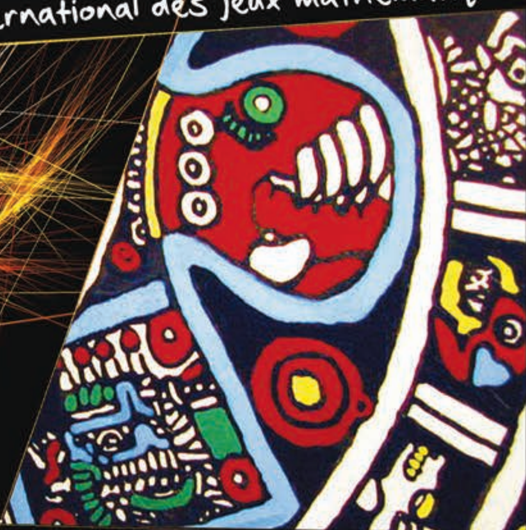
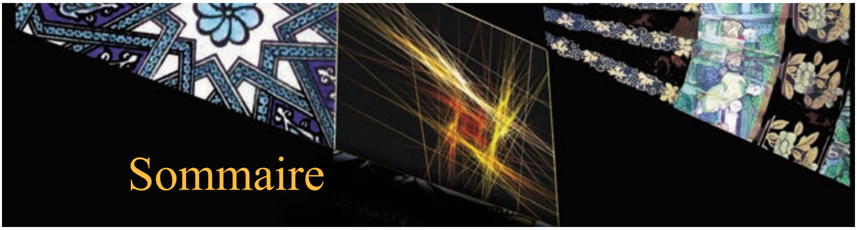
Comité International des jeux mathématiques



Complément d'enquête

Maths Express

au carrefour des cultures



Sommaire

Introduction 1

Les alignements, une préoccupation universelle 3

Les moyens de calcul à travers les âges et les civilisations 13

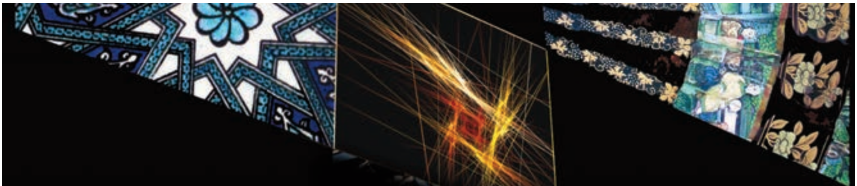
Les bouliers, situation temporelle et première leçon 19

Kairouan et le rayonnement scientifique de la civilisation arabo-musulmane 31

Entre mathématiques & arts graphiques : de bien belles perspectives 39

Numération et orientation des dés antiques et médiévaux 60
(avec l'aimable autorisation de la revue Instrumentum)

Ours 65



Introduction

Marie José PESTEL

Présidente du CIJM

Les mathématiques sont au cœur de toutes les activités humaines qu'elles soient sociales, techniques, scientifiques, artistiques ou ludiques. Elles sont nées et se sont développées au rythme des sociétés humaines.

Cette brochure retrace à la fois cette universalité et cette diversité.

Les hommes ont compté, joué et se sont défiés par énigmes interposées. Les hommes ont dû se repérer dans le temps et dans l'espace. Longtemps Mathématiques et Astronomie se sont mutuellement nourries. Les hommes ont échangé et des lieux mythiques de part le monde furent de grands carrefours de culture.

Partout où les hommes et les femmes ont vécu ensemble, ils ont tissé des liens sociétaux et mis en œuvre des procédures parfois complexes et très codifiées. Ces règles se sont exprimées à travers les arts, les jeux, la musique, ou les lois. On les retrouve sur les poteries, les tissages, les objets de culte, l'architecture ou sous forme de transmission orale.

Une nouvelle science, *l'ethnomathématique,* nous aide à mettre en relief les mathématiques que cache cet artisanat. Elle nous permet d'avoir une meilleure connaissance de la nature du développement de la pensée mathématique à travers les continents. Elle favorise le rapprochement entre les pratiques culturelles locales et les objets de l'enseignement et une meilleure acquisition des savoirs en ancrant les mathématiques dans l'histoire de la pensée et des idées.

Aujourd'hui, le numérique a bouleversé nos vies et nos acticités en changeant même notre compréhension du monde. On le retrouve dans tous les domaines, modélisations, analyses et traitements de données, élaboration, développement et transmission des savoirs.

En entrant dans le quotidien des chercheurs, l'ordinateur a non seulement modifié les rapports entre collègues, facilité le travail collaboratif, démultiplié la puissance des calculs et il est même en passe de fournir des assistants de preuves qui permettront à la machine de vérifier la validité des calculs et de les démontrer.

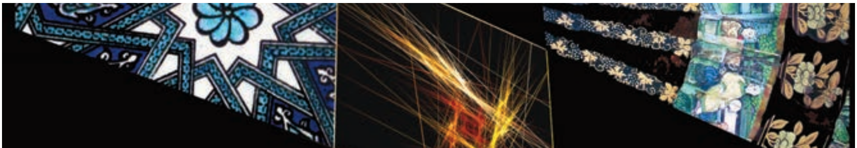
Si hier, mathématiques et astronomie se sont nourries l'une de l'autre, Mathématiques et Science du numérique inventent l'avenir de concert.

Ahmed Djebbar, spécialiste reconnu de l'histoire des sciences en pays d'Islam, a accepté de parrainer cette brochure *Mathématiques au carrefour des cultures* . Par ailleurs, en dirigeant sa rédaction, Marc Moyon, historien des mathématiques, nous a apporté une aide fort précieuse.
Que tous deux en soient très sincèrement remerciés.

Cependant le sujet était décidément trop vaste et de nombreux articles n'ont pu s'inscrire dans ce format papier. Vous les retrouverez, avec intérêt, j'espère, sur notre site.

Si ces articles suscitent en vous, jeunes et moins jeunes lecteurs, curiosité et envie d'en savoir plus, alors le CIJM et l'équipe de rédaction auront le sentiment d'avoir atteint leur objectif.

M.J. P.



Les alignements, une préoccupation universelle

Joëlle Lamon

Maître-assistant de la Ville de Bruxelles

Dans toutes les civilisations, la ligne droite a toujours eu un grand rôle à jouer, que ce soit pour construire des bâtiments, créer des routes ou simplement pour sa beauté.
Les droites et alignements ont également beaucoup inspiré de nombreux mathématiciens comme Descartes, Euler, Sylvester, Wallace[1], …
Au cours du temps se sont également développés de nombreux jeux et défis liés aux alignements de points : nous vous en proposons ici quelques-uns, remarquables par leur caractère universel, par leur originalité ou par leur intérêt mathématique.

Approche historique

De tous temps, les alignements ont joué un rôle dans la culture humaine, que l'on peut retrouver dans bien des lieux chargés d'histoire : Stonehenge, Carnac, Ile de Pâques, …

Les civilisations grecques et romaines les ont également beaucoup utilisés, comme le prouvent les diverses découvertes archéologiques tout autour de la Méditerranée.

Les traces les plus anciennes de jeux d'alignements et de blocages remonteraient au temple de Kurna (Egypte) en 1400 av. J.-C., mais aussi à Troie (- 2500), au Pakistan (- 2000), et en Grèce, puis ces jeux se sont répandus à travers les différentes cultures et civilisations.

Parallèlement à cela se sont développés des défis mathématiques, et ceci particulièrement à partir de la Renaissance, au XVII^{e} siècle avec Newton, et à partir du XIX^{e} siècle avec Dudeney, et Loyd, sans oublier Martin Gardner au XX^{e} siècle.

Jeux d'alignements à travers le monde

a) Marelles et mérelles

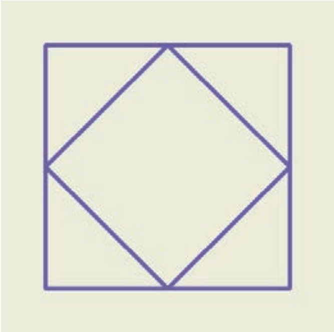
On suppose que la marelle est née en Mésopotamie. Elle s'est diffusée avec les Phéniciens : elle représentait pour eux la mer, Tyr au centre et ses colonies tout autour. On en trouve des traces jusqu'en Irlande. Elle s'est dissociée en deux types de jeu : le jeu physique faisant appel à la motricité, et le jeu contemplatif, statique faisant appel à la réflexion où le joueur est remplacé par les pions.

Ovide en explique les règles dans son livre *L'art d'aimer* (8 av. J.-C.).

Au Moyen Age, apparaissent les *mérelles* en France, le *jeu du moulin* en Allemagne, le *nine men's morris* en Angleterre, le terme *moulin* désignant un alignement de trois pions de la même couleur. Ces jeux sont très populaires et on en trouve des traces dans de nombreuses peintures dont la plus célèbre est sans doute celle du jeu d'Alquerque sur une peinture espagnole de 1283.

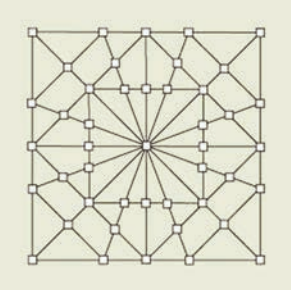
Il est possible de parcourir les cinq continents à l'aide de jeux de cette famille. Notre voyage commencerait en Afrique avec l'Egypte, le Nigéria, le Kenya avec *Shisima*, le Ghana avec *Achi*, la Somalie, la Côte d'Ivoire avec *le jeu Hema* et le Zimbabwé avec *Tsoro-Yemutatu*, Madagascar avec *Fanoron-telo* sans oublier le *Dara*, dérivé du jeu *Mu-Torere* pratiqué chez les Maoris en Nouvelle Zélande. Il continuerait au Liban avec *Dris*, en Mongolie avec *Hirondelle d'or* ou *Altan-xaraacaj*, qui mérite un détour pour sa simplicité, mais aussi en Inde, en Chine, aux Philippines et au Japon avec le *Renju* et le *Gomoku Ninuki* apparus en Europe au XIX^{e} siècle sous la forme du morpion.. Il se poursuivrait en Amérique chez les Amérindiens et reviendrait en Europe, sans même avoir tout vu[2] !

Les plateaux de ces jeux varient : damiers carrés ou non, jeu dans les cases ou aux intersections, carrés emboîtés et parties ou non de diagonales ou de médianes, mais le principe reste similaire. Le jeu débute par une phase de placement des pions sur le plateau, qui est vide au départ. Cette phase est suivie par la phase de déplacement d'un pion à la fois sur une case libre, en général directement adjacente. Un alignement de trois pions donne un avantage comme celui de retirer un pion adverse, ou tout simplement la victoire.



Une variante japonaise, le *Hashami-Shogi*, ajoute la capture d'un pion adverse par encadrement horizontal ou vertical tout en gardant le but d'obtenir un alignement de cinq pions. Il est très proche de *Pente*, jeu créé par un Américain en 1973, où l'adversaire peut capturer deux pions en les entourant avec un de ses pions à chaque extrémité : les deux pions sont alors prisonniers, et si un joueur fait 10 prisonniers, il gagne également la partie.

Au XIX^{e} siècle est apparu en France une variante plus complexe de la marelle en raison de son plateau de jeu : *le Tonkin*, où il faut cette fois occuper toute une ligne, qu'elle soit constituée de 3, 5 ou 7 pions, mécanisme qui est à rapprocher du jeu *Cant' stop* pour l'idée qu'aux emplacements les plus difficiles sont associés les segments les plus courts.



Notons enfin un jeu plus récent, *Patzam* (1998), où il faut placer puis aligner ses pièces sur les sommets d'un assemblage de huit cubes représentés en perspective. Une variante construite avec du matériel concret permet de faire jouer les plus jeunes sur un modèle à trois dimensions.

b) Réseaux de points

Un simple ensemble de points peut donner lieu à diverses questions mathématiques, proposées dans des contextes divers par Newton, (1643 – 1727), Dudeney (1857 – 1930) et d'autres tels que Sylvester (1814 – 1897). Les contextes sont variés : arbres et plantations, pièces de monnaie, …

Par exemple, comment placer un certain nombre de points de façon à avoir le plus possible d'alignements de *n* points[3] ? Pour ce type de problème, si on connaît la réponse pour de petits nombres, la solution générale n'est pas connue[4].

Un problème proche consiste, au départ d'une configuration donnée, à déplacer un ou plusieurs points pour créer de nouveaux alignements. Il a été proposé entre autres par Sam Loyd dans son Problème d'écolier[5]. Le jeu *Make five* (1997) utilise également ce mécanisme.

Quelques prolongements à ces questions seraient de savoir comment minimiser le nombre de segments de droites pour un réseau de points donné, ou encore de chercher le plus court chemin permettant d'aller d'un point à un autre moyennant certaines contraintes.

c) Placement de pions et problèmes sur l'échiquier

Une variante intéressante consiste cette fois à éviter les alignements, l’échiquier constituant ici un support privilégié. Sam Loyd propose de placer le plus possible de points non alignés trois à trois sur un carré. Ce type de problème peut être poursuivi par des problèmes de placement de pièces non en prise sur un échiquier : tours, fous, ou encore dames.

Un jeu proche est celui de l'*Antimorpion*, jeu créé par Bernard Novelli : jeu de grille à solution unique qui se joue dans un carré donné. Certaines pièces sont déjà placées et il ne peut y avoir aucun alignement de quatre pions consécutifs de même type.

En voici ci-contre un exemple[6] :

On peut se poser la question de déterminer le nombre de contraintes minimum pour être sûr de l'unicité de la solution.

Le problème des pions d'Erdös (1913 – 1996, Hongrie), à savoir placer *n* points dans un carré *n* x *n* de telle sorte que les distances entre les points soient toutes différentes, constitue un prolongement à ce sujet.

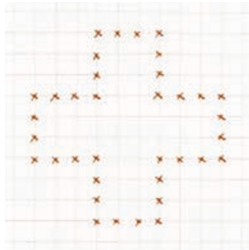
	x	0	0		0	0
0	0		0	0		
0						x
	0					
	x	x		x	0	x
0		x	x	x		
x	x		x			x

Graphes et alignements

a) Variantes du jeu de morpion

Le jeu quasiment universel de *Morpion*, ou *O x O* ou *Tic Tac Toe* comporte une stratégie gagnante[7], mais a aussi donné lieu à quelques variantes intéressantes. Ainsi, Martin Gardner a construit[8] un plateau de jeu original, constitué de neuf cases telles que chacune se trouve sur trois segments de droite. Ainsi, chaque joueur a chance égale de gagner.

Signalons aussi le *Morpion solitaire*[9], jeu individuel consistant à réaliser un maximum d'alignements de 5 points à partir d'une configuration donnée (un exemple connu : la croix suisse sur papier quadrillé, où chacun des segments du dessin comporte déjà 4 pions symbolisés par des ovales, soit 36 pions en tout).



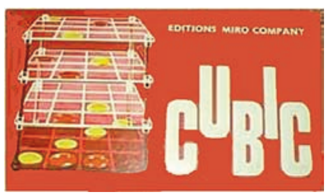
b) Puissance 4 et variantes

Tout le monde connaît le jeu *Puissance 4* créé en 1974 et a pu tester qu'une clé de ce type de jeu consiste à occuper des cases centrales, pouvant intervenir dans plusieurs alignements différents. Il existe de nombreuses variantes à ce jeu de renommée mondiale, résolu informatiquement en 1988.

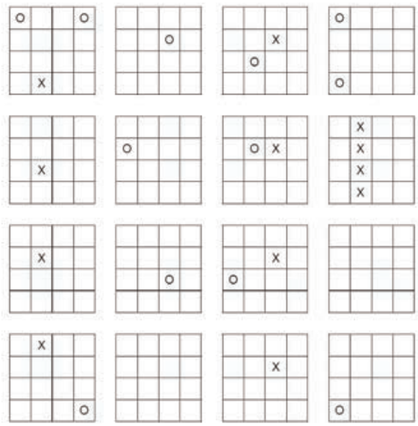
Citons *Puissance 4 plus*, jeu plus récent où cette fois les pièces sont retenues et ne descendent que poussées par une nouvelle pièce placée sur la même colonne.

Puissance 4 à 3 dimensions (ou *Sogo*), créé en 1978, est particulièrement intéressant pour les nombreux alignements possibles et pour la vision dans l'espace qu'il nécessite.

A nouveau, une variante appelée *Cubic* ou *Q4* (1990) déjoue les contraintes de la pesanteur en permettant de placer une pièce à n'importe quelle hauteur en proposant un jeu à quatre étages.



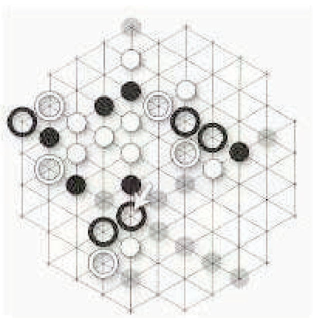
Enfin, Gardner a imaginé un morpion 4 dimensions aux alignements diaboliques.



c) Jeux moins connus

Un jeu d'alignement simple et original en raison de son plateau hexagonal est *Taktik*[10], où il faut aligner 4 pions. Si on permet que l'un des pions ne bouge pas, il existe une stratégie gagnante pour le premier joueur.

D'autre part, le jeu belge *Yinsh* fait partie d'un ensemble de jeux abstraits créés par Kris Burn. Il date de 2003.
Cette fois, le plateau de jeu est un réseau triangulaire et les pièces sont placées aux intersections. La règle est un peu plus complexe, mais le mécanisme du jeu est particulièrement intéressant, puisque des anneaux vont jouer un rôle particulier de retournement de pièces appelées marqueurs, un peu comme au jeu *Othello*, ont un mode de déplacement spécifique et sont éliminés du jeu au fur et à mesure des alignements réalisés[11].



Grandeurs et alignements

Quelques jeux d'alignement ont ajouté la notion de grandeur dans leur mécanisme et valent la peine de s'y arrêter. Dans les deux exemples, le plateau de jeu est un carré 4 x 4 et les pièces de chaque joueur ont quatre tailles différentes.

Le jeu *Gobblet* (2001) reprend l'idée du morpion, mais permet de développer un autre type de stratégie, jouant sur le nombre de grandes pièces disponibles et sur les pièces cachées, puisque lorsque les pièces sont empilées, on ne peut déplacer que la pièce supérieure, sans voir la pièce qu'elle recouvre.

Le jeu *Tetrano*, réédité en 2006 mais déjà connu en 1978, ajoute la variété des types d'alignements possibles (alignement de 4 pièces de même taille, alignement de 4 pièces de grandeur croissante, positionnement de 4 pièces de grandeur différente sur la même case). La stratégie peut changer selon que le nombre de pièces à disposition est limité ou non.

Nombres et alignements

Quelques jeux utilisent l'idée d'alignement dans un contexte numérique : nous en relèverons deux, peu connus mais particulièrement intéressants.

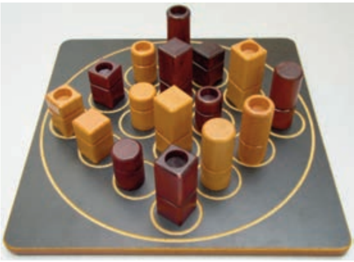
Le jeu allemand récent *Zalogo* propose des défis progressifs où il faut replacer les nombres de 1 à 9 en respectant des consignes d'égalité ou de proportions entre des figures diverses : segments parallèles ou sécants, figures géométriques séparées ou possédant un côté commun. Son intérêt est de permettre des essais-erreurs, d'utiliser des liens entre les nombres, voire des équations. Il est à rapprocher de défis de placement de nombres présents dans divers petits problèmes. Il est repris ici pour les nombreux segments de droite utilisés. Ce jeu peut se généraliser à des nombres placés cette fois sur un solide comme par exemple aux sommets d'un cube[12].

Madmaths ou *Fou des maths* (2001) est un jeu qui fait placer ses pions sur des cases numériques correspondant aux tables d'addition ou de multiplication des nombres de 1 à 9, l'objectif du jeu étant d'aligner trois de ses quatre pions. C'est un des seuls jeux qui permet d'utiliser ces tables comme outil et non comme un but en soi. Il est particulièrement apprécié des jeunes joueurs.

Alignements à éviter et classements

Euler a proposé une énigme particulièrement célèbre : *Comment doit-on disposer 36 officiers de six grades distincts et faisant partie de six régiments différents en un carré de telle manière que chaque ligne et chaque colonne contiennent un officier de chaque régiment et de chaque grade ?*

Notons que ce problème n'a pas de solution, en dépit de ce que le jeu *Cube 36* pourrait faire croire. En effet, son plateau de 36 cases est construit de sorte qu'en apparence il n'y a jamais deux hauteurs identiques sur une même rangée. Les pièces sont toutes différentes et se caractérisent en apparence par deux critères : la couleur et la hauteur.
Le défi proposé semble donc impossible, mais une astuce que nous vous laissons découvrir permet d'y arriver.



Quarto, jeu créé en 1985 et basé sur un matériel logique à 4 critères, mérite le détour pour quelques mécanismes originaux : on donne soi-même sa pièce à l'adversaire et les quatre pièces à aligner doivent posséder une propriété commune, ce qui nécessite d'être constamment vigilant pour chacun des quatre critères.

Alignements et déplacements

Le jeu du *Solitaire* est l'un des plus répandus dans le monde et a donné lieu à de nombreuses créations artistiques. Son origine est incertaine.
Le but du jeu est de retirer le plus possible de pions afin qu'il n'en reste qu'un. Après avoir mis tous les pions en place, on retire le pion du centre du plateau de jeu et on retire des pions comme on le fait au jeu de dames en respectant la règle qui veut qu'un pion puisse en prendre un autre qui lui est contigu en sautant par-dessus, horizontalement ou verticalement, (voire en diagonale) à condition de retomber dans un trou inoccupé.

Ovide en donne une description très détaillée, ce qui laisse penser que ce jeu nous viendrait des Romains. Cependant on raconte aussi que le solitaire aurait été inventé par un prisonnier de la Bastille, ou encore qu'un Français voyageant en Amérique l'aurait imaginé après avoir observé la façon qu'avaient des indiens de planter leurs flèches dans les trous d'une planchette. C'est au XVII^{e} siècle que le jeu du solitaire connut le plus de succès, et intéressa entre autres Leibniz (1710).

Pentago (2005) est un jeu d'alignement qui fait intervenir les rotations, puisque le plateau est constitué de quatre carrés et que les joueurs font tourner l'un des carrés à leur tour de jeu, ce qui crée des retournements de situation parfois surprenants.

Conclusion

Construire des alignements est sans doute l'une des activités géométriques les plus simples. Cette activité a donné lieu à l'éclosion d'une foule de jeux, dont beaucoup ont été mis en ligne ou sont disponibles actuellement sous forme d'applications pour tablettes et smartphones. Le plaisir d'y jouer complété par une recherche concernant la stratégie à adopter est l'occasion de développer le raisonnement et par là une vision attractive et accessible à tous des mathématiques.

J.L.

Notes

1 Cet aspect plus mathématique (Théorème de Sylvester, droite de Wallace, droite d'Euler) est développé sur le site *http://www.apmep.asso.fr/Les-alignements-source-de-bien-des*

2 Pour en savoir plus, consulter le site *http://atil.ovh.org/noosphere/alignement.php*

3 Par exemple : à partir de neuf points, créer dix alignements de 3 points, à partir de dix points, former cinq alignements de quatre points, à partir de seize points, créer quinze alignements de quatre points.

4 Pour en savoir un peu plus, consulter l'article du site *http://www.apmep.asso.fr/Les-alignements-source-de-bien-des*

5 Sam Loyd, "Cyclopedia p. 59. On donne six cercles et on demande d'en déplacer un pour passer de deux alignements de trois cercles à quatre.

6 La Recherche, Spécial "Jeux mathématiques", juillet 2008, p. 19

7 Voir "Jeux 1", publication de l'APMEP, 1982, p. 38. repris dans l'article du site *http://www.apmep.asso.fr/Les-alignements-source-de-bien-des*

8 GARDNER Martin, Math' festival, Bibliothèque "Pour la Science, Belin, 1981, p. 44-45

9 Un site lui est exclusivement consacré : http://www.morpionsolitaire.com/

10 Voir "Les jeux de réflexion", revue "Sciences et vie", HS 124, 1978.

11 Règle du jeu entre autres sur le site http://www.jeuxdenim.be/jeu-Yinsh

12 Voir pour cela la revue "Jeux 8" de l'APMEP

Pour en savoir *un peu* plus :

Martin Gardner, ***Les casse-tête mathématiques de Sam Loyd***, Dunod, Paris, 1970

Martin Gardner, ***Math' festival***, Belin, Paris, 1981

Delphine Gravier, ***Jeux de plateau***, Mango Jeunesse, 2004

Joëlle Lamon, ***Les alignements, source de bien des jeux et défis !,*** Bulletin de l'APMEP n° 482, p. 320-336, 2010

Jean-Marie Lhote, ***Histoire des jeux de société***, Flammarion, 1993

Pieter Van Delft et Jack Botermans, ***1000 casse-tête du monde entier***, Ed. Chêne, 1987

Sites internet

http://www.jeuxmathematiquesbruxelles.be/ressource/exposes/

http://www.wellouej.com/wiki/Cat%C3%A9gorie:Jeux_du_monde

http://atil.ovh.org/noosphere/alignement.php

Alignement du Menec à Carnac
© *Emmanuel Pires*

Les moyens de calcul à travers les âges et les civilisations

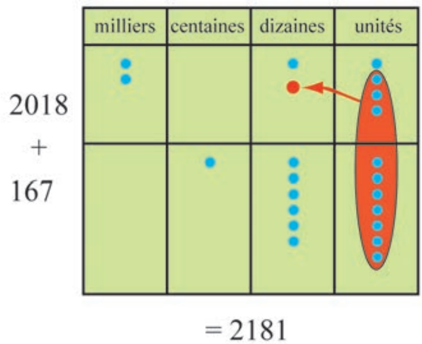
Hervé Lehning

Agrégé de mathématiques, journaliste et écrivain scientifique

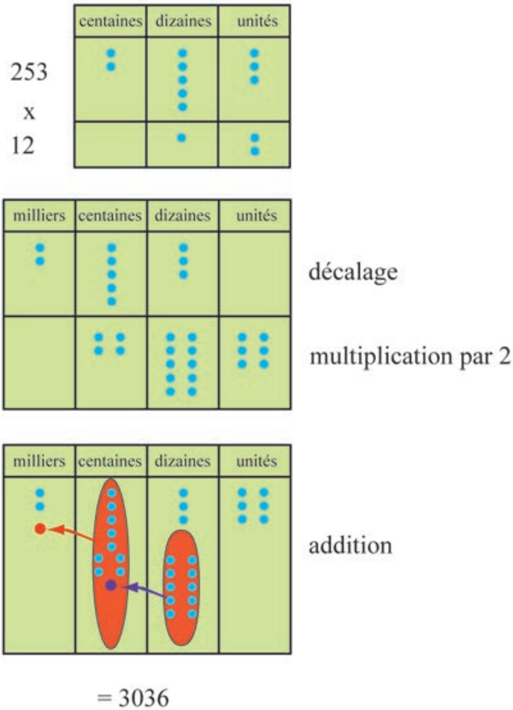
Les nombres ne seraient rien ou pas grand-chose s’ils n’étaient accompagnés des quatre opérations et des façons de les pratiquer : abaques, bouliers, algorithmes, etc. Chaque civilisation a développé ses méthodes dont beaucoup sont encore en usage. Petit voyage à travers les moyens de calcul avant l’avènement des calculettes.

Autrefois, les calculs se faisaient avec des cailloux, comme l’étymologie du mot le laisse entendre. On retrouve cette origine dans les calculs rénaux, qui sont de petits cailloux. Dès l’Antiquité, ces cailloux étaient utilisés sur une table appelée *abaque*.

Addition sur un abaque.
Les cailloux représentant chaque nombre sont placés sur deux lignes avant d’être fusionnés. Dix cailloux dans une colonne sont remplacés par un dans la colonne immédiatement à gauche.

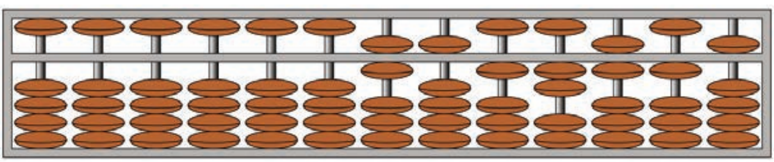


On regroupe alors les cailloux par colonne. S’il le faut, on échange ensuite les groupes de dix cailloux d’une colonne par un caillou dans la colonne directement à gauche. Quand aucune colonne ne contient plus de neuf cailloux, l’opération est terminée. Pour soustraire un nombre, on procède de manière inverse. Cette façon de compter a longtemps été utilisée. Le ministre des finances du Royaume-Uni lui doit son titre de *chancelier de l’échiquier*, un autre nom de l’abaque. Le procédé est plus compliqué pour la multiplication et la division. Dans chaque cas, il est dynamique, c'est-à-dire implique l'effacement des étapes intermédiaires, ce qui interdit toute vérification de l'exactitude de l'opération par autrui, sauf la recommencer.



Le boulier japonais

L'abaque que nous avons décrit est le plus élémentaire. Dès l'époque romaine, il a évolué en utilisant deux systèmes d'unités dans chaque colonne, des unités simples et des unités quinaires, dont chacune vaut cinq unités simples. À cette époque, on utilisait cinq unités simples et deux unités quinaires. Ce n'est que tardivement, à la fin du XIX^{e} siècle, avec le boulier japonais *soroban*, que l'on se contenta d'une unité quinaire et de quatre unités simples.



Boulier japonais *soroban* à 13 tiges. Les boules du haut comptent pour 5 et celles du bas pour 1. Le nombre affiché ici est 6 512 615. Les *sorobans* ont souvent 23 tiges pour pouvoir traiter des nombres tels que celui-ci.

Dans ce cadre, pour obtenir tous les nombres de 0 à 9, il suffit de quatre unités simples et d'une seule unité quinaire. Pour les écrire, pour chaque position, on place les unités simples et les unités quinaires désirées du côté de la planche centrale. Ainsi, trois unités simples plus une unité quinaire signifient huit.

Les algorithmes utilisés sur le *soroban* sont similaires à ceux qui sont dédiés aux abaques primitifs, mais rendus très rapides à exécuter. Les experts du soroban peuvent rivaliser avec les calculatrices. Ainsi, le 12 novembre 1946, un concours de rapidité eut lieu entre le soroban manipulé par Kiyoshi Matsuzaki et une calculatrice électronique utilisée par un soldat de l'armée américaine, Nathan Wood, tous les deux sélectionnés comme étant les meilleurs au Japon dans la maîtrise de leurs outils respectifs. Les épreuves reposaient sur les quatre opérations élémentaires, ainsi qu'un problème qui les combinait toutes. Le soroban l'emporta 4 contre 1, ne perdant que sur la multiplication.

Les algorithmes modernes

Gerbert d'Aurillac (946 – 1003), pape de l'an Mil sous le nom de Sylvestre II, améliora l'abaque romain en utilisant neuf jetons différents où une valeur de 1 à 9 était inscrite. Pour cela il utilisa des chiffres arabes de l'époque, qu'il avait appris pendant un séjour dans un monastère de Catalogne. La méthode s'approchait donc des *algorithmes* modernes, tout en ignorant le zéro, pourtant connu des Arabes de l'époque. Le mot *algorithme* est la version mathématique, et rigoureuse, de recette. Il vient du nom d'un mathématicien qui, sans être l'inventeur de cette notion, l'utilisait systématiquement : Al Khawarizmi (783 – 850).

Le premier livre européen sur l'utilisation des chiffres arabes date de 1202. Étrangement, son auteur, Leonardo Fibonacci (1175 – 1250), célèbre de nos jours pour une suite portant son nom et impliquant la reproduction des lapins, l'a nommé *Liber abaci* alors qu'il n'utilise pas l'abaque mais des algorithmes liés au nouveau système. Il a été mal reçu à l'époque et certaines cités, comme Florence, interdirent même l'emploi des chiffres arabes par les banquiers, le public y voyant une volonté de dissimulation. Ce livre ne mit pas fin à la suprématie des abacistes. Leur querelle avec les algoristes, qui utilisaient des méthodes proches des nôtres, dura plusieurs siècles avant de tourner à l'avantage de ces derniers. La forme actuelle des algorithmes date du XVII^{e} siècle.

La lutte entre algoristes et abacistes sous le regard de l'Arithmétique. Gravure figurant dans l'encyclopédie de Gregor Reisch, 1508.

Quel est l'intérêt du système des algoristes ? Tout d'abord leur écriture des nombres, la nôtre (voir l'article écrire les nombres dans la brochure *Maths au carrefour des cultures express*). L'avantage du nouveau système tient de plus aux algorithmes de calcul qui lui sont associés et que nous ne détaillerons pas puisqu'ils sont toujours en usage de nos jours. Même si un grand nombre d'algorithmes ont été utilisés pour la multiplication, la plupart se ressemblent, seule la disposition des calculs varie.

Multiplication à la russe

Les Égyptiens de l'Antiquité utilisaient cependant une méthode très différente, fondée sur les puissances de deux. Cette méthode est aussi appelée *multiplication à la russe* car elle est utilisée en Russie. Prenons l'exemple de la multiplication : 253 x 13 et écrivons le plus petit de ces nombres comme une somme de puissances de deux : 8 + 4 + 1, ce qui revient à écrire 13 en base deux (1101). L'opération devient : 253 x (8 + 4 + 1). Si nous calculons les multiples de 253 par 2, 4 et 8, nous sommes amenés à effectuer une simple addition. Il suffit donc de savoir multiplier par deux !

253 x 1					253
253 x 2	=	506			
253 x 4	=	506	x 2	=	1012
253 x 8	=	1012	x 2	=	2024
253 x 13				=	3289

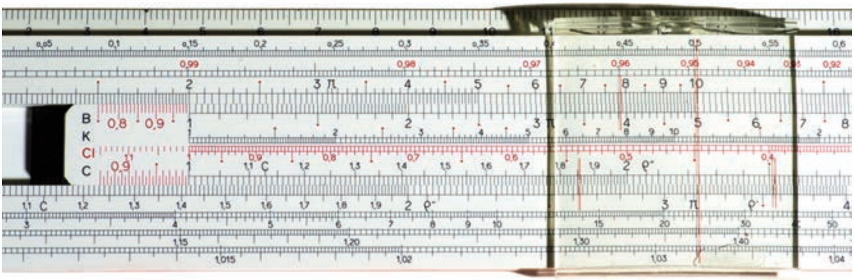
Multiplication selon la méthode égyptienne..

L’ère des machines

Les premières machines à calculer datent du XVII^{e} siècle et de Blaise Pascal qui inventa la première, nommée depuis la *Pascaline*. Elle effectuait les quatre opérations au moyen de roues dentées.

La *Pascaline*, inventée par Blaise Pascal en 1642.

Elle n’eut pas le succès qu’elle méritait car, à la même époque, les mathématiciens inventèrent les logarithmes qui transformaient les multiplications en additions. Des tables donnaient les valeurs des logarithmes des nombres. Ainsi, pour calculer le produit de deux nombres, disons 12,132 605 et 5,456 308, on cherchait leurs logarithmes dans la table, ce qui donne ici : ln (12,132 605) = 2,495 896 457 et ln (5,456 308) = 1,696 772 371. On additionnait ensuite ces deux nombres, ce qui donne le logarithme du produit P : ln P = 4,192 668 828. En lisant la table à l’envers, on obtenait alors P, d’où : P = 66,199 299 77, ce qui donne le bon résultat à la dernière décimale près. Cette propriété du logarithme fut longtemps utilisée dans un dispositif de calcul, autrefois symbole de l’ingénieur, appelé *règle à calculs*.

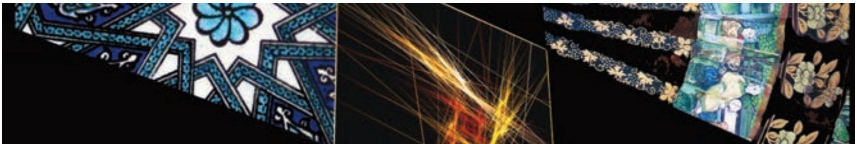


Une règle à calculs est composée de trois réglettes dont une coulisse entre les deux autres. En faisant coïncider la graduation 1 de l’une et la graduation 2 de l’autre, puis en alignant le curseur sur la graduation 5 de la première, on lit le résultat de la multiplication 2 x 5 sur la seconde.

La règle à calcul ne fut détrônée que par l’avènement des calculatrices à la fin des années 70.

H.L.

Titan, l’un des calculateurs les plus puissants au monde est capable de traiter par seconde 17 millions de milliards d'opérations.
source wikipedia.org



Les bouliers
situation temporelle et première leçon

Association *Le trait du 6*

extrait de son animation "0 + 0 = La tête à Toto"

Un grain de maïs, un caillou, une perle, un coquillage, un haricot, un jeton, voire des billes, des cônes et des sphères auraient-ils un point commun ?

Sans faire l'affront au lecteur de lui préciser une nouvelle fois les origines du mot *calcul* (calculus en latin classique qui signifie caillou), l'outil ne peut être abordé sans le situer dans le temps …. au temps où un grain de maïs, un caillou, une perle, un coquillage, un haricot, un jeton voire, dans des temps plus anciens, des billes, des cônes et des sphères (2650 av. J.C.), … au temps où les chiffres (ceux d'aujourd'hui) n'existaient pas, … au temps où il s'agissait, *....de calculer l'abstrait de façon concrète.*

C'est ainsi qu'arrivent les tables à calculer que l'on retrouvera sous le nom d'*abaque* d'origine sémitique: (*abq* sable, poussière) transformé par les grecs en *abax*, puis *abacus* pour les romains.

- tablette enduite d'une fine couche de cire noire sur laquelle on pouvait délimiter les colonnes et écrire les chiffres au moyen d'un stylet dont une extrémité servait à graver, et l'autre, aplatie, à effacer.
- *table à poussière* : tablette à bords relevés sur laquelle on étalait du sable. On pouvait écrire avec une pointe, les doigts, etc.

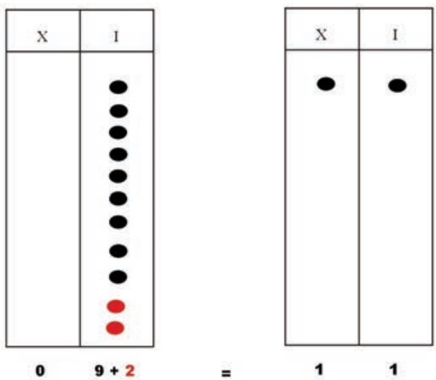
Dans son *Histoire Universelle des Chiffres*, G. IFRAH (Tome I – P.298) décrit simplement la façon de structurer un tas de cailloux :

« … *Il y a seulement quelques générations, certains indigènes de Madagascar avaient une coutume bien pratique pour évaluer leurs troupes, leurs objets ou leurs animaux. Les soldats, par exemple, faisaient défiler leurs hommes en « file indienne » par un passage très étroit. A chaque fois que l'un deux en sortait, on déposait un caillou dans une tranchée creusée à même le sol. Au passage du dixième soldat, on remplaçait les 10 cailloux de cette tranchée par un seul d'entre eux, que l'on déposait dans une deuxième rangée, réservée, elle, aux dizaines. Puis on* *recommençait à aligner des cailloux dans la première tranchée jusqu'au passage du vingtième homme. On plaçait alors un second caillou dans la deuxième rangée. Quand celle-ci contenait 10 cailloux (100 soldats ayant alors été comptés), on remplaçait ceux-ci par une autre pierrette, que l'on plaçait dans une troisième rangée, réservée cette fois aux centaines. ...* » … On imagine la lecture des nombres facilitée par la disposition des cailloux dans les tranchées.

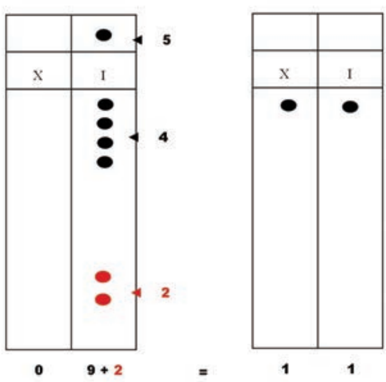
Les Abaques :

La numération romaine ne permettant pas d'effectuer des opérations arithmétiques, les Romains, les Grecs et les Étrusques, utilisèrent les abaques.

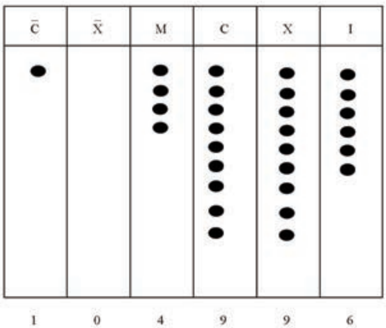
L'abaque romain est une table à compter sur laquelle sont tracées des lignes et des colonnes rappelant les *tranchées* de l'exemple ci-dessus, On y dispose les cailloux (*calculus*, *calculi* au pluriel) ou jetons, en commençant par la colonne des unités (à droite), puis de droite vers la gauche. Lorsque l'on a posé 10 cailloux dans la colonne des unités, on remplace tous les cailloux des unités par un caillou dans la colonne des dizaines, à gauche de la colonne des unités, etc.
Exemple : 9 + 2

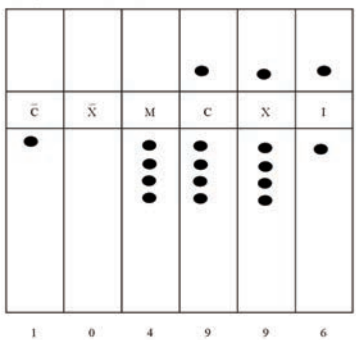


L'abaque romain simplifié est une table de calcul ressemblant à la précédente au détail près que chaque colonne est subdivisée en deux parties. Le jeton du bas correspond à une unité et le jeton du haut correspond à cinq unités.
Exemple : 9 + 2



L’usage de l’abaque a subsisté en Europe jusqu’à la Renaissance (XVᵉ siècle), et même par endroits jusqu’à l’époque de la Révolution française (fin XVIIIᵉ siècle),





Le nombre 104 996 représenté sur l’abaque romain

Le nombre 104 996 représenté sur l’abaque romain simplifié

A ce stade, nous sommes dans la même logique d’écriture des nombres que sur le boulier chinois (suan pan) : plus facilement manipulable et plus facilement transportable que les jetons des abaques.

Les Bouliers :

Présentation de différents types de bouliers

Boulier chinois (suan pan)

Il fait son apparition au XIVe siècle sous la dynastie Ming, succédant au précédent système de calcul apparu en Chine environ 600 ans avant notre ère.

Il est composé d'un cadre en bois rectangulaire, d'une barre transversale et d'un certain nombre de tiges sur lesquelles sont enfilées :

- 5 boules en partie basse (les unaires)
- 2 boules également mobiles en partie haute (les quinaires)

(les boules peuvent être rondes ou aplaties, à l'origine en bois on les trouve aussi en plastique). Il permet d'effectuer les 4 opérations : addition, soustraction, multiplication, division, ainsi que l'extraction des racines carrées et cubiques. Certaines vidéos utilisant le *boulier mental* peuvent être visualisées sur le net.

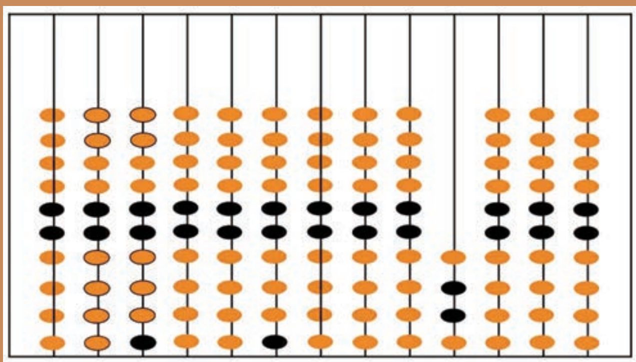
Boulier japonais (soroban)

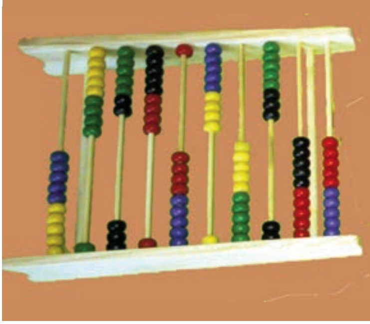
Importé vraisemblablement de Chine vers le XIVe siècle, le soroban est légèrement différent du suan pan.

Il est composé d'un cadre en bois rectangulaire, d'une barre transversale et d'un certain nombre de tiges sur lesquelles sont enfilées 4 boules en partie basse et une boule en partie haute. Ces perles sont de type lentiforme pour assurer une plus grande dextérité.(Jusqu'aux environs de 1930, le soroban comportait 5 boules (unaires) dans sa partie basse).

Toujours utilisé de nos jours, il fut le grand gagnant d'un match (4 épreuves c/1) disputé le 12 novembre 1945 entre Kiyoschi Matsuzaki et Thomas Nathan Woods (opérateur de calculatrice le plus expert au Japon).

Boulier Russe (*stchoty* ou *schioty*)
appelé également *choreb* en Afghanistan, *Chortgeh* en Iran et *Coulba* en Turquie.



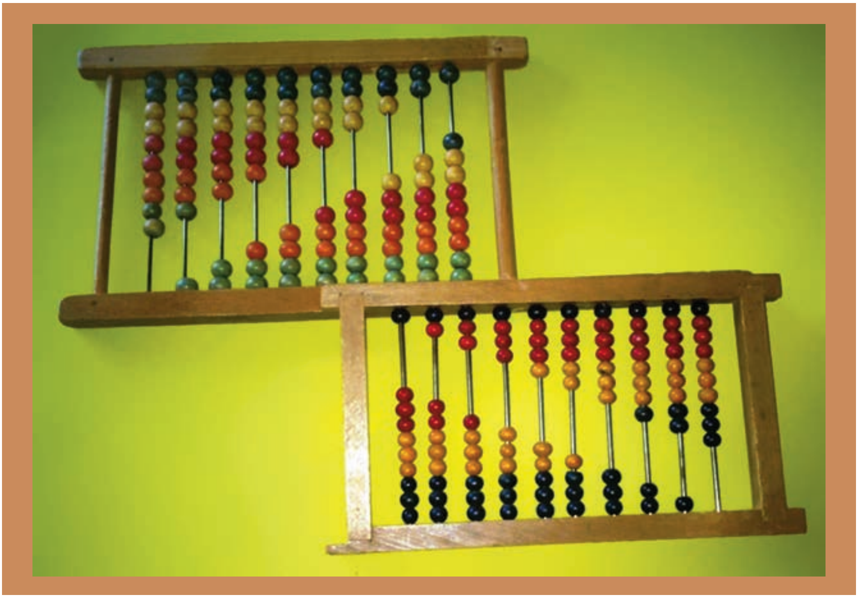


Il est composé de tiges de 10 boules de valeur 1, sans barre transversale. Sur chaque tige, les 5ème et 6ème boules sont de couleur différente, permettant de discerner plus facilement les nombres de 1 à 10. Egalement, les tiges unités de mille et unités de million possèdent une boule supplémentaire de couleur différente.

La tige comportant quatre boules a deux fonctions :
Séparer les décimales
Compter en quart de rouble.

Boulier français

Dérivé du boulier russe, il était utilisé dans les écoles communales jusqu'au XIX^{e} siècle pour les additions et soustractions.



Lecture d'un nombre sur un boulier chinois (suan pan) :

Le boulier utilisé le plus fréquemment comprend 13 tiges composées de 7 boules (5 boules + 2 boules) séparées par une barre transversale.

a. Les tiges :

La tige de droite (ou 1ère colonne) représente les unités,

Celle qui se situe à sa gauche (ou 2ème colonne) représente les dizaines,

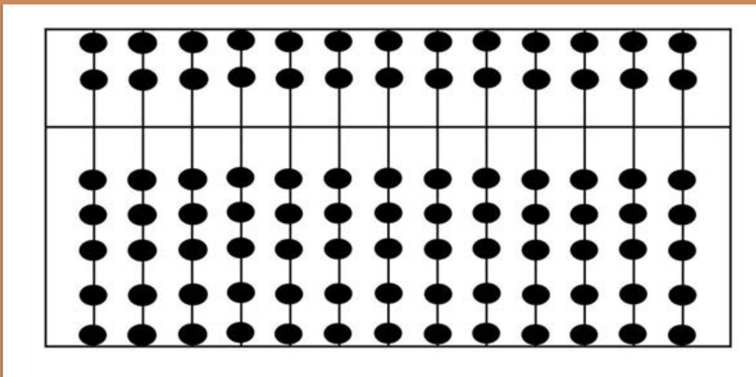
La 3ème colonne représente les centaines, etc.

b. Les boules :

Les 2 boules de la partie supérieure sont appelées *quinaires*. La valeur de chacune est de : *5*,

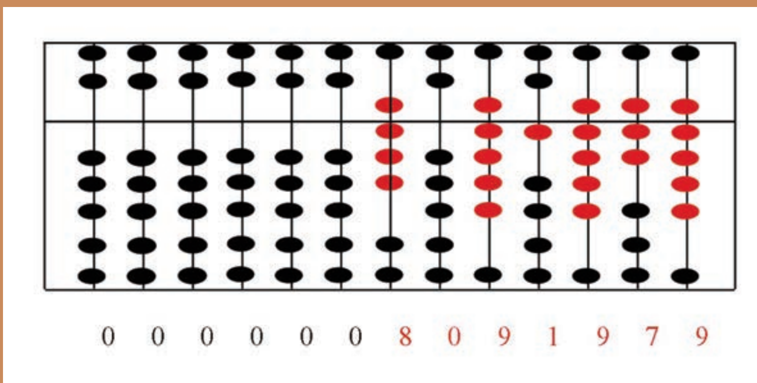
Les 5 boules de la partie inférieure sont appelées *unaires*. La valeur de chacune est de : *1*.

Le boulier est désactivé lorsque toutes les boules sont placées au-delà de la barre transversale (à savoir : complètement en haut pour la partie supérieure et complètement en bas pour la partie inférieure.



Boulier désactivé

Exemple de lecture :



Sur ce boulier on peut lire : 8 091 979

Le boulier permet d’effectuer les opérations suivantes :

- Addition,
- Soustraction,
- Multiplication,
- Division,
- Extraction de racines carrées et racines cubiques d’un nombre.

Exemples d’écriture et d’addition sur un boulier suan-pan

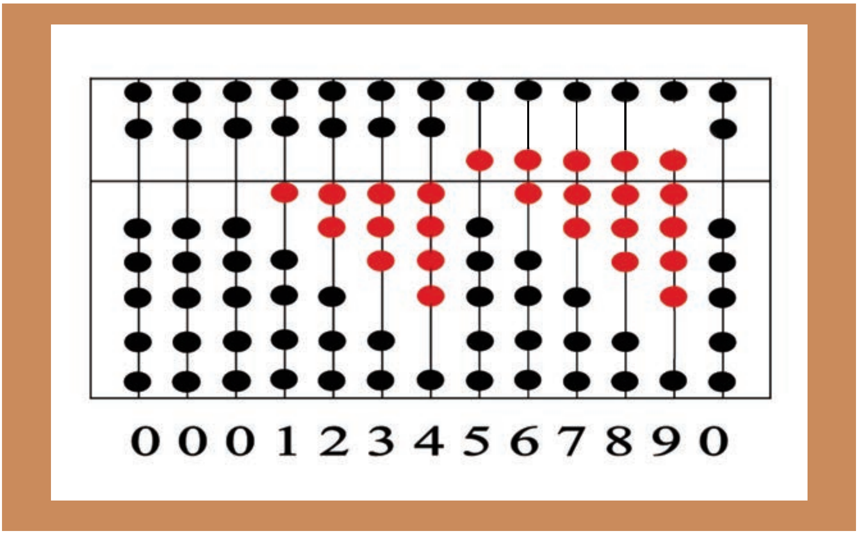
Exemple d’écriture du nombre :

0001234567890

Pour les chiffres **0-0-0** : on laisse les boules de part et d’autre de la barre transversale.

Pour les chiffres **1-2-3-4** on remonte le nombre de boules unaires (situées dans la partie basse) vers la barre transversale : 1= 1 boule, 2 = 2 boules, etc.

Pour les chiffres **5-6-7-8-9** on descend une quinaire (boule située dans la partie supérieure du suan-pan) vers la barre transversale.

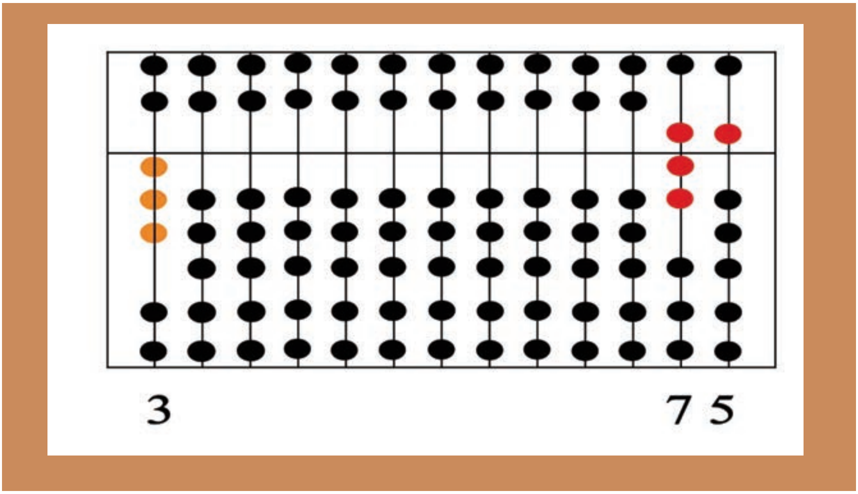


Exemples d’addition :

L’addition permet de trouver la somme de deux ou plusieurs nombres.

Pour additionner 2 nombres :
Inscrire le plus grand sur le boulier (à droite) et le plus petit, à gauche,
Ajouter les chiffres, de droite à gauche, colonne par colonne.

Exemple d'addition : 75 + 3



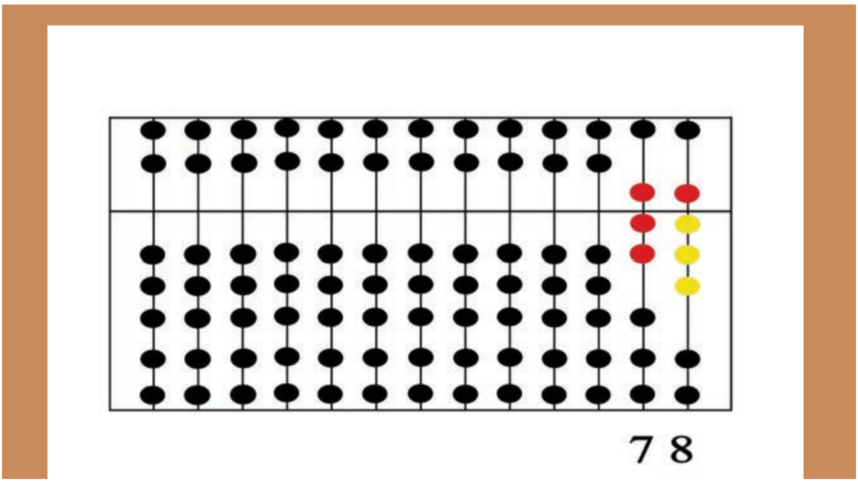
Pose de l'addition

- **A droite le plus grand nombre :**

Colonne des unités = 1 quinaire activée (=5)
Colonne des dizaines = 1 quinaire et 2 unaires activées (5+2=7)

- **A gauche le nombre le moins élevé:**

Colonne de gauche = 3 unaires activées (=3)



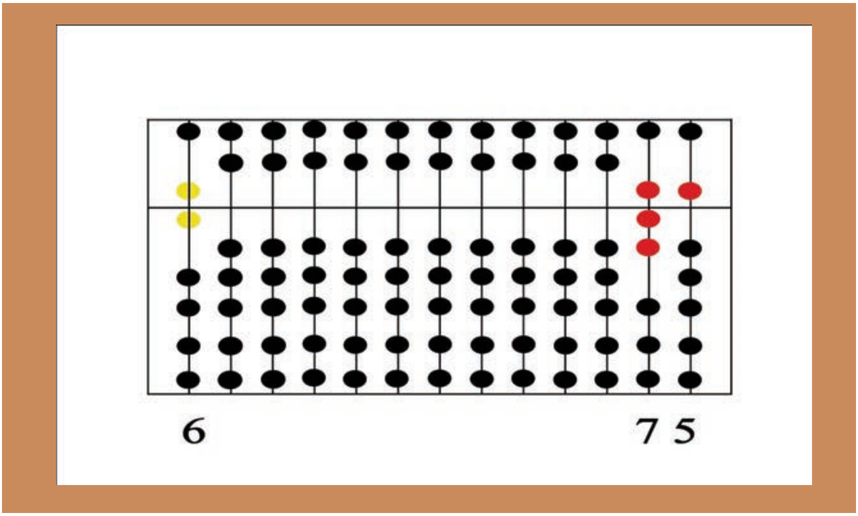
Résultat de l'addition = 78

- Colonne des unités : 1 quinaire et 3 unaires (= 8)
- Colonne des dizaines : inchangée (= 7)

Exemple d’addition : 75 + 6

Pose de l’addition

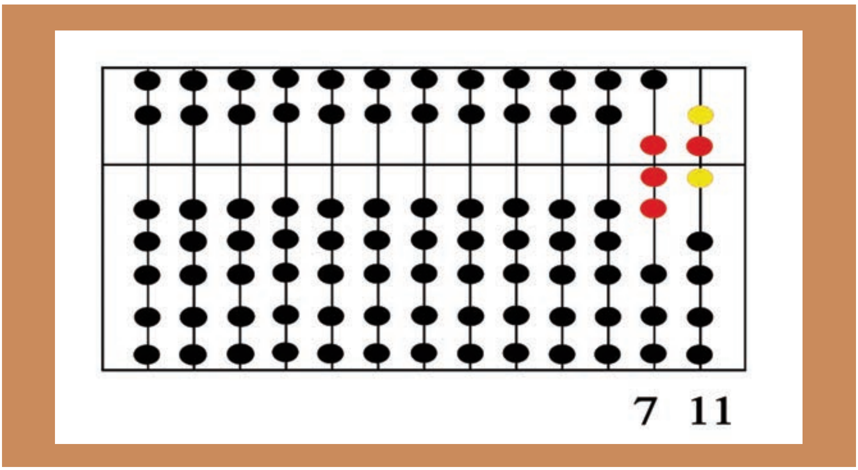
A droite le plus grand nombre : (75)
A gauche le nombre le moins élevé : (6)



Résolution de l’addition des deux nombres :

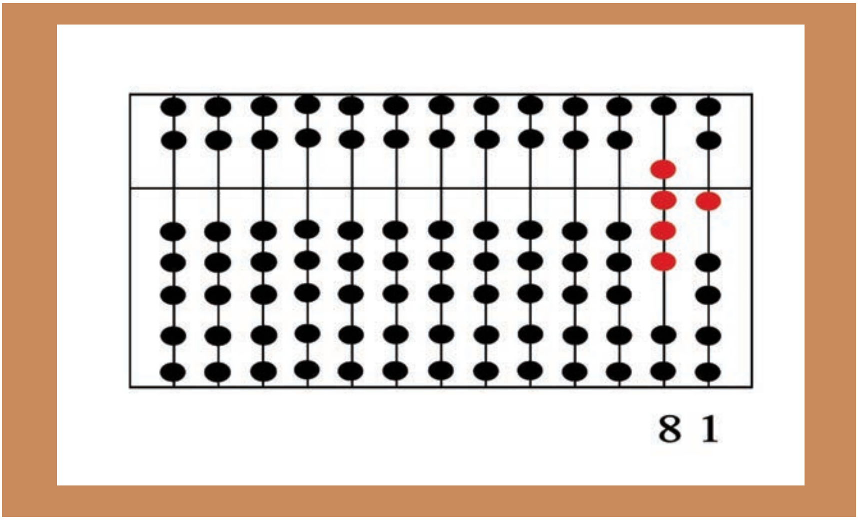
La quinaire du chiffre 6, à gauche, est activée dans la colonne des unités à droite. Les deux quinaires vont devenir alors une « décadaire » dans le résultat. L’unaire du chiffre 6 est activé dans la colonne des unités à droite

Soit 7 dans la colonne des dizaines = (70) et
11 dans la colonne des unités = (70 + 11)



La décadaire formée par les deux quinaires de la colonne des unités est ajoutée à la colonne des dizaines sous la barre transversale.
La lecture donne alors le résultat :

75 + 6 = 81



Pour en savoir *un peu* plus :

http://fr.wikipedia.org/wiki/Abaque_(calcul)

http://www.icem-pedagogie-freinet.org/node/8013

http://www.larousse.fr/dictionnaires/francais/calculer/

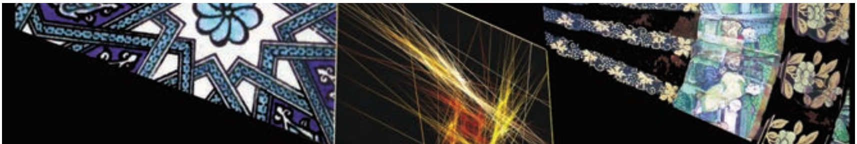
Georges IFRAH : ***Histoire Universelle des Chiffres,***Editions Robert Laffont, 1994

Nabil MJID : ***Le Boulier Chinois***, Editions Mathello, 2013

Photos et schémas : collection privée

http://dailygeekshow.com/2013/07/14/retrospective-sur-la-curieuse-evolution-des-machines-a-ecrire-a-travers-lhistoire

© *dailygeekshow.com*



Kairouan et le rayonnement scientifique de la civilisation arabo-musulmane

Béchir Kachoukh

Vice-Président du CIJM

La conquête arabe du Maghreb (Afrique du Nord) commencée au milieu du VIIe siècle dura une cinquantaine d'années. Mais c'est vers l'an 670 que *Okba Ibn Nafaâ al Fihri* fonda Kairouan au cœur de la *Byzacène* (correspondant à la Tunisie Centrale) dans une vaste plaine, y voyant un site stratégique important. La ville était située en effet à égale distance de la côte tenue par les Byzantins et les montagnes tenues par les Berbères.

Les conquêtes

Kairouan a été le point de départ des campagnes destinées à conquérir tout le Maghreb et l'Espagne à partir de 711 sous l'égide de *Taraq Ibn Zyad* puis de *Moussa Ibn Nouçayr*. A partir également de Kairouan devenue une grande capitale politique de l'*Afriqiya**), sous la dynastie des *Aghlabites*, les Arabes ont conquis la Sicile en 827, Malte en 869 et Syracuse, capitale de la Sicile grecque, en 878 grâce à la suprématie de la flotte navale *aghlabite* en Méditerranée occidentale. La cité prospère rapidement et atteint son apogée au milieu du XIe siècle, devenant un centre commercial actif vers lequel affluent des commerçants du monde musulman.

Kairouan, capitale de l'Occident musulman

Considérée comme la quatrième ville sainte de l'Islam et comme la quatrième ville construite par les musulmans, Kairouan était le centre d'une des civilisations les plus importantes du Moyen âge et un bel exemple de l'architecture musulmane, servant de modèle à tous les édifices des villes du Maghreb et du Bassin occidental de Méditerranée, particulièrement en ce qui concerne les motifs décoratifs. Comme on peut le lire dans l'ouvrage *Médina de Kairouan* publié par l'Institut National du patrimoine : *La valeur et l'authenticité de ses monuments, la*

* L'arabisation du nom latin Africa a donné naissance au terme Ifriqiya. Différentes délimitations ont été données à l'Ifriqsiya.

richesse et la variété de ses trésors archéologiques font encore de cette ville un véritable musée des arts et de la civilisation arabo-musulmane. Les riches formes architecturales de ses monuments et la diversité de leur répertoire ornemental reflètent le rôle qu'a joué Kairouan dans l'élaboration, le mûrissement et la diffusion de l'art musulman.

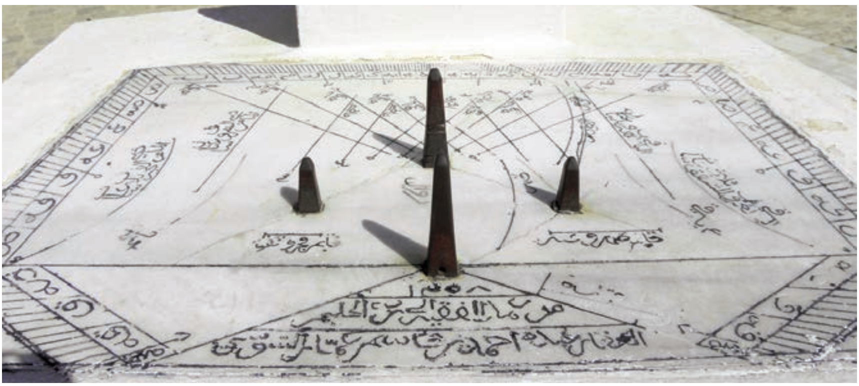
Edifiée initialement par *Okba Ibn Nafaâ*, agrandie plusieurs fois, réaménagée à plusieurs reprises, la Grande Mosquée de Kairouan, caractérisée par sa majesté et par sa sévérité, est considérée comme l'ancêtre de toutes les mosquées du Maghreb et le plus bel édifice de la civilisation musulmane de la région. C'est l'un des plus somptueux monuments, chef-d'œuvre de l'architecture universelle et joyau de l'art islamique.

Le minaret

Datant du VIII^{e} - IX^{e} siècle, l'imposant minaret à trois étages superposés est sans doute le plus ancien au monde qui soit resté intact.

Le cadran solaire

Dans la cour de la Grande Mosquée, un cadran solaire monumental horizontal est doté de quatre gnomons. Il indique de manière précise les différentes heures du lever du Soleil à son coucher et les moments consacrés à la prière.

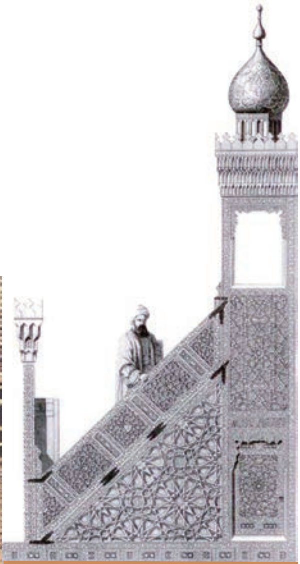


Le *minbar*

(Le minbar est une sorte de chaire d'où le khatib (imam ou mollah) fait son sermon lors de la prière du vendredi dans une mosquée. Il est un élément important de la salle de prières avec le mihrab).

Réalisé vers 862 le *minbar* de la Grande Mosquée de Kairouan est considéré comme la plus ancienne chaire du monde musulman.

De nombreux motifs géométriques et floraux sont gravés sur les panneaux de bois précieux qui composent le minbar.



ci-dessus gravure du minbar, ci-contre détails des motifs décoratifs.

Le mihrab

Cet élément important de la salle des prières d'une mosquée est une niche indiquant la direction de La Mecque. Le mihrab de la Grande Mosquée de Kairouan est lui aussi couverts de motifs décoratifs, taillés dans le marbre fin, qui forment des combinaisons variées.

Ainsi, proportions, frises, pavages, entrelacs font de la Grande Mosquée de Kairouan une véritable synthèse artistique et mathématique.

Parmi les autres monuments importants de Kairouan figurent la Mosquée des trois Portes qui doit à sa façade décorative dans la pure tradition de l'architecture islamique et les bassins des *Aghlabites* parmi les plus beaux ouvrages hydrauliques de l'histoire du monde musulman.

Edifiés vers 860-862, les bassins des *Aghlabites* font partie d'une quinzaine de bassins destinés à alimenter la ville en eau.

Vue aérienne des bassins *Aghlabites*

L'ouvrage, sobre, majestueux et fascinant comprend un petit bassin de forme polygonale de 17 côtés, consolidé de 17 contreforts intérieurs et 28 extérieurs servant de bassin de décantation au niveau duquel l'eau est débarrassée des impuretés avant de passer dans le grand bassin . Ce dernier est un polygone de 64 côtés, consolidé de 64 contreforts intérieurs et 118 extérieurs. Ces bassins sont le témoignage du génie architectural de la civilisation de Kairouan aux premiers siècles. Laissons la parole à Mohamed Kerrou : *Ils sont l'exemple du mariage réussi entre fonctionnalité et esthétique, sobriété et beauté, utilité et élégance, technique et poésie* (Kairouan , phare de l'Islam).

ci-contre grand bassin
ci-dessous détails
des contreforts du grand bassin

Rayonnement spirituel, culturel et scientifique de Kairouan

Kairouan a joué un rôle spirituel important dans la consolidation de la loi islamique. Elle a développé le rite *malékite*, grâce en particulier à Suhnun Ibn Said (776-854) fondateur de l'école *malékite ifriqiyenne* et le plus célèbre jurisconsulte de tout l'Occident musulman, permettant à l'*Ifriqiya* d'être un centre théologique très actif. L'école kairouanaise a rayonné sur l'ensemble du Maghreb et sur l'Andalousie, unifiant spirituellement le Maghreb sous la bannière du rite sunnite tout en optant pour la liberté de pensée afin d'épargner les luttes entre les courants religieux.

Ce rayonnement a englobé, par ailleurs, différents aspects du savoir culturel et scientifique. L'intérêt que portait le prince *aghlabite* Ibrahim II aux sciences exactes et à la philosophie l'avait conduit à fonder une institution spécialisée dans la traduction et destinée à l'étude de la philosophie, des mathématiques, de l'astronomie, de la médecine et d'autres disciplines. Il y a lieu de noter que les princes *aghlabites* se sont préoccupés de la traduction d'ouvrages écrits en latin ou en grec. Ils connaissaient par ailleurs la langue latine qui était d'un usage courant chez certains habitants de l'*Ifriqya* ayant gardé la foi chrétienne.

Comme pour toutes les villes des pays d'Islam, la diffusion du savoir par Kairouan a sans doute été facilitée par l'utilisation du papier. La méthode de fabrication du papier apportée de Bagdad se répandit dans le sud de l'Italie en passant par Palerme puis gagna les principautés germaniques facilitant la découverte de l'imprimerie en Allemagne.

L'influence de l'école kairouanaise de médecine fut vive durant trois siècles. Le début d'une science médicale reconnue commence à Kairouan avec l'arrivée de Bagdad d'Ishâq Ibn Imrân. Son œuvre est poursuivie par son disciple Abû Yakûb Ibn Sulaymân al-Isrâili, de confession juive, originaire d'Egypte où il est né au milieu du X^{e} siècle. Il a acquis sa formation théorique à Kairouan qui, à l'époque *aghlabite*, connaissait son apogée, s'ouvrant aux influences extérieures et accueillant une importante communauté juive et une école talmudique renommée. Ahmed Ibn al Jazzar (878-980), connu en Occident sous le nom d'Algizar est l'auteur de plus de 44 ouvrages dont le plus célèbre V*iatique du voyageur,* aide mémoire de médecine pratique, a eu un grand retentissement, aussi bien en Orient qu'en Andalousie. Il a été traduit en latin et diffusé en Europe. Parmi ses œuvres les plus connues, figurent un ouvrage de base sur les aliments et les médicaments simples et un mémento pratique sur des prescriptions simples intitulé *Livre de médecine pour les pauvres et les nécessiteux*.

L'école kairouanaise de médecine a joué un important rôle dans le transfert des connaissances médicales arabes vers la rive nord de la Méditerranée.

Concernant l'activité mathématique arabe à Kairouan durant ces trois siècles, il y a lieu de distinguer différentes périodes et de citer quelques savants aux travaux en mathématiques particulièrement significatifs .

Pour la période des Gouverneurs (715-800), Yahia Al Kharraz, qualifié en calcul et en sciences de partages successoraux, chargé en 771, à l'âge de vingt ans, de la fonction de directeur du bureau des impôts. Il a eu pour élève Yahia al Kinan, l'auteur du premier livre de *Hisba* (traité juridique permettant de vérifier la légalité des affaires commerciales et la validité des contrats) écrit au Maghreb à propos de mathématiques financières.

Pour la période des *Aghlabites* (800-910), Abu Sahl Al Qayrawani né à Kairouan ayant écrit un traité de calcul, *Le livre sur le calcul indien*, qui s'inscrit dans la nouvelle tradition arithmétique arabe inaugurée par des manuels de calcul d'Al Khawarizmi.

Abu Sahl a écrit également des traités de géométrie et d'astronomie.

Enfin, Ismail Ibn Yusuf at-Talla al-Munajjim , mathématicien , astronome et grammairien, né à Kairouan, se rendit à Bagdad pour étudier l'astronomie pius revint à Kairouan. Contraint d'émigrer à Cordoue, il y mourut au début du Xe siècle.

Pour la période des Fatimides (910-972), plusieurs savants se sont consacrés à l'étude et à l'enseignement de l'astronomie comme Nassim Ibn Yacoub Al Qayrawani,Yacoub Ibn Kiliss et Al Hawari.

Pour la période Ziride (972-1152),deux savants retiennent l'attention. Il s'agit de Abi Al Hassan Ali Ibn Abi Rijal Al Qayrawani, connu en Europe sous le nom d'Abenregel et célèbre grâce à son livre d'astrologie *Albaria fi Ahkam an– Nujum*. Le second est Abd El Munim Al Kindi, meilleur spécialiste de géométrie de son époque à Kairouan, connaisseur des Eléments d'Euclide et auteur d'un projet ambitieux consistant à creuser un canal destiné à relier Kairouan à la Méditerranée.

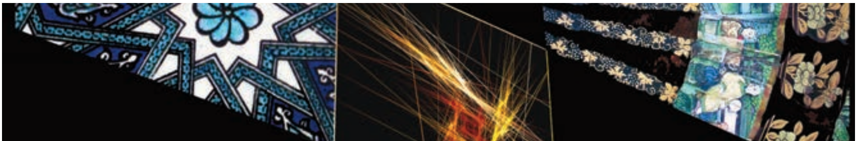
L'histoire de l'*Ifriqiya* révèle que de nombreux savants ont contribué aux progrès réalisés en sciences mathématiques, en inventant une nouvelle symbolique algébrique, en développant des algorithmes de calcul dans le système décimal, introduisant des formules originales pour calculer les racines carrées ou cubiques. Les écrits parvenus montrent une unité de pensée propre au Maghreb, clairement identifiée par la terminologie adoptée et l'emploi d'une symbolique algébrique spécifique au Maghreb, des chiffres arabes et la notation des fractions.

On notera enfin que grâce aux émirs mécènes, des échanges fructueux ont eu lieu entre l'*Ifriqiya* et l'Andalousie dans les domaines de la science, de la poésie, du chant et de la musique.

B. K.

Rue principale et mosquées
Kairouan en 1899

Samarkand -
photo Martine Janvier



Entre mathématiques & arts graphiques : de bien belles perspectives

Jean-Pierre Le Goff
LASLAR-MRSH & IREM, Université de Caen Basse-Normandie

L'invention de la perspective géométrique au XV^e siècle pendant ce mouvement intellectuel & artistique que l'on appelle la Renaissance, a doté l'humanité d'une seconde façon de regarder le monde. La vision naturelle avait été étudiée depuis l'Antiquité du double point de vue de la physiologie et de l'optique, pour produire ce que l'on appelait une *perspectiva naturalis*. La *perspectiva artificialis* que des architectes, des peintres et humanistes du *Quattrocento* ont imaginé pour représenter les corps solides, c'est-à-dire les objets ayant trois dimensions et qui occupent ce que nous appelons aujourd'hui l'espace, a donné à voir le réel à leurs contemporains d'une façon tellement illusionniste qu'elle est devenue comme une sorte de seconde nature dans le domaine des arts comme dans celui des sciences et des techniques. Elle a joué un rôle essentiel pour l'essor de l'Europe moderne dans tous ces domaines : la révolution scientifique, technique et industrielle, par exemple, doit beaucoup à la possibilité de reproduire les objets, tant par le dessin que par la fabrique ; et l'essor d'une géométrie fondée sur les transformations plutôt que sur les figures et les corps géométriques de la tradition euclidienne, tient au fait que la perspective centrale est la première transformation qui déforme vraiment, assimilant un carré et sa représentation perspective, qui peut être un quadrilatère convexe quelconque (trapèze d'un carrelage vu de face ou quadrilatère lorsqu'il est vu d'angle) ce qui n'est pas le cas d'une translation, d'une rotation, d'une symétrie centrale ou axiale (que l'on appelle des isométries planes), ni même d'une similitude (agrandissement ou réduction proportionnel(le), dits homothéties, composés avec une isométrie, et qui conservent la forme de l'objet transformé) qui transforme un carré en un autre même s'il est de taille différente.

L'invention de la perspective centrale proprement dite – c'est-à-dire d'un procédé géométrique faisant intervenir l'idée de convergence des apparences des faisceaux de droites parallèles vers des points que l'on appellera *de fuite* *(voir l'encadré A)* – a eu lieu dans les années 1420-1440, à Florence, après de nombreux tâtonnements dans le domaine de la représentation, en particulier dans l'Antiquité greco-romaine, puis au Moyen Âge, en particulier chez Giotto (Ambroggioto di Bondone, (ca. 1266-1337) et certains peintres de l'école de Sienne comme les frères Ambrogio et Pietro Lorenzetti (ca.1290-1348 et ca.1280-1348).

L'émergence de cette invention à ce moment de l'histoire et dans le pays-siège de la chrétienté fait suite à une lente évolution de la religion chrétienne, qui a conduit à l'humanisme et à la prise de conscience, allant souvent contre le dogmatisme des institutions religieuses, que la place de l'homme lui permettait de *se rendre comme maître et possesseur de la nature*, selon la formulation de Descartes. D'une certaine manière, le *video ergo possum repræsentare (ea quæ videmus)* de la Renaissance ("je vois donc je peux me le représenter") précède le *cogito ergo sum* ("je pense donc je suis") de Descartes.

La pratique de la peinture comme trompe-l'œil, cherchant à représenter le monde et les objets qu'il contient et à le donner à voir comme l'œil voit, remonte à l'art pariétal, et se retrouve dans de nombreuses civilisations, mais les voies empruntées sont diverses et ne relèvent pas seulement de considérations optiques et géométriques. Chaque image, au fil des siècles et selon les lieux qui lui ont donné le jour, doit beaucoup à des pratiques intellectuelles, religieuses et symboliques, qui, toutes, contribuent à la formation d'un consensus sur la façon de faire sens par le dessin et les arts graphiques qui l'utilisent. Dans le domaine de l'iconographie, Ernst Cassirer, au début du siècle dernier, a introduit la notion de *forme symbolique* pour qualifier ce qui sous-tend la création graphique d'une aire géographique et d'une ère historique données. Pour la Renaissance, Erwin Panofsky tentera de décrire cette *forme symbolique* comme une certaine philosophie de l'espace liée à une nouvelle conception de la relation entre le sujet regardant et l'objet regardé, à savoir le monde et tout ce qui le peuple : figures humaines, figures animales et végétales et objets inertes, issus de la nature, et objets fabriqués par l'homme, qu'ils soient observables ou issus de son imagination.

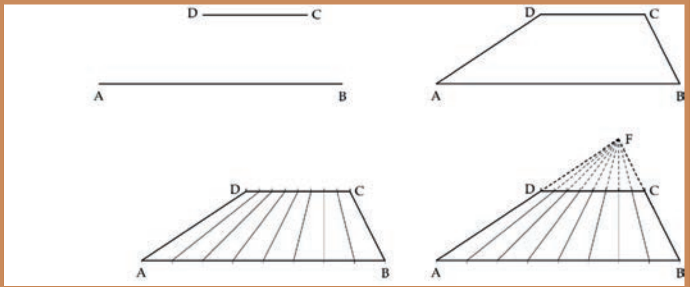
Une telle interprétation repose sur des constats que l'on peut faire à propos des œuvres d'art *(voir l'encadré B)*, en utilisant des outils géométriques qui ont été élaborés à partir de cette fameuse *perspective centrale*, à savoir ce que l'on appelé au XIX^{e} siècle, les *propriétés projectives* des figures de géométrie. Mais alors, que peut-on dire de l'habitude prise avec l'usage systématique de ce que l'on appellera très vite des points de fuite ou des lignes de fuite, comme l'est par exemple la ligne horizontale.

D'où viennent les intuitions géométriques qui conduisent à ces objets parfaitement incongrus que sont les points et lignes de fuite au XV^e^ siècle ? Il convient de penser le procès de cette invention majeure du XV^e^ siècle à la lumière du contexte des géométries pratiques du moment, qui sont fondées sur les *Éléments* d'Euclide : que des parallèles se rencontrent est parfaitement inconcevable, puisque c'est par la non-rencontre que le V^e^ postulat d'Euclide définit le parallélisme des droites et des plans. Faut-il en croire ses yeux ? Seraient-ils trompeurs ? L'auteur de l'*Optique* que l'on attribue parfois au même Euclide, répond pour ce qui touche à la vue : deux lignes égales faisant face au spectateur, sont vues de taille différente, si l'une est en retrait de l'autre : c'est le constat que nous faisons en regardant des arbres, qui flanquent une route fuyant devant nous, semblant décroître alors qu'ils sont de tailles voisines. Mais qu'en est-il lorsque la route semble rejoindre l'horizon naturel ? Et comment peut-on rendre compte de ce phénomène lorsqu'il s'agit de le représenter dans un plan ?

Dans le contexte ainsi posé, à la question « comment représenter un carré au sol, vu de front, comme le sol, dallé ou non d'une pièce que l'on regarderait au travers d'un mur transparent ou au moment d'en franchir l'entrée ? », la réponse la plus probable – et que l'on peut documenter par des pratiques effectives –, est la suivante : étant donné un carré ABCD, vue de front *(Fig. 1)*, l'expérience visuelle permet de constater que l'apparence de son côté arrière, DC, est plus petite que celle de son côté avant, AB. Partant d'une grande ligne AB et d'une plus petite DC, qui lui est parallèle, le trapèze ABCD constitue une bonne image du sol d'une pièce carrée *(Fig. 1)* ; le tracé d'un plancher vu de bout sera simulé ainsi : si l'on partage AB et DC en sept points déterminant huit parties égales, les lignes joignant ces points de division pris dans le même ordre, donnent à voir un plancher fuyant *(Fig. 2)* ; pour un géomètre formé à l'école euclidienne, peu importe que ces lignes, une fois prolongées, conviennent en un point *(Fig. 3)* : le fameux point de fuite central F, obtenu par application d'un théorème qui est un corollaire de la propriété établie par Thalès, corollaire que Piero della Francesca s'emploiera à démontrer dans les préliminaires géométriques de son traité.

Figure 1

Figures 2 et 3



Le point de fuite n'est donc pas un point de départ dans l'histoire de la perspective, mais un point d'aboutissement… La preuve en est donnée lorsque le plancher regardé est entre deux murs de refend qui sont placés hors du champ de vue limité par le cadre du tableau *(Fig. 4)* : en l'absence de points placés sur la ligne de terre, les lignes qui partent de points de subidivision de la ligne arrière et aboutissent hors du tableau sur la ligne avant, sont tracées au jugé et ne conviennent pas au même point que celui qui est censé, selon le préjugé d'un prétendu point de fuite utilisé consciemment, servir à la construction de toutes les fuyantes !

Figure 4

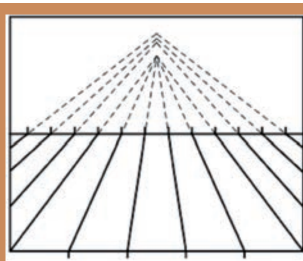
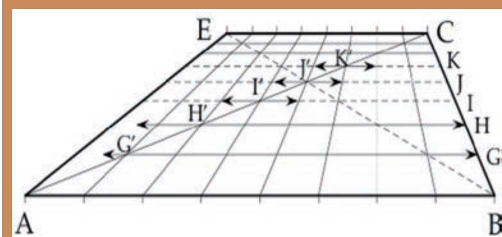


Figure 5



Quant aux transversales, si la pièce est carrelée, un procédé pratique, sans doute primitif et empirique lui aussi, que l'on trouve utilisé encore au XVI^{e} siècle, consiste en ceci *(Fig. 5)* : traçons la diagonale AC du trapèze, elle intercepte les fuyantes du parquet en des points G', H', I', etc., qui déterminent des points des apparences de transversales… Cette fois ce sont les points de distance, points de fuite des diagonales qui s'avèrent être aussi des points d'arrivée plutôt que de départ. La théorie de la proportion aura sûrement plus fait pour la théorie perspective, que des considérations *a posteriori* sur de prétendues idées sur l'espace (qui n'a de sens qu'en vertu de la matière qui l'habite chez les aristotéliciens, du moins), et sur un infini actuel encore à venir.

C'est la considération de ces points de distance comme points de fuite des lignes obliques parallèles aux diagonales d'un pavage au sol de maille carrée, qui nous permet d'identifier l'usage, par le dessinateur, d'une procédure légitime (au sens moderne de projectivement valide) dans un tableau. Il faut cependant noter que cette validation ne permet pas de préjuger de la nature de la procédure effectivement employée. Ce préjugé est trop souvent repérable, et quasiment depuis les origines de la question, dans nombre d'analyses prétendument perspectives des œuvres du passé, effectuées tant par les théoriciens de la perspective, que par les historiens d'art ou par les historiens des sciences.

Prenons quelques exemples, qui confirment que la considération des points de fuite a été le fruit d'une lente évolution.

Jan Van Eyck (ca. 1390-1441) a achevé de peindre, vers 1432 et sans doute dans le sillage de son frère Hubert, mort en 1426, un retable, dit de L'Agneau mystique, pour un autel de la cathédrale Saint-Bavant de Gand. Au dos du panneau présenté aux fidèles, se trouve représentée une Annonciation *(Fig. 6)*, où l'on voit un ange annoncer à la Vierge Marie qu'elle portera le fils de Dieu, Jésus Christ, en son sein. Le carrelage au sol et le plafond de la pièce semblent mis en perspective et construits selon des règles géométriques, à ceci près que la pièce paraît avoir un plafond assez bas.

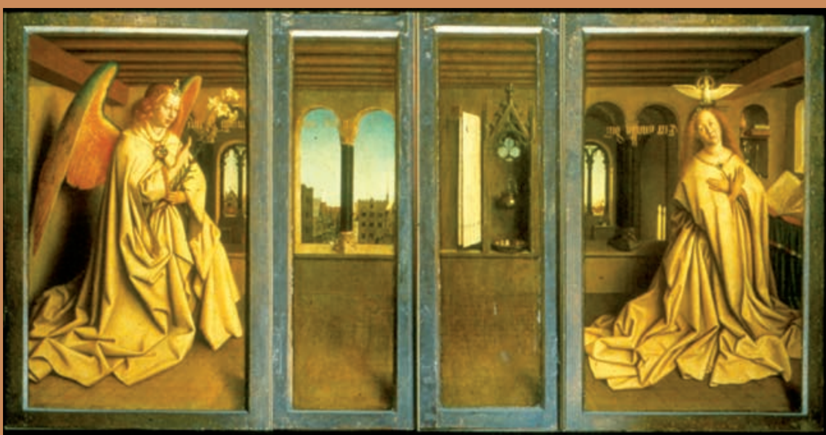


Figure 6

Une analyse des fuyantes au sol (les lignes vues de bout du carrelage) et des fuyantes du plafond (les poutres portant des solives, à gauche et à droite) permet de mettre en évidence que le tableau n'est pas construit par un procédé de perspective centrale *(Fig.7)* : toutes les lignes réelles perpendiculaires au tableau (les arêtes des poutres comme les fuyantes au sol) doivent convenir en un même point et non en deux points distincts, ce qui n'est pas le cas et ce qui manifeste le fait que sol et plafond ont été traités séparément, sans doute par le procédé décrit plus haut *(Fig. 1 à 3)*, dont on a vu qu'il ne nécessite pas l'usage d'un point de fuite. Ce constat est documenté par de nombreuses autres occurrences au Trecento, par exemple chez Giotto *(Fig. 8)* et Lorenzetti *(Fig. 9 à 11)*. Ce qui signifie que le fameux point de fuite principal est un aboutissement conceptuel et probablement pas un point de départ des constructions perspectives empiriques. C'est d'abord un point de convergence, comme le constatera et le montrera Piero della Francesca, et peut-être d'autres avant lui.

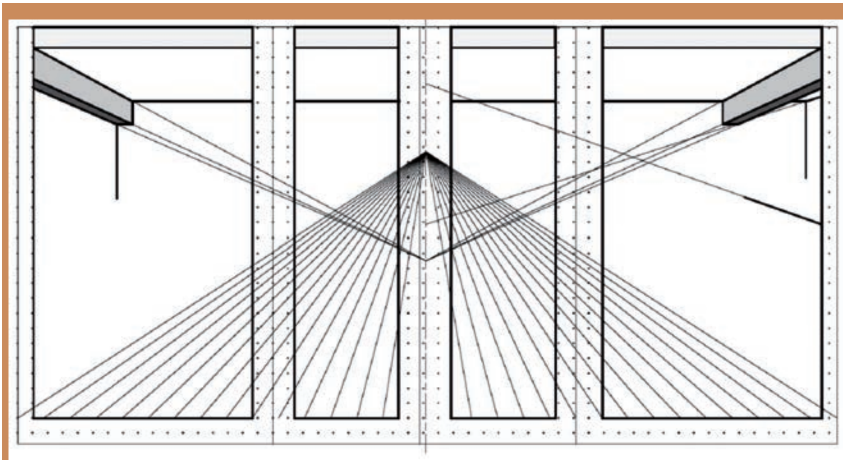


Figure 7

Le procédé décrit dans les figures 1 à 3 revient à une réduction proportionnelle des grandeurs dans la profondeur, lorsque celles-ci sont de des plans plus ou moins éloignés du plan de représentation.

Il a probablement été employé de façon systématique, et en particulier par Giotto pour tracer des arcades vues de front *(Fig. 8)*, qui donnent un tel sentiment d'une perspective aboutie, que l'on a souvent conclu à la connaissance du point de fuite central chez Giotto, alors qu'il est clair que la convergence de certaines lignes est loin d'être systématique chez lui, et, en tout état de cause, qu'il ne s'agit pas d'un emploi systématique à toutes les lignes, mais de solutions locales et non coordonnées, comme chez Van Eyck, propres à un plancher et à un plafond, de façon indépendante.

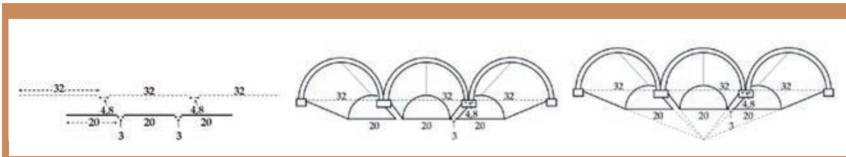


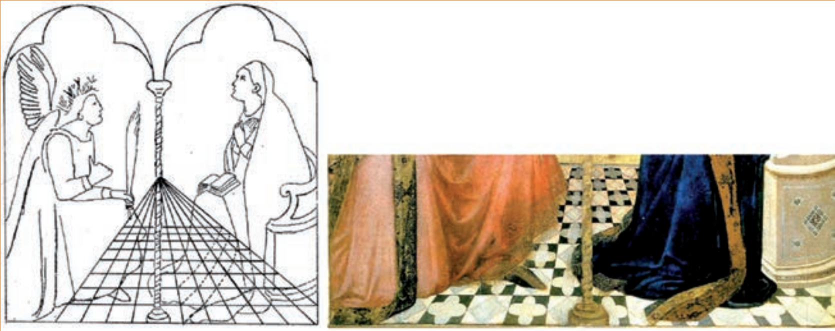
Figure 8

De même, un siècle avant Van Eyck, au *Trecento*, Ambrogio Lorenzetti (ca. 1290-1348) représente aussi une *Annonciation*, étudiée par Erwin Panofski, qui relève que les lignes vues de bout du carrelage au sol convergent en un point, mais que les lignes joignant les sommets des carreaux sont brisées et donnent à voir des spirales plutôt que les lignes droites qu'elles composent dans la réalité *(Fig.9 à 11)*.

Il est fort peu probable, contrairement à ce qu'expliquait Panofski, que Lorenzetti ait fait usage du point de convergence mis en évidence par l'historien, quand on voit que la question n'est pas encore entièrement maîtrisée chez le maître qu'est Van Eyck, qui a pourtant croisé des artistes italiens après la découverte de Brunelleschi et d'Alberti ; là encore la méthode de réduction proportionnelle que nous proposons plus haut est nettement plus vraisemblable, et certains constats faits sur d'autres œuvres le montrent bien *(Fig. 4)*, mais il est clair que la fameuse *forme symbolique* nouvelle qu'il invoque, est en gestation, sans qu'il soit besoin d'en brûler les étapes.

En revanche, la forme des apparences des diagonales du carrelage illustre un procédé attesté par Alberti – la *règle des deux-tiers* – dénoncé comme erroné dans son *De pictura* – qui produit exactement cet effet visuel de spirales brisées ; là encore c'est la théorie des proportions – ici une suite géométrique de raison 2/3, dont chaque terme est une moyenne géométrique de ceux qui l'encadrent – qui prévaut sur toute autre considération.

Figure 9



Figures 10 et 11

C’est encore une analyse perspective qui permet de comprendre l’étrangeté apparente d’une autre *Annonciation*, peinte au milieu du XVI^{e} siècle (vers 1540), par Paris Bordon (1495-1570), peintre vénitien qui a donné à voir, pour la première fois aussi délibérément, l’en-deçà de la porte-fenêtre d’Alberti *(Fig. 12 à 14)*, faisant entrer dans le tableau des éléments qui se trouvent dans la réalité spatiale représentée, entre le spectateur et le plan de projection. Un géomètre aujourd'hui, sait bien que toute vue perspective, en tant qu’intersection du cône visuel par un plan, peut être identifiée à une autre obtenue en changeant simplement la position du plan de représentation, pourvu qu’il reste parallèle au tableau : seule l’échelle des grandeurs apparentes change. Mais si un peintre adopte la fiction albertienne d’une ligne de terre définissant le pied du tableau sur le géométral – c’est encore la règle à ce moment de l’histoire, sauf lorsque le cadre du tableau est représenté en trompe-l’œil ce qui limite l’en-deça représenté –, alors le tableau de Bordon a été conçu en sorte que l’ange et la Vierge soient séparés par le tableau lui-même. Pour comprendre cet artifice, il faut d’abord noter que cette séparation entre un ange venu du ciel et portant un message du monde divin et sacré et une femme appartenant au monde profane, fût-elle bientôt la Vierge Marie, est un parti-pris constant dans la représentation de l’événement dans les siècles qui précèdent. Les deux exemples précédents le montrent bien, dans lesquels une colonne sépare deux voûtes gothiques délimitant deux lieux (Lorenzetti), ou deux panneaux centraux et leurs cadres séparent les deux bouts d’une même pièce, surcadrés eux-mêmes par le bois des panneaux (Van Eyck).

Figure 12

Mais le spectateur est surpris de voir un ange d'aussi petite taille, circulant à l'évidence dans la colonnade du second plan – d'où sa petite taille – et se dirigeant plutôt vers l'architecture de l'arrière-plan ; tandis que la Vierge est au tout premier plan, dans une posture maniériste caractéristique de l'art des Titien et autre Parmesan, dans un geste d'acceptation, tournée vers un ange censé se présenter devant elle. Ces deux-là vont-ils se rencontrer ? Dans l'image, certes pas, mais dans notre imaginaire, certainement, car connaissant l'histoire – d'ailleurs racontée dans le livre qu'elle vient de lâcher : elle est dans sa chambre et l'Ancien Testament est ouvert sur une table basse –, nous ne pouvons que conclure que la chambre et son occupante sont dans une pièce de l'arrière-plan, vers laquelle se dirige l'ange, et que le peintre a projeté l'ensemble en avant-plan pour mettre la Vierge en exergue. Une analyse perspective du tableau montre en outre que la colonne devant laquelle elle se trouve, est construite dans l'exacte continuité des colonnes de l'arrière-plan : elle s'élève au-dessus d'une volée de marches, comme dans une représentation théâtrale, et son implantation au sol est celle d'une colonne dans le prolongement des autres, distances comprises en terme d'intervalles inter-colonnes : ce ne peut être qu'un choix délibéré, la probabilité qu'un tel événement géométrique se produise fortuitement est d'un sur l'infini, autant dire zéro. Les tracés effectués permettent de le constater dans les deux images suivantes (plan & profil d'une part, *Fig. 13* et perspective axonométrique d'ensemble, *Fig. 14*) mettant en évidence que le peintre a fait d'une pierre deux coups. Le tableau, lorsqu'on l'implante sur la ligne du carrelage du bas du tableau, se situe nettement entre la Vierge et l'ange.

Le malaise visuel ne vient pas d'une maladresse de peintre, mais d'une volonté de donner un statut novateur au tableau, affirmé comme limite spatiale entre le sacré et le profane, mais aussi entre le songe et la réalité.

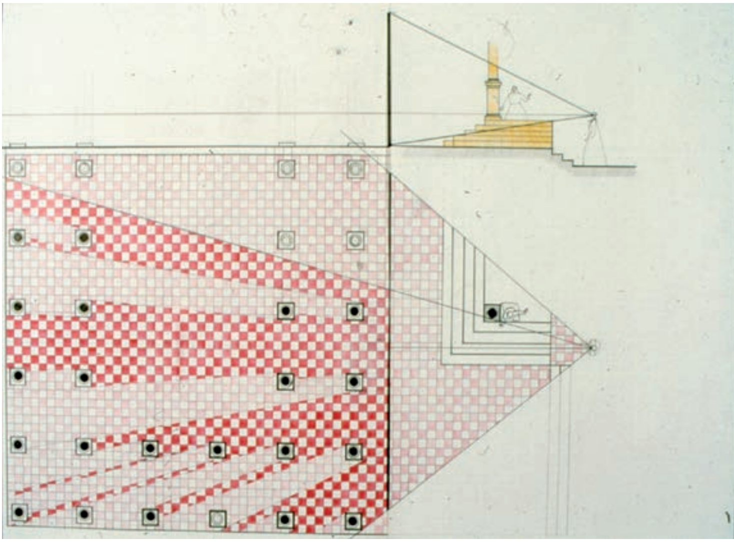


Figure 13

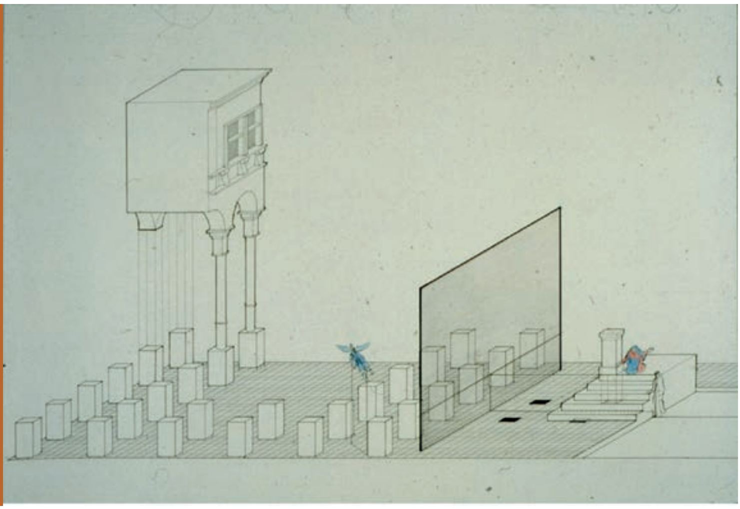
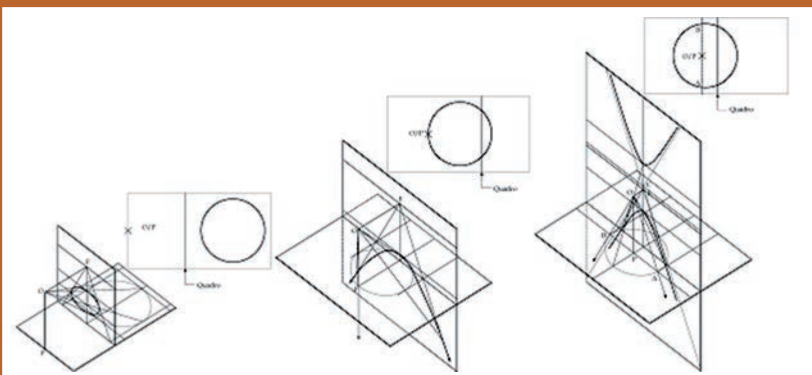


Figure 14

Ainsi donc, au XVI^{e} siècle, on commence à représenter l'en-deçà du tableau, ce qui a probablement donné des idées de derrière la tête aux géomètres, et préfigure l'avancée au XVIIème, avec Girard Desargues (1591-1661) et Blaise Pascal (1623-1662), des connaissances sur la question de l'espace infini, et une vision nouvelle des coniques.

Le fait d'avoir à représenter un cercle situé au-delà du tableau, par exemple une auréole ou le pourtour d'un bassin circulaire horizontal, a permis de voir que le cercle a alors pour apparence une ellipse, sauf à être dans un plan parallèle au tableau *(Fig.15).* Mais si l'on considère que le cercle peut s'étendre en-deçà du tableau, et que d'aventure, le perspecteur a le pied – il est cul-de-jatte en plus d'être cyclope… – sur le bord du bassin, lorsqu'il regarde son pied (réduit à un point du cercle), c'est avec un rayon visuel qui ne rencontrera jamais le plan du tableau : c'est ainsi que le cercle devient une parabole, comme si l'ellipse ouvrait ses bras comme le disait Képler, en substance *(Fig. 16)*. Et si le perspecteur met les pieds dans le bassin, une partie du contour circulaire se trouve derrière lui et son regard de géomètre-janus lui permet de voir ces points du cercle se projeter dans la partie haute du tableau selon une branche d'hyperbole, tandis que la partie du cercle qui est derrière le tableau se projette selon un arc de la branche basse d'une hyperbole, et que les arcs qui sont entre lui et le tableau se projettent dans le tableau, sous la ligne de terre et le géométral. Avant la Renaissance, depuis le traité des *Coniques* d'Apollonios de Pergé et avant que Desargues ne fasse la synthèse entre perspective et théorie des coniques, chaque branche de notre moderne hyperbole est une courbe : Apollonios parle de deux hyperboles opposées lorsqu'il traite des deux branches ; après Desargues et grâce au regard des peintres, une hyperbole n'est plus qu'une seule courbe, en deux morceaux, car c'est l'image par transformation perspective d'un cercle fermé dont deux points ont été envoyés à l'infini *(Fig. 17)*.



Figures 15, 16 et 17

Et pour donner enfin une idée de l'importance du rôle que la perspective a joué dans l'histoire des sciences, rappelons que l'évolution de la géométrie, prenant en compte les propriétés projectives des figures, fournira un cadre qui rendra possible l'émergence des géométries non-euclidiennes au XIX^e siècle, et la conception d'espaces nouveaux, tels que ceux qui sont requis pour construire d'autres intuitions de l'espace physique, comme l'espace-temps hyperbolique de la relativité restreinte ou générale d'Einstein, fondée sur les équations de Lorentz.

Le lecteur aura compris qu'une mathématique qui tente de reconstituer son histoire conceptuelle ne fait rien d'autre, dans le domaine de la perspective, que de rendre aux artistes la monnaie de leur pièce : ils ont ouvert aux mathématiciens des perspectives nouvelles. Et il est assez juste que le géomètre, en retour, puisse aujourd'hui donner des informations propre à lever des incompréhensions sur ce qui a motivé tel ou tel choix dans la composition d'un tableau.

J.-P. L G

EncadréA

1°) La construction légitime telle qu'exposée par Leon Battista Alberti (1404-1472) dans un ouvrage manuscrit rédigé vers 1435-36, en deux langues, italien et latin, sous les titres *Della pittura* et *De pictura* (de la peinture). Elle croise les informations données par deux vues ou projections, la vue de face et la vue de profil, de la situation suivante (Fig. A-1) : un sujet regarde un objet (ici un carré), et ils sont tous deux situés sur un même plan d'assiette, en général le sol commun aux deux, dans la théorie primitive, nommé aussi plan géométral ; le sujet regarde l'objet au travers d'un plan vertical érigé au dessus du géométral et qui est le tableau ou plan de projection. Le sujet, ou perspecteur, est le peintre puis le spectateur, réduit à être un cyclope muni d'un œil ponctuel O. L'objet, pour Alberti, est plutôt un carrelage au sol, qui a pour fonction de permettre l'élévation d'une architecture ou de figures, plan par plan dans l'éloignement, par relèvement sur les verticales des grandeurs raccourcies horizontales de la grille au sol. Enfin Alberti assimile le tableau – qui est, à cette époque, conçu comme une figure plane limitée et non à un plan infini – à une fenêtre, en quelque sorte ouverte sur le monde. Le plan du tableau est en fait une porte-fenêtre dont la base sera nommée la ligne de terre : c'est l'intersection du plan du tableau et du plan géométral.

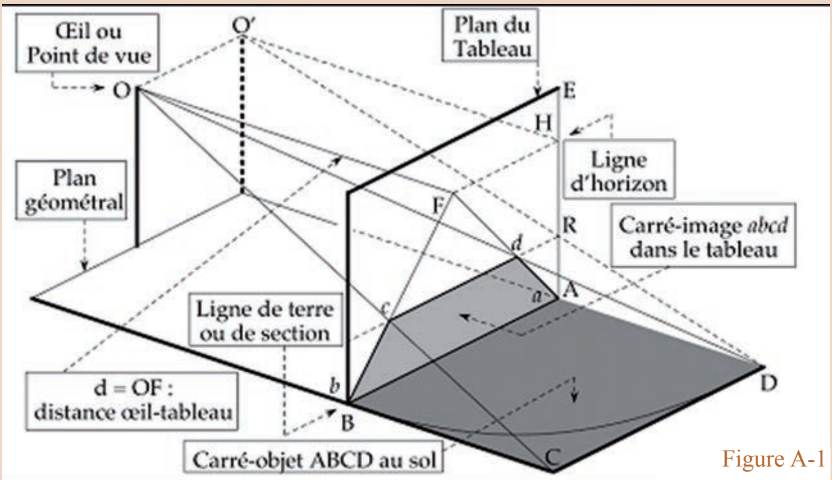


Figure A-1

L'image perspective de l'objet sera obtenue en déterminant, point par point, la situation de l'apparence de chaque point M de l'objet dans le tableau, qui se situe à l'intersection du rayon visuel OM (supposé rectiligne selon la tradition optique dont on attribue les premiers éléments à Euclide ou à son école) avec le plan du tableau. L'ensemble des rayons visuels forment un cône, dit visuel ou une pyramide, selon la forme du contour apparente de l'objet observé. Si l'on considère que cet objet est tout ce qui se présente à l'œil au-delà de la fenêtre albertienne, on aura une pyramide à base quadrangulaire si le tableau est un rectangle et un tondo si la fenêtre est un oculus de forme circulaire, ovale ou elliptique. On voit par là que la perspective a à voir avec la théorie des coniques…

On remarquera aussi que la détermination de chaque apparence revient à déterminer son abscisse et son ordonnée relevés sur les bords du tableau : cette détermination des coordonnées d'un point précède de deux siècles la géométrie analytique de Descartes, fondée sur le calcul algébrique. L'idée centrale de la perspective préfigure donc, – avant la lettre, aux sens propre et figuré –, celle de la résolution des problèmes géométriques par l'usage des équations exprimant des relations entre les coordonnées inconnues d'un point.

Alberti dessine *(Fig. A-2)* un rectangle EAB, représentant le tableau, dans lequel il place un premier œil, F, qui est ce que l'on appellera le point de fuite principal, à une hauteur d'environ trois brasses (1,74 m à cette époque) au-dessus de la ligne basse (la ligne de terre AB), ce qu'il estime être la hauteur d'œil, F, d'un homme de taille moyenne debout sur le même plan qu'un dallage ABCD de 6 fois 6 dalles carrées. Puis il gradue la ligne de terre AB par des points équidistants (7 en comptant A et B), et les joint à F pour produire les apparences des parallèles horizontales du carrelage qui sont vues de bout et que l'on appellera les lignes fuyantes du carrelage : dans la réalité, elles sont perpendiculaires au tableau et l'on obtient, en quelque sorte, l'image d'un plancher dont les lattes seraient vues de bout. Reste à déterminer les apparences des transversales horizontales c'est-à-dire les parallèles au tableau, qui s'étagent au dessus de AB, comme cd, qui représente la dernière transversale CD du dallage réel.

Naturellement, ce dessin est fait à une échelle de réduction adaptée au projet : dans la Flagellation du Christ de Piero della Francesca, par exemple, le Christ est représenté à l'échelle d'un dixième de sa taille supposée, à peu de chose près, puisqu'il est figuré debout et y mesure 17,8 cm.

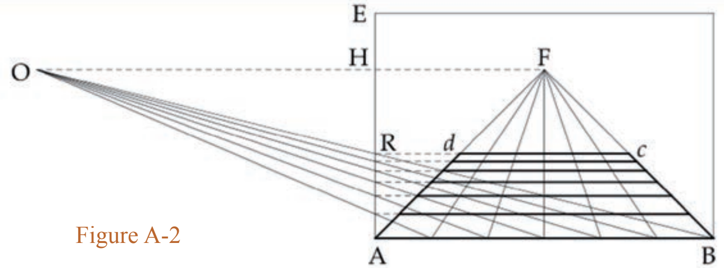


Figure A-2

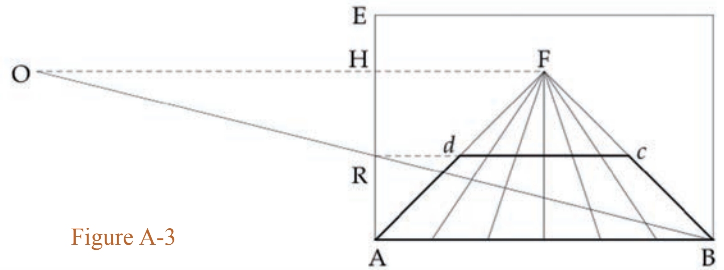


Figure A-3

Alberti utilise ensuite l'un des côtés verticaux du tableau, EA, pour en figurer la vue de profil en élévation, soit sur le même dessin (Fig. A-2), soit en le reproduisant à la même échelle sur un second dessin. Sur ce bord EA, il place un point H tel que HA soit la hauteur du premier œil F au dessus de AB. Il place alors, dans le prolongement de FH et, donc à la même hauteur que F, un second œil O qui est censé regarder le carrelage au travers de ce tableau vu de profil : en effet les points équidistants de la ligne de terre AB représentent, de ce point de vue O, les lignes transversales du même carrelage, vues de bout. Les rayons visuels qui joignent O aux points de division de la ligne de terre coupent le tableau de profil en des points qui déterminent les niveaux auxquels se situent, dans le tableau, les apparences des transversales horizontales : par exemple, R, intersection du rayon visuel OB avec le tableau EA, est le niveau où se trouvera l'apparence de CD dans le tableau ; une horizontale menée depuis R coupera les fuyantes FA et FB en d et en c, apparences des deux sommets D et de C, qui forment le carré ABCD dans la réalité. Piero della Francesca simplifiera la construction légitime d'Alberti en ne mettant qu'un carré en raccourci *(Fig. A-3)*.

Alberti ajoute que ce qui légitime sa construction est le fait que les lignes qui joignent les sommets opposés des trapèzes du réseau *(Fig A-4)*, apparences des carrés du dallage réel, sont bien alignés comme dans la réalité et la perception visuelle que l'on en peut avoir, ce qui était l'une des règles de la doxa euclidienne : des points alignés le restent dans l'apparence. Et il règle ainsi leur compte à des méthodes empiriques de placement des transversales basées sur des régressions géométriques (il cite la règle des deux-tiers, qui fixe la position par application réitérée du rapport 2/3 aux écarts entre transversales successives *(Fig. A-5)* où l'on voit que les nœuds du carrelage, alignés dans la réalité, ne le sont plus dans l'apparence). Cependant Alberti ne mentionne pas le fait que les prolongements de ces apparences de diagonales conviennent toutes en un point, situé à droite, D, ou à gauche, D', de F, sur ce que l'on appellera l'horizon *(Fig. A-6)*.

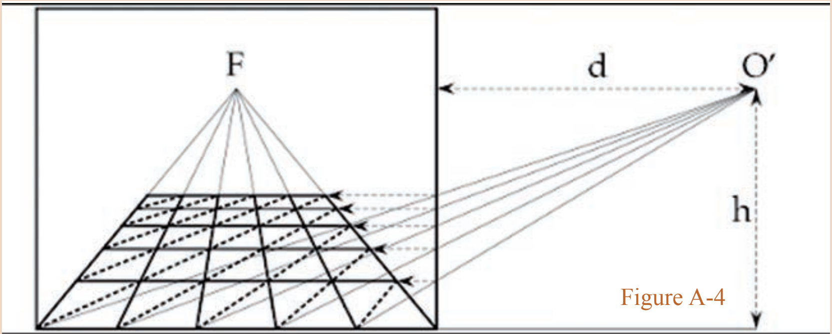


Figure A-4

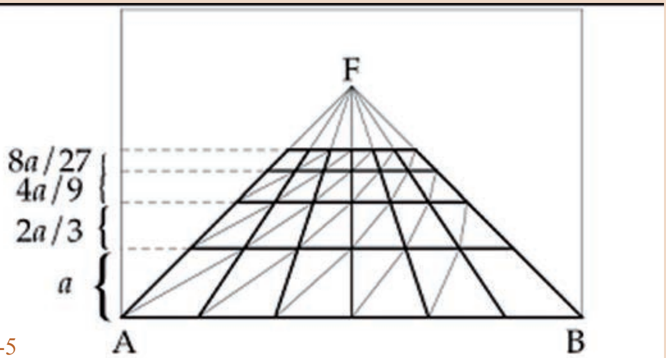


Figure A-5

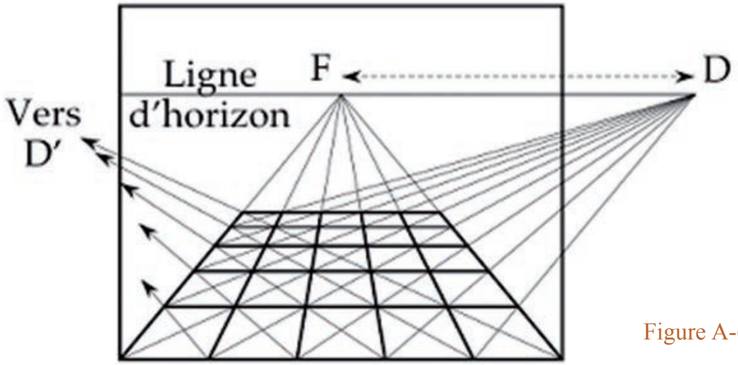


Figure A-6

2°) La méthode de la double projection, a très probablement été inventée et utilisée par Filippo Brunelleschi (1377-1446) pour fabriquer deux panneaux peints, censés légitimer ce procédé par superposition et coïncidence visuelle du réel et de sa représentation. Cependant elle n'a été explicitée qu'ensuite, et pour la première fois par Piero della Francesca (ca. 1412/20-1492) dans son *De prospectiva pingendi* (De la perspective en peinture), rédigé vers 1470-80.

Elle consiste en un relévement systématique des points d'intersection des rayons visuels de la pyramide qui joint l'œil aux points de l'objet, en croisant les informations que donnent l'observation de la situation spatiale sujet-tableau-objet en vue du dessus (plan obtenu par projection orthogonale sur un plan horizontal suivant le fil à plomb) et en vue de profil (élévation obtenue par projection orthogonale sur un plan vertical, placé de manière que le tableau soit vu comme une ligne). Piero della Francesca relève les niveaux dans la vue de profil comme dans la méthode d'Alberti et le placement de part et d'autre du rayon visuel principal dans la vue du dessus. Le croisement est reporté dans un tableau au compas à points sèches ou par mesure avec du crin de cheval. La chose peut être faite, comme ici (*Fig. A-7*, pour un cube), par report sur une ligne coordonnée aux deux projections et inclinée à 45°, mais aussi par des quarts de cercle qui permettent le report de la verticale à l'horizontale.

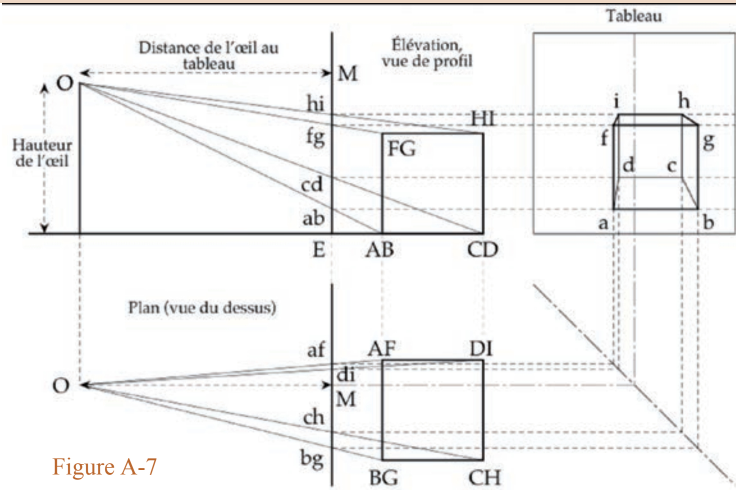


Figure A-7

Cette méthode a probablement été imaginée à partir du *De architectura* (De l'architecture) de Vitruve (Marcus Vitruvius Pollio, architecte romain, Ier siècle av. J.-C., ca. – 90-ca. – 20), ouvrage en latin, réparti en dix livres, qui a été traduit plusieurs fois à la Renaissance, en particulier dans une version libre d'Alberti, et imprimé dès le début du Cinquecento (1521, pour l'édition princeps). Vitruve décrit trois procédés de représentation, qu'il nomme ichnographie (plan), orthographie (élévation, de face et donc de profil, selon le point de vue) et scénographie, sorte de perspective dédiée au décor de théâtre (des toiles peintes élevées derrière le proscenium), que certains auteurs et traducteurs – comme Claude Perrault (1613-1688) – ont ensuite assimilé à la perspective centrale de façon probablement rétrospective. Le terme de scénographie sera utilisé au XVI^{e} siècle, par Simon Stevin par exemple, pour désigner la perspective artificielle et la distinguer de l'optique, dont elle est, pour lui, alors une branche.

Dans l'hypothèse où la méthode de Brunelleschi serait fondée sur le croisement des deux projections vitruviennes, il est clair que la construction d'Alberti en serait un procédé dérivé, qui la simplifierait et la légitimerait. Piero della Francesca, pour sa part, use d'une forme encore plus simple qu'il applique à un seul carré primitif *(Fig. A-3)*, qu'il couple à l'usage d'une des diagonales du carré primitif pour tout autre point au sol et, pour tout ce qui est en élévation sur le carré primitif, au relèvement des mesures raccourcies déterminées au sol dans le trapèze-image, selon l'éloignement des figures verticales. Mais pour des figures plus complexes – qui ne sont pas réductibles à des lignes droites et à des surfaces rectilignes – un tore, un chapiteau à volutes et feuilles d'acanthe ou la tête humaine, par exemple –, il préconise la double projection, qui permet une construction point par point et en montre le fonctionnement sur des cas simples, par exemple un carré puis un cube *(Fig. A-7)*, pour des raisons pédagogiques évidentes.

3°) La méthode qui prévaudra bientôt dans les arts graphiques est appelée construction par points de distance *(Fig. A-8)*. On la trouve exposée, pour la première fois encore, par Piero della Francesca *(Fig. A-9)*, dans un cas particulier, sans justification ; dans les exemples qu'il donne pour la mise en perspective de figures planes situées au sol, il lui préfère en fait une méthode de construction interne à un carré mis en perspective à la manière d'Alberti *(Fig. A-10 à 14)*. Elle a été utilisée de façon empirique en Europe du Nord, sans doute indépendamment de la mention qu'en fait Piero dans son manuscrit *(Fig. A-15)*. Puis elle a été codifiée au début du XVI^{e} siècle, en particulier par le chanoine Jean Pélerin Viator (ca. 1445-av. 1524), secrétaire et diplomate de Louis XI, qui parle de tiers-points dans son *De artificiali perspectiva* (Toul, 1505). Elle a été reconnue comme équivalente à la construction légitime par Egnatio Danti (1536-1586) dans son édition de la perspective de Vignole (1583).

Le constat qui a sans doute prévalu pour la méthode des tiers-points est celui qu'Alberti n'a pas mentionné, mais qu'à l'évidence Piero della Francesca a fait : les prolongements des diagonales des trapèzes du dallage-image d'un dallage carré réel (ici ABCE, 8x8) conviennent en deux points, D et D', situés de part et d'autre de F, et de façon symétrique, en sorte que FD = FD', mais surtout que FD = OF, distance de l'œil au tableau, que nous avons nommée d. Cette fois (Fig. A-8) les lignes qui joignent D aux points de division de AB ne sont plus des rayons visuels, mais des apparences dans le tableau de lignes réelles. Les points en lesquels elles interceptent la fuyante FB, à savoir G, H, I, etc. déterminent les extrémités des apparences des transversales du carrelage. Il en irait de même en faisant usage des diagonales fuyant en D' : les points d'intersection sont les extrémités des apparences de transversales, que l'on trouvera au bout du tracé des parallèles ici terminées par des flèches.

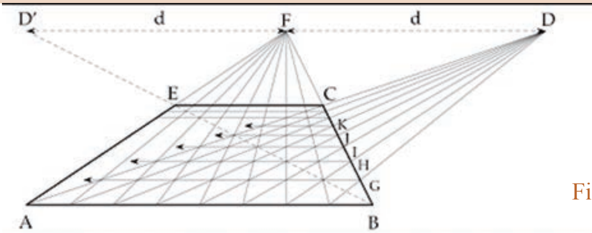


Figure A-8

Piero della Francesca se saisira de cette idée, dans la proposition 23 de son traité, pour tailler un carré (BCML) dans un rectangle (BCED) préalablement mis en perspective *(Fig. A-9)*. A étant le point de fuite et O un point situé sur l'horizon tel que OA = d, OC coupe la fuyante AB en L et LC sera l'image, dans le trapèze BCML de la diagonale du carré BCML cherché, découpé dans le rectangle donné en vraie grandeur et en apparence (trapèze BCED).

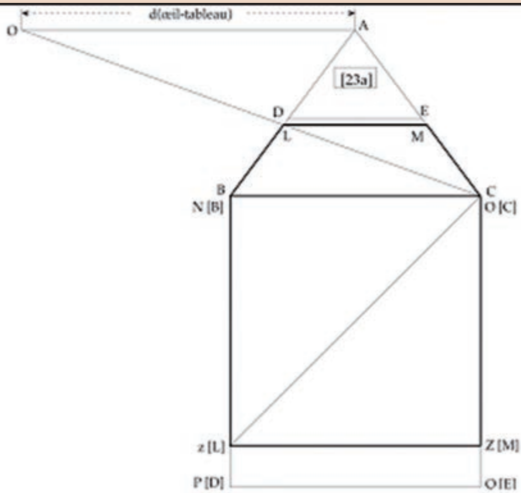
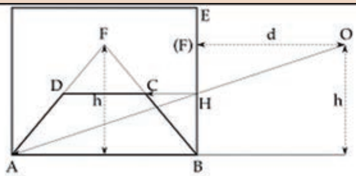
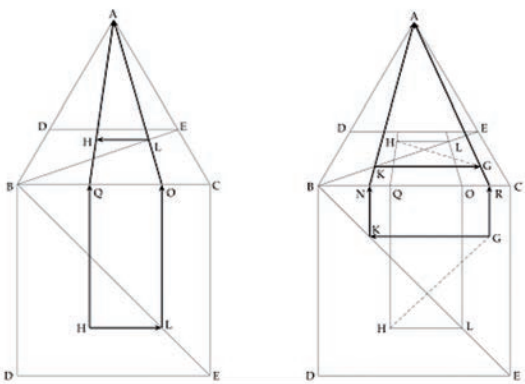


Figure A-9

Dans la pratique, pour Piero della Francesca, la première figure d'assiette est un carré (Fig. A-10). Ensuite, dans ce carré, représenté en vraie grandeur et en apparence, sous la forme d'un trapèze, il utilisera de même les diagonales du carré et de son trapèze-image pour tracer l'apparence de toute figure repérée dans le carré initial (Fig. A-11-14, pour un triangle équilatéral, prop. 18 de son traité).

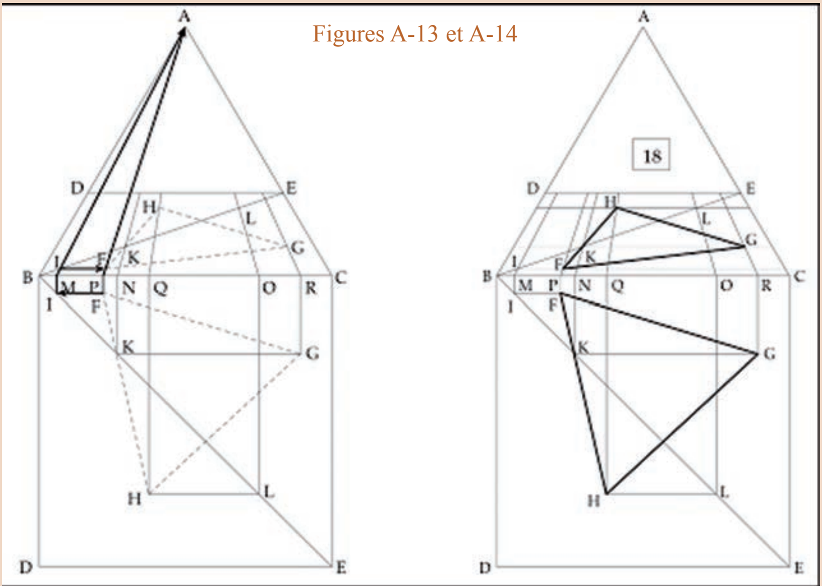
Figure A-10





Figures A-11 et A-12

Figures A-13 et A-14



D'une certaine manière, ce procédé renoue, mais de façon rationnelle et légitimée, avec la pratique ancienne évoquée dans le texte *(Fig. 1 & 2)*, qui est probablement à la base des spéculations plus abouties du Quattrocento.

Encadré B

Lorsque l'on doit analyser un tableau, du point de vue de la perspective, dès lors que l'on présume qu'elle a été construite selon des règles géométriques, on peut procéder en trois étapes :

1°) Déterminer le point de fuite principal, qui est au droit de l'œil : c'est l'extrémité du rayon visuel qui est perpendiculaire au tableau et qu'Alberti nomme le prince des rayons. Vers ce point F conviennent les apparences de toutes les droites horizontales perpendiculaires au tableau (qui son donc parallèles au rayon visuel), et pas seulement les bords des lattes d'un plancher qui fuit devant soi – on dit alors qu'on les regarde de bout, c'est-à-dire par le bout – ; des poutres au plafond, vues de bout ont des arêtes qui conviennent aussi en F. L'œil du cyclope, perspecteur perspicace, doit être en face de F, pour apprécier le résultat.

On notera qu'un tableau construit en perspective peut-être regardé d'un autre point ou photographié de biais, ce qui n'empêchera pas qu'on pourra l'estimer bien construit du point de vue projectif ; cela tient au fait que les perspectives, composées entre elles, donnent des perspectives, en général. Mais le risque d'adopter un regard très oblique est de ne plus reconnaître ce qui est représenté ; ceci explique pourquoi on a du mal à lire une anamorphose, dans laquelle le problème est inversé : le choix d'un point de fuite principal très à l'écart du tableau rend celui-ci inintelligible lorsqu'on le regarde de face, alors que le bon point de vue oblige à un regard très décalé. C'est un effet qui sous-tend toute réflexion sur la nécessité du regard oblique pour découvrir la vérité lorsqu'elle se dérobe du fait d'un artefact.

2°) Déterminer la ligne d'horizon (ou l'horizon) ; la chose est simple lorsque F a pu être déterminé : c'est la ligne horizontale du tableau, qui passe par F. Sinon, des apparences horizontales de lignes dans le tableau, que l'on peut estimer l'être dans la réalité, sont toutes la marque de l'horizon cherché.

On notera qu'il ne faut pas confondre la ligne d'horizon ou l'horizon de la perspective avec la ligne d'horizon naturelle, qui est à l'origine une ligne de partage des airs et des eaux pour un observateur en mer ; on utilise néanmoins la même expression pour désigner la ligne parallèle au sol située dans le tableau, qui passe par le point de fuite central.

Plus généralement, on repère les lignes horizontales de la réalité qui ont des apparences descendantes (de gauche à droite lorsqu'elles nous semblent être à gauche, et de droite à gauche lorsqu'elles nous semblent venir de droite) : ce sont des lignes qui sont au-dessus de notre tête (de notre œil ponctuel) et que nous regardons d'en bas (*de sotto in sù,* ou en contre-plongée) ; les lignes qui semblent monter (*idem*) représentent des lignes horizontales que nous regardons d'en haut (en plongée ou *de sù in sotto*).

Plus généralement encore – et il faudra attendre 1600 pour que Guidobaldo del Monte, l'un des maîtres de Galilée, l'exprime dans son traité, *De perspectiva libri sex* (De la perspective, en six livres) –, tout faisceau de droites parallèles entre elles de l'espace, converge en apparence en un point du tableau qui est l'intersection du rayon visuel parallèle à ces droites, avec le tableau ; Desargues étendra la chose aux lignes de fuite de *faisceaux de plans*, en parlant d'*essieux* en lesquels conviennent les plans parallèles. C'est ainsi que tous les plans parallèles au sol, ou géométral, conviennent en l'horizon, qui est leur *essieu*, comme la reliure d'un livre ouvert, qui serait réduite à une ligne sans épaisseur, et qui réunit toutes les pages sans épaisseur et parallèles entre elles, du livre en question.

3°) La dernière étape fixe la distance à laquelle doit se trouver l'œil O du point F, c'est-à-dire la distance OF de l'observateur au tableau. Toutes les lignes horizontales inclinées à 45° par rapport au rayon visuel principal conviennent en un point de l'horizon, D à gauche de F pour celles qui fuient vers la gauche, et D' à droite de F, pour celles qui partent vers la droite. Ces points sont donc situés à la même distance de F, qui est aussi celle de O à F : car DFO et D'FO sont des triangles isocèles rectangles en F. DF = D'F = OF.

Si les diagonales d'un carrelage à maille carrée ne conviennent pas en un point, la construction géométrique adoptée par le dessinateur est erronée : c'est le cas pour quelques œuvres de Raphaël, contrairement à l'affirmation généralement répandue que l'élève avait maîtrisé, voire dépassé, l'enseignement de ses maîtres, parmi lesquels Pérugin, dans ce domaine du dessin. Une étude mathématique fondée sur les régularités de tracés internes qui gouvernent la composition de son Mariage de la Vierge (conservé à la Brera de Milan), permet de démontrer que la méthode employée est celle de l'architecte Sebastiano Serlio, erronée mais imprimée comme légitime en 1545 ; Serlio, de son propre aveu, la tenait de Baldassare Peruzzi… aux côtés duquel Raphaël a travaillé pour les fameuses Chambres du Vatican.

La cité idéale
longtemps attribuée à Piero della Francesca

instrumentum

Bulletin du Groupe de travail européen sur l'artisanat et les productions manufacturées de l'Antiquité à l'époque moderne

Secrétariat & rédaction du bulletin : 3, rue Saint-Pierre B.P. 64 86300 Chauvigny (F) musees.chauvigny@alienor.org
Cotisations : 38, rue Lafayette 34530 Montagnac (F) Michel.Feugere@wanadoo.fr

n° 36 déc. 2012

Editorial

À la suite des rencontres régulières organisées par notre Groupe de travail européen *Instrumentum*, une table ronde consacrée à "La recherche sur les mobiliers non céramiques de l'Antiquité et du haut Moyen Âge" s'est déroulée à Lyon (F), du 18 au 20 octobre 2012.

Ce colloque a démontré une nouvelle fois que la volonté d'*Instrumentum* de développer la méthodologie d'analyse du mobilier, de favoriser l'échange des informations scientifiques et la réalisation de publications de synthèse dans ce domaine, demeure toujours vivante et créative. Désormais, l'étude détaillée d'une découverte, la reconstitution de sa fabrication par l'artisan et la restitution des conditions de sa diffusion sont des étapes et des réflexions maîtrisées par les chercheurs ; cette situation est grandement favorisée par les échanges de connaissances et de savoir-faire de plus en plus nombreux, comme l'ont montré ces très enrichissantes rencontres de Lyon. Forte de cette expérience, nous souhaitons maintenant contribuer à la diffusion de cette expérience précieuse de l'archéologie européenne en Bulgarie.

Les terres bulgares sont parmi les plus riches en Europe en vestiges archéologiques de toutes les époques. Les réserves des musées regorgent de trouvailles venant de fouilles archéologiques ou, malheureusement, de fouilles clandestines et donc dépourvues de contexte. Cette situation offre d'importantes opportunités d'études des artefacts. Chaque année, suite aux fouilles préventives ou régulières, des sites artisanaux et même des ateliers de production sont mis au jour, par exemple les vestiges d'un atelier de production de fibules de l'époque romaine découverts récemment à Philippopolis. Cependant, le mobilier archéologique dans son ensemble reste insuffisamment étudié, les travaux publiés portant sur des catégories d'objets ne sont pas nombreux et rares sont ceux qui concernent la chaîne opératoire de leur production.

Pourtant, l'enseignement archéologique en Bulgarie est très développé. Des chercheurs reconnus et de jeunes archéologues mènent des travaux et soutiennent des thèses, dont un petit nombre seulement est publié, faute d'une politique élaborée et stable d'édition en archéologie, et de ressources financières prévues à cet effet. Un problème essentiel est également la difficulté d'accès à des bibliothèques pourvues de publications fondamentales et/ou récentes.

Notre participation à l'association *Instrumentum* devrait favoriser la diffusion des informations et de la bibliographie, tout en offrant de réelles possibilités d'ouverture pour nos chercheurs.

Dans cette perspective, nous devons faire connaître les activités, les recherches et les publications de l'association en Bulgarie en présentant son Bulletin, ses Monographies ainsi que son site Internet, dans les pages de la revue *Arheologia* (Sofia) ISSN 0324-1203 ; les principales bibliothèques en archéologie de l'Institut d'Archéologie et du Musée de l'Académie Bulgare des Sciences, de l'Université de Sofia et de Veliko Tarnovo, de la Nouvelle Université Bulgare, et la nouvelle bibliothèque du Centre de Recherche Américain de Sofia seront informées de l'existence des Monographies *Instrumentum* et encouragées à faire des achats ou des échanges, et à s'abonner la revue semestrielle. En même temps, les archéologues bulgares seront invités à partager leurs découvertes et à annoncer les parutions en Bulgarie dans les pages du Bulletin *Instrumentum*. Nous espérons que cette mise en commun des connaissances et des informations scientifiques sera utile et fructueuse pour tous.

Dr. Milena Tonkova,
VP *Instrumentum* Bulgarie
Institut et Musée National d'Archéologie
2, rue de Saborna, Sofia 1000, Bulgarie
milenatonkova@hotmail.com

Rencontres *Instrumentum* 2012 / *Instrumentum* meeting 2012

Actualité de la recherche sur les mobiliers non céramiques de l'Antiquité et du haut Moyen Âge

Lyon (F, Rhône), 18-20 octobre 2012

Les Rencontres *Instrumentum* 2012 qui viennent de se tenir à Lyon, en octobre dernier, ont été accueillies par les Archives Municipales de la ville et par le Musée Gallo-Romain de Lyon-Fourvière. Cette table ronde a rassemblé une centaine de participants, de tous horizons (CNRS, Universités, opérateurs d'archéologie préventive ...), français et étrangers, autour de l'actualité de la recherche sur les mobiliers non céramiques de l'Antiquité et du haut Moyen Âge.

Près de 25 communications et autant de posters ont abordé différents aspects de la recherche sur les petits mobiliers. Méthodologie, apports à la compréhension des sites, productions artisanales, mobiliers provenant de sites d'habitats, de contextes funéraires ou cultuels : chacun de ces thèmes a bénéficié d'une session d'une demi-journée permettant de regrouper communications, posters et discussions sur un même sujet. Une matinée a été plus spécialement consacrée aux découvertes lyonnaises et au faciès de l'*instrumentum* de *Lugdunum*.

En marge du colloque, l'ensemble des participants ont été accueillis dans les salons de l'Hôtel de Ville lors d'une réception présidée par Mme Corinne Poirieux-Pelletier, conseillère à la culture du 7e arrondissement de Lyon, représentant M. Georges Képénékian, Adjoint délégué à la Culture, au Patrimoine, aux Grands événements et aux Droits des Citoyens. Le repas en commun du vendredi soir fut également l'occasion d'échanges enrichissants lors d'un moment de convivialité.

suite p. 2

Deux tiges incisées, en alliage cuivreux, découvertes en Seine-et-Marne (F)

S. Soubeyroux

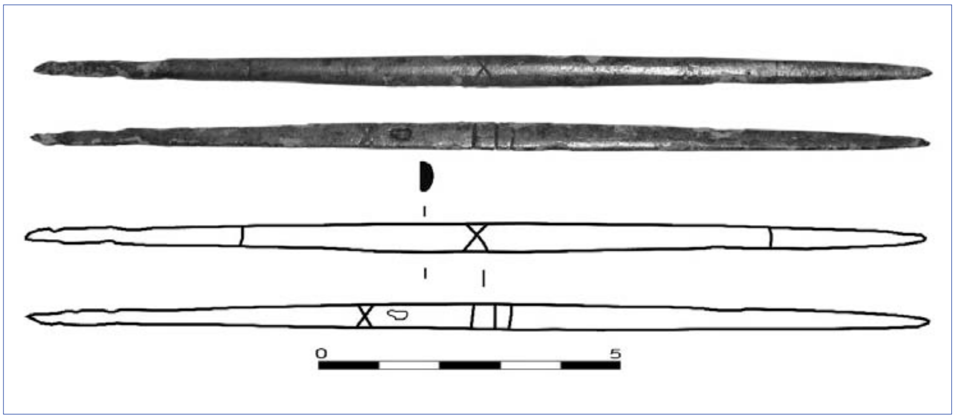


Fig. 3 — Tige plano-convexe de Touquin, Villarceau (Clichés et dessin : S. Soubeyroux).

En 1980, les rédacteurs du catalogue des bronzes antiques du Musée de la Civilisation Gallo-Romaine de Lyon faisaient connaître une découverte restée inédite depuis 1844 : un lot de 14 objets en bronze, se présentant sous la forme de tiges rectilignes, de section plate d'un côté, arrondie de l'autre, dont les faces convexes montraient diverses marques incisées, le tout regroupé dans les restes d'un étui cylindrique en tôle (Boucher *et al.* 1980, 90-91, n° 435). Les circonstances de la trouvaille étaient inconnues, la taille des baguettes (certaines incomplètes) variant de 145 à 162,5 mm. La découverte était interprétée avec prudence comme un jeu romain, peut-être une variante antique du jeu de jonchet ou mikado.

Fig. 1 — Ensemble de baguettes de Tournus (cliché : Musée de Lyon).

Cette découverte devait rester sans parallèle connu jusqu'à ce que R.C.A. Rottländer décrive comme une possible mesure romaine, il est vrai de métrologie atypique, un objet similaire de Xanten, en alliage cuivreux, long de 158,7 mm (Rottländer 1994). Peu après, K. Gostenčnik publiait une tige analogue, mais en fer, du site romain précoce du Magdalensberg. Longue de 161,5 mm, cette baguette présente elle aussi des marques incisées, sans que leur disposition puisse être rattachée à des mesures romaines (Gostenčnik 1999).

Tous ces documents demeurant donc assez mal datés et de nature incertaine, il nous semble intéressant de signaler deux exemplaires récemment découverts en fouille dans le département de la Seine-et-Marne. Le premier (fig. 2) provient de Châteaubleau, au lieu-dit "La Justice", fouillé en 2005. Il s'agit d'une tige complète, longue de 149 mm, qui comporte comme les précédentes une face plane et une autre convexe ; cette dernière est incisée transversalement des signes **I X I**, avec une répartition symétrique des **I**, le **X** étant centré ; sur la face plane, **X** et **III**, non accolés.

L'objet, d'alliage cuivreux, a une masse de 5,70 g et mesure 4 x 2 mm d'épaisseur dans sa partie centrale. Le contexte archéologique permet de dater la découverte du dernier quart du IIIe au premier quart du IVe s., la céramique indiquant seulement une date postérieure à 225.

Le deuxième (fig. 3), trouvé non loin du précédent, provient du secteur de Villarceaux, sur la commune de Touquin (Seine-et-Marne). Il a été recueilli en 2011 dans le cadre d'une fouille du DYNARIF. Ici, seule la face plane comporte des incisions : **IXI III IXI**. Les deux groupes **IXI** se répartissent à équidistance des extrémités, les trois incisions centrales restent groupées mais excentrées.

L'élément en alliage cuivreux (10,6 g) semble complet avec des pointes légèrement émoussées. Il mesure 140 mm de long, 5 mm de large x 2,5 mm d'épaisseur dans sa partie centrale. Retrouvé sur une voie antique, il provient d'un contexte daté, par la céramique, du second semestre du IIe s. de notre ère.

L'intérêt principal de ces deux objets, retrouvés dans une même zone géographique, réside dans l'attestation d'artefacts peu courants, mais surtout dans leur chronologie bien établie par les stratigraphies. Les contextes associés à ces deux tiges ne comportent pas d'éléments se rapportant au jeu. Ils ne sont pas situés dans des zones d'activités artisanales. On ne peut donc tirer de ces découvertes aucune conclusion sur la nature de ces objets, peut-être moins rares qu'il n'y paraissait jusqu'ici. Mais aucune des deux baguettes, ni leurs incisions, ne semble renvoyer au pied romain ni à aucune de ses subdivisions.

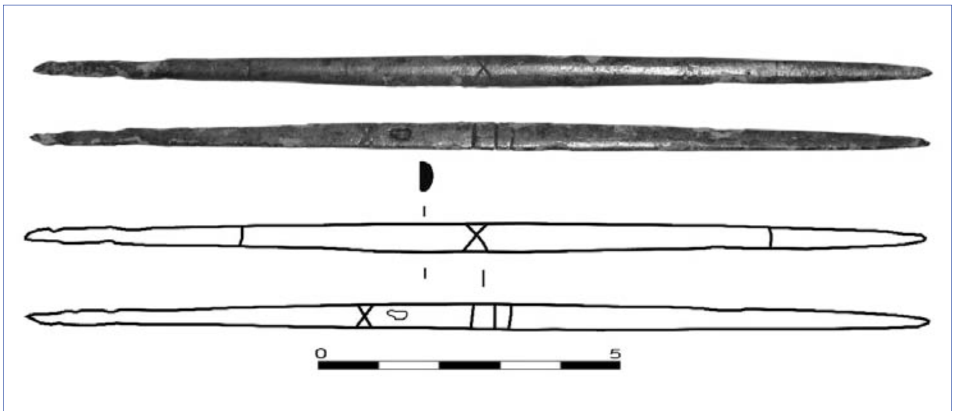


Fig. 2 — Tige plano-convexe de Châteaubleau (Clichés et dessin : S. Soubeyroux).

Dans l'état actuel des données sur ce groupe d'objets encore peu fourni, l'hypothèse d'un jeu antique conserve toute sa cohérence. Les marques observées sur les objets ont pu participer au comptage de points obtenus par un joueur, sans que leur disposition ait été contrainte par un quelconque système métrologique.

Sylvie Soubeyroux
sylvie.soubeyroux@orange.fr

Remerciements à M. Feugère pour son aide précieuse.

Bibliographie :

Boucher *et al.* 1980 : S. Boucher, G. Perdu, M. Feugère, *Bronzes antiques du Musée de la Civilisation Gallo-Romaine à Lyon, II. Instrumentum, Aegyptiaca.* Lyon 1980.

Gostenčnik 1999 : K. Gostenčnik, Ein Eisengerät mit eingepunzten Markierungen vom Magdalensberg in Kärnten, *Bulletin Instrumentum* 9, juin 1999, 15-17.

Rottländer 1994 : R.C.A. Rottländer, Ein römischer Maßstab mit seltenen Maßeinheiten im Regionalmuseum Xanten. *In* : H. Precht (Hrsg.), *Xantener Berichte 5. Grabung - Forschung – Präsentation.* Bonn 1994, 219-227.

Numération et orientation des dés antiques et médiévaux

F. Poplin

Au fil des années, il m'est devenu de plus en plus clair que ce qui manquait le plus à l'étude des dés était en premier lieu une appréhension systématique et exhaustive de leur numération, faisant apparaître les différentes possibilités de combinaison des faces au lieu d'en rester seulement à la considération des deux cas les plus répandus et connus, où la somme des faces opposées est 7 (1/6, 2/5, 3/4), et où les faces opposées sont remplies en suivant (1/2, 3/4, 5/6).

En second lieu, s'agissant très souvent de dés en os et, rarement, en ivoire, il est indispensable de considérer l'orientation anatomique de ces matières, subtile et raffinée, hautement distinctive, par rapport à l'orientation propre du dé, c'est-à-dire de sa composition numérique : dans quelles directions de la pièce osseuse ou dentaire regardent les différentes faces ?, telle est la question élémentaire à quoi cela se ramène.

Mon propos commencera donc par les agencements des faces, mais l'exigence didactique impose de donner d'abord une sorte de monographie du dé classique pour faire accéder progressivement à des notions qu'il est nécessaire de mettre en place.

Numération du dé classique

Sera appelé "dé classique" celui dont la somme des faces vaut 7, qui traverse les millénaires jusqu'à nos jours, où il est international, ce qui commande aussi de commencer par lui.

Je le pose par la pensée sur la face du 1, comme je le centrerais sur un tour de potier par son point central ; le six est au-dessus. Cette image du potier peut être développée en disant qu'il vient de tourner un cylindre de la hauteur du dé, ayant pour diamètre la diagonale d'une de ses faces. Quatre coupes verticales disposées en carré permettent de dégager le cube désiré.

Je tourne le 2 vers moi. Il va y avoir deux variétés, l'une où le 3 sera à droite et que j'appelle dextre, l'autre où le 3 sera à gauche et que j'appelle senestre (fig. 1a). La position du 4, opposé au 2, et du 5, opposé au 3, est déterminée par ce qui vient d'être mis en place.

À ce stade, il y a deux formes, symétriques en miroir.

Je considère maintenant le 6. Il a deux positions possibles, soit les deux rangées de 3 points en long, faisant comme un H, soit en travers, faisant comme un = (fig. 1b), et j'appelle "type alexandrin" cette forme où le grand côté du 6 jouxte le 2, en souvenir d'un séjour à Alexandrie [1] où j'avais 12 dés à examiner présentant cette particularité qui s'est montrée très marquante dans la suite des recherches.

Pour le 2 aussi, il y a deux positions possibles, en oblique comme ceci \ ou comme cela / (fig. 1c). De même pour le 3 (fig. 1d).

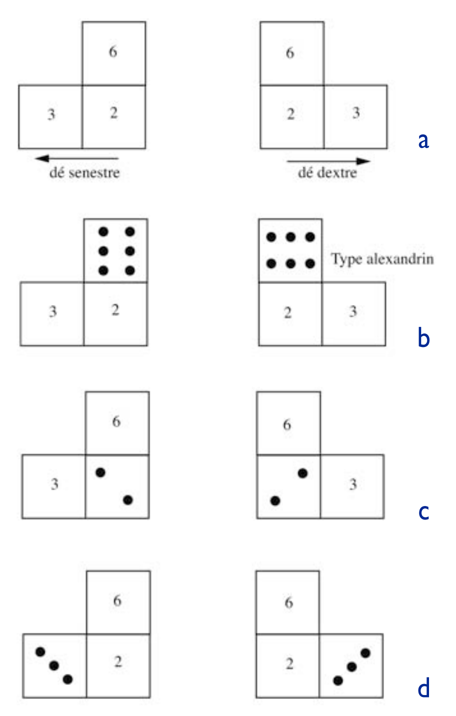


Fig. 1 — Schémas essentiels du dé classique. Les quatre étages donnent 16 combinaisons (mise au net : M. Aubrun).

Avec ces trois choix binaires dans l'orientation du 6, du 2 et du 3 sur leur face, et le choix de côté (dextre ou senestre) dans la position de la face du 3 par rapport à celle du 2, nous en sommes à 2 x 2 x 2 x 2 = 16 combinaisons, à 16 formes différentes, que présente la figure 2.

Passons à la généralisation. Si le dessin porté par chaque face était asymétrique, avec le chiffre 1 écrit à la main par exemple, ce dessin pourrait prendre quatre orientations distinctes (ce pourrait même être plus pour le 2 et le 3 si, comme il arrive parfois, ils pouvaient prendre non seulement une orientation diagonale mais aussi médiatrice, plus simplement dit : verticale ou horizontale), et le nombre de combinaisons serait bien plus élevé que 16. Avec quatre figures distinctes par face, il aurait à voir avec la puissance sixième (puisqu'il y a six faces) de quatre, qui vaut 4 096 [2]. Mais, avec les points, le 1, le 4 et le 5 se trouvent ramenés à une seule figure, le 2, le 3 et le 6 à deux figures, ce qui fait encore un bon nombre de combinaisons : 240, chiffre [3] qu'on retrouvera à la fin du développement sur les agencements de faces, où il trouvera son explication.

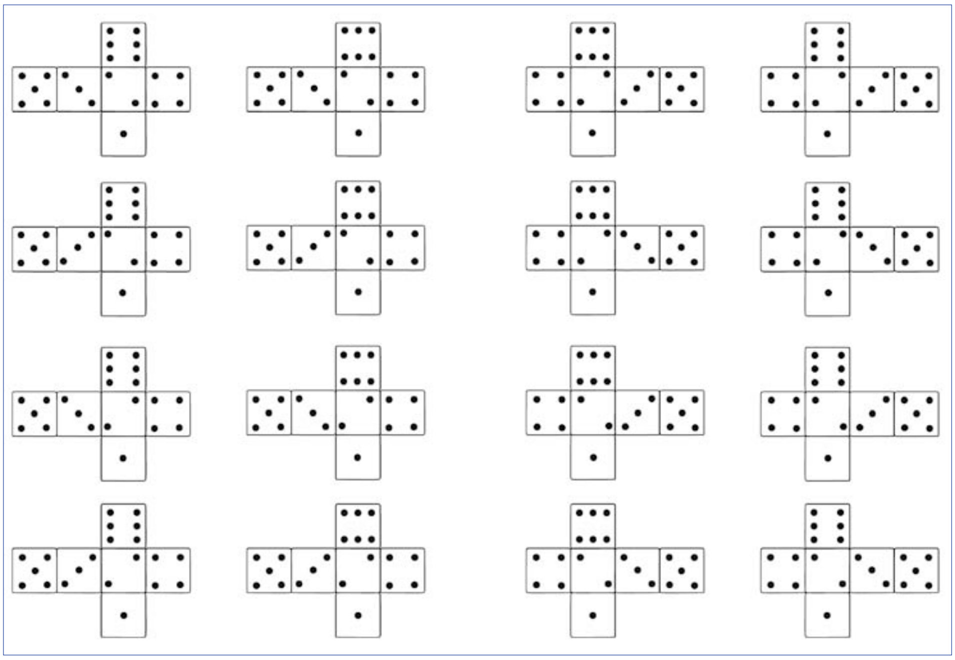


Fig. 2 — Les 16 formes du dé classique (mise au net : M. Aubrun).

Numération du dé de Saint-Denis

Il s'agit du dé dont les faces opposées sont en progression 1/2, 3/4, 5/6. J'en ai fait la rencontre forte dans le matériel médiéval des fouilles de Saint-Denis (IXe - XVIIe s.) grâce à Jean-François Goret. Il avait à l'étude à l'époque (novembre 2001) [4] deux lots très différents : 20 dés classiques, tous de type alexandrin (le 6 longeant le 2), et 20 autres, à numération progressive 1/2, 3/4, 5/6, montrant également la liaison alexandrine [5]. Ce second modèle est considéré comme médiéval et cela reste largement vrai, en France du moins, même si des pièces étrusques se présentent ainsi. Il a en commun avec le dé classique le 3 et le 4 opposés.

La meilleure manière de le présenter sans trop de rupture avec ce qui a précédé est de le poser sur le 5, pour conserver le 6 au-dessus, et le 2 vers soi. Le 3 et le 4 restent aux mêmes places, on retrouve la même convention pour désigner les dés dextres et senestres (fig. 3). À nouveau, ce modèle donne 16 formes (fig. 4).

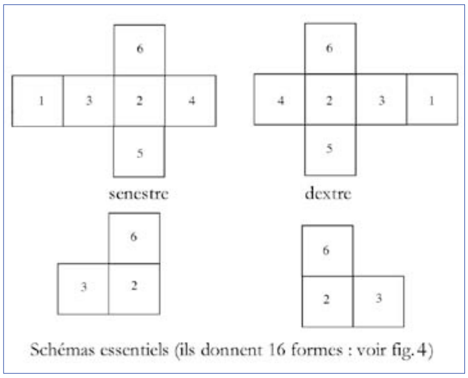


Fig. 3 — Le dé de Saint-Denis (mise au net : M. Aubrun).

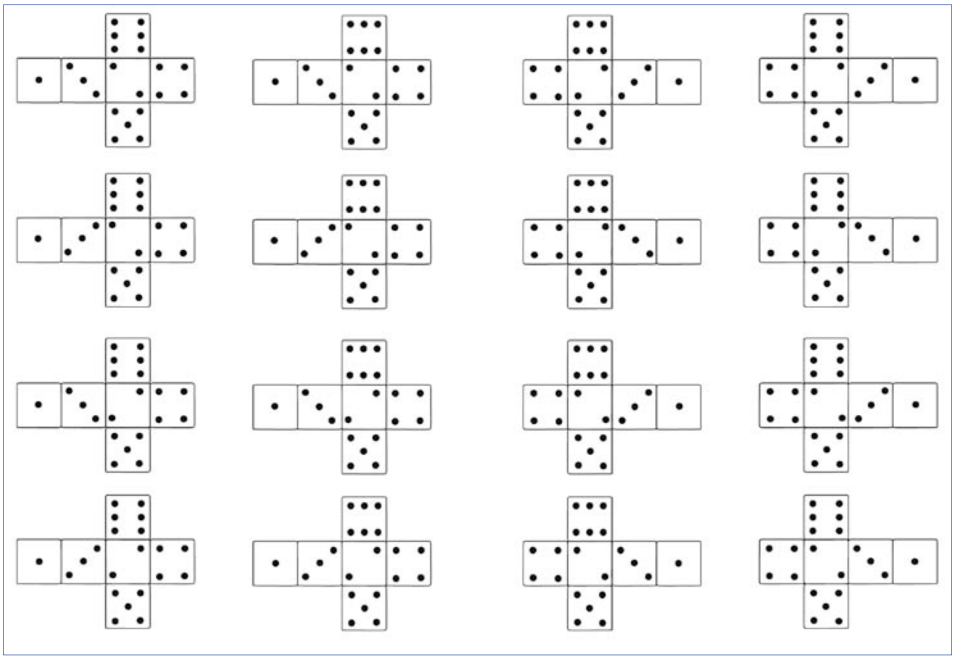


Fig. 4 — Les 16 formes du dé de Saint-Denis (mise au net : M. Aubrun).

Les dés tournants

Ils permettent d'avancer promptement dans la gymnastique mentale de l'agencement des faces et je reviens avec eux à l'image du céramiste créant un dé sur son tour de potier. Il est tentant de numéroter les faces verticales à la suite, en faisant tourner le plateau (dans un sens ou dans l'autre : cela fait retrouver une catégorie dextre et une catégorie senestre). Trois possibilités se présentent :

- graver 1, 2, 3, 4, puis terminer par 5 en bas et 6 en haut ou le contraire ;
- graver 2, 3, 4, 5, puis terminer de même par 1 et 6 ;
- graver 3, 4, 5, 6, puis terminer de même par 1 et 2.

La fin de la deuxième solution est commune au dé classique (la somme des deux faces fait 7) et les deux autres au dé de Saint-Denis (5 et 6 se suivent, ainsi que 1 et 2). Cette solution de la ligne du milieu est la plus élégante. La troisième peut sembler déconcertante (pourquoi commencer à 3 ?), mais, il faut s'en aviser, il peut arriver que le marquage soit fait en série descendante, à partir du 6 considéré comme la valeur forte : cela revient à dire qu'un tel dé porterait témoignage que le 1 n'est pas ce que nous appellerions l'as, la valeur dominante, ou maîtresse, mais la plus faible.

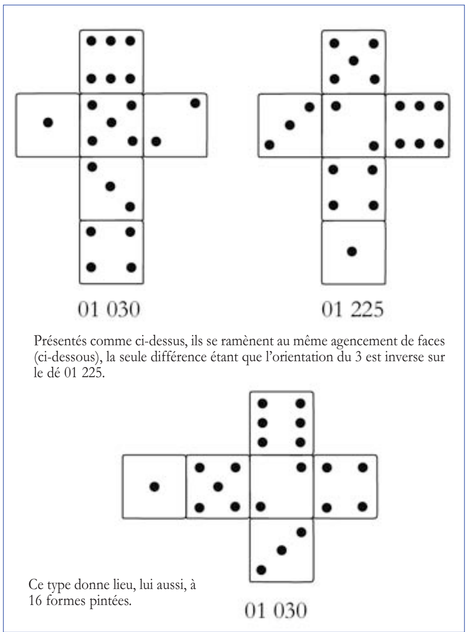


Fig. 5 — Les deux dés de Boves (Somme) (mise au net : M. Aubrun).

Le dé de Boves

Un autre type de dé médiéval (fig. 5) est intervenu dans mes réflexions, représenté à deux exemplaires dans le matériel étudié de la motte de Boves, près d'Amiens, par Frédéric Chandevau pour sa maîtrise [6]. Sa combinaison de faces a trouvé très heureusement place dans une série de petits schémas avec arcs d'accouplement souscrits par lesquels je cherchais une systématisation (fig. 6) [7]. Il est venu se poser dans une "case vide", donnant corps à un cas prévu par la théorie et resté jusque là sans existence – la case trouvait ainsi un contenu matériel.

Tableau général des agencements des faces

Il est construit en explorant systématiquement les oppositions de faces, ce qui amène à constater bientôt que lorsqu'on a établi deux couples d'opposés, le troisième est déterminé (il se trouve tout fait). Cela permet d'alléger et de ne garder que deux couples, dont les compositions sont :

1/2	3/4	1/5	6/2
	3/5		6/3
	3/6		6/4
1/3	4/5	1/6	2/3
	4/6		2/4
	4/2		2/5
1/4	5/6		
	5/2		
	5/3		

On peut compléter avec le troisième couple de la manière suivante (il est mis entre parenthèses pour montrer qu'il n'est pas décisif, mais plutôt consécutif aux deux premiers) :

1/2	**3/4**	**(5/6)**	**dé de Saint-Denis**
	3/5	(4/6)	dé tournant à partir de 3
	3/6	(4/5)	dé de Boves
1/3	4/5	(2/6)	
	4/6	(2/5)	
	4/2	(5/6)	
1/4	5/6	(2/3)	dé tournant à partir de 1
	5/2	(3/6)	
	5/3	(2/6)	
1/5	6/2	(3/4)	
	6/3	(2/4)	
	6/4	(2/3)	
1/6	2/3	(4/5)	
	2/4	(3/5)	dé tournant à partir de 2
	2/5	**(3/4)**	**dé classique** (et astragale grec)

À ces 15 agencements sont associés chaque fois les 16 combinaisons que l'on a vues aussi bien pour le dé classique (fig. 2) que pour le dé de Saint-Denis (fig. 4), ce qui donne 240 formes, comme annoncé au terme de la présentation du dé classique.

Les deux dés à lettres étrusques du Cabinet des Médailles

Ils portent sur leurs différentes faces différents groupes de lettres formant présumablement des mots, qui se répètent d'une pièce à l'autre dans le même agencement [8]. Sur l'assurance donnée par Dominique Briquel, il s'agit pour trois d'entre eux des noms des trois premiers chiffres, identifiés par ailleurs, en dehors de ces deux dés jumeaux : *thun* 1, *zal* 2, *ci* 3. Il est raisonnable de penser que les trois autres groupes de lettres continuent la série des numéraux cardinaux.

Dans leur ensemble, les dés étrusques, ordinairement pointés/ocellés, sont en majeure partie de type classique (ceux de la villa Giulia le sont tous [9]) et, pour le reste, du type de Saint-Denis, où le 1 est opposé au 2 et ainsi de suite. Tel n'est pas le cas ici, où, avec *tun* 1, *zal* 2 et *ci* 3 opposés chacun à l'un des trois groupes de lettres à comprendre, on se trouve bien plutôt en bas du tableau des agencements, devant le cas général du dé classique (dans sa variété dextre). Dans ce cas où les oppositions sont 1/6, 2/5, 3/4, il convient de lire *thun/huth, zal/mach, ci/sa*, c'est-à-dire que *huth* = 6, *mach* = 5 et *sa* = 4.

L'orientation des dés en os et en ivoire

Il faut d'emblée distinguer deux cas, celui, pour ce qui est de l'os, des dés (gros, operculés) sur tronçon de diaphyse, taillés selon le principe des poutres en tronc équarri, et celui des dés (petits, pleins) taillés dans la

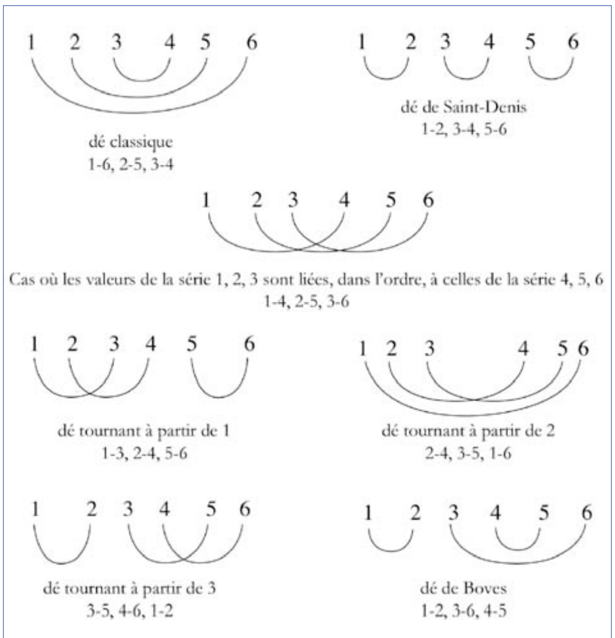


Fig. 6 — Représentation graphique des relations numériques entre faces opposées (chaque arc relie les deux éléments d'un couple) (mise au net : M. Aubrun).

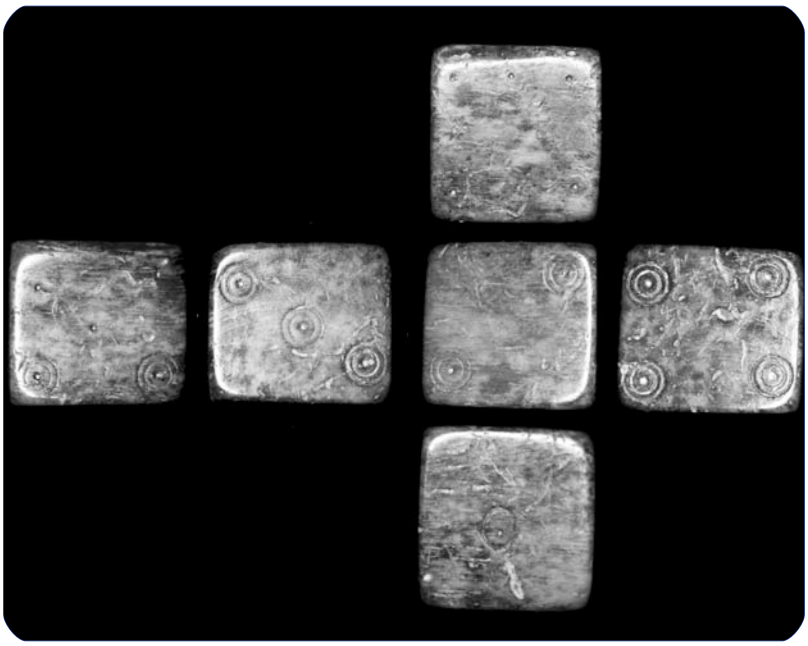


Fig. 7 — Les six faces du dé antique, de type classique, de l'Île-Belle à Meulan (Yvelines). La présentation est conforme au 3e schéma de la 2e colonne de la fig. 2 (Clichés : P. Laforest, Service Archéologique, Yvelines).

paroi osseuse. Ces derniers sont les plus intéressants pour le présent propos.

Dans la paroi d'un os long, comme dans le bois, trois directions privilégiées sont sensibles, celle, *en long*, de la fibre de l'os, analogue au fil du bois, celle *en épaisseur*, de la face périostique à la face médullaire, et celle *en travers*, correspondant au cheminement de la scie entamant un os pour le couper en deux comme on scie une bûche. Sur chacune de ces trois directions, que l'on peut considérer comme perpendiculaires entre elles, il y a deux sens de parcours, ce qui donne 2 x 2 x 2 = 8 orientations :

- dans la longueur, le sens proximo-distal et le sens disto-proximal, perceptibles sur l'os de départ (et assez bien dans l'ivoire) ;
- dans l'épaisseur, le sens périostico-médullaire et le sens médullo-périostique, souvent perceptibles encore sur le dé (et mieux encore sur le bois, dont chaque couche, au microscope, montre le sens de croissance) ; l'ivoire se laisse assez bien lire sous ce rapport, surtout quand il a été altéré dans le sol ;
- dans la largeur, le sens de parcours autour de l'os que l'on peut désigner comme ouest-est ou est-ouest par référence au globe terrestre.

Le cube étant tridimensionnel, il y a 3 fois les 8 orientations, soit 24 façons de le prendre dans le bois, l'ivoire ou l'os. Ces 24 présentations différentes dans l'espace donnent, avec les 16 variétés numérales du dé classique, 384 formes différentes, et 5 760 pour l'ensemble des 15 agencements.

Tel est le champ de variété ouvert au facteur de dés (*déicier*, au Moyen Âge), qui est bien loin de s'en douter, surtout avec des substances qui, fraîches et neuves, peuvent paraître très homogènes. Dans l'examen des pièces archéologiques en os, le fil, c'est-à-dire la direction longitudinale, se voit assez bien, mais le sens, la distinction de ce qui est proximal et distal, est le plus souvent perdu (il persiste mieux dans les tissus dentaires, dans l'ivoire sur les pièces de dimension suffisante). Le sens transversal (parcours d'ouest en est ou d'est en ouest de la direction transversale) reste très théorique, contrairement à ce qu'il en est pour la numération avec la notion de dextre et senestre. En revanche, la direction et le sens en épaisseur sont souvent visibles, même, parfois, sur des pièces taillées en pleine paroi, sans surface périostique ni médullaire conservée. Il est encore possible, dans ces conditions, de parler ici de 12 cas, au lieu de 24 dans le paragraphe précédent.

Ces 12 orientations distinctes donnent, pour un dé de type donné, classique par exemple, qui connaît 16 numérations différentes, 192 cas de figure. Ces deux centaines sont une perte sévère (de moitié) par rapport à la gamme disponible (de 384) pour le *déicier*, mais il reste, dans ce contingent, de quoi faire bien des distinctions.

Voici, pour terminer, un exemple de caractérisation d'un matériel, celui de Vindonissa (Suisse) [10]. Dans ce camp de légionnaires romains, tous les dés sont classiques et à jonction alexandrine (le 2 jouxte une ligne de trois points du 6). Avant d'aller plus loin, ceci : on constate d'une manière générale que les dés romains sur tronçon de diaphyse portent très souvent le 3 et le 4 en bout, sur les faces operculées. C'est le cas de tous ceux (une dizaine) de Vindonissa. Ces dés pleins (une trentaine) se répartissent nettement en deux lots : des dés mal taillés, aplatis parce que tirés au maximum de grandeur dans la paroi osseuse – le beau dé de Meulan (fig. 7) [11] participe un peu de cela –, et des dés soignés, bien cubiques, que l'on peut désigner comme de premier choix par rapport aux précédents. Les dés aplatis sont taillés avec le 6 en long et le 3 et le 4 en bout (conformément aux dés operculés), alors que les dés cubiques sont taillés en travers, le 6 sur tranche longitudinale. L'artisan a préféré installer cette valeur forte sur une surface bien dressée à la scie plutôt que sur une face périostique ou médullaire, comme il a été pratiqué pour les dés aplatis, où ces surfaces un peu gauches mais toutes faites ont été jugées suffisantes. Et, dans cette recherche d'une plus grande qualité des dés cubiques, les valeurs en bout 3 et 4 se trouvent sur les faces périostique et médullaire, qui sont précisément les deux mauvais côtés de l'ébauche. De la sorte, cette logique de positionnement se continue des dés operculés aux deux catégories de dés pleins. Et à cela s'ajoute que les dés soignés, bien cubiques, sont tous dextres, alors que les dés aplatis sont peu latéralisés : ils connaissent le relâchement aussi de ce côté.

En somme, dans ce matériel transparaît, à côté de l'activité d'artisans qualifiés – nous dirions volontiers professionnels –, celle des soldats du camp, produisant des dés de fortune ; et le fait que le 3 et le 4 sont souvent en bout, sur les moins bonnes faces, rejoint l'astragale grec, que j'ai porté en bas du tableau des agencements des faces. La série de Vindonissa permet de bien comprendre comment il se rattache aux dés, et voilà un pont entre deux catégories d'objets, un élément de synthèse générale.

C'est que le dé cubique, essentiellement romain dans sa diffusion en Occident, a rencontré d'autres objets (astragale grec, divers dés-bâtons de l'Écosse à l'Orient) qui ne portent que quatre valeurs, mais manifestement liées au système de numération du dé d'ordre 6, lequel, de ce fait, paraît primitif, alors que le degré d'élaboration paraît ranger l'astragale, à l'inverse, comme primitif par rapport au dé. Il y a là un vaste problème, par son étendue géographique du moins, où se trouvent mis en rapport des peuples maîtrisant les chiffres et la géométrie, au point de nous les avoir enseignés par le truchement de leur écriture, et d'autres devenus muets pour nous sur leurs capacités dans ce domaine – sur quoi, précisément, ces petits objets apportent un rare témoignage.

François POPLIN
Directeur honoraire de l'UMR 7209
Archéozoologie, Archébotanique :
sociétés, pratiques et environnements
Muséum national d'Histoire naturelle, F-Paris
poplin@mnhn.fr

Remerciements

L'auteur tient à remercier MM. Dominique Briquel et Sylvain Hénaff, auxquels il voudrait dédier cette étude, ainsi que M. Jean-François Goret et, pour la mise au net infographique au trait (2002), Mme Valérie Atef, et, à travers elle, le Centre d'Études alexandrines dirigé par J.-Y. Empereur, ainsi que Mme Michèle Ballinger pour le montage photographique. Auxquels s'ajoute, pour la présente réédition, Max Aubrun pour les dessins.

Post-scriptum

Ces pages ont paru au printemps 2011 dans le bulletin de 2004-2005 de la *Société nationale des Antiquaires de France*, vénérable institution qui se consacre à l'étude de l'Antiquité romaine et du Moyen Âge. À la fois, il est bon de faire pénétrer des préoccupations telles que celles d' *Instrumentum* dans un tel cénacle, et celui-ci constitue un milieu permettant de regarder langues et discours qui allaient avec les témoins matériels de l'archéologie. Ainsi, les textes médiévaux font état de "dés d'une verge" pour qualifier des dés homogènes : cela ne signifierait-il pas "tirés d'une même baguette d'os" ? Ils parlent aussi de "dés d'une pierre", où "pierre" pourrait signifier "pièce" : ne s'agirait-il pas de dés faits isolément, au contraire, et n'y aurait-il pas là une rencontre avec le langage de la joaillerie ? Le nom néerlandais du dé, *doppelsteen*, où se reconnaissent l'allemand *Stein*, l'anglais *Stone*, incite à réfléchir à cela. Il semble proposer le dé idéal comme un intermédiaire entre le dé d'os ou de bois, et *Edelstein*, la pierre précieuse. C'est une question ouverte, dont je n'avais pas conscience il y a peu de temps encore (terme communiqué par Marloes Rijkelijkhuizen [12]), mais qui retrouve une préoccupation bien ancrée en moi pour la perception de la densité dans l'astragale [13]. Cela me paraît plus intéressant que les sempiternelles fadaises sur les dés pipés.

Un autre aspect de recherche en devenir est le suivant. Il existe des dés très particuliers, qui ont été regardés, déconsidérés comme faux dés, de tricheurs, et qui vont en couple, l'un des deux portant deux fois 1, 2, 3 et l'autre deux fois 4, 5, 6. Quand on considère les combinaisons qu'ils donnent, en addition et en multiplication, on leur trouve des avantages opérationnels tactiques, dirait-on en termes de manœuvre militaire, qui en font quelque chose comme des dés officiers. Il en a été trouvé à Bordeaux, du Moyen Âge récent, accompagnés de dés ordinaires en grand nombre, faisant figure de piétaille. Comme Bordeaux a été possession anglaise, il fallait rechercher de ce côté, et un jeu complet trouvé à Londres vient éclairer les choses. Ces dés curieux étaient appelés *high men* et *low men* à l'époque Tudor, et ont pris ensuite le nom de *despatchers*. Cela vient éclairer "dés du plus" (*high*) et "dés du moins" (*low*) que l'on rencontre dans les textes. Et cela n'intéresse pas seulement le Moyen Âge : il m'est arrivé de rencontrer au musée de Vienne, parmi les dés antiques, il y a juste dix ans, un dé du haut, même si les 4, 5 et 6 ne sont pas bien répartis en opposition, et le quatuor de dés d'Ambrussum présenté dans ces pages il y a dix-huit mois (n° 32, décembre 2010, 19-20, par Y. Manniez) montrent un linéament du phénomène, avec deux dés aux faces du 1, du 2 et du 3 bombées alors que sur les deux autres dés, ce sont les faces du 4, du 5 et du 6 qui le sont. Cela favorise la sortie du 4, du 5 et du 6 pour les deux premiers (ce sont eux qui donnaient le plus) et la sortie du 1, du 2 et du 3 pour les deux autres (ils donnaient le moins). Il serait intéressant de les faire rouler pour voir dans quelles proportions ils produisent. Ils sont sûrement solides, ayant été imprégnés de sels de cuivre par leur voisinage avec des monnaies dans le sol. Ces dés, tous classiques et à jonction alexandrine, prennent place de belle façon dans le diagramme fig . 2 : ligne 2, colonne 2 pour le 6 et colonne 3, en regard, pour le 9 ; ligne 4, colonne 2 pour le 8 et colonne 3, en regard, pour le 7. Ceux de Lillebonne, au musée de Rouen, font mieux encore, en occupant les quatre cases centrales. Ceux de Merteville, au musée du Vermandois, de facture rustique, sont quelque peu indisciplinés ; le facteur s'est un peu perdu dans les renversements à faire pour les symétries. Ceux de Lillebonne étaient accompagnés de 25 jetons, ce qui amène à se préoccuper du nombre des monnaies d'Ambrussum : il est de 43, ce qui n'est guère divisible, donc peu pratique pour jouer en société.

Notes :

(1) Le calcul des probabilités montre (le simple emploi du triangle de Pascal le fait vigoureusement) que les chances de tirer douze fois de suite le même côté d'une pièce de monnaie sont infimes. On est là devant une loi, une détermination forte.

(2) Je remercie ici le mathématicien ami Sylvain Hénaff qui m'a apporté la précision dans sa lettre du 23 déc. 2001 : 122 880, soit trente fois plus que ce que je pouvais apercevoir.

(3) Confirmé par S. Hénaff dans la même lettre.

(4) J.-F. Goret, Os, bois de cervidé et ivoire. Le mobilier en matières dures d'origine animale à Saint-Denis, *Dossiers d'Archéologie* 297, 2004, 116-117.

(5) Ce que je suis encore retourné vérifier sur pièces le 22 décembre 2010.

(6) F. Chandevau, La motte castrale de Boves (Somme). Tabletterie et petits artefacts (Xe-XVIe s.), *Revue archéologique de Picardie* 1/2, 2002, 25-71.

(7) Si la distinction est nette d'un schéma à l'autre, notamment entre les deux premiers cas (dé classique et dé de Saint-Denis), le contrôle visuel d'ensemble baisse

rapidement avec la multiplication des cas de figure, qui sont au nombre de 15 en tout (le double de ce qui est présenté ici), ce qui rend impossible la maîtrise d'un tableau complet. Mais ces tentatives ont amené, par l'observation des chiffres et de leur systématisation, la découverte des permutations de la page 32, élément central du présent travail.

(8) M. Lejeune, Les six premiers numéraux étrusques, *Revue des Études latines* 59, 1982, 69-77.

(9) Je remercie M. Jean Trinquier, alors Membre de l'École française de Rome, d'en avoir fait pour moi les relevés en mars 2002.

(10) E. Schmid, Beinerne Spielwürfel von Vindonissa, *Jahresbericht der Gesellschaft pro Vindonissa* 1978, Brugg, Vidonissa-Museum, 54-80, 3 fig., 3 tabl., 7 pl.

(11) Son diamètre 1-6, limité à l'épaisseur de la paroi osseuse, n'atteint pas 14 mm, alors que les deux autres dimensions sont de 15,5 (diamètre 2-5) et 15 mm (diamètre 3-4). La ruse du facteur pour faire un peu plus grand était subtile.

Les faces du 1 et du 6 sont très usées (au point que l'ocelle du 1 a été regravé à main levée pour le raviver). Si l'usure était liée à la réduction de surface causée par la gravure des ocelles, elle serait en progression de 1 à 6, ce qui n'est pas le cas. Elle est liée au fait que la matière n'a pas la même dureté dans toutes les directions de l'espace. L'usure est la plus forte sur les faces périostique (celle du 6) et médullaire (celle du 1), la plus faible en bout, sur les sciages transversaux (faces du 3 et du 4), regardant vers les extrémités de l'os, et elle est intermédiaire sur les tranches longitudinales de la paroi osseuse (faces du 2 et du 5). On conçoit bien, dans le bois, que le rabotage soit le plus facile en pelant les couches successives de croissance, le plus difficile sur le bois de bout, et intermédiaire sur les coupes radiales. Cela amène à percevoir par l'esprit un ellipsoïde de dureté intégrant les obliques intermédiaires. Sachant cette modalité de l'usure différentielle des faces, il est possible de dire, au seul vu des trois stades atteints par les faces du 1 et du 6, du 2 et du 5, du 3 et du 4, qu'il s'agit d'un dé de type classique tel que défini dans ces pages.

Sur ce dé, on pourra voir le catalogue de l'exposition *Un port de 2 000 ans aux Mureaux, des Gaulois à Charlemagne*, Centre de documentation sur le Patrimoine local, Ville des Mureaux, éd. Y. Barat, J.-M. Morin et P.-J. Trombetta, 1990, n° 21, en particulier Y. Barat, Le travail de l'os, 76-78.

(12) Voir article néerlandais : A. de Boer, P. Franssen, Dobbelstenen. *In* : M. Krauwer, F. Snieder, *Nering en Vermaak, De Opgravingen van en 14de Eeuwse Markt in Amersfoort.* den Haag 1994, 155-157.

(13) F. Poplin, Réflexions sur l'astragale d'or de Varna, les pieds fourchus et la métallisation de l'animal. *In* : *La découverte du métal.* Colloque intern. Saint-Germain-en-Laye, janv. 1989, Paris 1991, 31-42, n° 147.

Réinterprétation et relecture de deux objets médiévaux comme éléments de serrure

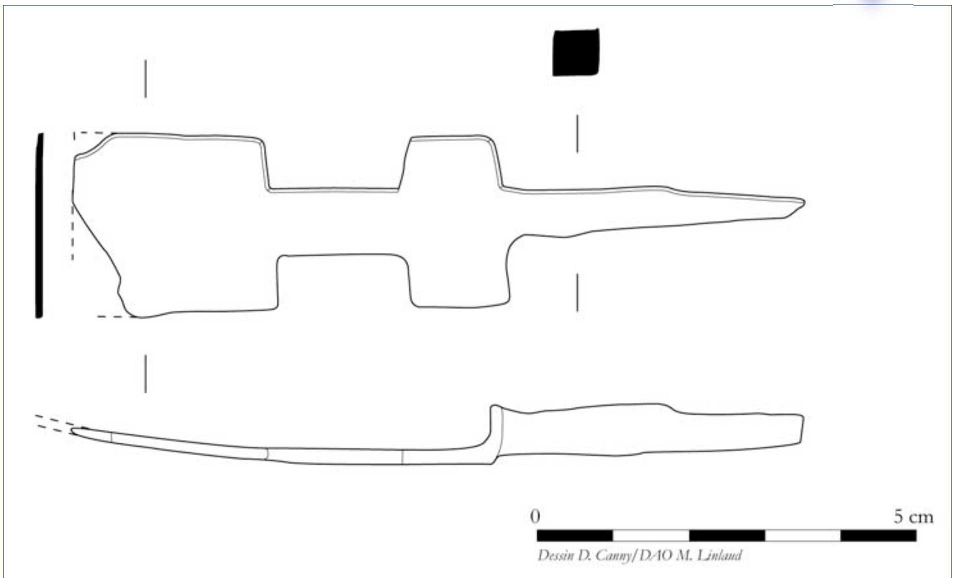
M. Linlaud

Deux types d'objets, retrouvés de manière récurrente dans les habitats des IXe-XIe s., posent des problèmes d'identification qui induisent une perception erronée des activités pratiquées dans ces sites. Assimilés à un couteau de tanneur pour le premier et à un élément de jouguet pour le second, ces objets mal identifiés contribuent à argumenter la présence d'activités agricoles et de travail des peaux sur de nombreux sites de la période. La présence de ces objets ne reflète en réalité que l'utilisation de coffres fermant avec des serrures de qualité moyenne, ne comportant que quelques pièces métalliques assemblées dans un boîtier de bois. Les ressorts et les gardes, autres éléments métalliques du mécanisme, sont extrêmement fragiles et ne sont jamais retrouvés ou identifiés. Ces objets sont régulièrement découverts en association au sein d'une même US ou d'une même fosse, puisqu'ils appartiennent à un même meuble ou une même serrure disparus. Des travaux de recherche récents font le point sur l'identification et la dénomination des pièces de mécanismes des serrures et cadenas du Moyen Âge utilisés dans cet article (Linlaud 2011). Du point de vue de la typologie des mécanismes, il existe durant le Moyen Âge plusieurs sous-types utilisant de tels éléments. Cet article se concentre sur les mécanismes des IXe-XIe s. à boîtiers de bois, mais des serrures utilisant le même principe technique sont utilisées jusqu'au XIVe s. Les pièces techniques des mécanismes plus récents présentent des différences morphologiques importantes, des agencements différents et peuvent appartenir à des serrures entièrement en fer.

Cet objet n'est pas un outil de l'artisanat du cuir, mais un pêne de serrure !

Le manque d'intérêt pour le mobilier archéologique en fer nous a longtemps plongé dans l'ignorance de ce mécanisme de serrure. Le pêne à échancrures (fig. 1), est un objet mal compris par l'archéologue qui s'y trouve confronté. Sa tête possède les mêmes caractéristiques morphologiques qu'une soie. Il est donc souvent identifié à un outil et plus particulièrement à un objet lié à l'artisanat du cuir. Ce genre d'identification se retrouve dans plusieurs publications archéologiques faisant référence. Par exemple, l'étude du mobilier métallique de l'habitat de Colletière à Charavines (Isère), qui prend place dans le *Document d'Archéologie Française*, consacré en 1993 aux habitats du lac de Paladru, identifie un tel objet comme un paroir de tanneur (Colardelle, Verdel 1993, 208, fig. 144, n° 3). En 1998, dans son étude sur la civilisation matérielle des XIIe - XIIIe s. du site de l'Isle-Bouzon, Jean-Michel Lassure décrivait ces objets comme des racloirs de tanneur avec ou sans échancrures (Lassure 1998, 413-418). Ces ouvrages bien diffusés et régulièrement utilisés comme source d'identification et de comparaison pour les XIe-XIIIe s. ont fortement contribué à la diffusion de cette idée. En 1993, pourtant, l'exposition intitulée l'*Île-de-France de Clovis à Hugues Capet* présentait une serrure complète comprenant un pêne à échancrures provenant du site des Sureaux à la Grande-Paroisse (Seine-et-Marne) ; bien comprise par Michel Petit, elle fut alors décrite, mais pas illustrée dans le catalogue d'exposition. La monographie du site des Sureaux n'intervint qu'en 2009, à titre posthume. Ces deux raisons contribuèrent à ne pas diffuser l'information. En 2007, en étudiant le mobilier métallique du site de la Mothe à Pineuilh (Gironde), Nicolas Portet est confronté à une serrure complète pourvue d'un pêne à échancrures, ce qui permettra de revenir sur l'identification. La diffusion confidentielle du rapport de fouille ne suffit pas à populariser cette découverte (Portet 2007), et aujourd'hui encore, cet objet reste mal compris des archéologues. Il est toujours considéré comme un objet de l'artisanat du cuir, bien qu'aucun outil nécessaire à cette activité ne présente une forme pouvant s'y apparenter. Les paroirs ou racloirs sont de grandes lames courbes à deux soies, appelées couteaux à parer. Ils servent à racler l'envers de la peau (côté chair) pour enlever les excès d'épaisseur et ainsi égaliser et assouplir le cuir. Leurs dimensions sont toujours supérieures à une trentaine de centimètres. La dénomination de pêne à échancrures est un néologisme qui vient remplacer l'absence de terme médiéval ou postérieur connu. Michel Petit parle de pêne à encoche en 1993 (Petit, Depraetère-Dargery 1993, 300-301, serrure n° G3). Nous le nommons pêne à échancrures ou pêne à encoche en continuité des recherches de Michel Petit.

Fig. 1 — Pêne à échancrures des IXe-Xe s. découvert dans la rue de Gouffault à La Chapelle Saint-Mesmin (Loiret) (Dessin : D. Canny ; DAO : M. Linlaud).



Cet objet n'est pas un élément de jouguet, mais un moraillon à auberon !

Bien qu'ils soient toujours constitués d'un anneau rectangulaire, d'une ferrure et d'un piton à anneau servant de charnière goupille, les moraillons à auberon libre se présentent sous des formes diverses. On peut les regrouper au sein de deux catégories principales (fig. 2). La première regroupe les moraillons présentant une ferrure en angle droit réalisée à partir d'un anneau en huit au corps torsadé ou non, voire d'une simple tige. La seconde rassemble les moraillons utilisant une ferrure plane à angle droit. Les moraillons à auberon libre sont régulièrement identifiés comme des éléments de jouguet, à la suite des recherches de Michel Petit dans le site carolingien des Sureaux à la Grande-Paroisse (Seine-et-Marne) qui avaient conclu à cette identification. Ils ont d'abord été publiés dans le catalogue d'exposition l'*Île-de-France de Clovis à Hugues Capet* (Petit, Depraetère-Dargery 1993, 266-271), puis repris dans la récente monographie du site (Petit 2009, 130-133). Cette identification ne repose que sur les faibles arguments suivants : deux de ces objets, constitués d'une ferrure en huit torsadée, ont été retrouvés au sein de la même structure (GP23-977), ainsi qu'un autre objet s'apparentant à une tige torsadée en forme d'arc de cercle. Le traitement torsadé de ces trois pièces ainsi que leur proximité stratigraphique ont semblé suffisants pour justifier leur appartenance à un même ensemble plus complexe. Durant la période carolingienne, en fait, de nombreux

Ce complément d'enquête
de la brochure Maths express au Carrefour des Cultures
a été réalisé par le
Comité International des Jeux Mathématiques

sous la direction de
Marie José Pestel et **Martine Janvier**

Elle réunit les signatures de

Hervé Lehning
Joëlle Lamon
Association le *Trait du 6*
Béchir Kachoukh
Jean-Pierre Le Goff
François Poplin

Que tous ces auteurs soient ici remerciés
pour leur enthousiasme, leur patience et leur gentillesse.
Grâce à eux, nous espérons que le lecteur prendra plaisir
à découvrir que les mathématiques sont passionnantes
et représentent un lien fort qui unit les hommes
à travers le temps et les cultures.

Réalisation Patrick Arrivetz
Maquette de couverture et bandeau Elsa Godet - www.sciencegraphique.com

Cap'Maths est un consortium rassemblant les principaux acteurs du monde des mathématiques, avec comme objectif de promouvoir les mathématiques en

• atténuant les disparités sociales et géographiques ;
• incitant et aidant les jeunes filles à surmonter la barrière des préjugés pour se lancer dans des études à forte composante mathématique ;
• améliorant la perception générale des mathématiques par le grand public et notamment les jeunes scolarisés, en améliorant la compréhension de leur impact, de leur utilité et de leur vitalité ;
• augmentant globalement le flux d'étudiants effectuant des études longues dans un domaine scientifique, et en particulier dans les sciences à forte composante mathématique.

Cap'Maths en est sa troisième année de fonctionnement. Plus d'1 million d'Euros de subventions ont été accordés depuis 2012 permettant de réaliser des actions à hauteur de près de 3 millions d'Euros.

Cap'Maths est porté par l'association Animath, créée en 1998, et qui bénéficie de l'agrément du ministère de l'éducation nationale. L'association soutient, avec ses partenaires, de nombreux projets d'animations mathématiques :

• Journées Filles et maths, une équation lumineuse
• Des conférences : Un texte, un mathématicien, Promenades mathématiques
• Des interventions de professionnels d'entreprises dans des classes : Les Maths, ça sert !
• Stages
• Concours et Olympiades
• Tutorat
• Action internationale.

Renseignements et contacts :

www.animath.fr

www.capmaths.fr

INVENTEURS DU MONDE NUMÉRIQUE

À L'INTERFACE DES SCIENCES INFORMATIQUES ET DES MATHÉMATIQUES, EN ALLANT DE LA RECHERCHE FONDAMENTALE AU DÉVELOPPEMENT TECHNOLOGIQUE ET AU TRANSFERT INDUSTRIEL, LES CHERCHEURS D'INRIA, INSTITUT PUBLIC DE RECHERCHE, INVENTENT LES TECHNOLOGIES NUMÉRIQUES DE DEMAIN.

RÉSEAUX & SYSTÈMES DE COMMUNICATION

SÉCURITÉ

PROGRAMMATION

MODÉLISATION DU VIVANT ET DE L'ENVIRONNEMENT

LOGICIELS FIABLES

Le Comité International des Jeux Mathématiques
propose, pour les enseignants et le grand public :

des éditions pédagogiques

des expositions

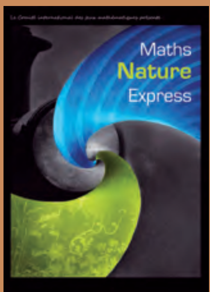
des jeux

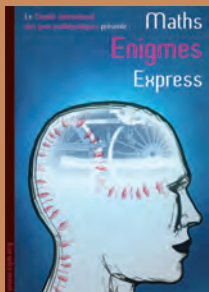
des animations
et
le salon annuel
Culture et Jeux
Mathématiques

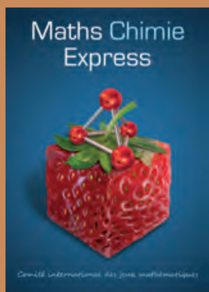
www.cijm.org

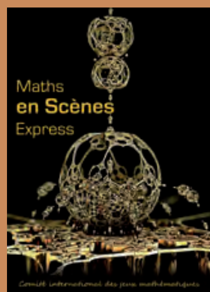
Maths express

une collection CIJM









www.cijm.org

MINISTÈRE
DE L'ÉDUCATION NATIONALE
DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR
ET DE LA RECHERCHE

CIJM

IHP

11 rue Pierre et Marie Curie,

75231 PARIS Cedex 05

tél : 01 42 77 83 62

www.cijm.org