

Croquons la pomme des maths

André Deledicq

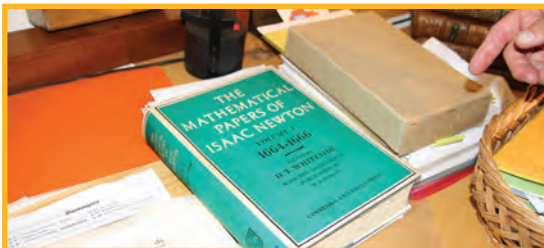
Président d'honneur de l'association
Kangourou sans frontières

Existe-t-il une meilleure manière de croquer les mathématiques que dans une pomme ? Inutile d'aller chercher ailleurs en effet : à lui seul, ce fruit délicieux nous permet de revisiter un pan historique et capital de l'histoire des mathématiques.

Le premier croquement de pomme du monde ne fut pas essentiellement mathématique, sauf à illustrer une égalité issue de l'amour primordial : $1 + 1 = 3$. Croquons plutôt dans la plus célèbre des pommes mathématiques, celle de Newton ! La légende veut que, pendant l'été 1666, Isaac Newton (1643–1727) vivait chez ses parents au manoir de Woolsthorpe-by-Colsterworth, un hameau du comté du Lincolnshire en Angleterre. Allongé dans l'herbe sous un pommier devenu fameux, le savant britannique rêvassait en regardant la Lune, ronde et comme suspendue dans le ciel. Il l'imaginait se déplaçant lentement, fidèle à son orbite.

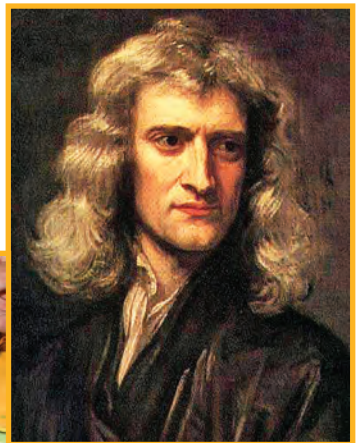
Un jour, cependant, la chose l'intrigua : pourquoi restait-elle là, apparemment immobile ?

Car si la Lune tournait autour de la Terre, et si aucune force connue ne s'exerçait sur elle, elle aurait dû s'enfuir en prenant la tangente !



Premiers écrits de Newton,
réunis en un ouvrage.

© É. Thomas, 2016



Portrait d'Isaac Newton.
Copie d'une peinture
de Sir Godfrey Kneller (1689).

© Yeenosaurus, 2018
(Institut de mathématiques
de l'université de Cambridge)

Il y avait donc une force qui s'exerçait sur elle. Mais quelle sorte de force ? Et d'où cette force tirait-elle son origine ?

Une petite pomme pour l'homme, un grand pas pour la science

Au-dessus de lui, Newton vit alors une pomme trembler sur sa branche, se détacher et tomber à quelques pouces de son visage. Toujours selon la légende, il sursauta, s'appuya sur les coudes, regarda la pomme rouge sur l'herbe verte et s'écria : « *Eureka!* » Il eut en effet la sensation d'avoir trouvé ce qu'il cherchait depuis quelque temps : si la pomme était tombée, c'est qu'une force l'avait attirée vers le sol.



La maison natale d'Isaac Newton
à Woolsthorpe-by-Colsterworth.

© Xander89, 2007

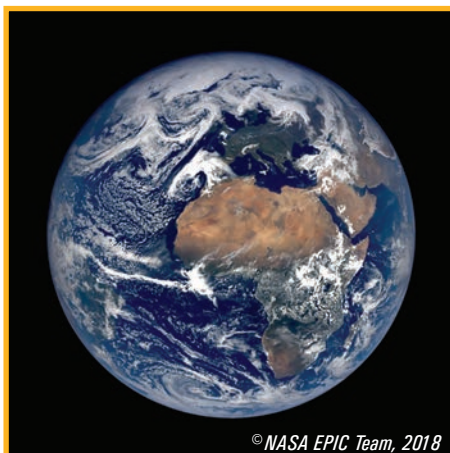


Le dicton dit :

« Une pomme chaque jour éloigne
le médecin pour toujours »
(à condition de bien viser ?).

© Jeremy007, 2010

Pour la Lune, c'était pareil : elle aurait suivi la tangente à son orbite si elle n'était pas, en même temps, tombée vers le sol, attirée qu'elle était par la Terre comme l'était la pomme ou comme le serait tout autre objet pesant. Comme il l'écrira, un peu plus tard dans les *Principes mathématiques de la philosophie naturelle*, livre troisième, proposition 4 du livre 3 : « *La Lune gravite vers la Terre et, par la force de cette gravité, elle est continuellement retirée du mouvement rectiligne et retenue dans son orbite. La force qui retient la Lune dans son orbite tend vers la Terre et cette force est en raison inverse du carré de la distance des lieux de la Lune au centre de la Terre.* »



© NASA EPIC Team, 2018



© Gregory H. Revera, 2010

La Lune est effectivement attirée par la Terre.

Refaisons ensemble les calculs de Sir Isaac Newton

Suivons maintenant le raisonnement d'Isaac Newton, inspirés par la remarquable traduction proposée par Gabrielle Émilie Le Tonnelier de Breteuil, dite Émilie du Châtelet (1706–1749). Femme de lettres, mathématicienne et physicienne française, elle est un personnage majeur du siècle des Lumières.

Supposons que, à un certain moment, la Lune ait été située en L, à environ 384 000 km de la Terre. Si la Lune n'était pas attirée par la Terre, elle aurait suivi la trajectoire [LE), tangente à sa trajectoire précédente.

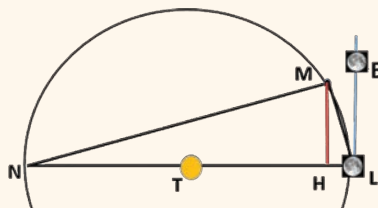


Portrait d'Émilie du Châtelet par Maurice-Quentin de La Tour.

© RockMagnetist, 2013
(Choisel, Yvelines, collection particulière)

La Lune attirée par la Terre
et la Terre attirée par la Lune.

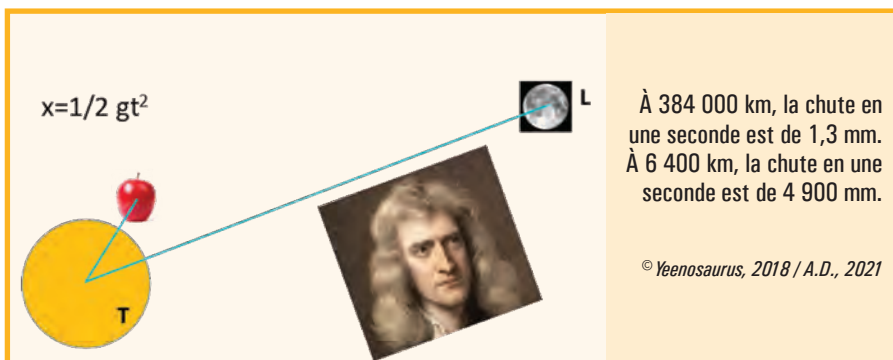
© A.D., 2021



© A.D., 2021

Pour bien comprendre la suite du raisonnement de Newton, il convient de saisir les sous-entendus de la figure précédente : entre L et M, la Lune a parcouru 1 km. Ce n'est presque rien devant le rayon de son orbite, qui est presque un demi-million de fois plus grand. De sorte que l'angle $\widehat{\text{LTM}}$ est, dans la réalité, tout à fait minuscule, et que ce kilomètre, longueur de l'arc LM, est aussi la longueur du segment [LM], mais aussi du segment [HM], ou même du segment [LE]. De plus, la figure étant extrêmement « écrasée » sur le diamètre [NL], les segments [HL] et [ME] sont en réalité quasi confondus !

78



La Lune chute vers le centre de la Terre, de 1,3 mm en une seconde ! Et cela se passe à 384 000 km de ce centre.

Mais Newton savait, depuis Galilée et comme nous, que, quelle que soit sa masse, un objet chute vers le centre de la Terre de 4,9 m en une seconde. Et cela se déroule à 6 400 km de ce centre.

Or, comment passe-t-on de 6 400 à 384 000 ? En multipliant par 60. Et comment passe-t-on de 1,3 à 4 900 ? En multipliant par 3 760, qui n'est « pas très loin » de 3 600, soit 60×60 . Autrement dit, à peu de choses près : si l'on se trouve k fois plus loin (du centre) de la Terre, sa force d'attraction est k^2 fois plus petite.

Et Newton s'enhardit à énoncer une loi générale et universelle :

L'attraction entre deux corps est inversement proportionnelle
au carré de leur distance.

A. D.



*Monument allégorique
à Sir Isaac Newton
par Giambattista Pittoni, 1729
(détail).*

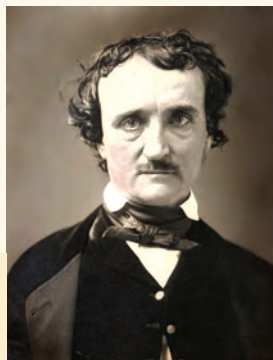
© É. Thomas, 2018
(Grand Palais, Paris)

L'hommage d'un géant de la littérature

Au XIX^e siècle, le conteur-poète romantique Edgar Allan Poe (1809 – 1849) a magnifiquement évoqué la loi de Newton dans un texte peu connu mais d'un lyrisme flamboyant, bien rendu par la traduction de Baudelaire.

Edgar Poe vers 1848
(photographie inconnu, daguerréotype de W.S. Hartshorn).

© Googol30, 2020



Ce poème en prose de 1848 a pour titre *Eureka* ; en voici un court extrait :

« Permettez-moi de répéter et de préciser ce qu'affirme la loi de la gravitation : chaque atome, dans chaque corps, attire chaque autre atome, appartenant au même corps ou appartenant à un autre corps, avec une force qui varie en raison des carrés des distances entre l'atome attirant et l'atome attiré !

Que le lecteur s'arrête un moment avec moi pour contempler la miraculeuse, ineffable et absolument unimaginable complexité des rapports impliquée dans ce fait que chaque atome attire chaque autre atome... Eussions-nous simplement découvert que chaque atome tendait vers un point favori, vers quelque atome particulièrement attractif, nous serions encore tombés sur une découverte qui, en elle-même, aurait suffi pour accabler notre esprit ; mais quelle est cette vérité que nous sommes actuellement appelés à comprendre ? C'est que chaque atome attire chaque autre atome, sympathise avec ses plus délicats mouvements, avec chaque atome et avec tous, toujours, incessamment, suivant une loi déterminée dont la complexité, même considérée seulement en elle-même, dépasse absolument les forces de l'imagination humaine.

Si je me propose de mesurer l'influence d'un seul atome, je ne puis pas accomplir mon dessein sans d'abord compter et peser tous les atomes de l'Univers et considérer la position précise de chacun à un moment particulier de la durée.

Si je m'avise de déplacer, ne fut-ce que de la trillionième partie d'un pouce, le grain microscopique de poussière posé maintenant sur le bout de mon doigt, quel est le caractère de l'action que j'ai eu la hardiesse de commettre ?

J'ai accompli un acte qui ébranle la Lune dans sa marche, qui contraint le Soleil à n'être plus le Soleil, et qui altère pour toujours la destinée des innombrables myriades d'étoiles qui roulent et flamboient devant la majesté de leur Créateur. »