



Enseigner les mathématiques par les récréations ? Un projet pédagogique né au XIX^e siècle

Jérôme Auvinet

Historien des mathématiques au laboratoire
de mathématiques Jean Leray (Université de Nantes)

Si, à la fin du XIX^e siècle, les récréations mathématiques sont connues de longue date (on peut penser aux *Problèmes plaisans & délectables qui se font par les nombres* de Claude Gaspard Bachet, parus en 1612), leur usage pédagogique n'est explicitement développé qu'à partir de cette période par des mathématiciens soucieux de renouveler un enseignement jugé fastidieux. Charles-Ange Laisant (1841–1920), son ami Édouard Lucas (1842–1891) ou Émile Fourrey (1869–?) sont enseignants dans le système préparatoire pour les deux premiers et ingénieur des travaux publics pour le troisième.

Ils apparaissent comme les principaux promoteurs d'un changement de modèle dans l'instruction des élèves, à travers des ouvrages novateurs : l'*Initiation mathématique* (1906) de Laisant, l'*Arithmétique amusante* (1895) de Lucas ou les *Récréations arithmétiques* (1899) de Fourrey.

Comme l'explique Fourrey, il s'agit d'« instruire en présentant la science par ses côtés curieux », d'enseigner en divertissant. Si les récréations ont été des amusements et des occasions d'exposer de manière originale des théories savantes, elles endossent ici un tout autre rôle. En puisant abondamment dans l'histoire des mathématiques, les auteurs exposent autant de situations qui sont prétextes à un exposé vivant des mathématiques.

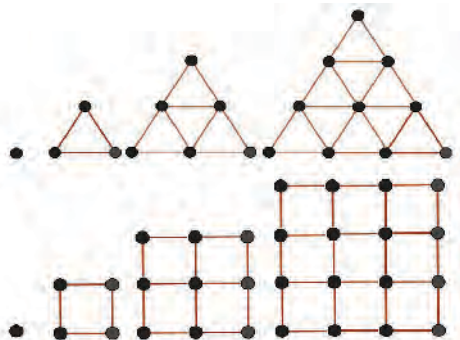
Les mathématiques par les récréations : amuser pour enseigner

Laisant, raisonnant en pédagogue, propose ainsi dans son *Initiation* un ensemble de soixante-cinq leçons ordonnées, destinées aux enfants de moins de 12 ans, pour découvrir progressivement les premières notions de mathématiques, des plus simples (numération) aux plus évoluées (fonctions et suites de nombres). C'est une vision volontairement éloignée des programmes en vigueur, qui s'appuie sur la curiosité et la motivation propre à chaque enfant, usant de récréations incontournables : opérations particulières sur les nombres (comme la multiplication par 9 ou 11), progressions par différence et quotient (nous dirions suites arithmétiques et suites géométriques), ou encore les carrés

magiques, largement étudiés par Fourrey. Quelques exemples de ces récréations, expressément utiles aux éducateurs au sens large (instituteurs, familles...), permettent de souligner leurs principaux mécanismes, leur intérêt pour «initier» aux mathématiques. Ces caractéristiques les distinguent en outre des usages traditionnels des récréations passées.

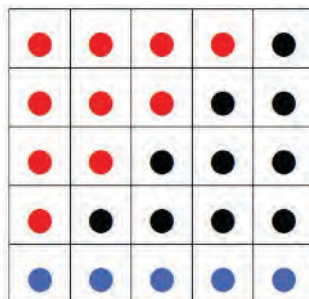
Une pratique visuelle éloignée des processus rebutants

Peut-on enseigner les mathématiques sans chiffre, sans formule ? Nos auteurs invitent en effet à une autre pratique, éloignée de longs processus calculatoires rébarbatifs. Ce cadre nouveau repose davantage sur le regard que sur un symbolisme obscur. Le but est de pénétrer directement au cœur de la pratique mathématique dans toutes ses dimensions. Les nombres figurés apparaissent ainsi comme une visualisation aisément manipulable. Les nombres triangulaires (1, 3, 6, 10...) ou carrés (1, 4, 9, 16...), déjà présents chez Euclide et exposés par Fourrey, permettent, en unissant calcul et géométrie, de proposer de nombreuses propriétés verbalisées.



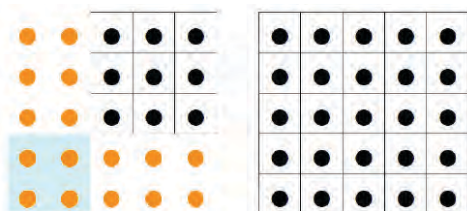
Les quatre premiers nombres
triangulaires et carrés.

© Fourrey, 1899



Tout carré est égal à son côté
augmenté de deux fois le nombre
triangulaire de rang précédent.

© Fourrey, 1899



La somme des carrés de trois nombres
impairs consécutifs est égale à trois fois le carré du nombre moyen,
plus 8 (ici, $3^2 + 5^2 + 7^2 = 3 \times 5^2 + 8$).

© Fourrey, 1899

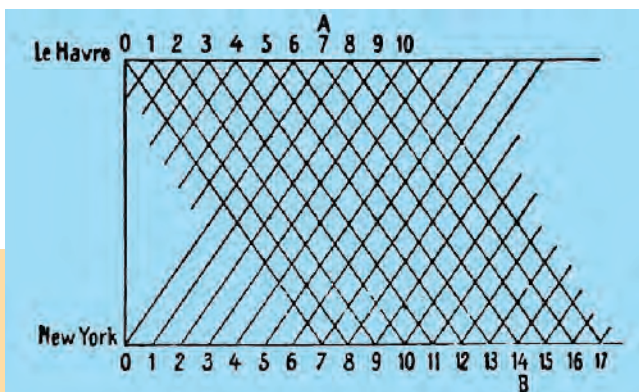
Quand Lucas propose aux jeunes élèves de construire des carrés magiques en remplaçant les nombres par des cartes à jouer, il observe : « *On réalise ainsi, soit avec le jeu de cartes, soit avec le jeu de dominos, soit avec le jeu de loto, un amusement scientifique pour les petits enfants. Les parents et les maîtres leur donneront ainsi, tout en jouant, les premières notions de l'addition.* » L'objectif est de progresser dans l'acquisition du calcul mental, sans avoir recours à l'écriture chiffrée.

Pratiquer verbalement la numération peut paraître surprenant : cela prend le contrepiéd des récréations de Bachet, qui justement se traitent « *par les nombres* » écrits ; c'est une démarche innovante et mobilisatrice. Une fois la notion de nombre consolidée, les carrés magiques resurgissent ainsi du passé en vertu de la pratique du calcul qu'ils permettent et des processus (nous dirions algorithmes) qu'ils illustrent et qui restent accessibles, car observables.

Laisant exprime pour sa part l'importance de solliciter le regard de l'apprenant, de l'entraîner à observer, à scruter des schématisations qui traduisent « la situation problème » de la récréation. Il rappelle ce problème de traversée de l'Atlantique dû à Lucas : chaque jour, un bateau part de New York pour Le Havre et inversement. Combien d'autres transatlantiques un bateau donné va-t-il croiser durant sa croisière ? Il l'accompagne d'une figure éclairante où la solution (15) « se voit » et n'est pas le produit d'un raisonnement tortueux.

Un problème de rencontres
entre navires.

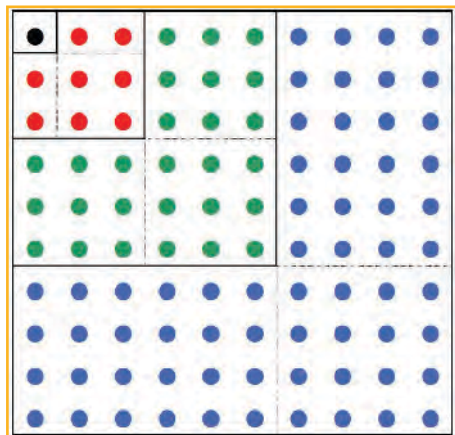
© Laisant, 1906



Mathématiques à manipuler pour attiser la curiosité

Si le dessin est le support privilégié du regard, les objets concrets de la vie courante permettent une pratique récréative basée sur l'expérimentation. Dès le début de son *Initiation*, Laisant insiste sur l'intérêt de faire manipuler des bâtons, des allumettes, des dés pour appréhender la notion de « *nombre concret* ».

Cette pratique récréative des mathématiques procède par exemples génériques, essais successifs, observations de symétries... L'attrait des questions posées sert de moteur à une expérimentation sur les procédés algorithmiques. Laisant propose ainsi de calculer la somme des cubes des n premiers entiers à l'aide de jetons de couleurs. Le cube de 1 est représenté par un seul jeton, le cube de 2 par deux carrés de quatre jetons superposés (qui peuvent être posés sur le plan d'une table, comme les rouges de la figure suivante). Les trois couches de neuf jetons correspondant au cube de 3 sont disposées comme les jetons verts, etc.



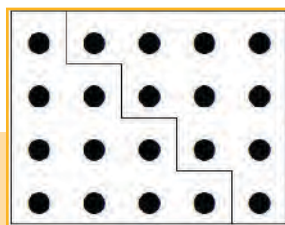
La somme de cubes aplatis.

© Laisant, 1906

L'imbrication des figures formées par les jetons de couleurs différentes permet d'obtenir un puzzle carré de côté $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n$, si bien que

$$\begin{aligned} 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 \\ &= \\ (1 + 2 + 3 + \dots + n)^2 \\ &= \\ (n(n+1)/2)^2. \end{aligned}$$

La somme des n premiers entiers avait été précédemment obtenue par une figure comparable appelée, d'après Lucas, «le vol des grues».



Le « vol des grues ».

© Laisant, 1906

Avec le choix d'une approche visuelle ou manipulative, il y a surtout la volonté de piquer la curiosité, y compris par le jeu. Fourrey présente ainsi le jeu du Piquet. Deux joueurs s'affrontent. Chacun d'eux doit ajouter, tour à tour, un nombre entier strictement inférieur à une limite donnée (par exemple 11) jusqu'à ce que le gagnant atteigne un seuil fixé (mettons 100). La stratégie gagnante est basée sur une suite arithmétique (12, 23, 34, 45, 56, 67, 78, 89), qui fournit les nombres à annoncer successivement pour être vainqueur. Par ce support ludique, le jeu incite à une pratique du calcul mental pour l'emporter sur son adversaire.

Les cartes à jouer sont abondamment utilisées par Lucas et sont le support d'autres jeux relevant de progressions arithmétiques. Par exemple une file de crapauds et une file de grenouilles (en même nombre) se retrouvent en sens opposé, nez à nez, séparées par un espace. Il s'agit de permuter les grenouilles et les crapauds, sans reculer, par plusieurs déplacements d'un pas ou de sauts par-dessus un autre amphibien.



Après avoir donné la solution pour deux groupes de 2 (figure ci-jointe), 3 puis 4 et enfin n amphibiens, Lucas donne le nombre minimal de coups nécessaires, soit

$$2[1+2+3+\dots+(n-1)]+3n$$

$$=$$

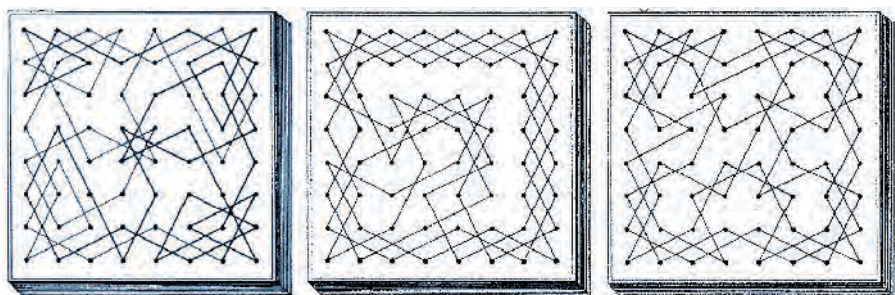
$$n(n+2).$$

Les grands nombres sont l'occasion pour Laisant d'interpeller l'enfant par des valeurs impressionnantes. Lors d'un « *dîner cérémonieux* » entre douze personnes, la question est posée de dénombrer les façons de disposer les invités autour de la table.

C'est l'occasion d'introduire la notion de permutation de n objets : il y a deux façons d'asseoir deux personnes, six d'en placer trois, *etc.*, jusqu'à plus de quatre cent soixante-dix-neuf millions pour le dîner en question.

La rapide progression des valeurs et la conversion en temps effectif (soit ici plus de quinze ans en prenant une seconde par configuration) accompagnent l'approche de ces nombres imposants, qui engage l'élève dans une pratique dépayssante.

De même, Lucas rédige une étude de la Fasioulette, un jeu scientifique «*pour servir à l'histoire, à l'enseignement et à la pratique du calcul et du dessin*». Cette récréation esthétique attire l'œil et revient au problème d'Euler, soit à parcourir les soixante-quatre cases d'un échiquier à l'aide du cavalier en passant une et une seule fois par chaque case. Il explique dans sa dédicace l'ambition de ces jeux : «*Et lorsque l'heure du travail sonnera à nouveau, apportez encore dans vos études la vivacité et l'entrain que vous mettez en vos jeux.* »



Quelques figures de résolutions du problème d'Euler.

© Lucas, 1889

Au final, Laisant désire, grâce à son *Initiation mathématique*, «*libérer l'enfance!*». Cela signifie se placer en dehors de tout programme dogmatique, engager une pédagogie novatrice basée sur des expérimentations continuelles, comme le promet son ami et pédagogue espagnol Francisco Ferrer (1859–1909).

Il y a aussi pour Laisant une dimension sociale forte, liée à son engagement politique, lui qui a été député. Enseigner les mathématiques par les récréations, c'est aussi donner des outils accessibles à tous les éducateurs et les élèves, quelle que soit leur classe sociale, pour initier de manière amusante à des mathématiques utiles à tous au sein de la société.

J. A.

Pour en savoir (un peu) plus :

Les récréations : des mathématiques à la marge. Évelyne Barbin, *Les génies de la science* 30, Pour la Science, 2007.

Mathématiques récréatives. Éclairages historiques et épistémologiques. Sous la direction de Nathalie Chevalarias, Michèle Gandit, Marcel Morales et Dominique Tournès, EDP Sciences–UGA Éditions, 2019.

Les preuves sans mots. Jean-Paul Delahaye, *Pour la Science* 244, février 1998.