



Est-il possible de concevoir un système de vote qui garantirait l'égalité des suffrages exprimés et qui, dans le même temps, donnerait plus de poids aux votants informés et engagés ? Contre toute attente, c'est possible. Le système de vote Democracy 2.1, à l'initiative de l'auteur et qui repose sur les mathématiques, résout ce paradoxe apparent. En outre, il permet d'assainir le processus de vote.

« La démocratie est le pire système de gouvernement, à l'exception de tous les autres qui ont pu être expérimentés dans l'histoire » affirmait déjà Winston Churchill à Londres le 11 novembre 1947 devant la chambre des Communes. Sommes-nous condamnés à voter pour le candidat « le moins pire », à ne pas être entendus ?

Exprimer plus par son vote que sa préférence pour un parti

Sur le long terme, tout système autre que démocratique semble non viable. En effet, dès que le principe d'égalité des suffrages est transgressé, le risque est grand de voir le système social dégénérer en une forme de dictature, ou devenir discriminatoire.

Pour un État, disposer d'une représentation politique de qualité est un élément clé vers un bon fonctionnement de la société. Si des systèmes de vote démocratiques existent, le principe de l'égalité des suffrages à lui seul conduit aux dangers du populisme et des extrémismes. Comment se débarrasser de la manipulations de l'opinion, du contrôle des masses ?

L'engagement citoyen dans la cité, s'il demande du temps, de l'énergie, de l'investissement personnel, est à encourager. Imaginons que ces citoyens engagés et informés, qui orienteront leurs votes vers des candidats de qualité, soient mieux entendus par nos représentants politiques.

Imaginons que le citoyen puisse exprimer plus, par son vote, que sa préférence pour un parti ou un candidat. Chaque citoyen sera motivé pour s'informer, débattre de la question politique et sociale, se faire entendre. L'engagement politique retrouverait son sens, et une participation accrue de la population aux élections s'ensuivrait mécaniquement.

Quand la théorie des jeux réinvente la politique

De tels systèmes de vote sont étudiés depuis longtemps. L'un d'entre eux, le système de vote à la semi-proportionnelle Democracy 2.1, a été déployé dans différents contextes en Tunisie, en République tchèque, au Portugal, à New York, en Chine... Illustrons-en le fonctionnement sur un scrutin local fictif typique : deux mandats sont à pourvoir dans la circonscription, chaque parti en lice peut présenter un ou deux candidats, des candidats indépendants peuvent se présenter (s'ils réunissent suffisamment de parrainages ou de signatures par exemple). Chaque électeur dispose pour sa part de quatre « votes d'adhésion » et de deux « votes sanctions », qu'il peut distribuer à sa guise à chacun des candidats. Il ne peut pas attribuer plus d'un vote à un candidat donné, comme il peut choisir de ne pas faire usage de toutes ses cartouches.

Dans un premier temps, regardons ce qu'il se passe dans le cas, simplifié, d'un seul mandat à pourvoir et deux votes d'adhésion disponibles par candidat (mais pas de vote sanction). Cela suffira à illustrer les mécanismes du système.

Les candidats en présence sont A, présenté par un parti populiste de droite, crédité de 20 % des intentions de vote ; B et C, deux candidats classés à droite, crédité chacun de 12 % des intentions de vote ; D et E, deux candidats classés à gauche, crédité chacun de 12 % des intentions de vote ; et F, présenté par un parti populiste de gauche, crédité de 20 % des intentions de vote.

Dans un scrutin uninominal majoritaire à un tour, si les données sont fiables, l'un des candidats extrémistes l'emporterait. Dans un scrutin à deux tours, ils seraient tous deux qualifiés pour le second tour. Avec un système de type Democracy 2.1, chaque votant dispose d'un second vote d'adhésion. Un électeur populiste votant A (et de même pour F) donnerait son second vote à B ou C (respectivement D ou E), ou n'en ferait pas usage du tout. Un partisan de B ou C attribuerait son second vote à l'autre candidat de droite, plus rarement à D ou E, encore plus rarement à A. De même, un partisan de D ou E attribuerait son second vote à l'autre candidat de gauche, plus rarement à B ou C, encore plus rarement à F.

Quelle serait l'issue du scrutin ? Le populiste de droite, A, obtiendrait un peu plus de 20 % de l'ensemble des suffrages exprimés. De même pour celui de gauche, F. Les deux candidats de droite B et C obtiendraient chacun plus de 24 % des voix. De même pour les deux candidats de gauche D et E. Les résultats des candidats populistes sont mécaniquement relativisés. En outre, les candidats de droite B et C, tout comme les candidats de gauche D et E, sont moins dans une rivalité qui favoriserait la montée des populismes. Ils peuvent se focaliser sur les détails qui caractérisent et distinguent leur programme politique.

Votes sanctions et votes multiples pour assainir la politique

Revenons à notre situation, plus réaliste, avec deux mandats à pourvoir, quatre votes d'adhésion et deux votes sanctions. Ces derniers permettent à l'électeur de manifester son désir de désavouer jusqu'à deux candidats. Ce simple aspect devrait permettre, à lui seul, de faire retrouver le chemin des urnes à nombre d'abstentionnistes, d'une part, et de modérer l'influence des partis populistes ou extrémistes, d'autre part. Les votes sanctions permettent de lutter contre la corruption et d'assainir l'appareil politique. Quant aux votes d'adhésion, s'ils sont plus nombreux que le nombre de sièges à pourvoir, ils favoriseront les candidats ouverts au consensus.

Pour l'illustrer, prenons un nouvel exemple illustratif avec un unique mandat à pourvoir, deux partis politiques en présence, quatre votes d'adhésion et deux votes sanctions. Les deux partis représentés sont la droite (D) et la gauche (G). Chacun propose deux candidats, un corrompu

Dynamiser les élections législatives

Une faiblesse des scrutins majoritaires est leur aptitude limitée à représenter, à travers un unique candidat, la diversité des suffrages exprimés. Une piste serait d'élire plus d'un candidat par scrutin ! Et si on pouvait élire deux candidats ?

On aurait un siège supplémentaire, et plus de voix prises en compte. Cela favoriserait les candidats indépendants, les « petits » partis : des idées politiques nouvelles émergeraient plus facilement.

En outre, les campagnes de dénigrement entre candidats, qui polluent le débat et font primer les jeux politiques sur les enjeux, auraient moins d'impact, et seraient peut-être monnaie moins courante. Un parlement ou une assemblée législative élue selon un tel système (que Democracy 2.1 autorise) comprendrait plus de diversité. Et un parti déjà très populaire serait sans doute encore plus fort que dans un système à la proportionnelle.

Quels partis seraient alors affaiblis par un tel système ? Ceux de taille moyenne, qui attirent peu d'électeurs. L'environnement électoral, propice à la collaboration, favoriserait la formation d'un gouvernement stable.

et un honnête (D^- et D^+ respectivement pour la droite, G^- et G^+ pour la gauche). Dans un monde idéal, l'honnêteté des candidats serait un critère décisif pour l'électeur, des votes sanctions seraient attribués aux candidats corrompus D^- et G^- et les suffrages iraient à D^+ et G^+ .

Regardons maintenant comment se comporte notre modèle avec le pire scénario, celui où les partisans de chaque parti plébisciteraient leur candidat corrompu au détriment du candidat honnête de l'autre parti. Le vote tactique des électeurs consiste à attribuer un vote sanction au candidat honnête du parti opposé, et non au candidat corrompu de son propre parti. Eh bien, même dans ce scénario, le vote sanction assainit le système ! Les candidats honnêtes sont élus dès lors que le résultat est serré entre la droite et la gauche. Plus précisément, D^+ et G^+ emportent la mise dès que le rapport entre le nombre n_D d'électeurs de droite et le nombre n_G d'électeurs de gauche est supérieur à $3/4$ et inférieur à $4/3$.

Dans le pire scénario, si l'écart entre les deux partis est « faible » (le ratio entre les nombres d'électeurs des deux partis se situe dans l'intervalle $[3/4, 4/3]$), le vote sanction permet d'éviter l'élection des candidats corrompus. Dans tout autre scénario, l'effet assainissant du vote sanction apparaît dès que le ratio entre les nombres d'électeurs des deux partis se situe dans l'intervalle $[1, 2]$. Saurez-vous établir ces résultats ? Les raisonnements utilisés sont typiques de la *théorie des jeux*, dont les mathématiques électorales font partie.

Sans vote sanction disponible, les deux candidats du parti politique qui dispose du plus grand nombre de partisans sont élus. Avec prise en compte du vote sanction, les deux candidats honnêtes sont élus dès lors que $n_D / (n_D + n_G)$ appartient à la fourchette $[3/7, 4/7]$ ou, ce qui revient strictement au même, dès lors que $n_G / (n_D + n_G)$ appartient à cette même fourchette. On mesure ainsi, quantitativement, l'effet assainissant du vote sanction !

Le théorème d'Arrow : choix social et inévitables paradoxes

Les élections dans la vie réelle sont plus sophistiquées que ces modèles simplifiés. Néanmoins, les mathématiques sont riches d'enseignements même dans les situations les plus complexes. Ainsi, le *théorème d'impossibilité d'Arrow* établit que, dès que quatre hypothèses « naturelles » sont satisfaites, aucun système de vote ne peut agréger les préférences individuelles dans un classement global à l'échelle de la collectivité. Les quatre hypothèses sont les suivantes :

- *Universalité* : pour chaque individu, tous les profils de préférences sont autorisés (tous les classements possibles des candidats doivent être autorisés pour chacun des électeurs) ;
- *Non-dictature* : aucun individu ne peut imposer, indépendamment du choix des autres électeurs, son propre classement des candidats ;
- *Unanimité* : lorsque tous les électeurs préfèrent un candidat donné à un autre, le classement global des candidats doit refléter cette préférence (autrement dit, il n'est pas possible de favoriser un candidat dans le classement global sans en défavoriser un autre) ;
- *Indépendance des options non pertinentes* : la préférence d'un candidat par rapport à un autre dans le classement global ne doit pas dépendre de l'existence d'autres candidats (ajouter un candidat fantôme pour lequel personne ne vote ne change pas le résultat du scrutin).

Quatre hypothèses « de bon sens », mais hélas dès que trois candidats sont en lice avec deux électeurs le théorème d'impossibilité d'Arrow s'applique, et nul système de vote ne peut satisfaire les quatre hypothèses. Il n'existe aucun processus de choix qui permette d'exprimer une hiérarchie des préférences qui soit valide pour une collectivité à partir de l'agrégation des préférences individuelles exprimées par chacun des membres de cette collectivité. Et il n'existera jamais de tel processus ; c'est l'objet du théorème démontré par Kenneth Arrow en 1951. Le résultat s'applique à tous les types d'élections et de scrutins ; il est typique des *mathématiques de la décision*. Il n'est donc pas possible de trouver un système de vote « parfait » : dès que les quatre hypothèses précédentes sont satisfaites, le théorème d'Arrow s'applique. On peut dès lors étudier d'autres critères de choix social. Un critère, très restrictif mais naturel, qui vient à l'esprit est celui du gagnant de Condorcet,

Le paradoxe de Condorcet

Marie Jean Antoine Nicolas de Caritat, marquis de Condorcet, est un célèbre représentant des Lumières. Il a mis en valeur le paradoxe qui porte son nom : prenez une assemblée ayant le choix entre trois candidats, A, B et C. Imaginons que 40 % des électeurs préfèrent A à B et B à C (écrivons $A > B > C$) ; que 35 % préfèrent B à C et C à A ($B > C > A$) ; et que 25 % préfèrent C à A et A à B ($C > A > B$). Alors, quel que soit le mode de scrutin utilisé pour désigner le vainqueur, une majorité des électeurs sera déçue ! Par exemple, si B l'emporte, alors le groupe de 40 % et le groupe de 25 % (soit 65 % de l'assemblée) préféreraient élire A. Et de même pour toutes les situations possibles : exercez-vous à vous en convaincre ! On retrouve cette situation paradoxale dans le jeu pierre-feuille-ciseaux : la feuille l'emporte sur la pierre, qui bat les ciseaux, qui gagnent sur la feuille... Le théorème d'impossibilité d'Arrow montre que le problème est en fait lié aux difficultés de l'agrégation des préférences.

sélon lequel si un candidat, confronté en duel à tous les autres, sort toujours vainqueur, alors ce candidat (nommé « gagnant de Condorcet ») doit être élu. Le critère du gagnant de Condorcet met fin au paradoxe de Condorcet.

Deux problèmes subsistent cependant : d'une part, l'existence d'un gagnant de Condorcet n'est pas garantie. D'autre part, la plupart des systèmes de vote ne satisfont pas ce critère. C'est le cas en particulier des scrutins uninominaux majoritaires à un ou à deux tours (on a vu leur incapacité à juguler les candidats extrémistes). Democracy 2.1 non plus ne vérifie pas le critère du gagnant de Condorcet : considérons trois candidats A, B et C. Supposons que pour $n + 1$ électeurs, A est préféré à B, qui lui-même est préféré à C. Pour n autres électeurs, B est préféré à C, qui lui-même est préféré à A. Le gagnant de Condorcet est alors A dès que n est supérieur à 2 (assurez-vous-en !). Or, le système de vote Democracy 2.1 fera émerger B. Le candidat B est appelé un « gagnant de Borda » (voir en encadré). Ce choix est rationnel et légitime, surtout si n est « grand » (à l'échelle d'une collectivité). Ainsi, le critère du gagnant de Condorcet peut être discuté...

Méthode Borda et vote tactique

La *méthode Borda* est un système de vote pondéré : une fois que chaque électeur a classé les candidats par ordre de préférence, chaque candidat reçoit un nombre de points correspondant au nombre de candidats plus mal classés que lui ; est élu celui parmi les candidats qui obtient le plus grand nombre de points. La méthode Borda est un mode de scrutin basé sur le consensus, mais qui est sujet au *vote tactique* : les électeurs d'un candidat assuré de passer le premier tour peuvent avoir intérêt, tactiquement, à classer en premier non pas leur candidat, mais le « moins dangereux » des autres candidats, par exemple. Il est donc possible d'améliorer les chances d'obtenir l'élection d'un candidat en le reculant sur la liste de ses préférences. De même, on peut réduire les chances d'un candidat en l'avancant dans la liste de ses préférences ! Certains systèmes de vote ne sont pas sensibles au vote tactique.

De la même manière, les autres critères de choix social peuvent être analysés, discutés, critiqués. Vous seriez surpris de voir, même sans sortir de l'Union européenne, la diversité et l'originalité des modes de scrutin qui sont utilisés quotidiennement, et parfois depuis des siècles ! De son côté, Democracy 2.1 attend toujours de rencontrer un scrutin pour lequel le résultat n'irait pas dans le sens de la maximisation de l'utilité sociale (le « bon sens »). Ce système est fondé à la fois sur de solides bases théoriques et sur un nombre significatif d'expérimentations en situation réelle. Le XXI^e siècle devra composer avec de tels systèmes plus à l'écoute des citoyens !