Quand les mathématiques font l'histoire politique

Antoine Houlou – Garcia

Chargé de cours à l'université de Trente (Italie)

Dans le choix d'un régime politique, il y a bien sûr de nombreuses notions directement liées à la politique elle-même : justice, liberté, efficacité, équité… La plupart du temps, les philosophes politiques se sont penchés sur ces questions sans faire appel aux mathématiques, ce qui n'a d'ailleurs rien de surprenant pour le citoyen contemporain. Certains, néanmoins, ont tenté, avec plus ou moins de succès et de rigueur, de fonder leur pensée politique, ou du moins de l'étayer, par des raisonnements mathématiques. Parmi eux, citons Platon, qui est sans doute assez connu pour cet aspect, mais n'oublions pas Jean-Jacques Rousseau, qui l'est sans doute moins, et pourtant ses développements mathématiques dans le *Contrat social* (1762) révèlent une véritable préoccupation mathématique.

À gauche, sculpture figurant Platon (vers –428, vers –348), par Joseph Rayol (1688).
À droite, monument à Jean-Jacques Rousseau (1712 – 1778), réalisé par Albert Bartholomé en 1907.

©É. Thomas, 2017 (jardins du château de Versailles) *©É. Thomas, 2018 (Panthéon, Paris)*

Considérons, dans ce bref article, la politique comme un problème purement mathématique, en ce sens qu'elle se penche sur le nombre : puisque la politique commence lorsqu'au moins deux personnes sont présentes (la politique ne peut se faire tout seul), elle est nécessairement liée au nombre et à la conception que l'on s'en fait. Non pas du nombre en tant que « nombre de personnes présentes », mais en tant que nombre en soi, c'est-à-dire bien la conception que l'on se fait des mathématiques.

De l’harmonie mathématique à l’harmonie politique

Le premier exemple qui nous semble révélateur est celui de Pythagore. Sa conception du nombre est liée à la notion d’harmonie : en grec, l’univers est désigné par le terme cosmos, qui signifie aussi bien « univers » que « le bon ordre des choses », et même la parure, l’ornement. L’univers est donc intrinsèquement lié à la beauté, et donc à une forme d’harmonie car le désordre ne peut engendrer que la dissonance.

C’est précisément dans les sons dissonants et consonants que Pythagore (ou peut-être plutôt ses disciples) trouvèrent le lien entre les mathématiques et la musique : la *gamme pythagoricienne*. Le principe en est assez simple : si l’on prend une corde vibrante (un élastique par exemple) et qu’on la fait vibrer, elle émet un son. Par commodité, disons qu’il s’agit d’un do. Si on en fait vibrer la moitié, elle émet le même son à l’octave supérieure. Si on en fait vibrer les deux tiers, elle émet un son différent du premier, qui est en harmonie avec le son initial. Il s’agit de la quinte : on passe du *do* au *sol*. Dès lors, l’idée consiste à faire la quinte de la quinte (la quinte du *sol*, qui est le *ré*), puis la quinte de la quinte de la quinte (la quinte du *ré*, qui est le *la*) et ainsi de suite pour « créer » toutes les notes possibles à partir de notre son initial. Il se trouve qu’au bout de douze itérations, on retombe quasiment sur le *do*. Et l’approximation ici suffit à Pythagore pour établir une gamme de douze notes (qui fut utilisée jusqu’au XVIIIe siècle et l’arrivée de la *gamme tempérée*, qui corrige cette approximation).

Buste de Pythagore (vers –580, vers –495).

© Bertrand Hauchecorne, 2016 (Rome, Italie)

De la musique et des nombres, mais jusqu’à présent aucune politique à l’horizon. Pourtant, c’est bien de la théorie mathématico–musicale que la politique pythagoricienne émergea. La gamme pythagoricienne a cette propriété remarquable que toutes les notes sont en proportion de nombres entiers : grâce à la multiplication par deux tiers, on reste toujours avec des rapports d’entiers.

Cela fait dire à Pythagore que l'harmonie, non seulement musicale mais plus généralement l'harmonie du cosmos, se fonde sur des rapports de nombres entiers. Il doit donc en aller de même pour la politique.

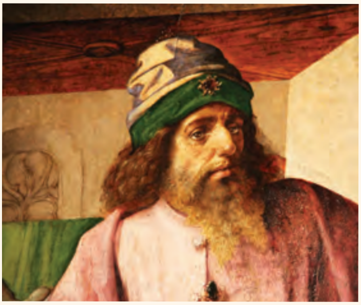
Comment alors transformer l'harmonie musicale en harmonie politique ? Il suffit d'imaginer les individus comme des cordes de longueurs différentes, ces longueurs correspondant au mérite de chacun. Dans la société comme dans une harpe, il faut que chaque corde ait une place correspondant à sa longueur (respectivement, à son mérite), faute de quoi on risque la dissonance (respectivement, l'anarchie). En effet, si une personne de peu de vertu s'élève plus haut que les personnes vertueuses, le régime politique se corrompra nécessairement.

Telle est la pensée politique pythagoricienne : une sorte de méritocratie avant l'heure (le terme fut inventé par le politologue Michael Dunlop Young dans *The Rise of the Meritocracy* en 1958, un roman d'anticipation qui dénonce les côtés obscurs de la méritocratie). Pythagore met donc en place une oligarchie sous forme d'aristocratie intellectuelle à Crotone, ville d'Italie du Sud (la Grande Grèce) gouvernée par ses meilleurs disciples et dont il est l'éminence grise.

Médiété géométrique *versus* médiété arithmétique

Or, dans les années –510, alors que le gouvernement pythagoricien est en place dans la cité et devient influent dans la région, une ville distante d'à peine 100 km au nord, Sybaris, passe sous régime démocratique. La démocratie, qui est également en train de naître à Athènes, commence à se diffuser dans plusieurs cités du monde grec. Utilisant le prétexte que les disciples de Pythagore ont été chassés de Sybaris (parce qu'ils promeuvent une politique oligarchique), et craignant surtout que les idées démocratiques ne viennent troubler l'ordre politique de Crotone, Pythagore demande à son gouvernement d'entrer en guerre contre Sybaris. L'expédition, conduite par le célèbre athlète Milon de Crotone, est un succès ; Sybaris est rasée.

Cette guerre est certes politique, mais elle est également mathématique. Car la conception mathématique de la démocratie s'oppose frontalement à la conception mathématique de la méritocratie pythagoricienne. Pythagore fonde son harmonie et sa justice politique sur le concept de *médiété géométrique* : on doit obtenir proportionnellement à son mérite, ce qui met au centre de la politique la commensurabilité des mérites et donc leur rapport (au sens de fraction). À l'inverse, la démocratie se fonde sur la *médiété arithmétique* : tout le monde doit obtenir la même chose (égalité parfaite). La référence explicite aux médiétés géométrique et arithmétique est faite par les pythagoriciens, puis reprise notamment par Platon dans la *République* et Aristote dans sa *Politique*. Il ne s'agit pas d'une relecture mathématique postérieure de la politique grecque mais bien d'arguments centraux dès l'époque.



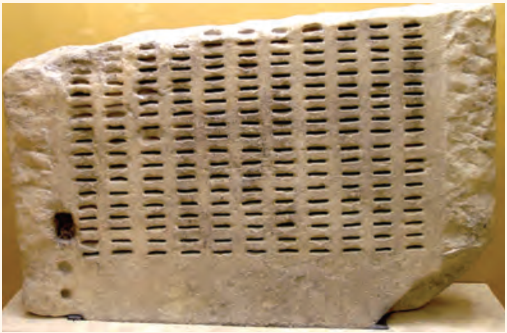
Aristote (–384, –322), tel que représenté en 1476 par Juste de Gand et Pedro Berruguete.

La médiété arithmétique se traduit ainsi dans la démocratie athénienne (on ne sait malheureusement pas grand-chose de la démocratie de Sybaris) à travers divers concepts et pratiques politiques. Puisque les citoyens sont égaux, il faut qu'ils aient une même possibilité de parole publique (*iségoria*), ce qui se traduit par le fait que si un citoyen prend trop d'espace politique, en intervenant trop souvent ou en prenant trop de poids politique (en devenant un leader), on peut le chasser de la cité (*ostracisme*) pour préserver l'égalité démocratico–arithmétique de la parole.

Une démocratie de l'équiprobabilité : le tirage au sort

Pour faire en sorte que tous les citoyens puissent participer activement au gouvernement, le tirage au sort est utilisé : tous les citoyens qui le souhaitent peuvent écrire leur nom sur une petite plaquette en bois, qui sera mélangée avec toutes les autres. Elles sont ensuite insérées par un préposé dans les encoches d'une stèle en pierre (le *klérotérion*). On introduit enfin dans un tube des cubes blancs et noirs (dont le nombre est une péréquation entre le nombre de candidats, le nombre de postes à pourvoir et le nombre de lignes et de colonnes du dispositif) que l'on fait sortir un à un : si, en premier, un cube blanc sort, on retient les citoyens de la première ligne ; si ensuite un cube noir sort, on exclut les citoyens de la deuxième ligne, et ainsi de suite jusqu'à avoir le nombre de citoyens nécessaire.

Cette « machine à tirer au sort » est centrale dans la démocratie athénienne où doit régner l'équiprobabilité d'être tour à tour gouvernant et gouverné.



Klérotérion
(machine à tirer au sort les citoyens retenus pour participer aux jurys populaires à Athènes).

© *Marsyas, 2005*
(musée de l'Agora antique d'Athènes)

Pour que même les Assemblées ne soient pas plus fortes que les individus, n'importe quel citoyen pouvait se présenter devant le tribunal politique (Héliée) pour déposer une action en illégalité (*graphê para nomon*) contre un autre citoyen qui avait proposé une loi ou un décret à l'Assemblée, même si cette proposition avait été adoptée à l'unanimité. Durant l'examen de la plainte, la loi en question était suspendue par précaution. Après un temps pour que chacune des parties puisse préparer son dossier, celui qui avait proposé la loi devait la défendre tandis que le plaignant devait l'attaquer. Ainsi, une loi qui s'avérait, après examen, contraire aux principes de la démocratie ou à une partie du peuple, se trouvait abrogée.

Quant au vote, il se faisait toujours à la majorité. Pourquoi la majorité ? Parce que, comme le note Aristote, *« la majorité a des prétentions qu'elle peut opposer à celles de la minorité ; car la majorité, prise dans son ensemble, est plus puissante, plus riche et meilleure que le petit nombre »* (*Politique*, III, 1283a). L'argument arithmétique est bien au centre de la procédure de vote à Athènes.

Aujourd'hui, l'égalité arithmétique existe toujours dans l'égalité des voix (ce qui ne fut pas toujours une évidence dans les démocraties modernes, où le vote pondéré fut défendu notamment par John Stuart Mill dans ses *Réflexions sur le gouvernement représentatif* en 1861). Pour autant, l'équiprobabilité a été abandonnée au profit du modèle représentatif, dans lequel on retrouve la notion de commensurabilité pythagoricienne : être élu nécessite de montrer qu'on est « meilleur » que les autres, qu'on a « plus de compétences que les simples citoyens ».

C'est ainsi que de nombreux politologues contemporains utilisent implicitement l'idée de la commensurabilité des citoyens pour distinguer ceux qui sont capables de gouverner, ceux qui ont suffisamment de lumières pour voter, et la masse des autres : l'économiste américain Bryan Caplan (né en 1971) ou encore le philosophe américain Jason Brennan (né en 1979), parmi les plus célèbres, proposent ainsi des arguments antidémocratiques fondés implicitement sur une approche mathématique de la démocratie.

Quant à l'incommensurabilité, elle a aussi ses conséquences en politique et est le signe de la disparition de la démocratie. Aristote en parle en ces termes : *« Si dans l'État un individu, ou même plusieurs individus, trop peu nombreux toutefois pour former entre eux seuls une cité entière, ont une telle supériorité de mérite que le mérite de tous les autres citoyens ne puisse entrer en balance, et que l'influence politique de cet individu unique, ou de ces individus, soit incomparablement plus forte, de tels hommes ne peuvent être compris dans la cité. Ce sera leur faire injure que de les réduire à l'égalité commune, quand leur mérite et leur importance politiques les mettent si complètement hors de comparaison ; de tels personnages sont, on peut dire, des dieux parmi les hommes »* (*Politique*, III, 1284a).

Les mathématiques firent ainsi l'histoire de la démocratie dès ses prémices, avec la tentative de Sybaris obstruée par la conception mathématico-politique de Pythagore, puis avec la naissance du modèle démocratique athénien. Aujourd'hui, elles permettent d'analyser le caractère plus ou moins démocratique de nos démocraties contemporaines et le risque, lorsque l'on attend que les urnes donnent le pouvoir à un homme (rarement à une femme) providentiel, que nous oubliions l'essence de la démocratie qui réside, peut-être avant tout, dans la médiété arithmétique.

A. H.–G.

Pour en savoir (un peu) plus

Égalité politique, égalité mathématique. Bernard Vitrac, 1987, disponible en ligne.

Principes du gouvernement représentatif. Bernard Manin, Flammarion, 1995.

Politique et société en Grèce ancienne. Le « modèle » athénien. Claude Mossé, Flammarion, 1999.

Polis. Une introduction à la cité grecque. Morgens Hansen, Les Belles Lettres, 2008.