La fonte des calottes polaires*

Jocelyne Erhel

Institut national de recherche
en informatique et automatique (INRIA)
Institut de recherche mathématique de Rennes

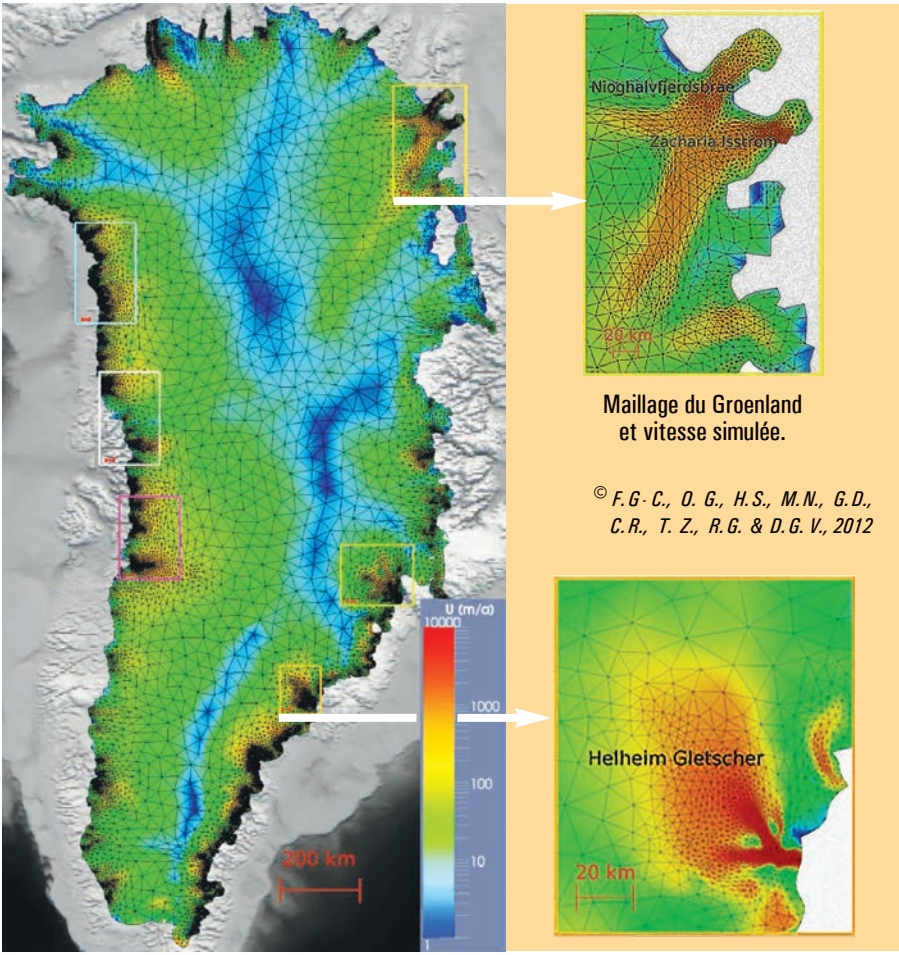
Le niveau des mers monte, pour différentes raisons liées au réchauffement climatique. Les glaciers de l'Antarctique et du Groenland, que l'on appelle *calottes polaires* ou *inlandsis*, jouent un rôle majeur dans l'évolution du niveau des mers. Peut-on prévoir l'évolution future de ces calottes polaires et en particulier le vêlage (perte de fragments) d'icebergs dans l'océan ?

Des compétences scientifiques issues de toutes les disciplines

Trois phénomènes contribuent à la montée du niveau des mers. Le premier est la modification en surface des précipitations neigeuses et de la fonte de glace, à cause du changement climatique et du changement d'altitude du glacier. Le deuxième est l'amincissement des plateformes flottantes, qui fondent par en-dessous à cause du réchauffement de l'océan. Le dernier est la décharge de glace dans l'océan, lorsque la glace s'écoule vers la mer puis se brise en larguant des icebergs. Ces processus physiques sont étudiés par des glaciologues, en collaboration avec des climatologues, océanographes, mathématiciens et informaticiens. Un modèle numérique, basé sur un modèle mathématique décrivant la physique du système, permet de simuler l'évolution des calottes polaires, notamment le vêlage d'icebergs. Pour construire le modèle mathématique, on adopte la démarche générique présentée dans l'article précédent. On considère la calotte polaire comme un volume délimité par des frontières, puis, grâce aux lois de la physique (mécanique des fluides, lois de conservation…), on construit un système d'équations qui traduit ce qui se passe à l'intérieur du glacier et à ses frontières. Pour calculer la vitesse et l'altitude de surface en chaque point de la calotte polaire et à chaque instant, on a recours à un modèle numérique ; la solution numérique approchée ainsi obtenue est assortie d'une erreur que l'on sait contrôler mathématiquement.

La première étape est la discrétisation spatiale : la surface du glacier est découpée en petits triangles, et l'épaisseur du glacier en tranches, ce qui aboutit à un découpage du volume glaciaire en prismes (les mailles).

* Ce texte est une version actualisée de deux articles parus dans la revue de culture scientifique en ligne *Interstices*, créée par des chercheurs pour vous inviter à explorer les sciences du numérique (**https://interstices.info**).



Maillage du Groenland et vitesse simulée.

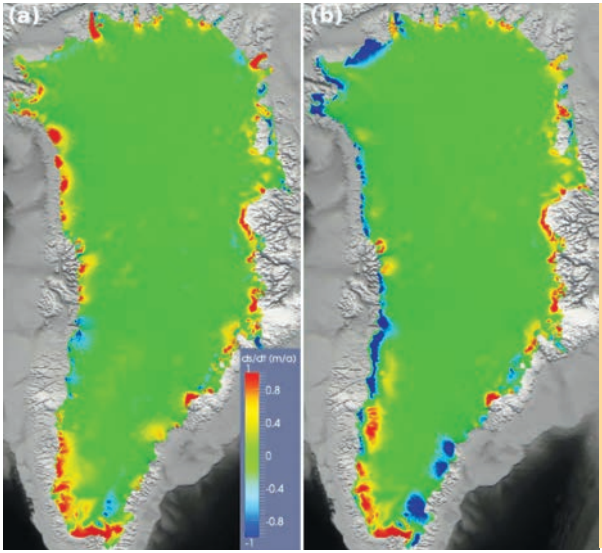
© *F. G - C., O. G., H. S., M. N., G. D., C. R., T. Z., R. G. & D. G. V., 2012*

Pour calculer la vitesse et la pression à l'intérieur de la calotte polaire, connaissant l'altitude de surface, il faut résoudre les équations de Stokes discrétisées. Pour déterminer l'altitude de surface, il faut en plus discrétiser le temps et calculer l'altitude à des instants réguliers (tous les ans par exemple). Pour cela, il faut recourir à des mesures et actualiser le bilan de masse de surface (BMS, différence entre l'accumulation et la fonte de glace liées aux conditions météorologiques et au déplacement du glacier) : on calcule le BMS pour l'année 0 et on en déduit l'altitude de surface pour l'année 1 ; on calcule alors la vitesse pour l'année 1, puis le BMS, puis l'altitude de surface pour l'année 2, *etc*.

On combine ainsi des modèles et des observations.

Pour résoudre les équations de Stokes discrétisées, il y a deux difficultés : les équations sont non linéaires, et le système contient beaucoup d'équations (environ quatre fois le nombre de mailles). Comme on ne sait pas résoudre de façon exacte un tel système, on utilise un algorithme itératif, qui procède par approximations successives. On contrôle mathématiquement l'erreur et on arrête l'algorithme lorsque l'erreur est jugée « assez petite ».

Un code informatique adéquat permet enfin de simuler l'évolution de la calotte polaire selon divers scénarios socio-économiques.



Simulation de l'évolution de l'altitude de surface en dix ans : en rouge, l'altitude augmente ; en bleu, elle diminue ; en vert, elle ne bouge pas.

© *F.G-C., O. G., H.S., M.N., G.D., C.R., T. Z., R.G. & D.G. V., 2012*

Les figures ci-dessus montrent des résultats de simulation pour une période de dix ans, obtenus avec le modèle Elmer/Ice. Les conditions à la base restent identiques. Dans (a), les conditions climatiques actuelles restent constantes pendant dix ans (ce qui n'est pas réaliste en raison du réchauffement actuel). Dans (b), on utilise la moyenne de dix-huit modèles utilisant le scénario médian d'émissions de CO_2. Les bords du Groenland s'épaississent pour (a) et s'amincissent pour (b), même en seulement dix ans.

Des calculs qui prennent encore beaucoup trop de temps !

Le modèle a été utilisé pour simuler l'évolution du Groenland pendant un siècle. Il est également bien adapté pour simuler l'évolution des glaciers terrestres. Mais même avec l'aide de supercalculateurs, les calculs prennent trop de temps : le temps de calcul augmente avec le nombre d'équations, donc

avec le nombre de mailles. Or, pour avoir une bonne précision, il faut disposer de beaucoup de mailles, surtout dans les zones de forte vitesse. Les glaciologues et les mathématiciens ne renoncent pas pour autant. En utilisant le fait que l'épaisseur de glace est « très faible » par rapport à l'étendue horizontale de la calotte, ils ont proposé un modèle simplifié, dit *modèle couche mince*, un petit peu moins précis que le précédent mais beaucoup plus rapide !

L'évolution d'une calotte polaire peut ainsi être simulée pendant une période donnée, ce qui permet de réaliser des prévisions, en combinant le modèle mathématique et les mesures physiques. Ce couplage se fait de manière indirecte, en remontant par exemple aux conditions physiques à la base de la calotte polaire, grâce à des mesures à la surface de celle-ci. Hélas, les prévisions obtenues sont très incertaines, à cause de la sensibilité de plusieurs paramètres. Des outils mathématiques puissants, les « méthodes inverses » (à la base de nos prévisions météos quotidiennes !), permettent de pallier ce problème et d'effectuer des prévisions plus fiables en prenant en compte, en plus du modèle d'évolution, les mesures physiques disponibles.

Paramètres sensibles mais mal connus et méthodes inverses

Les entrées du modèle mathématique sont des paramètres qui dépendent de la calotte polaire étudiée et du scénario climatique envisagé : il s'agit de la géométrie et de la température de la calotte, du flux géothermique, des coefficients mécaniques, des précipitation. Leurs valeurs sont déterminées par les processus physiques ou choisies par l'utilisateur. En pratique, les valeurs de ces paramètres sont entachées d'erreurs, qui vont se répercuter dans les équations du modèle et produire une erreur sur la sortie. Un paramètre est *sensible* si une « petite » erreur à l'entrée se traduit par une « grosse » erreur à la sortie ; il est *peu sensible* si la « petite » erreur en entrée reste « petite » en sortie. Pour ces derniers paramètres, on n'a pas besoin d'être extrêmement précis, une bonne approximation suffit. Pour les paramètres sensibles, en revanche, il est crucial de réduire l'erreur autant que possible en vue d'effectuer des prévisions fiables.

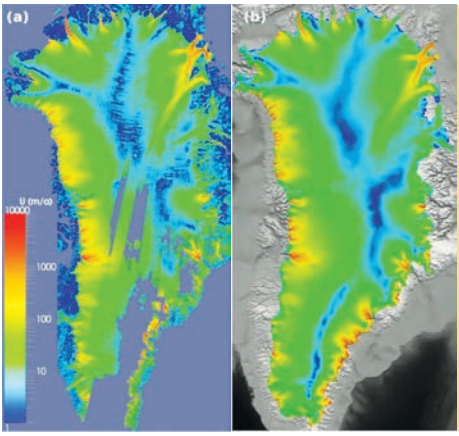
La perte de masse des calottes polaires par vêlage d'icebergs est contrôlée par un petit nombre de fleuves de glace ou de glaciers côtiers appelés *glaciers émissaires* (la glace à proximité des limites de la calotte glaciaire peut se retrouver emprisonnée dans des vallées taillées dans le roc, formant ce type particulier de glacier). La présence ou non de fleuves de glace est liée à la nature des conditions à la base de la calotte, qui permettent ou non un fort glissement et donc de grandes vitesses d'écoulement (jusqu'à une dizaine de kilomètres par an).

Un autre paramètre essentiel est l'altitude du socle rocheux (toujours à la base de la calotte), notamment dans les zones côtières. En effet, la glace se déforme sous l'effet de son propre poids, qui est proportionnel à l'épaisseur de glace, donc à la différence entre l'altitude de surface et l'altitude du socle. Les conditions basales que sont le coefficient de frottement et l'altitude du socle sont des paramètres sensibles : la moindre incertitude provoque une grande variation de la vitesse d'écoulement, donc potentiellement une grande variation dans le volume de glace perdu par la calotte. Or, les observations pour les conditions de frottement à la base sont très limitées. En pratique, on ne dispose donc pas d'une valeur précise. Pour la profondeur du socle, on dispose là aussi d'un nombre très limité de mesures, faites par avion. Des méthodes mathématiques permettent d'estimer l'altitude dans les zones non observées mais l'incertitude peut alors atteindre plusieurs centaines de mètres. Le coefficient de frottement et l'altitude du socle sont donc des paramètres à la fois sensibles et mal connus.

Par contre, il est possible de disposer d'autres observations bien plus précises : des mesures par satellite fournissent l'altitude de la surface et la vitesse de la glace en surface. On dispose de données d'observation annuelles depuis environ 2005. Peut-on les utiliser pour en déduire les conditions basales ? L'idéal serait de pouvoir « inverser le modèle », autrement dit de pouvoir calculer les paramètres du modèle à partir de ces observations. Malheureusement, mathématiquement parlant, le modèle n'est pas inversible : il n'existe pas de façon simple de passer des observations aux paramètres d'entrée inconnus. Pour autant, les mathématiciens ont développé des méthodes inverses, qui permettent malgré tout de répondre au problème (estimer « au mieux » les paramètres mal connus, en utilisant à la fois les observations et le modèle). Car même si l'on ne peut pas écrire formellement un « modèle inverse », on peut encore utiliser le modèle direct. En combinant les quelques observations et l'expertise des glaciologues, on dispose d'une première estimation des paramètres d'entrée. L'idée est alors de fournir au modèle ces paramètres d'entrée approchés et d'exécuter le code associé pour obtenir des simulations qui vont du passé vers le présent. Les sorties de ce modèle direct sont *a priori* inexactes, mais fournissent une altitude de surface et un champ de vitesses de surface que l'on peut comparer aux observations. La méthode consiste alors, grâce à l'écart entre les observations et les sorties simulées, à corriger les paramètres d'entrée, afin de réduire cet écart.

Pour réduire l'écart à chaque étape, on utilise une méthode de descente : une randonneuse en montagne qui souhaite descendre dans la vallée avec le moins d'étapes possible suit la ligne de plus grande pente pour corriger sa position. À chaque étape, elle recalcule sa position et la ligne de plus grande pente, qu'elle emprunte alors pour effectuer son nouveau déplacement. Elle s'arrête lorsqu'elle est dans la vallée, quand la pente est « proche » de zéro.

On procède de façon similaire avec l'écart entre sorties et observations, qui correspond à l'altitude sur la montagne. On corrige les paramètres d'entrée (qui correspondent à la position sur la montagne) grâce à une ligne de plus grande pente, définie mathématiquement.



Vitesses à la surface du Groenland.
En (a), les vitesses observées par satellite ; en (b), les vitesses reconstituées après détermination du coefficient de frottement basal. Les principaux glaciers émissaires (vitesses supérieures à 10 km/an) sont bien reproduits.

©AIRSEA & LGGE, 2015

Dans notre cas, la résolution du problème inverse a permis d'obtenir un coefficient de frottement plus précis, et de faire des simulations à l'échelle du siècle pour estimer la contribution du Groenland à la montée du niveau des mers.

J. E.

Pour en savoir (un peu) plus :

Modéliser et simuler la fonte des calottes polaires. Maëlle Nodet et Jocelyne Erhel, *Interstices,* 2015.

Des outils mathématiques pour prévoir la fonte des calottes polaires. Maëlle Nodet et Jocelyne Erhel, *Interstices,* 2015.

« Simuler la fonte des calottes polaires. » Maëlle Nodet et Jocelyne Erhel, *Imaginary*, module primé lors de la compétition internationale des Mathématiques de la planète Terre, 2017, disponible en ligne.

« Le futur des glaciers ». Guillaume Jouvet, 5 mn, vidéo pédagogique disponible en ligne.

De la glace à la mer. Maëlle Nodet, *Matapli* 100, 2013, disponible en ligne.

L'évolution des glaciers, modélisation et prédiction. Guillaume Jouvet, *Accromath* 8.2, 2013, disponible en ligne.

Greenland ice sheet contribution to sea-level rise from a new-generation ice-sheet model. Fabien Gillet-Chaulet, Olivier Gagliardini, Hakime Seddik, Maëlle Nodet, Gael Durand, Catherine Ritz, Thomas Zwinger, Ralf Greve et David Glyn Vaughan, *The Cryosphere* 6, 2012, disponible en ligne.

Elmer/Ice. Elmer/Ice Project, 2018, logiciel libre disponible en ligne.