Et si on savait tous compter ?

Jean-Marie De Koninck

Université Laval, Québec, Canada

Comment comprendre les différents enjeux liés à la dure réalité de la Covid-19 si on ne sait pas ce que signifie une « croissance exponentielle » ? Les mathématiques font de plus en plus partie de notre quotidien, et ceux et celles qui en sont détachés sont souvent laissés pour compte, voire vulnérables.
Avant 1454, soit avant l'invention de l'imprimerie, le citoyen pouvait se débrouiller pour vivre en société sans savoir lire. Après 1454, ceux qui savaient lire avaient un net avantage sur ceux qui ne jouissaient pas de cette compétence. Jusqu'à 1950, il était encore possible de fonctionner en société et de « réussir dans la vie » sans avoir des connaissances de base en mathématiques. Vers la fin des années 1970, soit au moment où les ordinateurs personnels sont fabriqués à grande échelle, l'humanité connaît une véritable révolution numérique. Or, comme le squelette de cette révolution numérique repose sur les mathématiques, il est devenu difficile, pour celui ou celle qui ne détient pas un bagage minimal en mathématiques, d'être performant au travail et même de répondre adéquatement aux exigences de la vie quotidienne.

Alors qu'on peut définir la *littératie* comme l'ensemble des connaissances en lecture et en écriture permettant à un individu d'être fonctionnel en société, la *numératie* correspond quant à elle à la capacité d'une personne de comprendre et d'interpréter de l'information numérique dans une variété de contextes. Parmi ces contextes, on retrouve la gestion d'un budget familial, le calcul du montant d'intérêt à payer pour une offre de prêt et la compréhension des textes schématiques, entre autres choses.

Une étude du Conseil canadien de l'apprentissage démontrait, en 2014, que 55% des adultes canadiens présentent un niveau de connaissances en mathématiques insuffisant pour répondre aux exigences de la vie quotidienne, et que 49% des adultes canadiens sont incapables d'interpréter adéquatement des tableaux, des graphiques ou des formulaires. Il y a tout lieu de croire que le même genre de constat s'applique en France.

Savoir compter, c'est d'abord et avant tout avoir le sens du nombre

Aller à la source nous permet de résoudre les problématiques de façon durable. C'est pourquoi nous devons nous concentrer sur la formation et l'éducation. Nous avons effectivement tous un rôle important à jouer auprès des plus jeunes quant au maintien de leur intérêt envers les mathématiques, que l'on soit enseignant, parent ou personne d'influence. En effet, chaque enfant possède une aptitude naturelle pour tout ce qui est numérique (voir l'article *Un cerveau naturellement conçu pour les mathématiques*). De fait, il est prouvé que les enfants d'âge préscolaire ont un potentiel énorme en mathématiques. D'ailleurs, ces dernières s'avèrent l'un des moyens les plus efficaces par lesquels ils peuvent apprécier et comprendre le monde qui les entoure. C'est pourquoi, afin que les enfants développent le sens du nombre et acquièrent au fil du temps différentes compétences mathématiques, nous partageons la responsabilité de leur montrer la richesse de cette discipline et, surtout, d'entretenir leur instinct et leur talent naturel pour celle-ci. Trop souvent, nous sous-estimons leur capacité d'émerveillement, et finissons par les éloigner des mathématiques en leur présentant la matière comme ardue et rébarbative au lieu d'en montrer le côté ludique et réjouissant.

Cette approche finit par nous coûter cher collectivement quand ces jeunes deviennent des citoyens présentant un niveau de numératie inadéquat ! Ils sont ainsi moins à même de participer efficacement à la vie en société. D'où l'importance de développer, mais surtout de maintenir l'intérêt pour les mathématiques de façon continue.

Et les décideurs dans tout ça ?

Plusieurs de nos décideurs rentrent dans la catégorie des jeunes s'étant éloignés des mathématiques. Ils manquent souvent d'outils ou de connaissances de base pour bien gouverner et prendre des décisions éclairées. Un jour, on arrivera peut-être à concevoir un cours de mise à niveau en mathématiques à l'intention de tout individu se préparant à un rôle de gestion. Ce cours comprendrait, entre autres, un peu d'arithmétique (tables de multiplication, règle de 3…), les calculs d'intérêts composés et d'hypothèques, les notions de croissance de populations, de croissance exponentielle et de logarithme, les notions de base en statistiques, *etc*. Non seulement un tel cours d'appoint intéresserait sans doute un grand nombre de citoyens et les inciterait peut-être eux-mêmes à améliorer leurs connaissances en mathématiques, mais cette remise à niveau rassurerait certainement les électeurs et employés quant au bien-fondé des orientations prises et celles à venir.

Comprendre la pandémie de Covid-19 et agir en conséquence

Voyons pourquoi pour bien saisir les enjeux de la pandémie de Covid-19 qui sévit, il serait souhaitable d'être familier avec la notion de croissance exponentielle. Une personne infectée par la grippe traditionnelle contaminera en moyenne 1,4 personne, alors qu'une personne porteuse du coronavirus Covid-19 en contaminera en moyenne 3. Ainsi, au bout de dix relais de transmission du virus, la première personne grippée aura en bout de ligne été la source de l'infection d'environ $(1{,}4)^{10} = 28{,}9\ldots$ personnes, alors que la première personne porteuse du coronavirus Covid-19 aura en bout de ligne été la source de l'infection d'environ $3^{10} = 59\,049$ personnes. Il y a donc lieu de croire que ceux qui comprennent ces chiffres et saisissent donc bien le potentiel de propagation du nouveau coronavirus adopteront un comportement responsable, en particulier en ce qui a trait au confinement.

Apprécier avec modestie l'immensité de l'Univers

En marge des aspects utilitaires d'un excellent bagage de connaissances en mathématiques, il y a aussi le potentiel d'appréciation ludique des phénomènes que l'on peut percevoir. Ainsi, quiconque sait compter pourra davantage apprécier l'immensité de l'Univers dans lequel on vit, en prenant conscience qu'on y occupe une place bien modeste. Un exemple classique illustrant bien cette immensité est qu'il existe autant d'étoiles dans l'Univers connu que de grains de sable sur Terre. En effet, les astronomes savent qu'il existe dans l'Univers connu environ deux cent cinquante milliards de galaxies et que chacune de ces galaxies contient en moyenne entre deux cents et cinq cents milliards d'étoiles. Cela veut dire qu'il y a approximativement 10^{23} étoiles dans l'Univers observable.

On évalue par ailleurs qu'il existe environ 10^{23} grains de sable sur l'ensemble des plages de notre planète. C'est pourquoi on peut conclure que le nombre d'étoiles dans l'Univers et le nombre de grains de sable sur Terre sont du même ordre de grandeur. Ce constat ne peut faire autrement que nous inspirer une certaine humilité.

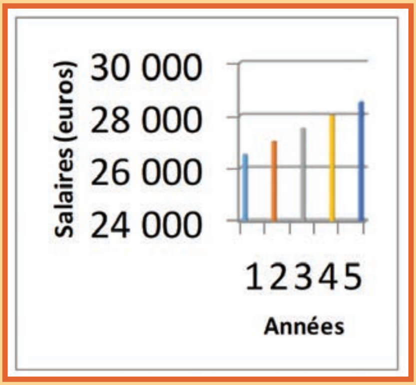
Parallèlement, on peut aussi apprécier l'immensité de l'Univers en prenant connaissance d'un des plus beaux héritages du télescope Hubble, soit une photo d'un coin sombre du ciel où les astronomes ont pu identifier pas moins de dix mille galaxies.

Les galaxies abondent dans l'Univers,
comme le prouve cette exceptionnelle image d'une portion de ciel de la taille de la Lune,
formée de centaines de clichés pris depuis seize ans par le télescope Hubble
et qui contient plus de deux cent mille galaxies.

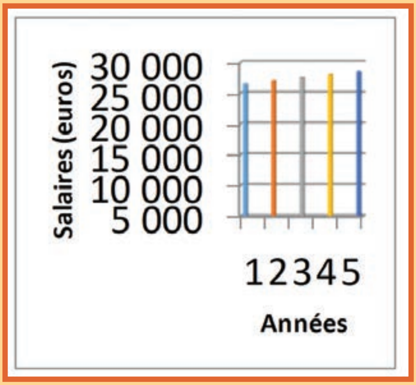
Le premier coup d'œil est souvent trompeur

Placé devant des données numériques présentées sous forme de graphiques, il est important de savoir les saisir dans leur globalité pour en retenir l'essentiel, ce qui permettra de porter un jugement éclairé. C'est ainsi que l'on peut facilement imaginer deux graphiques à première vue différents, mais qui en définitive représentent exactement les mêmes données. Par exemple, examinons les deux diagrammes ci-dessous, représentant tous deux les salaires annuels offerts aux employés d'une entreprise sur cinq années consécutives (de 26 500 € à 28 500 €), l'un selon le point de vue patronal et l'autre selon le point de vue syndical.

Le premier semble indiquer une progression fulgurante du salaire annuel, l'autre une progression très modeste. Il ne faut donc jamais se laisser berner par les premiers coups d'œil.



Le point de vue patronal.



Le point de vue syndical.

L'évaluation des risques est aussi affaire de mathématiques

Très souvent, nous avons à évaluer les risques avant de prendre une décision. Certes, il y a les risques financiers (choix d'une hypothèque, comparaison des prix de différents articles de consommation…), mais il y a aussi les décisions quotidiennes dans plusieurs domaines d'activité, tels que les risques associés aux différents modes de transport. Fort heureusement, plusieurs études se sont penchées sur la question. Par exemple, l'Agence ferroviaire européenne a confirmé qu'entre 2008 et 2010, sur l'ensemble des territoires des vingt-sept pays de l'Union européenne, le nombre de morts dans des accidents, par milliard de voyageurs-kilomètres, est de 48,94 pour les motos, 3,14 pour la voiture individuelle, 0,20 pour les passagers de car, 0,13 pour le train et enfin 0,06 pour l'avion. Donc, l'avion est de loin le mode de transport le plus sécuritaire. Par contre, le coût du billet d'avion est peut-être prohibitif pour certains. Alors, quoi choisir pour se déplacer entre Paris et Lille (Nord), disons ? Or, il s'avère que les chiffres donnés ci-dessus nous confirment que la voiture est vingt-quatre fois plus risquée que le train. Voilà un bel exemple montrant que la capacité à interpréter des données mathématiques peut nous mener à faire de meilleurs choix, quel que soit le domaine.

Quantifier la chance, infime, de gagner aux jeux de hasard

Au Québec, la loterie la plus populaire se nomme la 6/49. Elle consiste en un tirage au sort de six boules numérotées de 1 à 49. C'est le même principe que le Loto en France. Ainsi le nombre de tirages distincts à la 6/49 est égal à $\dfrac{49!}{6!43!}$ où, pour tout entier naturel n, $n!$ (la factorielle de n) désigne le produit $n\times(n-1)\times(n-2)\times\ldots\times 2\times 1$. Le nombre de tirages différents vaut donc, après simplification, $\dfrac{49\times 48\times 47\times 46\times 45\times 44}{6\times 5\times 4\times 3\times 2}$, soit 13 983 816.

La probabilité de « deviner » la combinaison gagnante est donc d'environ une chance sur quatorze millions. Comment peut-on visualiser une telle probabilité ? Imaginons que nous nous amusions à aligner des pièces de monnaie de vingt-cinq cents (ou une pièce d'un euro) le long de l'autoroute reliant Québec et Montréal et qu'une seule d'entre elles soit identifiée comme la pièce gagnante. On peut se demander si on aurait davantage de chances de choisir au hasard cette pièce que de gagner le gros lot de la 6/49. En effet, sachant qu'une pièce de vingt-cinq *cents* mesure environ 2,4 cm de diamètre et que la distance entre les centres-villes de Québec et Montréal est de 270 km, cela veut dire que nous pourrions aligner onze millions deux cent cinquante mille pièces le long de la route entre les deux villes.
Or, comme $1/11\,250\,000 > 1/13\,983\,816$, on peut conclure que gagner le gros lot de la 6/49 serait encore moins probable que de tirer au hasard la pièce de vingt-cinq *cents* désignée gagnante ! Il faut bien comprendre que les jeux de hasard constituent un impôt volontaire, dont le principal objectif est de remplir les coffres de l'État. Devant ce constat, le citoyen doit être conscient qu'en s'adonnant aux jeux de hasard, il le fait pour le plaisir et non dans l'espoir de faire un gain qui viendrait grossir son enveloppe de revenus.

Éviter les arnaques et vivre plus heureux !

En tentant d'améliorer la qualité de son français, on arrivera à développer des habiletés de communication. En étudiant l'histoire, on apprendra à comprendre le comportement des humains en tant que collectivité. En étudiant la biologie, on développera un respect pour la vie et pour l'environnement. En se familiarisant avec les concepts de base en mathématiques, on développera des compétences telles que la rigueur intellectuelle, le raisonnement critique et la résolution de problèmes.

En définitive, si nous savions tous compter, nous nous sentirions plus compétents dans nos milieux de travail respectifs, nous serions mieux éclairés lorsque vient le temps de faire des choix (par exemple d'ordre financier), nous serions davantage à l'abri des arnaques et nous pourrions mieux accompagner nos enfants dans leurs études. Somme toute, osons le dire, nous serions plus heureux !

J.–M. D.K.