

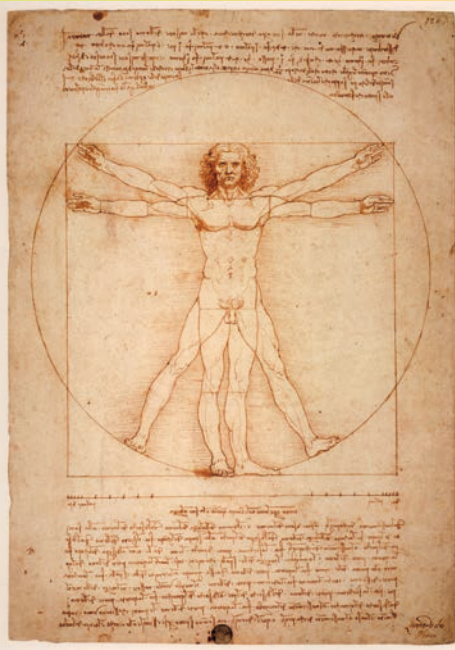
Les mathématiques : le langage de la beauté

Caroline Jullien

Docteure en philosophie

Le 10 octobre 1912 s'ouvre à Paris La Section d'or, une exposition marquante dans l'histoire du cubisme. La référence est explicite : la *section d'or*, aussi appelée le *nombre d'or* ou encore la *divine proportion*, est la solution positive de l'équation $x^2 = x + 1$, soit $(1 + \sqrt{5})/2$. Ce nombre, tenu pour exprimer une proportion esthétique, se retrouve à l'œuvre tout au long de l'histoire de l'art : depuis la grande pyramide, *l'Homme de Vitruve* de Leonard de Vinci, le cubisme analytique, l'œuvre de Le Corbusier ou la musique de Béla Bartók.

Les mathématiques apparaissent avec insistance et régularité dans les domaines que l'on appelle artistiques, dans les secteurs qui ont «quelque chose à voir» avec l'esthétique. Elles se glissent là où l'on ne les attend pas : la structure de groupe se cache sous la plume du mathématicien et poète Jacques Roubaud, la théorie des graphes sous celle de l'écrivain Raymond Queneau...



L'homme de Vitruve.

© Musée des sciences et technologies
Léonard-de-Vinci, Milan, Italie

Trouver des moyens de caractériser la beauté... par les maths

Quelque trois siècles avant notre ère, Aristote l'affirmait : « *Les philosophes qui prétendent que les sciences mathématiques ne font aucune place ni au Beau, ni au Bien, sont assurément dans l'erreur : le Beau est, au contraire, l'objet principal du raisonnement de ces sciences et de leurs démonstrations. Ce n'est pas une raison parce qu'elles ne le nomment pas pour dire qu'elles n'en parlent pas, car elles en montrent les effets et les rapports* » (*Métaphysique*). Les mathématiques auraient ainsi à nous apprendre sur les propriétés esthétiques, elles nous donneraient les clés de ce qui provoque l'émotion esthétique ; elles seraient le langage de la beauté. Voilà qui est surprenant, sinon provocateur ! Réputées austères et abstraites, enfermées dans le carcan des théorèmes, dans le mécanisme des démonstrations, les mathématiques ne semblent *a priori* pas les bienvenues dans le royaume de l'esthétique.

Et pourtant. Dès le XVII^e siècle et tout au long du XVIII^e siècle, les mathématiques occupent une place centrale dans l'élaboration de l'esthétique en tant que discipline philosophique autonome. Jean-Pierre de Crousaz (1663–1750), philosophe et mathématicien suisse, prend part aux enquêtes sur nos facultés de perception, qui déboucheront sur ce que l'on appelle maintenant l'*esthétique philosophique*. Il publie un *Traité sur le beau* (L'Honoré et Chatelain, 1715), dans lequel il est le premier à analyser de façon systématique le principe de l'unité dans la variété. Pour justifier la pertinence de ce principe pour la caractérisation des propriétés esthétiques, c'est aux mathématiques que Crousaz fait appel : « *C'est encore dans les spéculations de cette science [les mathématiques] plus que dans aucune autre, que l'esprit découvre avec ravissement des uniformités qui se soutiennent toujours parmi les diversités infinies. Je ne m'étendrai pas à donner des exemples de cette vérité, ceux à qui ces Belles Sciences sont connues se les rappelleront incontinent, et ceux qui n'en sont pas encore instruits ne les comprendroient pas.* » Il consacre un chapitre entier à la beauté des mathématiques, chapitre qu'il augmentera lors de seconde édition (1724), parce que, explique-t-il, « *on a souhaité que je m'étendisse davantage sur la Beauté des Sciences* ».

Ce qui est remarquable est que la thèse de Crousaz n'est pas de prouver la beauté des mathématiques, mais de montrer le bien-fondé de la caractéristique de la beauté qu'il défend. Autrement dit, il ne construit pas son raisonnement en vue de convaincre le lecteur que les mathématiques sont belles (cela semble se passer d'explication), il tâche d'expliquer pourquoi nous les trouvons belles et, ce faisant, de trouver un moyen de caractériser la beauté.

Chercher l'unité profonde derrière la variété apparente

La démarche est similaire chez le philosophe irlandais Sir Francis Hutcheson (1694–1746). Son ouvrage *Recherches sur l'origine de nos idées de beauté et de vertu* (édité par Wolfgang Leidhold en 1725) est considéré comme l'un des ouvrages fondateurs de l'esthétique. Hutcheson n'était pas mathématicien. Pourtant, il ne cite pas un seul «artiste», pas une seule «œuvre d'art», si ce n'est... Euclide et ses *Éléments*. Les mathématiques lui servent de terrain d'investigation et de source d'exemples : *«À uniformité égale, la variété augmente la beauté. La beauté d'un triangle équilatéral est moindre que celle d'un carré, qui est elle-même moindre que celle d'un pentagone, celle-ci étant encore surpassée par celle de l'hexagone. La plus grande uniformité au sein d'une variété égale augmente la beauté dans les exemple suivants : le triangle équilatéral, ou même isocèle, surpasse le scalène ; le carré surpasse le rhombe ou losange, qui surpasse à son tour le rhomboïde, plus beau pourtant que le trapèze.»* Il consacrera une section entière à la beauté des théorèmes, des corollaires et des propositions. Le philosophe Yves-Marie André, appelé le père André (1675–1764), publie également un ouvrage majeur, *Essai sur le beau* (Guérin, 1741). Il reprochera à Hutcheson de ne pas s'être occupé de la beauté des démonstrations ! Enfin, Diderot propose en 1752 un article pour son encyclopédie, «Recherches philosophiques sur l'origine et la nature du beau», dans lequel il entreprend une synthèse critique des travaux sur la question du beau. À son tour, il s'interroge sur la caractérisation du beau. Il en écarte l'idée de grandeur et justifie cette exclusion en faisant appel... à la reine des sciences : *«En Mathématique on entend par un beau problème, un problème difficile à résoudre ; par une belle solution, la solution simple et facile d'un problème difficile et compliqué ; la notion de grand, de sublime, d'élevé, n'a aucun lieu dans ces occasions, où on ne laisse pas d'employer le nom de beau.»*

La beauté n'est pas une valeur ajoutée, c'est le premier critère!

Cette promenade dans les coulisses de la formation de l'esthétique nous révèle deux choses : les mathématiques fournissent un modèle pour caractériser des propriétés esthétiques ; elles sont elles-mêmes objet d'une évaluation esthétique. Ainsi, non seulement les mathématiques «décrivent» la beauté, mais surtout elles s'en trouvent parées. Il faut donc maintenant se tourner du côté des mathématiciens pour comprendre cela. Que nous disent-ils de la beauté, et plus généralement de l'esthétique de leur discipline ?

Il suffit de lire des écrits rétrospectifs, des textes honorifiques, des conférences grand public, pour mesurer la place qu'occupent les considérations esthétiques chez les mathématiciens. Bien sûr, pourra-t-on objecter, les mathématiques sont tellement difficiles à comprendre pour un public non initié, elles ont une telle mauvaise réputation en ce qui concerne leur rigueur (certains diront «froideur»), qu'injecter un peu de beauté de-ci de-là rend la chose plus digeste. Cela serait faire bien peu de cas de l'ardeur avec laquelle certains mathématiciens se sont appliqués à construire de véritables thèses argumentées pour asseoir non seulement la dimension esthétique des mathématiques, mais également le rôle crucial de cette dernière pour comprendre et faire des mathématiques. Pour Godfrey Harold Hardy (1877–1947), mathématicien britannique de premier plan, la beauté est un préalable à la recherche en mathématique : *«Les formes créées par le mathématicien, comme celles créées par le peintre ou le poète, doivent être belles ; les idées, comme les couleurs ou les mots, doivent s'agencer harmonieusement. La beauté est le premier critère : il n'y a pas en ce monde de place permanente pour des mathématiques laides»* (*A Mathematician's Apology*, Cambridge University Press, 1940).

La beauté n'est pas une valeur ajoutée, c'est le premier critère pour décider de l'importance d'un résultat mathématique. Ce que l'on peut mettre en résonance avec la description de Jacques Hadamard, qui nous explique en 1945 dans son *Essai sur la psychologie de l'invention dans le domaine mathématique* le rôle de la beauté : *«Sur le caractère fécond de nos futurs résultats, à propos duquel nous ne savons le plus souvent rien à l'avance, à strictement parler, ce sens de la beauté peut nous renseigner et je ne vois rien d'autre qui nous permette de bâtir des prévisions.»*

Henri Poincaré : le mathématicien «travaille en artiste»

Parmi les mathématiciens sensibles à l'attrait esthétique de leur discipline, Henri Poincaré (1854–1912) est sans aucun doute le plus connu. Pour lui, cet aspect des mathématiques procure certes une satisfaction pour l'esprit. Mais surtout la prise en considération de la dimension esthétique des mathématiques est nécessaire à la compréhension ainsi qu'au développement de cette discipline. Ainsi, pour lui, l'esthétique induit une méthode de travail en mathématique. L'argument que Poincaré met en place pour justifier cette idée repose sur la considération des mathématiques en tant que langage. Comme tout langage, elles seront d'autant plus performantes et utiles qu'elles seront riches, nuancées et précises. Or, pour pouvoir atteindre ces raffinements, il faut, explique Poincaré, que l'on tâche de mettre en valeur les symétries, que l'on repère

des analogies, il faut que le mathématicien «*travaille en artiste*» (*la Valeur de la science*, Flammarion, 1905). C'est ainsi qu'il compare la méthode de travail du mathématicien avec celle de l'écrivain : «*Les écrivains qui embellissent une langue, qui la traitent comme un objet d'art, en font en même temps un instrument plus souple, plus apte à rendre les nuances de la pensée. On comprend alors comment l'analyste qui poursuit un but purement esthétique, contribue par cela même à créer une langue plus propre à satisfaire le physicien.*»

Pour comprendre l'importance de cette thèse, agrandissons un peu le tableau. Au début du siècle dernier, la communauté mathématique a été agitée par un débat portant sur la nature du raisonnement mathématique et sur la possibilité, ou non, de le réduire à la logique. Poincaré a pris part à ce débat – souvent appelé le *débat sur le logicisme* – notamment dans ses échanges avec le philosophe britannique Bertrand Russell (1872–1970), l'un des fondateurs de la logique. Poincaré s'opposait fermement à la logicisation des mathématiques, c'est-à-dire, schématiquement, à la réduction des démonstrations mathématiques à une succession d'étapes déductives formelles. Il ne questionnait pas la rigueur que permet la logique en mathématique, mais il dénonçait cet excès de formalisme logique comme obstacle à la compréhension. Pourquoi ? Parce que l'écriture strictement logique des mathématiques ne laisse pas de place à leur dimension esthétique : «*Ceux qui les premiers se sont préoccupés avant tout de la rigueur nous ont donné des raisonnements que nous pouvons essayer d'imiter : mais si les démonstrations de l'avenir doivent être bâties sur ce modèle, les traités de mathématiques vont devenir bien longs : et si je crains les longueurs ce n'est pas seulement parce que je redoute l'encombrement des bibliothèques, mais parce que je crains qu'en s'allongeant, nos démonstrations perdent cette apparence d'harmonie dont j'ai expliqué [...] le rôle utile*» (*Science et Méthode*, Flammarion, 1908). Ainsi, la dimension esthétique des mathématiques est cruciale : ce n'est ni une simple façon de parler, ni une fantaisie anecdotique ; au contraire, elle est au cœur du processus de compréhension et d'invention mathématique.

Le découpage artificiel entre scientifiques et littéraires

Aujourd'hui encore les mathématiciens ne sont pas satisfaits avec la logicisation des mathématiques. Les *théories de la preuve* ne semblent pas correspondre à l'idée que se font les mathématiciens d'une démonstration : il y a un *nescio quid* [un je-ne-sais-quoi] qui échappe à toute tentative de formalisation exhaustive des mathématiques. Cette tension pourrait-elle se résorber lorsque l'on parviendra à intégrer les éléments d'ordre esthétique dans l'analyse des démonstrations ? Cette question, et

plus généralement la question du rôle de l'esthétique en mathématique, connaît un engouement croissant depuis une vingtaine d'années. Des travaux de divers horizons y sont consacrés, en philosophie, en histoire, en didactique ou encore du côté des neurosciences (voir par ailleurs dans cette brochure). C'est dans ce contexte que s'est menée en 2013 une analyse de l'activité du cerveau de mathématiciens, basée sur des données obtenues par IRM, alors qu'ils se voyaient présenter des textes mathématiques ou des œuvres d'art. Les auteurs de cette expérience montrent ainsi la corrélation des zones activées du cerveau : oui, les mathématiques sont susceptibles de provoquer une réponse esthétique, au même titre que le sont les œuvres d'art.

Mentionner cette expérience devrait permettre d'éviter un procès de froide surintellectualisation de la beauté : souligner le lien entre esthétique et mathématique, ce n'est pas vouloir enlever de l'émotif à l'expérience esthétique ! Au contraire, il s'agit ici de dénoncer ce découpage artificiel mais bien actuel dans nos institutions : on oppose le cognitif à l'émotif, on oppose les « littéraires » et les « matheux », les artistes et les scientifiques. Cette opposition apparaît bien artificielle à la lumière du rôle cognitif de l'esthétique...

C.J.

Pour en savoir (un peu) plus :

La science et l'hypothèse. Henri Poincaré, Flammarion, 1902.

Esthétique et mathématiques, une exploration goodmanienne. Caroline Jullien, Presses universitaires de Rennes, 2008.

Logical Dynamics Of Information And Interaction. Johan van Benthem, Cambridge University Press, 2011.

The Experience Of Mathematical Beauty And Its Neural Correlates. Michael Atiyah, Dionigi Benincasa, John Paul Romaya et Semir Zeki, *Frontiers in Human Neuroscience* 8, 2014.

Beauty And Revolution In Science. James Mc Allister, Cornell University Press, 1999.

« Logic In Play. » Johan van Benthem, Congress On Logic, Methodology And Philosophy Of Science, conférence plénière, 3 août 2015 (en anglais) : <http://video.helsinki.fi/Arkisto/flash.php?id=20447>

Sur la clarté des démonstrations mathématiques. François Rostand, Vrin, 1962.

Explaining Beauty In Mathematics : An Aesthetic Theory Of Mathematics. Ulianov Montano, Springer, 2014.