dessous :

  □ $u_n = n^2 e^{-n}$ □ $v_n = \dfrac{e^n}{n^2}$ (pour $n \geq 1$) □ $w_n = n - \ln(n^2 + 1)$

  □ $t_n = 3^n - 2n$ □ $s_n = \dfrac{\ln(n+1)}{n^2}$ (pour $n \geq 1$)

10. Savoir étudier une suite (v_n) définie par $v_n = f(u_n)$ où f est une fonction continue.

10.1. et 10.2.

- Soit la suite (u_n) définie par $u_0 = 1$ et pour tout n, $u_{n+1} = 2\,u_n$.
  Soit la suite (v_n) définie pour tout n par $v_n = \ln(u_n)$.
  Etudier le sens de variation, puis la convergence, de la suite (v_n).

10.2.

- Etudier la convergence des suites définies ci-dessous :

□ $u_n = n \sin\left(\dfrac{1}{n}\right)$ (pour $n \geq 1$).

□ $v_n = \left(1 + \dfrac{1}{n}\right)^n$ (pour $n \geq 1$).

□ $w_n = \dfrac{(n+1)^{\alpha} - n^{\alpha}}{n^{\alpha - 1}}$ (pour $n \geq 1$).

SAVOIR-FAIRE SUR LE CALCUL DIFFERENTIEL

1. Savoir étudier la dérivabilité d'une fonction en un point :
    1.1. à l'aide du taux d'accroissement.
    1.2. à l'aide des conditions d'application des théorèmes relatifs aux calculs de nombres dérivés.

2. Savoir calculer un nombre dérivé :
    2.1. à l'aide des opérations (... y compris fonction composée).
    2.2. à l'aide du taux d'accroissement.
    2.3. à l'aide de la fonction affine tangente

3. Savoir déterminer la fonction dérivée d'une fonction donnée.

4. Savoir lire sur un graphique si une fonction est ou n'est pas dérivable en un point.

5. Savoir proposer la représentation graphique d'une fonction dérivable sur un intervalle [a ; b] ou non dérivable en des points isolés de [a ; b].

6. Savoir associer les représentations graphiques d'une fonction f et de sa fonction dérivée.

7. Savoir définir l'application affine tangente à une fonction f en un point x_0 .

8. Savoir déterminer le sens de variation d'une fonction sur un intervalle connaissant le signe de sa dérivée.

9. Savoir utiliser une inégalité des accroissements finis.

1. Savoir étudier la dérivabilité d'une fonction :

- 1.1 et 1.2

  Soit la fonction f définie sur chacun des intervalles $]-\infty\ ,-1]$ et $[1,+\infty[$ par $f(x) = (x-1)\sqrt{x^2 - 1}$.
  Justifier que f est dérivable sur chacun des intervalles $]-\infty\ ,-1[$ et $]1,+\infty[$
  Etudier la dérivabilité de f en -1 et en 1.
  En déduire les conséquences graphiques pour la courbe représentative de f.

2. Savoir calculer un nombre dérivé :

- 2.1 et 2.2
  On considère la fonction f dérivable sur $\mathbb{R}$ définie par $f(x) = \sqrt{x^2 + 3}$.
  En utilisant le taux d'accroissement, calculer le nombre dérivé de f en 1.
  En utilisant la formule de dérivation d'une fonction composée, calculer le nombre dérivé de f en 1.
  On rappellera dans chaque cas les formules utilisées.

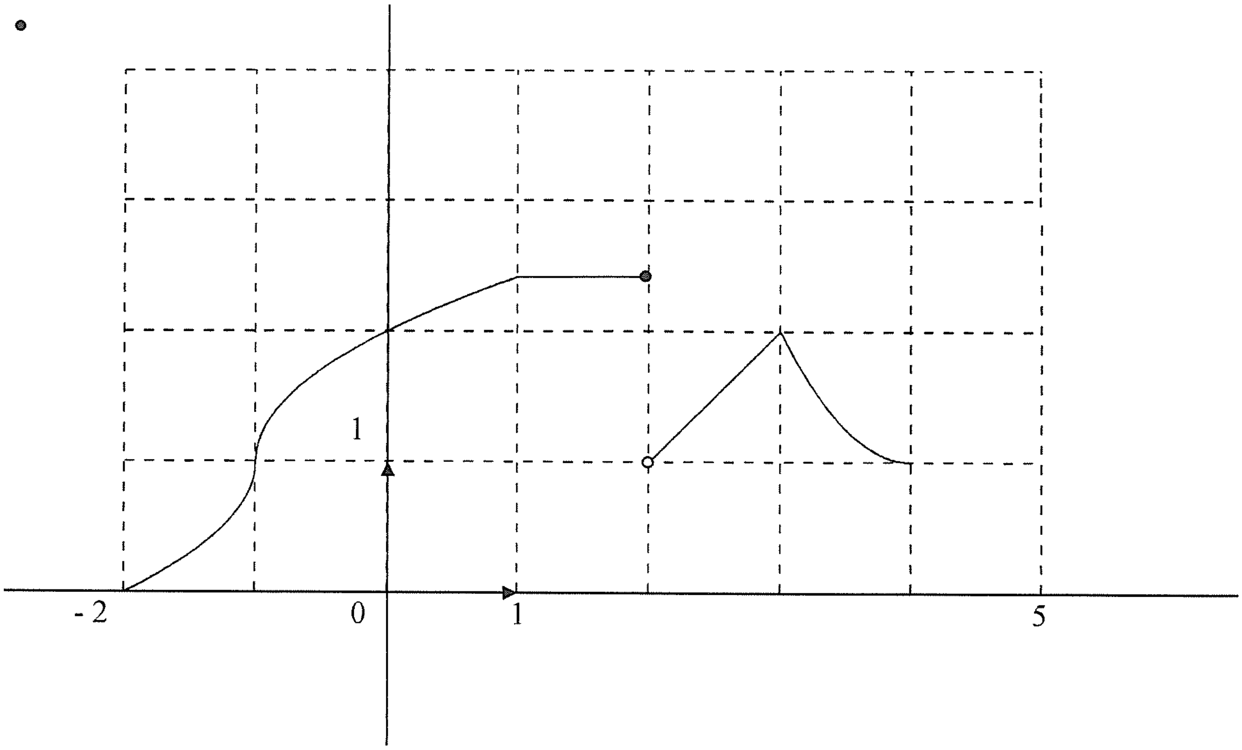
- 2.3
  On considère la fonction f définie sur $]-1\ ;\ +\infty[$ par $f(x) = 2x + 3 + \dfrac{x^2}{2x+3}$.
  A l'aide de la fonction affine tangente, donner en justifiant le nombre dérivé de f en 0.

3. Savoir déterminer la fonction dérivée d'une fonction donnée :

- Soit f la fonction définie sur $[0\ ;\ 1[$ par $f(x) = \sqrt{\dfrac{x^3}{1-x}}$.
  Déterminer la fonction dérivée de f.

4. Savoir lire sur un graphique si une fonction est ou n'est pas dérivable en un point.

•



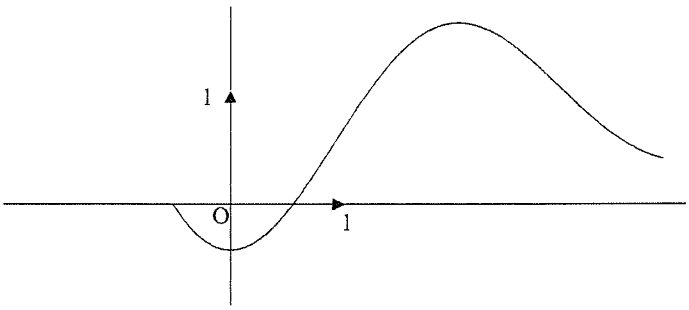
Voici la représentation graphique d'une fonction f définie sur l'intervalle [- 2 ; 4].
Utiliser cette représentation pour conjecturer quels sont les nombres de [- 2 ; 4] en lesquels f n'est pas dérivable.
Proposer une argumentation.

5. Savoir proposer la représentation graphique d'une fonction dérivable sur un intervalle [a ; b] ou non dérivable en des points isolés de [a ; b].

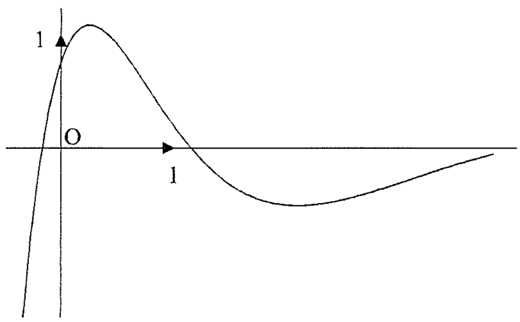
- Tracer la représentation graphique d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle [0 ; 2].
- Tracer la représentation graphique d'une fonction définie et continue sur [0 ; 2], non dérivable en 0, 1 et 2.

6. Savoir associer les représentations graphiques d'une fonction et de sa fonction dérivée.

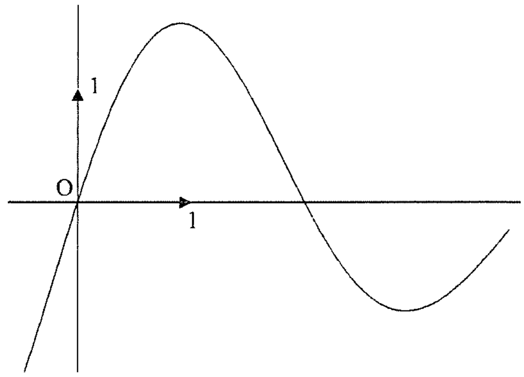
- Voici la représentation graphique d'une fonction f définie sur l'intervalle [- 0,5 ; 3,8].



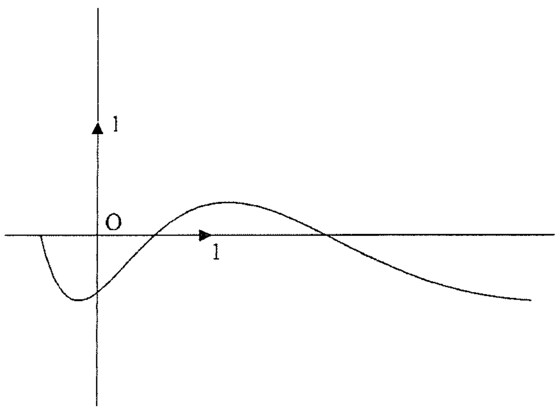
Une des quatre représentations graphiques tracées ci-dessous est celle de la fonction dérivée de f. Dire laquelle en argumentant les décisions.



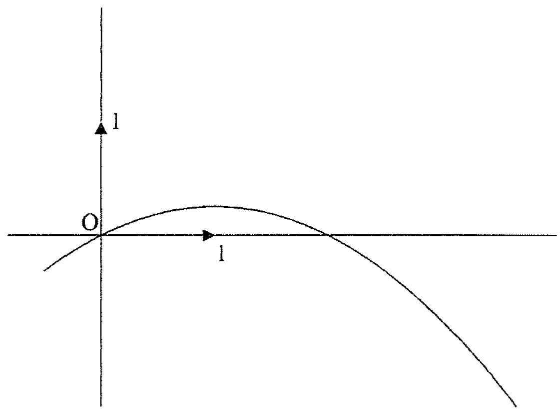
Proposition 1



Proposition 2



Proposition 3



Proposition 4

7. Savoir définir l'application affine tangente à une fonction f en un point x_0 .

- Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + 3x$.
  Définir l'application affine tangente en 1 à f.

9. Savoir utiliser une formule des accroissements finis.

- Soit la fonction f définie sur $]-1, +\infty[$ par $f(x) = \dfrac{1}{1+x}$
  Montrer que pour tout réel x positif on a : $-1 \leq f'(x) \leq 0$.
  En déduire que pour tout réel x positif on a : $-x + 1 \leq \dfrac{1}{x+1} \leq 1$.
  Illustrer graphiquement ce résultat.

- Soit la fonction f définie sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = \ln x$.

  Montrer, en appliquant la formule des accroissements finis à la fonction f sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$, que pour tout x de cet intervalle : $\dfrac{1}{x+1} \leq \ln(x+1) - \ln x \leq \dfrac{1}{x}$

SAVOIR-FAIRE SUR L'INTEGRATION

1. Savoir démontrer qu'une fonction est une primitive sur un intervalle d'une fonction donnée

2. Savoir déterminer une fonction primitive sur un intervalle :
   - 2.1. en utilisant des primitives de fonctions de références
   - 2.2. en reconnaissant des formes usuelles :

     □ $u^n u'$ □ $\dfrac{u'}{u}$ □ $u'e^u$ □ $u'v + uv'$ □ $\dfrac{u'v - uv'}{v^2}$
   - 2.3. en transformant l'expression de la fonction :
     - 2.3.1. en transformant un produit en somme
     - 2.3.2. en transformant un quotient en somme (la décomposition en éléments simples n'est pas au programme)
     - 2.3.3. en linéarisant dans le cas des fonctions circulaires du type $\cos^n \sin^p$
   - 2.4. en utilisant une ou plusieurs intégrations par parties

3. Savoir associer la représentation graphique d'une fonction f à celle d'une de ses primitives

4. Savoir calculer la valeur exacte d'une intégrale :
   - 4.1. en déterminant une primitive
   - 4.2. en intégrant par parties
   - 4.3. en utilisant les propriétés de l'intégrale (relation de Chasles, linéarité)

5. Savoir calculer une valeur approchée d'une intégrale :
   - 5.1. en encadrant la fonction
   - 5.2. en suivant un algorithme donné

6. Savoir déterminer le signe d'une intégrale sans la calculer

7. Savoir déterminer des propriétés de la fonction F définie sur un intervalle I par

   $F(x) = \int_a^x f(t)\,dt$ connaissant celles de f
   - 7.1. Savoir donner la dérivée de f
   - 7.2. Savoir donner le sens de variation de F connaissant le signe de f
   - 7.3. Savoir calculer une limite de F à l'aide d'un encadrement donné ou d'une majoration (minoration) donnée de f

8. Savoir exprimer et calculer l'aire de certaines parties du plan ou le volume d'un solide de révolution.
   - 8.1. Savoir donner l'expression de l'aire d'un domaine
   - 8.2. Savoir calculer l'aire de certaines parties du plan ou le volume d'un solide de révolution

1. Savoir démontrer qu'une fonction est une primitive sur un intervalle d'une fonction donnée

- Soient les fonctions $F : x \mapsto \frac{1}{3}x\sqrt{x}$ et $f : x \mapsto \frac{1}{2}\sqrt{x}$ définies sur [0 , +∞[

  a) F est-elle dérivable sur]0 ; + ∞[? sur [0 ; + ∞[?

  b) F est-elle une primitive de f sur [0 ; + ∞[?

- Déterminer les réels a, b et c pour que la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = (ax^2 + bx + c)e^x$ soit une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x^2 - x)e^x$.

2. Savoir déterminer une fonction primitive sur un intervalle

- 2.1. Déterminer l'expression générale des primitives des fonctions suivantes. On indiquera un intervalle sur lequel sont définies ces primitives et la formule utilisée.

□ $f(x) = 1 + \tan^2(x)$ □ $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x^3} - x^3 + \frac{1}{2}$ □ $h(x) = 6\cos(2x) + \sin(3x)$

□ $k(x) = x^n$ $(n \in \mathbb{Z})$ □ $l(x) = \sqrt{3x}$ □ $t(x) = e^{2x+3}$

- 2.2. Déterminer les fonctions primitives des fonctions suivantes sur les intervalles I donnés.

□ $f(x) = (2x - 3)(x^2 - 3x - 4)$ sur $I = [-2 ; 3]$ □ $g(x) = (x - 3)^4$ sur $I = [-1 ; 2]$

□ $h(x) = \frac{(2x-3)}{(x^2 - 3x - 4)}$ sur $I = [0 ; 2]$ □ $k(x) = (2x - 3)e^{(x^2-3x-4)}$ sur $I = [0 ; 1]$

□ $i(x) = \sin(x)\cos^3(x)$ sur $I = \left[-\frac{\pi}{2} ; \frac{\pi}{2}\right]$ □ $j(x) = \frac{\cos(x)}{\sin^2(x)}$ sur $I = \left[-\frac{\pi}{3} ; -\frac{\pi}{6}\right]$

□ $l(x) = \frac{1}{x \ln x}$ sur $I = [e ; e^2]$ □ $m(x) = \ln x + 1$ sur $I =]0 ; +\infty[$

□ $n(x) = \frac{2x \sin x - x^2 \cos x}{\sin^2 x}$ sur $I =]0 ; \pi[$ □ $p(x) = \tan x$ sur $I = \left]-\frac{\pi}{2} ; \frac{\pi}{2}\right[$

- 2.3.1.

  □ Calculer une primitive de la fonction f définie par $f(x) = (x - 3)(x^2 - 5x - 4)$ sur $I = [-2 ; 3]$

  □ Déterminer , sans linéariser cette fonction, une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \sin^3 x$

- 2.3.2.

  □ Soit f la fonction définie sur l'intervalle $I = [0 ; 1]$ par $f(x) = \dfrac{x+3}{x+2}$.

  Déterminer la primitive de f sur I s'annulant en 0.

  □ Même question lorsque f est la fonction définie sur $[-2 ; 0]$ par $f(x) = \dfrac{x+3}{x-1}$

  □ Soit f la fonction définie sur $[-1 ; 2]$ par $f(x) \dfrac{x^2 + 3x - 1}{x + 2}$.

  Déterminer les réels a, c et c tels que pour tout x de $[-1 ; 2]$, $f(x) = ax + b + \dfrac{c}{x+2}$, puis déterminer une primitive de f sur $[-1 ; 2]$.

- 2.3.3. Déterminer une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction f définie par $f(x) = \cos^4 x$.

- 2.4. En intégrant une ou deux fois par parties, déterminer la primitive de f sur l'intervalle I qui s'annule en a.

  □ $f(t) = t\sqrt{2t+3}$; $I =]-1,5 ; +\infty[$; $a = -1$

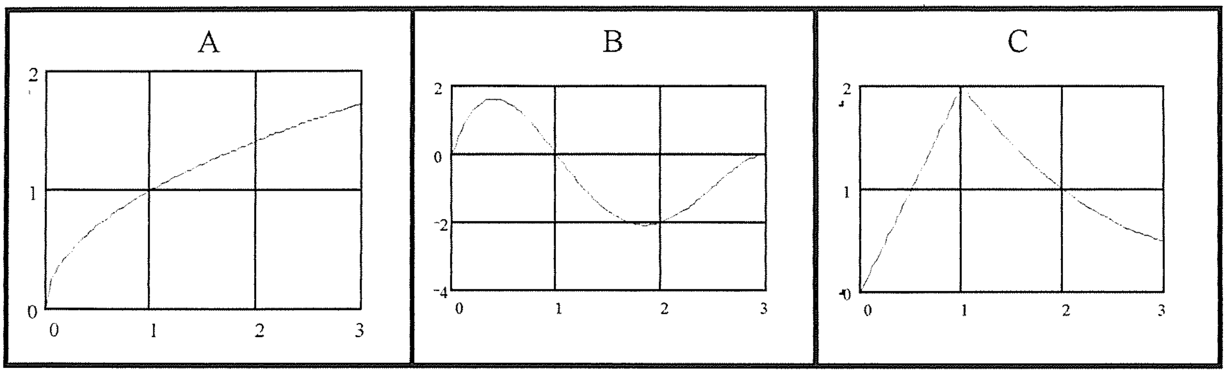
  □ $f(t) = t^2 \sin t$; $I = \mathbb{R}$; $a = 0$

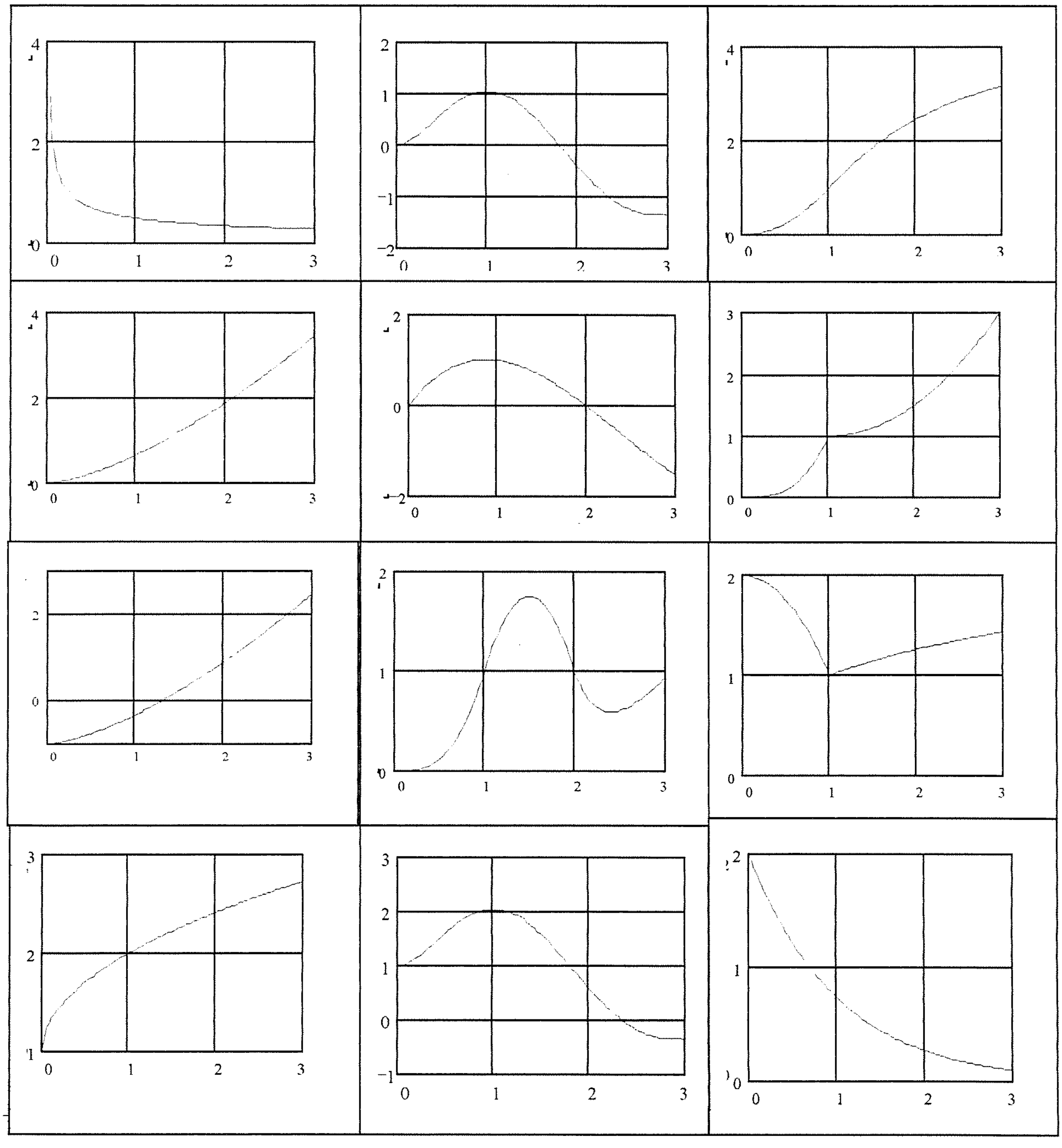
  □ $f(t) = \ln(2t + 3)$; $I =]-1,5 ; +\infty[$; $a = 1$

  □ $f(t) = t^2 e^t$; $I = \mathbb{R}$; $a = 0$

3. Savoir associer la représentation graphique d'une fonction à celle d'une de ses primitives

- Dans les trois cadres supérieurs A, B, C sont représentées trois fonctions f.
  Quelles sont, parmi les fonctions représentées au-dessous de chacune des trois fonctions f, celles qui sont susceptibles de représenter des primitives de cette fonction sur l'intervalle $[0;3]$?
  Il est demandé d'expliciter vos critères de choix et/ou d'élimination.





4. Savoir calculer la valeur exacte d'une intégrale

- 4.3.

  □ On considère les intégrales I et J définies respectivement par :

  $$I = \int_0^1 \frac{1}{1+e^t}dt \quad \text{et} \quad J = \int_0^1 \frac{e^t}{1+e^t}dt$$

  Calculer $I_0 + I_1$ et I_1. En déduire la valeur de I_0.

  □ Calculer $\int_{-3}^{2} |x+1|dx$.

5. Savoir calculer une valeur approchée d'une intégrale

- 5.1. Sachant que : pour tout t de [0 ; 1], $1 + \frac{t^2}{2} - \frac{t^4}{8} \leq \sqrt{1+t^2} \leq 1 + \frac{t^2}{2} - \frac{t^4}{8} + \frac{t^6}{16}$,

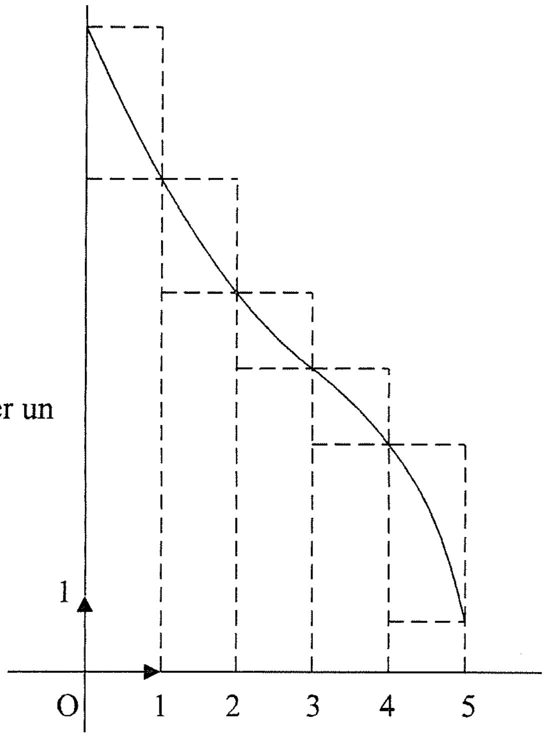
  donner un encadrement de $\int_0^1 \sqrt{1+t^2}\, dt$.

- 5.2.
  Une fonction f définie sur l'intervalle [0 ;5]
  est représentée ci-contre.

  On donne également le tableau de valeurs suivant :

Valeur de x	0	1	2	3	4	5
Valeur de f(x)	8,5	6,5	5	4	3	$\frac{2}{3}$

  Exploiter ce graphique et ce tableau de valeurs pour donner un encadrement de $\int_0^5 f(x)dx$.



6. Savoir donner le signe d'une intégrale sans la calculer

□ Sans calculer l'intégrale I, peut-on déterminer son signe ? Justifier votre affirmation.

a) $I = \int_{-3}^{1} \frac{dx}{x^2+1}$ b) $I = \int_{\frac{3\pi}{4}}^{0} e^x \sin(x)dx$ c) $I = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}} \sin(x)dx$ d) $I = \int_{2}^{1} \frac{dx}{\sqrt{x^2+1}}$

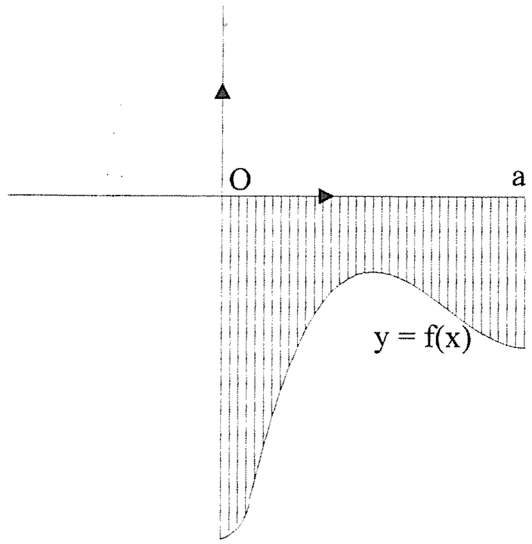
□ On considère la fonction I définie sur $\mathbb{R}$ par $I(x) = \int_1^x \sqrt{1+t^2}\, dt$.

Donner le signe de I(x) suivant les valeurs de x.

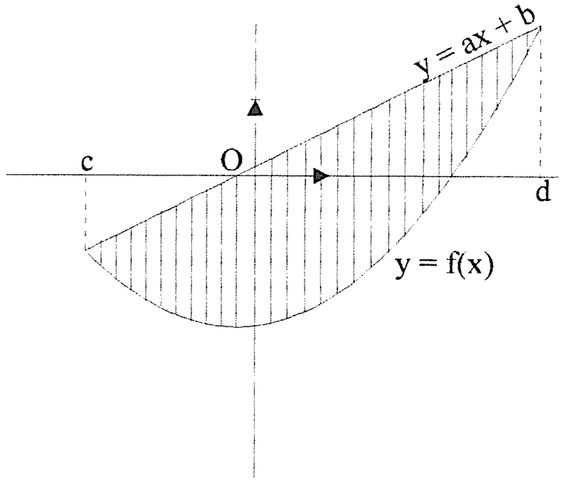
8. Savoir exprimer et calculer l'aire de certaines parties du plan ou le volume d'un solide de révolution.

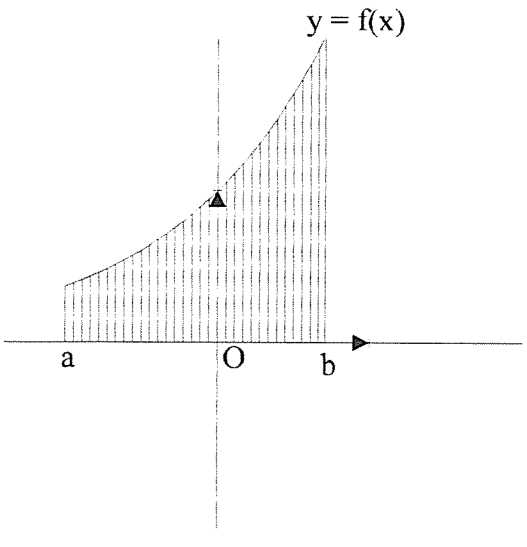
- 8.1. Exprimer les aires en unités d'aire des quatre domaines suivants :

Domaine numéro 1

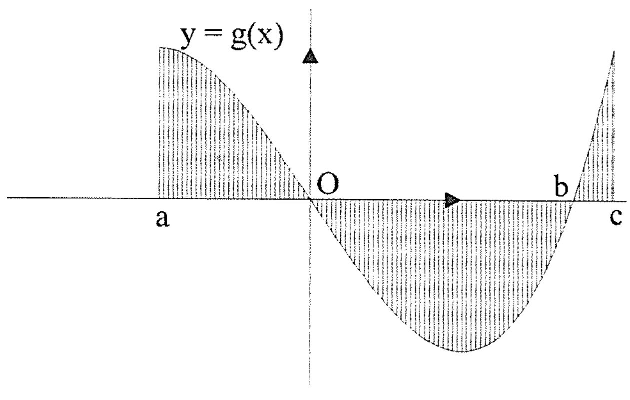


Domaine numéro 2





Domaine numéro 3



Domaine numéro 4

- 8.2.

  Soit (C) la courbe représentative de la fonction f définie sur $\left[\frac{1}{e}, e\right]$ par $f(x) = 1 - \ln(x)$ dans le plan muni d'un repère orthonormal (unité graphique 2 cm). (figure n°1.)

  □ Calculer l'aire de la partie du plan comprise entre l'axe des abscisses , la courbe (C) et les droites d'équations respectives : $x = \frac{1}{e}$ et $x = e$. (On pourra utiliser une intégration par parties)

  □ Vérifier que la fonction G définie par $G(x) = x\,[\ \ln^2(x) - 2\ln(x) + 2\ ]$ est une primitive sur [1/e ; e] de la fonction g définie par $g(x) = \ln^2(x)$ sur $\left[\frac{1}{e}, e\right]$.

  □ Déterminer le volume en cm^3 du solide de révolution engendré par la rotation de la courbe (C) autour de l'axe des abscisses. On donnera la valeur exacte puis une valeur approchée à 10^{-3} près.

  □ Calculer le volume du solide représenté à la figure 2.

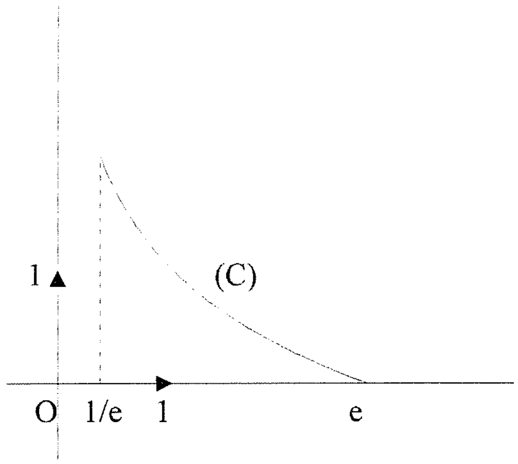


FIGURE 1

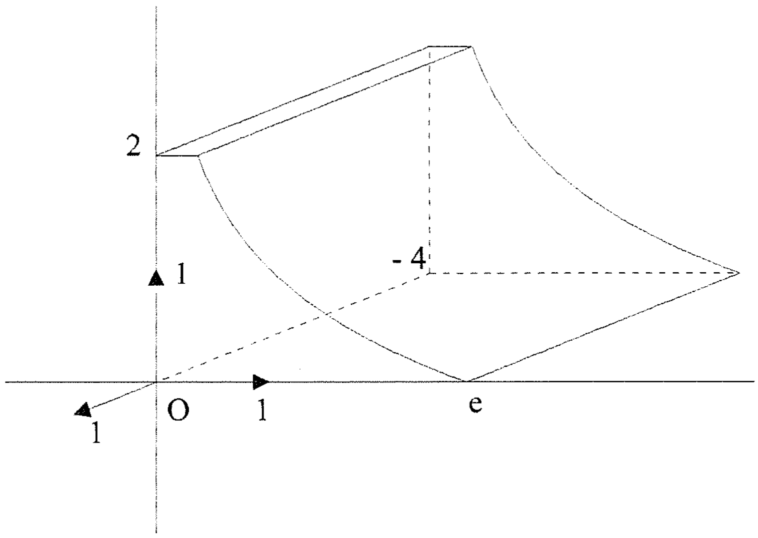


FIGURE 2

I.R.E.M. de Franche-Comté
UFR des Sciences et Techniques
16, route de Gray, La Bouloie
F-25030 BESANÇON cedex
Tél. : 03.81.66.61.92 - Fax : 03.81.66.61.99
Courrier électronique : iremfc@math.univ-fcomte.fr
http://pegase.univ-fcomte.fr/CTU/IREM/lieux.htm#Besançon

TITRE : SAVOIRS, SAVOIR-FAIRE EN ANALYSE EN TERMINALE SCIENTIFIQUE

AUTEURS : GROUPE LYCEE DE L'IREM

PUBLIC CONCERNE : ENSEIGNANTS ET ELEVES DE TERMINALE SCIENTIFIQUE

DATE : MAI 1998

MOTS CLES : Savoirs, savoir-faire, analyse, fonction, limite dérivation, intégration, suites.

RESUME : Savoirs, savoir-faire en Terminale Scientifique dans le domaine de l'analyse, répertoriés dans 5 chapitres. Fonctions, limites, suites, calcul différentiel, intégration. Ces savoirs et savoir-faire sont illustrés par des exercices qu'on aimerait que chaque élève de TS sache faire, lorsqu'il s'engage à l'issue de la terminale dans une filière scientifique.
Format A4 - Nombre de pages : 30- Poids : 100 g

IREM DE BESANÇON

Dépot Légal: 98/115

Numéro ISBN : 2.909963.23.3