



Des maths partout, même dans les jeux vidéo !

Nicolas Nguyen*

Professeur de mathématiques en classes préparatoires

Les mathématiques fournissent aux entreprises des outils incomparables pour l'analyse et la gestion de systèmes complexes. On retrouve souvent en bonne place le *data mining* (fouille et analyse de données) et l'intelligence artificielle, mais également le traitement du signal et de l'image, la modélisation, la simulation, l'optimisation, la recherche opérationnelle (en logistique, typiquement), le calcul haute performance, les statistiques, le calcul stochastique, la sécurité de l'information, la cryptographie, la bio-informatique... De fait, bien qu'invisibles, les mathématiques sont omniprésentes !

On parie ?

Vous êtes sans doute nombreux à pratiquer les jeux vidéo et à apprécier leur fluidité, sans savoir que derrière l'animation se cachent des mathématiques avancées (voir encadré). Elles interviennent aussi bien pour analyser les données de jeu qu'en amont, lors de leur conception, où l'on a recours aux statistiques et aux probabilités pour créer de nouveaux univers et les animer.

Pour illustrer ce propos, Samuel Sergeant, analyste de données (*data analyst* dans le jargon), a accepté de nous parler de son métier. Après un master «Ingénierie statistique et Numérique», il a rejoint le leader national de l'industrie du jeu vidéo, Ubisoft, il y a trois ans. Une évidence pour lui : *«Au sein de nos équipes, nous ne partageons pas uniquement une activité professionnelle, mais aussi une passion : les jeux vidéo !»* Aujourd'hui, ils ne sont qu'une poignée d'analystes de données, un domaine en forte croissance ; le secteur est donc *«à la recherche de nouveaux talents formés aux sciences de la donnée»*.

*L'auteur remercie Samuel Sergeant pour sa participation.

Des indicateurs de performance en support de la production

Un analyste de données travaille pour la production, avec un objectif simple : contribuer à améliorer l'expérience des joueurs. Les données analysées sont recueillies par télémétrie : le joueur joue en ligne, ses données de jeu sont envoyées aux serveurs où elles sont formatées afin d'être analysées. Une part du travail consiste à définir des indicateurs de performance clés (ou KPI pour *key performance indicator*) et à les mesurer. Par exemple, Just Dance 2020 (Ubisoft, 2019) consiste à reproduire les mouvements du danseur présent à l'écran. Plusieurs modes de jeu y sont disponibles : « Kids » (« enfants »), « Just Dance » (« danse ») et « All Stars » (« vedette »). Pour analyser la performance d'un mode de jeu, on peut considérer les KPI suivants : proportion de joueurs qui essaient ce mode ; proportion de joueurs qui retournent sur ce même mode ; temps de jeu moyen passé dans ce mode. Il s'agit ensuite d'expliquer les résultats observés lors de sessions dédiées (les *playtests*, où les joueurs sont invités à essayer le jeu) ou grâce à des sondages. Toutes ces données sont indispensables à la production : elles donnent une vision d'ensemble d'un jeu et vont permettre d'orienter des choix stratégiques (augmenter le temps de jeu, améliorer l'utilisation d'un mode de jeu...).

Améliorer par l'expérimentation : les statistiques et l'AB testing

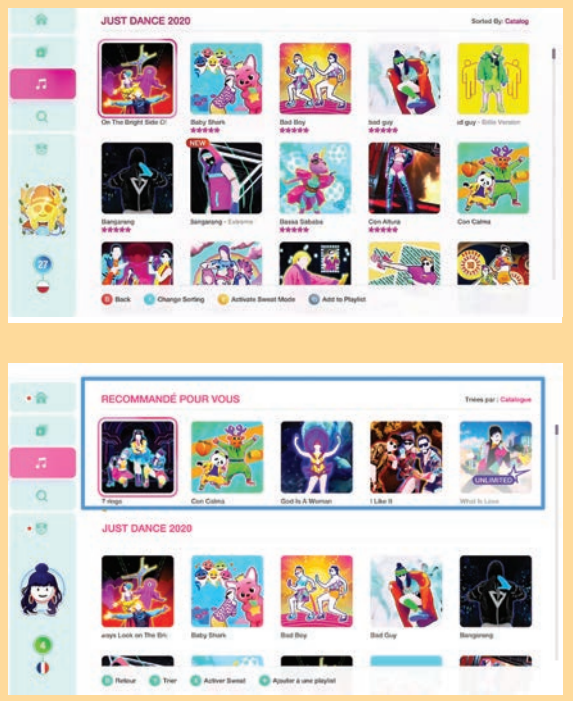
Les équipes de production ont également la possibilité d'expérimenter des modifications durant la vie d'un jeu. L'idée est simple : afin de décider quelle version du jeu est jugée « la meilleure », on fait tester deux versions aux joueurs simultanément. La version de contrôle A (non modifiée) ou la version B (modifiée). On évalue ensuite les indicateurs de performance des différents modèles proposés aux joueurs pour enfin retenir l'option jugée la plus performante. Afin d'éviter tout biais, les joueurs ignorent s'ils s'exercent sur la version A ou B. Ces *méthodes d'AB testing* ont initialement été utilisées dans le e-marketing afin d'améliorer la performance des sites Internet (Google a par exemple réalisé le choix de couleurs de son logo *via* cette méthode). Il s'agit donc, typiquement, de proposer à un échantillon aléatoire de joueurs une version alternative du jeu (nouvelles façons d'afficher le contenu, différentes façons de le recommander...). Les jeux développés dans les studios intègrent déjà en amont des versions alternatives, facilement paramétrables en vue de faire l'objet d'AB tests.

Sur Just Dance 2020,
deux interfaces différentes
ont été proposées et testées.

En haut, la version de contrôle.

En bas, la version modifiée,
avec ajout de la ligne
« Recommandé pour vous ».

© Ubisoft, 2020



Les algorithmes et le *machine learning* entrent en piste

Finalement, les mathématiques interviennent également en temps réel pour améliorer l'expérience du joueur, grâce à l'apprentissage automatique (*machine learning*). Le principe consiste à analyser les données du jeu pour en tirer des prédictions.

Un exemple d'algorithme basé sur
l'historique de l'ensemble des joueurs
pour proposer un contenu personnalisé
à chacun.

© Ubisoft, 2020



Jeux vidéo et mathématiques : un duo gagnant !

Un *quaternion* q s'écrit à l'aide de quatre réels sous la forme $q = a + x i + y j + z k$ où i, j et k vérifient les relations $i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1$. Parmi ces nombres, on retrouve donc les nombres complexes $\mathbb{C}$ ($y = z = 0$) et les nombres réels $\mathbb{R}$ ($x = y = z = 0$). L'ensemble $\mathbb{H}$ des quaternions (nommé ainsi en l'honneur de Sir William Rowan Hamilton, qui les découvrit en 1843) est muni d'une addition et d'une multiplication (comme $\mathbb{R}$ et $\mathbb{C}$), qui font de $\mathbb{H}$ un corps non commutatif. Tout comme les nombres complexes constituent un outil puissant pour l'étude de la géométrie plane, les quaternions jouent un rôle majeur pour l'analyse dans l'espace ; ils sont notamment abondamment utilisés en aérospatiale et dans l'animation 3D des jeux vidéo.

Un quaternion *imaginaire pur*, de la forme $v = x i + y j + z k$, s'identifie au vecteur de l'espace v de composantes (x, y, z) . Si u est un quaternion *unitaire* (de norme 1), la transformation qui à q associe uqu^{-1} induit une rotation sur les quaternions imaginaires purs, c'est-à-dire une rotation sur les vecteurs de l'espace. En fait, toute rotation de l'espace est représentée par un quaternion unitaire.

D'autres façons de représenter une rotation existent à l'aide des trois angles d'Euler ou d'une matrice 3×3 . Cependant, la représentation par un quaternion unitaire a des avantages notables. Les calculs sont de fait bien moins gourmands que les calculs matriciels. Il suffit de quatre réels pour représenter un quaternion quand il en faut neuf pour une matrice ! Ainsi, le produit de deux quaternions coûte vingt-huit opérations élémentaires seulement, contre cinquante-quatre pour le produit de deux matrices 3×3 .

L'utilisation des quaternions en animation prend tout son sens lorsque la caméra d'un joueur évolue au sein d'une scène : ce que l'on voit à l'écran, c'est l'environnement transformé par une suite de rotations spatiales. Mathématiquement, les transitions pour passer d'un quaternion unitaire q_0 à un autre q_1 sont définies par $q_s = q_0 (q_0^{-1} q_1)^s$ pour s dans $[0, 1]$. À chaque instant s , q_s est une rotation, qui va varier de la façon la plus naturelle qui soit entre q_0 et q_1 . C'est ainsi que lorsque votre personnage de jeu vidéo préféré se déplace et balaie du regard une scène 3D, la fluidité est parfaite !

L'apprentissage automatique est une branche de l'intelligence artificielle (IA) qui consiste à utiliser des algorithmes pour apprendre automatiquement à prédire des phénomènes ou des comportements (voir les articles dans cette brochure). Ici, ces algorithmes peuvent servir à proposer du contenu personnalisé,

apprendre à une IA à reproduire des comportements humains, faire de la reconnaissance d'image... Pour Just Dance 2020, un algorithme de recommandation a été ainsi développé. Afin d'aider le joueur dans sa sélection de musiques, cet algorithme essaye d'anticiper ses choix en lui proposant en priorité les titres qui seront « le plus susceptibles de lui plaire ». Le but est de réduire le temps de recherche de la prochaine chanson dans le catalogue, qui contient plus de cinq cents titres.

Les entreprises toutes friandes de mathématiques !

Aujourd'hui, plus encore qu'hier, les grands groupes n'hésitent plus à faire appel aux mathématiques pour doper leur innovation. Du développement de nouveaux produits jusqu'à leur commercialisation, en passant par les procédés de fabrication, la reine des sciences contribue à tous les niveaux de la chaîne de valeur d'un produit.

Les mathématiques se distinguent par leur caractère universel. Galilée, déjà, ne disait-il pas au XVII^e siècle que le livre de la nature est écrit en langage mathématique ? Elles se nourrissent de nombreux autres champs et irriguent moult disciplines, et c'est probablement ce qui explique l'importance de leur contribution au développement de technologies clés, leviers de l'économie française. Pour toutes celles liées au numérique, aux transitions climatique et énergétique, à la santé comme à la finance, les mathématiques apportent un véritable avantage concurrentiel. En fait, selon le ministère de l'Industrie, elles sont déterminantes pour le développement de 49 % des technologies clés pour 2020, en fournissant des outils pour la modélisation, la simulation et l'ingénierie numérique. Retrouvez nombre de ces aspects dans les pages de cette brochure !

Moteur de l'innovation, les mathématiques sont également créatrices de valeurs. Elles ont permis l'émergence de nouveaux marchés et de nouveaux métiers, comme ceux d'*analyste de données* et de *scientifique des données* (*data scientist*). Couplées à l'informatique, et en interaction avec les disciplines du secteur d'activité concerné, elles permettent de construire et de manipuler des modèles complexes, de proposer des simulations numériques à la base de création de valeur, dans l'industrie et les services. La gestion de risque et l'aide à la décision sont indispensables à la stratégie et à la prospective.

En matière de conception de produit, les mathématiques permettent de réduire les coûts et d'accélérer la recherche. Du côté de la production, en modélisant pièces et assemblages, elles optimisent les procédés. En contrôle qualité, grâce notamment aux statistiques et aux technologies d'analyse d'image, le contrôle de la production à distance améliore son efficacité. La maîtrise des coûts d'énergie et le contrôle financier ont un impact direct sur la gestion de l'entreprise. La modélisation de la relation client, l'analyse du comportement client et la gestion des prix (*pricing management*) intéressent le secteur commercialisation-vente...

Les petites et moyennes entreprises (PME) ne sont pas en reste. Elles évoluent elles aussi au sein de marchés de plus en plus complexes. Les outils d'analyse, de simulation et de prédiction que leur apportent les mathématiques constituent des avantages concurrentiels indéniables !

N. N.

Maths et entreprise : un partenariat gagnant

Les entreprises n'ont pas toujours la capacité financière d'intégrer des mathématiciens au sein de leurs équipes, ou la visibilité nécessaire pour le faire. Il faut donc trouver des solutions adaptées à plusieurs échelles de temps. De nombreux laboratoires universitaires de mathématiques proposent aujourd'hui un large panel de solutions, allant d'une étude exploratoire d'une semaine à une thèse de trois ans afin que chaque entreprise puisse trouver une collaboration adaptée à ses objectifs et à ses moyens. Les difficultés majeures sont de sensibiliser ces entreprises aux atouts qu'elles peuvent tirer des mathématiques et de leur faire connaître l'offre universitaire.

Dans ce contexte, l'association Le Temps des Sciences, en partenariat avec l'Agence Lebesgue de Mathématiques pour l'innovation, coorganisent une journée de rencontres entre laboratoires de recherche mathématique et entreprises de Bretagne et des Pays de la Loire, intitulée Journée innovation et mathématiques. Trois cent cinquante entreprises sont ainsi attendues pour la prochaine édition, le 17 mai 2021, au couvent des jacobins à Rennes (Ille-et-Vilaine).

Renseignements : www.journee-innovation-et-mathematiques.com