

# Les univers de Conway

Jacky Cresson

Professeur à l'Université de Pau et des Pays de l'Adour

L'Univers fait rêver. Ce simple mot nous fait imaginer galaxies, trous noirs et autres objets fascinants. Le prestigieux parrain du salon 2021 en sait quelque chose !

Les théories physiques qui sont à la base de notre compréhension du monde sont souvent ardues ; il est difficile de toucher des questions profondes sans faire appel à des mathématiques avancées. Essayons pourtant de nous y risquer à l'aide d'un petit modèle mathématique à la portée de tous\*. La question qui va nous occuper est la suivante : est-il raisonnable de chercher les lois de notre Univers ? Plus précisément : est-il raisonnable de penser qu'il y a des lois, et si oui est-il possible de les trouver ?

## Les lois de la nature, les univers de Conway et le jeu de la vie

Il est possible d'étudier ces questions sur des univers plus « simples », appelés ici *univers de Conway*, tout en suivant les idées de Stephen Hawking. Ils correspondent à une interprétation du *jeu de la vie*, inventé par le mathématicien britannique John Conway lorsqu'il cherchait un ensemble de lois élémentaires permettant l'existence d'objets s'auto-répliquant. Ce jeu n'en a que le nom puisqu'il n'y a pas de joueurs, mais un ensemble de lois créant ainsi un univers.

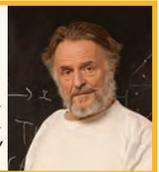


Stephen William Hawking  
(1942 – 2018).

© Lwp Kommunikáció,  
flickr.com

John Horton Conway  
(1937 – 2020).

© Denise Applewhite,  
Office of Communications,  
Princeton University



Existe-t-il des lois de la nature ? Poser cette question n'a rien d'anodin. Pour le mathématicien français Émile Borel (1871 – 1956), « *il paraît incontestable qu'au point de vue pratique [...] la croyance en ces lois est pour nous une nécessité : nous ne pourrions pas nous endormir si nous n'étions pas assurés que le soleil se lèvera demain. De même, on concevrait difficilement l'existence d'un homme, qui lâchant une pierre au-dessus de son pied, ne s'attendrait*

\* Cet article résume une activité menée auprès d'élèves de collèges, lycées (dans le cadre de MATH.en.JEANS) et de professeurs du secondaire (dans le cadre d'une formation de la Maison pour la science en Aquitaine).

*pas à la voir tomber et à avoir le pied écrasé*». (le Hasard, 1932). On présuppose en quelque sorte que le monde qui nous entoure est compréhensible et que certaines règles, certes cachées, permettent de l'approcher et de soulever le voile du mystère. Pour Albert Einstein (1879–1955), cette attitude est une sorte de « *religiosité cosmique* » et « *la recherche des lois élémentaires [...] à partir desquelles, par pure déduction, on peut acquérir l'image du monde* » constitue la « *tâche suprême du physicien* ». (Œuvres choisies d'Einstein, Le Seuil, volume 5, « Science, éthique, philosophie », édité par Jacques Merleau-Ponty et Françoise Balibar, 1989).

Mais qu'est-ce qu'une « loi de la nature » ? Nous dirons ici qu'une *loi* permet de faire un lien de cause à effet entre une certaine disposition de l'univers et un phénomène observé. Pour atteindre le statut de loi *de la nature*, la règle obtenue doit être universelle, aussi bien en temps qu'en espace. L'exemple de la gravitation de Newton permet d'expliquer ces deux nécessités : le phénomène fut d'abord observé sur Terre, mais à différents moments elle possédait les mêmes propriétés ; on supposa donc qu'elle était universelle en temps. L'observation du cheminement des planètes montra que la théorie permettait encore d'expliquer des phénomènes au niveau de notre système solaire. Le caractère universel de la loi pouvait alors être supposé. La gravitation devenait une loi de la nature.

## Une fois convaincu qu'elles existent, encore faut-il les trouver !

Les univers de Conway ont tous la même apparence. L'*univers* est constitué d'une grille rectangulaire finie (on ne sait pas *a priori* si la grille représente la totalité de l'univers qui est observé ou simplement sa partie observable). À un instant donné, les « cases » de la grille peuvent être soit vides (cases blanches), soit matérielles (cases noires).

Les univers de Conway possèdent une dynamique. Ils évoluent suivant des lois fixées et en nombre fini qui modifient l'aspect de la grille. Pour observer cette dynamique, on part d'une distribution de matière initiale et on applique les lois



Un exemple  
d'univers.

© Davin Khor, 2021

à la grille. On obtient une nouvelle grille, qui sera considérée comme l'évolution dans le temps de cette distribution. Ces lois ne nous sont pas connues.

L'observateur a seulement accès à l'évolution de distributions données *via* un simulateur (en ligne, voir par exemple <https://copy.sh/life>, développé par William Gosper dès 1984). Cette évolution est *a priori* discrète : on peut compter le nombre d'étapes d'évolution effectuées. Mais le fait de ne percevoir que des configurations successives veut-il dire que l'univers observé ne peut pas par ailleurs avoir une évolution continue ?

Pour mesurer le chemin parcouru par l'humanité entre sa découverte du monde et les théories physiques actuelles, procédons en deux étapes. Dans un premier temps, observons des dynamiques spécifiques mises à disposition, sans avoir la possibilité de faire des modifications de la situation initiale. Dans un second temps, les observateurs auront la possibilité de faire une expérience, c'est-à-dire de choisir une configuration initiale et d'étudier son évolution.

## Mise en place de la méthode expérimentale : premières observations

Observons donc des évolutions dans notre univers avec une répartition initiale de matière (dans notre simulateur, sélectionner Randomize et appuyer sur Run). Ces évolutions font apparaître des agrégats de matière, les *entités*. Certaines vont disparaître, plus ou moins rapidement, d'autres ne bougent pas, ou se modifient en passant par différentes configurations avant de revenir à leur forme initiale, et d'autres enfin sont si sophistiquées que nous ne savons pas quoi considérer exactement.



Regardons l'oscillateur. L'évolution entre les deux configurations est vue comme un mouvement de la barre horizontale (qui devient barre verticale). Cette identification entre les deux barres nécessite d'introduire le concept de « mouvement ». L'observateur va donc désigner par des mots certains « objets » et introduire des « concepts ». Une classification des objets va permettre d'organiser l'observation d'un univers de Conway. Les lois de comportement mises sur les entités (« le bloc est immobile », « la barre oscille »...) vont nous aider à ébaucher un début de théorie physique.

## L'âge des expériences : une période enthousiasmante !

Dans la seconde phase, les observateurs peuvent réaliser leurs propres expériences. C'est une période enthousiasmante : chacun se voit découvrir les lois du monde qu'il observe. Souvent, l'expérimentation n'est pas réfléchie

ou organisée, et beaucoup vont tester des formes variées sans suite logique. Voyant que cela ne les aide pas à découvrir de règles, ils vont progressivement se rapprocher de la méthode scientifique en conduisant des expériences pensées. C'est une réflexion sur les structures à nombre de cases fixées qui va ensuite s'imposer : formes ayant une, puis deux, puis trois (...) cases matérielles, et évolution de ces formes. La case matérielle et son comportement vont donc devenir un objet essentiel. C'est la phase de réduction des propriétés des objets à leur constituant élémentaire (ici, la case matérielle).

Très vite, la première loi émerge : une case matérielle isolée disparaît. Comment a-t-elle été obtenue ? Si c'est simplement par l'essai d'une case prise au hasard sur la grille, cela ne permet pas de donner le statut de loi à cette observation. Il convient de s'assurer qu'en chaque point de l'univers la loi est respectée. La démarche est la suivante : on teste la validité de la loi en plusieurs endroits de l'univers accessibles ; si la loi est respectée, alors on suppose qu'elle est valable en tout point de l'univers, exactement comme le font les physiciens. Une fois l'universalité spatiale réglée, il faut aussi étudier l'universalité temporelle. Bien entendu, on peut observer de longues évolutions d'une configuration, mais l'éternité c'est long... On fait donc, en l'absence de violation de notre loi, l'hypothèse qu'elle sera toujours valable. Cette stabilité des lois physiques au cours du temps est fondamentale, et ne fut historiquement remise en question que rarement. Nous avons donc obtenu une première loi de notre univers de Conway !

Les configurations de deux cases vont modifier notre première loi. Une case matérielle  $M$  possédant moins d'une case matérielle voisine produit une case vide. Le nombre  $V(M)$  de cases matérielles voisines de  $M$  (les huit cases qui l'entourent) est important. Notre première loi va toutefois se révéler insuffisante pour expliquer les observations d'entités à trois cases matérielles. L'exemple d'évolution ci-dessous nous conduit à avancer qu'une case matérielle  $M$  persiste si  $V(M)=2$  et disparaît si  $V(M)=0$  ou  $1$ .



Une évolution à partir de trois cases matérielles.

© J. Cresson, 2021

Cette modification de la loi n'est toutefois pas suffisante pour expliquer l'observation suivante. En effet, notre loi, même modifiée, prévoit la stabilité de la forme initiale, mais pas la création de la case matérielle. Il faut donc aussi énoncer une loi sur les cases vides.

Loi 2 : soit  $E$  une case vide et  $V(E)$  le nombre de case matérielles voisines de  $E$ . Si  $V(E)=3$ , alors la case devient matérielle.



Cette loi sur les cases vides nous pousse à une étude systématique du comportement d'une case vide en fonction de la nature des cases voisines. La version complète de la loi 2 qui s'impose est alors la suivante : si E est une case vide, alors E devient matérielle si  $V(E)=3$ , sinon E reste vide. Cette stratégie est alors adaptée aux cases matérielles. On montre que la formulation complète de la première loi est : Loi 1 : soit M une case matérielle. Alors M persiste si  $V(M) = 2$  ou 3, sinon M disparaît.

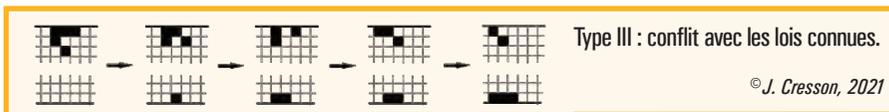
## La topologie des univers de Conway

Nos deux lois semblent suffisantes pour expliquer les phénomènes observés. Une question naturelle se pose alors : avons-nous récupéré toutes les lois de notre univers ? En fait, pas tout à fait. Toutes les expériences précédentes se sont faites loin du bord de la grille, pour ne pas être dans une situation atypique. Or, ce bord de l'univers va nous réserver quelques surprises...

Il existe différentes variantes des univers de Conway, qui reposent sur un changement de comportement sur le bord de l'univers observable. Considérons un « objet » qui se déplace sur la grille jusqu'à atteindre le bord, par exemple un planeur.



Cet objet traverse la grille en diagonale et atteint donc l'un des quatre bords, suivant la configuration initiale. On observe trois types de comportements au bord de la grille. Dans le type II, l'objet disparaît de la grille, quelle que soit sa configuration d'arrivée au bord. Cela entre en contradiction avec nos lois ! Une première solution consiste à modifier les lois sur le bord. C'est insatisfaisant, car *a priori* incompatible avec notre notion de loi universelle. Une autre idée est de supposer que ce bord n'est qu'une limite d'observation, et que la grille se continue *a priori* à l'infini. Dans ce cas, en continuant d'appliquer nos lois, on explique complètement les observations. C'est un changement important de point de vue car on modifie profondément la vision de notre univers ! La simplicité de cette solution, couplée au fait que les lois restent inchangées, nous pousse à la préférer.



Dans le type III, là encore, nos lois ne permettent pas d'expliquer les observations. Une modification des lois au bord serait encore possible, mais vraiment très compliquée. Une idée plus radicale est de supposer encore une fois nos lois vraies mais que l'univers que nous observons n'est pas une grille finie ou infinie, mais un *tore*, obtenu en recollant chacun des bords opposés. On remplace la complexité des lois sur le bord par une complexité géométrique sur l'espace dans lequel on évolue.

La question de la « *topologie cosmique* » de notre univers physique, ainsi nommée par l'astrophysicien Jean-Pierre Luminet (né en 1951), est actuelle et difficile car il faut déterminer les effets observables d'une topologie donnée par rapport à une autre. Sans les mathématiques, ces questions seraient difficilement intelligibles.



## La flèche du temps : les lois ne sont pas réversibles

Les univers de Conway possèdent une « flèche du temps ». Les lois ne sont pas réversibles. Si vous mettez le film de l'évolution d'une séquence à l'envers, vous noterez rapidement que ce n'est pas l'univers que vous connaissez. De ce point de vue, les univers de Conway sont différents du nôtre. La plupart des lois de la physique sont réversibles au

niveau macroscopique, alors que notre univers dans son entier est irréversible. On complète donc nos lois dynamiques par le *second principe de la thermodynamique*, portant sur une quantité appelée *entropie* qui, comme le souligne Roger Penrose, ne peut pas se déduire des lois de la dynamique et constitue encore aujourd'hui un « *profond mystère* ».

On peut continuer cette exploration des univers de Conway de bien des façons : observer l'effet d'une modification des lois obtenues ou de l'introduction d'une part de hasard, étudier l'effet de ces lois sur des topologies d'univers plus élaborées, essayer d'obtenir la classification des formes stables... Mais à ce stade, nous avons d'ores et déjà acquis une certitude : si des univers comme ceux de Conway sont aussi riches, alors celui dans lequel nous vivons nous réserve encore bien des surprises !

J. C.