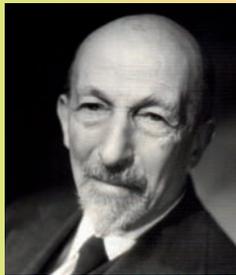


Langages et mathématiques, un dialogue au cœur du cerveau humain

Marie Amalric

Doctorante au centre de neuroimagerie cérébrale NeuroSpin

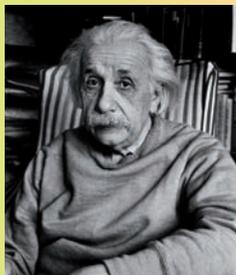
La pensée mathématique peut-elle exister sans langage? Voici une question séculaire qui intrigue bien des philosophes et des scientifiques.



Jacques S. Hadamard
(1865–1963).

© Bibliothèque centrale de l'École polytechnique (photo : studio Harcourt, Paris, 1950)

L'activité mathématique et les compétences pour le langage parlé reposent pour certains sur les mêmes mécanismes d'abstraction. Le linguiste américain Noam Chomsky prétend même que l'activité mathématique a émergé chez l'homme comme conséquence de ses capacités de langage! Pourtant, la plupart des mathématiciens et physiciens ne perçoivent pas l'influence du langage dans leur réflexion. C'est ce qu'évoque notamment le mathématicien français Jacques Hadamard en 1945, dans un ouvrage analysant les processus à l'œuvre dans l'invention mathématique. En particulier, il y rapporte sa correspondance avec nombre de ses collègues, dont Albert Einstein, qui lui écrit : «*Les*



Albert Einstein
(1879–1955).

© Bibliothèque centrale de l'École polytechnique (photo : studio Harcourt, Paris, 1950)



Noam Chomsky
(né en 1928).

© Fotostory
(via Shutterstock)

mots ou le langage, écrit ou parlé, ne semblent pas jouer le moindre rôle dans le mécanisme de ma pensée. Les entités psychiques qui servent d'éléments à la pensée sont certains signes ou des images plus ou moins claires [...] qui sont, dans mon cas, de type visuel et parfois moteur. Les mots [...] n'ont à être cherchés avec peine qu'à un stade secondaire »

La fameuse «bosse des maths» revisitée

L'imagerie cérébrale permet aujourd'hui de poser cette question en laboratoire. En particulier, la technique d'imagerie par résonance magnétique fonctionnelle (IRMf), en observant l'afflux sanguin fournissant l'oxygène nécessaire au fonctionnement des neurones, permet d'en localiser l'activité.



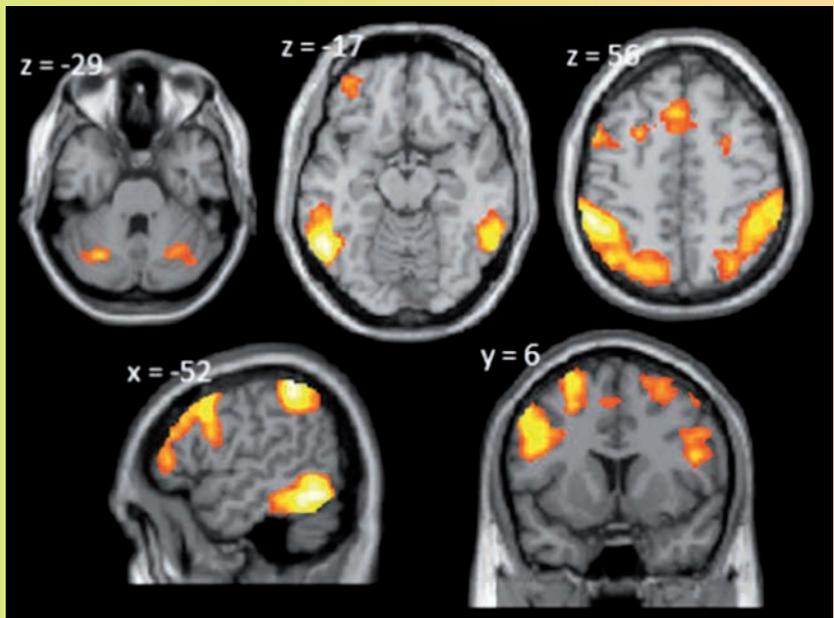
**Appareil d'imagerie
par résonance magnétique
IRM à 3 Tesla – 128 canaux.**

*© Service de Neuro-Imagerie
de l'Hôpital des Quinze-Vingts*

Alors que les études passées s'intéressaient principalement à l'arithmétique élémentaire, notre laboratoire au sein du centre de neuroimagerie cérébrale NeuroSpin a, pour la première fois, pu mettre en place une série d'expériences permettant de déterminer quelles aires cérébrales sont impliquées dans la réflexion mathématique de niveau avancé. Une trentaine de mathématiciens professionnels se sont prêtés au jeu. Allongés dans l'IRM, ils ont écouté des affirmations mathématiques et non mathématiques de niveau avancé et ont dû déterminer en une poignée de secondes si chacune d'elles étaient vraies ou fausses.

Ces expériences ont permis de mettre au jour un ensemble d'aires cérébrales (en orange sur la figure en page ci-contre) impliquées dans toutes les activités mathématiques, quelle qu'en soient la difficulté ou la nature. En effet, que les mathématiciens vérifient la véracité d'une identité remarquable, réfléchissent aux propriétés du cercle trigonométrique, se confrontent à un problème géométrique, raisonnent sur des matrices ou réfléchissent à n'importe quel problème d'analyse, d'algèbre ou de topologie, le même réseau d'aires cérébrales s'active. Et nul besoin d'avoir la médaille Fields pour utiliser ces régions du cerveau : celles-ci s'activent aussi lorsque nous faisons des calculs arithmétiques, et même à la simple vue de nombres !

D'autres études d'imagerie cérébrale ont récemment suggéré que ce réseau est déjà impliqué chez les jeunes enfants non encore scolarisés lorsqu'ils mobilisent des intuitions mathématiques reliées au nombre et à l'espace, intuitions dont nous disposons tous à la naissance et que nous partageons avec de nombreuses autres espèces animales.



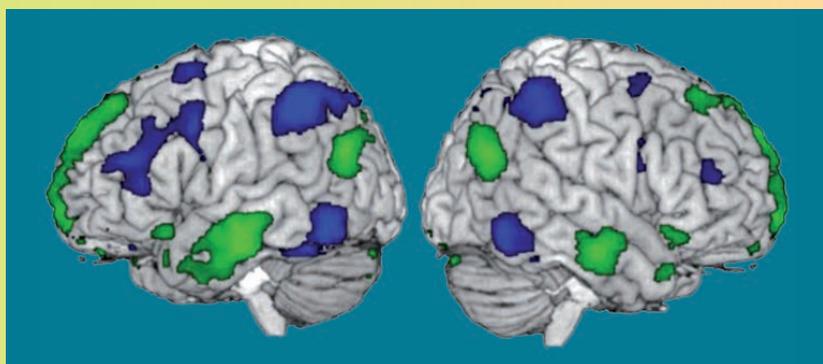
Coupes du cerveau

© Marie Amalric et Stanislas Dehaene,
Origins Of The Brain Networks For Advanced Mathematics In Expert Mathematicians,
Proceedings Of The National Academy Of Sciences 113 (18), 2016

Ces observations coïncident avec la *théorie du recyclage neuronal*, développée par Stanislas Dehaene, qui stipule que les activités culturelles de haut niveau, telles que les mathématiques, recyclent des fondations cérébrales très anciennes dans l'évolution, comme le sens du nombre, de l'espace ou du temps.

Mathématiques et langage sont bien distincts dans le cerveau

Nos expériences ont également montré que, bien que les affirmations mathématiques prennent la forme de phrases, les aires cérébrales activées par les mathématiques (en bleu sur la figure qui suit) ne présentent aucun recouvrement avec les aires du langage. À l'inverse, lorsque la réflexion des mathématiciens porte sur des problèmes d'histoire ou de géographie, le réseau d'aires cérébrales qui s'active (en vert) est complètement différent des régions mathématiques et implique certaines aires du langage.



Cartes du cerveau entier.

© Marie Amalric et Stanislas Dehaene,
Origins Of The Brain Networks For Advanced Mathematics In Expert Mathematicians,
Proceedings Of The National Academy Of Sciences 113 (18), 2016

On observe donc une séparation complète entre le traitement cérébral de la sémantique mathématique et celui de la sémantique générale. Cette dissociation se vérifie également lorsque l'on gomme toutes les différences syntaxiques, ou grammaticales, entre affirmations mathématiques et non mathématiques (par exemple: «*l'ensemble des entiers est dénombrable*» versus «*l'eau des lagon est turquoise*»).

Ce résultat concorde avec d'autres observations. Notamment, disposer d'un vocabulaire mathématique ne se révèle pas être absolument nécessaire à la compréhension de notions mathématiques. En effet, une étude a montré que des bébés âgés de seulement quelques heures (qui ne savent bien sûr pas encore parler) possèdent déjà des notions numériques abstraites. De plus, des recherches menées en Amazonie auprès des indiens Mundurukus, qui disposent d'un vocabulaire numérique et géométrique très pauvre et d'un accès limité à l'éducation, ont révélé qu'ils sont tout à fait capables de réaliser des opérations arithmétiques avancées, ou d'identifier des propriétés géométriques du plan et de l'espace. Par ailleurs, certains patients aphasiques (qui présentent des troubles de la compréhension ou de la production du langage) peuvent encore faire du calcul et de l'algèbre.



**Jeune fille munduruku
(Missão Cururu, État de
Para, Brésil, 2006).**

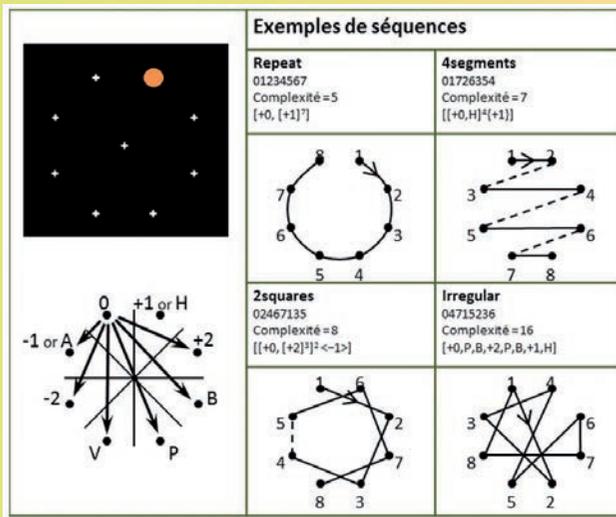
© Pierre Pica / CNRS

Ces études révèlent ainsi l'existence de primitives des mathématiques en l'absence de langage. On peut ne pas savoir nommer un carré, et pourtant posséder le concept de carré. La question qui se pose alors est de savoir s'il existe également un langage mathématique élémentaire, même lorsque l'on n'a pas été éduqué, même lorsque l'on n'a pas de mots pour le dire.

Dans notre laboratoire à NeuroSpin, nous avons conçu une situation suffisamment simple pour être présentée à de jeunes enfants ou à des Indiens Mundurucus, mais qui requiert une sorte de langage de l'esprit, en l'occurrence un « langage de la géométrie ». Cette situation demande de regarder une séquence spatiale présentant plusieurs positions successives, d'en prédire la suite, et d'en mémoriser l'ensemble. La prédiction s'appuie sur la détection de régularités géométriques dans la séquence : symétries, rotations, formes... La présence de régularités facilite également la mémorisation.

Le langage requis pour décrire les séquences observées contient à la fois des primitives géométriques (déplacement, symétrie) et la capacité de combiner ces primitives sous forme de règles de répétition. Dans ce langage formel, chaque séquence possède une certaine complexité, associée à la longueur de sa description. Notre langage géométrique et les complexités des séquences prédisent efficacement les erreurs commises par les participants dans les tâches de prédiction et de mémorisation des séquences. Ces résultats semblent indiquer d'une part que le cerveau humain possède une forme de langage de la pensée géométrique indépendant de tout langage parlé naturel, et d'autre part que le cerveau cherche dans ce langage l'expression la plus courte possible qui permet de rendre compte de ce qui a été observé.

Ces résultats semblent donner raison à l'introspection d'Albert Einstein, selon laquelle les mots n'interviennent pas dans la réflexion mathématique. A-t-il également raison de penser que les images mentales constituent le support privilégié du traitement du contenu mathématique ? Alors que l'expérience visuelle n'est pas requise pour développer des concepts mathématiques avancés, puisque des sujets aveugles sont tout à fait capables de faire des mathématiques, on observe que des aires cérébrales de traitement visuel s'activent lorsque les notions mathématiques abordées dans nos expériences d'IRM impliquent une certaine visualisation de la solution (sur le cercle trigonométrique ou dans le plan complexe par exemple), et ce aussi bien chez des mathématiciens voyants que non voyants. La nature de cette imagerie mentale n'est cependant pas connue et mérite encore d'être étudiée.



Exemples de séquences géométriques.

© Marie Amalric, Liping Wang, Pierre Pica, Santiago Figueira, Mariano Sigman et Stanislas Dehaene, 2016, *Fast Comprehension of Embedded Geometrical Primitives And Rules In Human Adults And Preschoolers, PLOS Computational Biology*

Le langage dans l'apprentissage des mathématiques

Les mathématiciens ayant participé à nos études d'imagerie cérébrale avaient tous bénéficié de nombreuses années d'étude préalables des mathématiques. On ne peut donc que conclure que l'utilisation et le traitement de notions mathématiques bien connues se passent du langage parlé naturel. Toutefois, si l'on peut supposer qu'une fois acquis, les concepts mathématiques sont encodés de manière abstraite, symbolique, et ne font plus appel au langage, celui-ci pourrait au contraire jouer un rôle important dans leur apprentissage. C'est donc vers l'étude des relations entre mathématiques et langage, dans le contexte de l'apprentissage des mathématiques à l'école, qu'une partie des études en neurosciences cognitives se tournent désormais.