

Préface introductive

Lisa Rougetet

Enseignant-chercheur en histoire des mathématiques
Université de Bretagne Occidentale, Brest

Benjamin Franklin (1706–1790) affirmait dans ses *Essais de morale et d'économie politique* : « *Le loisir est du temps pour faire quelque chose d'utile.* » Cette conception occidentale a longtemps influencé notre appréciation des jeux, notamment au XIX^e siècle au moment où la fabrication de jeux éducatifs et pédagogiques a explosé. Le jeu avait alors une fonction utilitariste : on pouvait se divertir sans perdre de temps inutilement, en manipulant des concepts historiques, géographiques ou mathématiques.

Ces dernières années, cette conception a beaucoup changé, et bien que l'on retrouve une idéologie officielle, la pratique a énormément évolué : notre société actuelle, une société dite *de loisir*, est la plus ludique depuis le XVIII^e siècle et le thème abordé dans cette brochure Maths Express 2019, *Jouons ensemble aux mathématiques* en est un bel exemple !

La fonction de cette préface introductive est double : d'une part, il s'agira de motiver les trois grands thèmes qui ont été retenus pour structurer l'ensemble des différentes contributions de la brochure, à savoir *Jouer pour jouer*, *Jouer pour apprendre* et *Jouer pour faire de la recherche en mathématiques*. Ces thèmes sont en effet le reflet des trois caractéristiques des récréations mathématiques identifiées au cours de l'histoire, notamment depuis le XV^e siècle : les récréations mathématiques devaient être curieuses et divertissantes, permettre de diversifier l'enseignement parfois rébarbatif des mathématiques, et découvrir des mathématiques nouvelles. Le Projet Ozanam¹ dans lequel s'inscrit cette brochure vise à mettre en évidence ces caractéristiques, à montrer que les mathématiques récréatives font partie intégrante de notre culture et qu'elles se doivent d'être mises à disposition de toutes et tous.

D'autre part, malgré un cloisonnement de nature éditoriale des différentes contributions, nous souhaiterions montrer que ces trois thèmes sont loin d'être complètement déconnectés ; à travers l'exemple des jeux de type Nim et de leur histoire nous montrerons qu'une même récréation mathématique permet

¹ Le Projet Ozanam a pour objectif de valoriser l'histoire et le développement des récréations mathématiques, notamment au travers du personnage de Jacques Ozanam (1640 – 1718), mathématicien et professeur de mathématiques pouvant également être considéré comme un des premiers « vulgarisateurs » de mathématiques. Le projet est porté par l'association Plaisir Maths, le CIJM sur le 20^e salon de 2019, le Centre François Viète (centre de recherches en histoire des sciences et des techniques) et l'Université de Bretagne Occidentale.

à la fois de s'adonner à un plaisir ludique, mais aussi de découvrir des nombres qui n'avaient jamais été pensés auparavant, tout en s'inscrivant dans une dimension historique forte. Cet exemple servira en quelque sorte de grille de lecture de la brochure et montrera comment les cloisonnements peuvent en fait être évités.

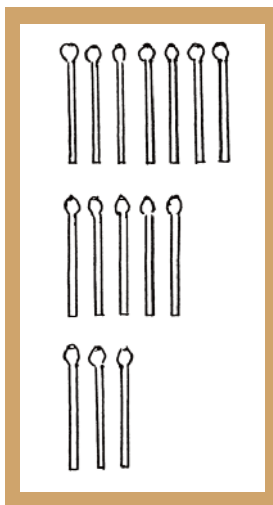
NIM, A GAME WITH A COMPLETE MATHEMATICAL THEORY.

BY CHARLES L. BOUTON.

Titre de l'article de Charles L. Bouton, paru en 1901 dans *The Annals of Mathematics*.

L'appellation jeu de Nim date de 1901, on la trouve pour la première fois dans un article rédigé par le mathématicien de Harvard Charles Leonard Bouton, publié dans *The Annals of Mathematics*. L'article de Bouton pose en quelque sorte les jalons de la théorie mathématique des jeux qu'on appellera *jeux combinatoires*² à partir des années 1970. Le jeu de Nim présenté par Bouton se joue de la manière suivante : on dispose trois rangées d'objets sur une table, par exemple des allumettes comme le montre l'illustration ci-contre, chacune disposant d'un nombre quelconque d'allumettes. À tour de rôle, les deux joueurs choisissent une seule rangée et retirent un nombre quelconque d'allumettes : une, deux... toute la rangée si voulu. Au moins une allumette doit être retirée à chaque coup. Le joueur qui prend la (ou les) dernière(s) allumette(s) remporte la victoire.

On dit alors que le jeu est joué en *version normale* (et dans le cas où le joueur qui prend la dernière allumette perd, le jeu est joué en *version misère*).



Dictionary of mathematical games, puzzles, and amusements.

Harry Edwin Eiss (1988), Greenwood Press, Inc.

²Jeux qui se jouent à deux joueurs, alternativement, sans hasard et à information complète/parfaite (pas de cartes cachées par exemple).
Le nombre de coups dans une partie est fini et le gagnant est la plupart du temps déterminé par le dernier coup.

Les clés de la victoire

Après quelques parties, les joueurs se rendent compte assez rapidement qu'il existe des positions qui leur sont favorables, et que s'ils les laissent à leur adversaire, ce dernier ne pourra rien faire pour empêcher la victoire. Par exemple, laisser la position 1-1 ou 2-2 ou $n-n$ à son adversaire assure la victoire (à condition de se ramener à chaque coup à une position où les deux rangées contiennent le même nombre d'allumettes). De manière générale – et c'est la théorie exposée par Bouton dans son article de 1901 – pour identifier si une position est *gagnante*³ ou non, il faut d'abord traduire le nombre d'allumettes contenues dans chaque rangée en binaire. Dans notre exemple, la configuration 7-5-3 devient 111-101-011 (nous gardons volontairement le 0 à gauche dans l'écriture binaire de 3 pour avoir le même nombre de chiffres dans les trois nombres). Plaçons ensuite ces nombres en colonne, en alignant bien les unités entre elles, pour effectuer ce que nous appelons aujourd'hui la Nim-somme : il s'agit d'additionner chaque colonne en base 2 et sans retenue (c'est-à-dire que $1 + 1 = 0$, $1 + 0 = 1$ et $0 + 0 = 0$).

On obtient alors :

$$\begin{array}{r} 111 \\ 101 \\ 011 \\ \hline 001 \end{array}$$

La Nim-somme de cette position n'étant pas nulle (elle le serait si la somme de chacune des colonnes était égale à 0), cela signifie que la position est gagnante et que le prochain joueur peut jouer un coup qui lui donnera l'avantage sur son adversaire⁴. C'est un des premiers résultats de la théorie des jeux combinatoires, que l'on pourrait énoncer ainsi : une position de Nim est gagnante si et seulement si la Nim-somme des nombres d'allumettes de chaque rangée est non nulle.

Après Bouton, d'autres mathématiciens s'intéressent au jeu de Nim et à ses variantes. Des résultats plus généraux concernant des classes de jeux, et non plus des jeux en particulier, sont énoncés dans les années 1930 par, entre autres, Emanuel Lasker, Roland Sprague et Patrick Grundy, permettant à la théorie des jeux combinatoires de s'ancrer petit à petit dans la recherche en mathématiques, bien que cette intégration se soit faite difficilement.

En 1976, le mathématicien pluridisciplinaire John Horton Conway publie un ouvrage, *On Numbers and Games* (AK Peters - CRC Press), dans lequel il présente sa théorie des nombres surréels et montre l'analogie entre les nombres et les jeux.

3 Une position est dite *gagnante* si le prochain joueur à jouer dispose d'une stratégie gagnante pouvant le mener à la victoire.

4 Par exemple, retirer une allumette de la rangée qui en contient sept pour obtenir la position 6-5-3, soit en binaire 110-101-011, qui donne une Nim-somme nulle. Retirer une allumette de la rangée qui en contient cinq ou de celle qui en contient trois fonctionne également.

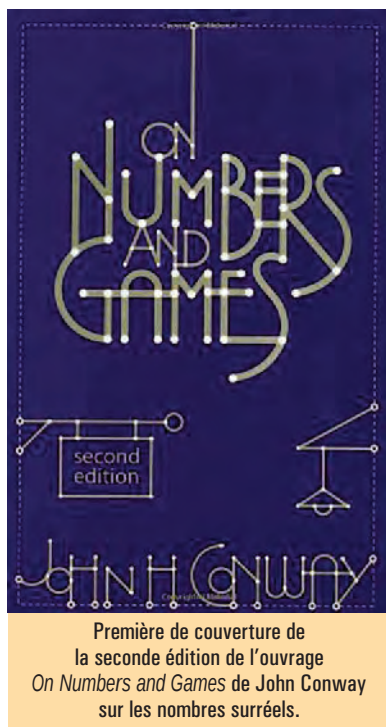
Les nombres surréels n'avaient alors jusqu'à présent jamais été rencontrés dans l'histoire des mathématiques, et ouvrent aujourd'hui la recherche vers d'autres voies d'exploration⁵ en mathématiques et en informatique.

Le thème *Jouer pour faire de la recherche en mathématiques* prend ici tout son sens.

Bien évidemment, ce n'est pas en 1901 qu'un jeu de type Nim (dont les mécanismes ludiques sont similaires) est présenté pour la première fois : on trouve déjà chez les auteurs d'ouvrages de récréations mathématiques à partir des XVI^e–XVII^e siècles des problèmes arithmétiques qu'on qualifierait aujourd'hui de *jeux de Nim à une pile*.

La première source remonte à Luca Pacioli, mathématicien italien de la Renaissance, qui propose dans son manuscrit de 1508, le *De Viribus Quantitatis*, un problème consistant à additionner à tour de rôle (il y a deux joueurs) des nombres compris entre 1 et 6, le gagnant étant celui qui atteint le nombre 30 le premier⁶. Cette version additive se retrouve ensuite dans quasiment tous les ouvrages de récréations mathématiques à partir du XVII^e siècle : les *Problemes plaisans et delectables qui se font par les nombres* de Claude Gaspard Bachet (1612), les *Récréations mathématiques et physiques* de Jacques Ozanam (1694), ainsi que dans ses multiples rééditions. À cette époque, le rôle des récréations mathématiques était essentiellement de piquer la curiosité du lecteur en lui proposant des énoncés accrocheurs, mais également de montrer « *qu'on ne doit point mépriser ces petites subtilités, qui aiguisent l'esprit et habilitent l'homme à des plus grandes choses* » (Bachet, 1612, préface).

Jacques Ozanam précise que ces récréations sont destinées à tout le monde : « [...] *les jeux d'esprit sont de toutes les saisons et de tous les âges ; ils instruisent les Jeunes, ils divertissent les Vieux, ils conviennent aux Riches, et ne sont pas au-dessus de la portée des Pauvres : les deux sexes peuvent s'en accommoder sans choquer la bienséance.* » (Ozanam, 1694, Préface). On voit parfaitement ici les dimensions ludique et pédagogique revendiquées par les auteurs, dans la double optique de *Jouer pour jouer*, mais aussi de *Jouer pour apprendre*.



Première de couverture de la seconde édition de l'ouvrage *On Numbers and Games* de John Conway sur les nombres surréels.

⁵ Pour une introduction aux nombres surréels de Conway, voir *Des jeux aux nombres surréels*. Lisa Rougetet, Images des mathématiques, CNRS, 2015. URL : <https://images.math.cnrs.fr/Des-jeux-aux-nombres-surreels>

⁶ Par exemple, le joueur A dit 3, le joueur B dit 5, ce qui fait un total de 8. Le joueur A choisit à présent 4, ce qui donne un total de 12, puis le joueur B choisit 1, qui amène à 13, etc. jusqu'à ce que l'un des joueurs arrive à 30.



Portrait de
Claude-Gaspard
Bachet de Méziriac
(1581 – 1638).
Source : Institut de France

Frontispice de l'ouvrage de
Bachet, imprimé en 1612 :
*Problemes plaisans et delectables
qui se font par les nombres.*

Source : Nabu Press



À partir des années 1940–1950 sont conçues les premières machines électromécaniques destinées à défier l'humain au jeu de Nim, dans une configuration avec quatre rangées d'objets, chacune pouvant en contenir entre un et sept. Le Nimatron (fabriqué en 1940) et le Nimrod (fabriqué en 1951), machines aux dimensions considérables pesant plus d'une tonne, exposées au cours de foires ou de salons industriels, ont disputé et remporté de nombreuses parties face aux visiteurs fascinés par les ampoules clignotantes qui reflétaient, soi-disant, l'activité pensante de la machine.



Le Nimrod exposé lors d'un salon industriel à Berlin en Octobre 1951.

© Bert Sass, Landesarchiv Berlin



Une jeune femme jouant
contre le Nimatron.

Source : The Nimatron. Condon Edward (1942),
The American Mathematical Monthly

Ensuite, à la fin des années 1960, des machines purement mécaniques – bien moins volumineuses et onéreuses à construire – sont commercialisées pour le grand public, qui peut tester ses compétences, par exemple, face à

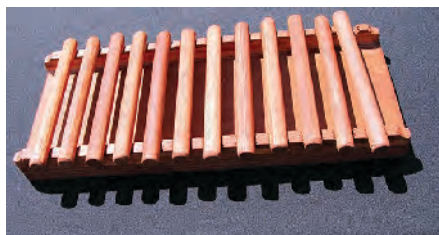
Dr. Nim grâce aux différentes variantes du jeu de Nim à une pile qu'il propose⁷. Avec l'arrivée des ordinateurs personnels dans les années 1970, le jeu de Nim sera développé sous la forme de programmes, encore connus aujourd'hui de nos étudiants en informatique dans leurs premières activités de programmation.

Plateau de jeu du Dr. Nim,
commercialisé par E.S.R. Inc. en 1966.

Photographie : L. Rougetet



Enfin, sans qu'il ne soit explicitement mentionné de la sorte, le jeu de Nim a su trouver sa place dans le célèbre jeu télévisé français Fort Boyard (Adventure Line Productions), diffusé depuis 1990, comme l'un des duels—celui des bâtonnets— contre les maîtres du temps dans la salle du Conseil.



Jeu des bâtonnets, ici avec 12 bâtonnets initiaux.

© recreanimes.fr



L'année dernière à Marienbad,
film d'Alain Resnais.

Source : www.labyrintheiques.fr et Argos Film

Il apparaît également de façon récurrente dans le film d'Alain Resnais, *l'Année dernière à Marienbad*, sorti en 1961, et sera d'ailleurs connu pendant un temps sous le nom de *jeu de Marienbad* avec la configuration 7–5–3–1 (jouée en version misère).

Voilà bien des exemples qui montrent comment le jeu de Nim est pleinement ancré dans notre culture ludique, et qu'il permet finalement bien – sans aucune considération pour le système binaire—de *Jouer pour jouer*.

Bonne lecture !

L. R.

⁷ Par exemple, Dr. Nim peut jouer une partie dans laquelle il y a initialement quinze billes, chacun des joueurs (le joueur humain et Dr. Nim) peut en retirer une, deux ou trois à chaque tour et le dernier joueur à prendre la dernière bille a perdu.