



Des devinettes mathématiques en Inde du Sud

Agathe KELLER

Chargée de recherche, SPHERE (Paris)

Plusieurs paradoxes entourent les mathématiques du sous-continent indien. Ainsi nous disposons d'une abondance de manuscrits pour une tradition savante qui affirme se transmettre oralement. Par ailleurs, nous ignorons tout du contexte dans lequel ces textes ont été produits et utilisés. Des témoignages recueillis il y a dix ans dans des villages d'Inde du Sud ouvrent des pistes...

Les textes transmis dans une langue indo-européenne, le sanskrit, expliquent que le savoir doit être transmis oralement. Ainsi, un adage souvent cité affirme qu'*un texte écrit est de l'argent dans la poche d'un autre*. Les *Védas*, les plus anciens textes connus en sanskrit, sont encore appris oralement de père en fils. Pour n'en perdre aucun mot on apprend à les réciter à l'endroit, à l'envers et en combinant les syllabes entre elles.* Pourtant, les historiens des mathématiques sanskrites sont submergés par les manuscrits ; on en compte des dizaines de milliers !

Comment comprendre ce paradoxe ? Sans doute parce qu'il existait un écart entre l'idéal du savoir et sa réalité. Par ailleurs, nous avons tort d'opposer écrit et oral. Ainsi au XIX^e siècle, en pays tamoul, les enfants qui avaient achevé leur cycle d'apprentissage des mathématiques élémentaires (connaissance des tables de multiplication, de carrés, de fractions et de conversions) le prouvaient en les couchant par écrit. Ces textes faisaient office de diplôme de fin d'étude. Et comme ils étaient la preuve d'un savoir, ils furent aussi l'objet de trafic.

Les manuscrits traditionnels sont en feuille de palmier. Celle-ci est imperméable. On la grave à l'aide d'une fine aiguille. Lorsqu'on a fini, on la submerge d'encre : là où la feuille a été grattée, l'encre est bue et les mots apparaissent. Malheureusement, le climat chaud et humide du sous-continent favorise leur dégradation. Ils attirent aussi les insectes.

Bref, la plupart des manuscrits dont nous disposons aujourd'hui, s'ils peuvent retranscrire des textes très anciens, datent pour l'essentiel du XIX^e siècle.

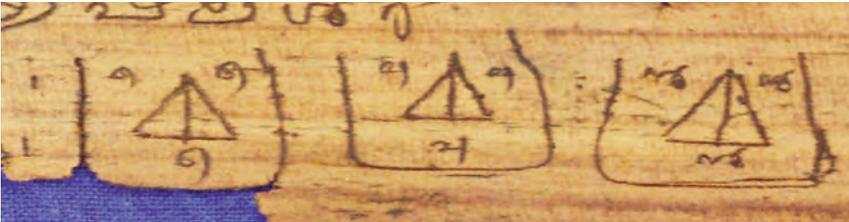
* On peut voir ici un exemple d'apprentissage par cœur dans un cadre rituel
<http://www.youtube.com/watch?v=R130ogJ4JqI>



Manuscrit en feuille de palmier du *Ganitasārasaṅgraha* de Mahāvīra (IX^e siècle), GOML, Chennai.

Un mystère entoure le contexte dans lequel ces textes étaient composés, utilisés, copiés et diffusés. En effet les textes dont nous disposons sont pour l'essentiel ceux qui ont été continuellement copiés. Ils correspondent au savoir des hautes castes. Or cette tradition savante voulait être universelle, atemporelle et sans localisation. Les auteurs ont ainsi sans cesse effacé toute trace des contextes dans lesquels leurs textes étaient produits. Les traités étaient composés d'aphorismes souvent versifiés, des *sūtras*, qui étaient sans doute écrits pour être appris par cœur puis récités. En mathématiques, en sanskrit *ganīta*, il s'agit pour l'essentiel de textes d'algorithmes. Pour comprendre ce que les règles versifiées nous di-sent et reconstruire les algorithmes qu'ils évoquent, un commentaire est nécessaire. Ceux-ci ont aussi une forme standard : après une citation du texte à commenter, une explication générale est suivie d'une liste de problèmes résolus. Ces résolutions de problèmes ont elles-mêmes une forme particulière : l'énoncé versifié précède une disposition puis une résolution. Ces dispositions ouvrent une fenêtre sur une surface de travail où l'on peut disposer des nombres pour résoudre un problème, ou encore réaliser un diagramme.

La figure ci-dessous illustre un problème de calcul d'aire de triangle



Résolution de problème dans l'*Āryabhaṭīyabhāṣya* de Bhāskara (628).

équilatéral qui nous donne à voir les données du problème mais aussi la méthode qui va servir pour le résoudre : nous devons calculer la longueur de la hauteur pour calculer l'aire du triangle. On voit ainsi comment un diagramme peut servir à mémoriser un problème et sa solution.

Ces problèmes résolus témoignent d'une tradition de devinettes voyageuses. Au début du XXI^e siècle, des devinettes en Inde du Sud qui font penser à celles que l'on trouve dans les textes anciens ont été recueillies par Senthil Babu de l'Institut français de Pondichery.



Senthil Babu avec des villageois de la région de Nagapattanam où les devinettes ont été récoltées en 2006, pendant la récolte du riz.

© A. Keller.

En voici une bien connue :

Un lézard essaye d'escalader un mur de dix mètres. Il avance de trois mètres par heure, puis glisse de deux mètres. Le mur est de dix mètres de haut. En combien d'heures est-ce que ce lézard bien déterminé arrive au sommet du mur ?

Réponse : non pas en 10h mais en 7h car à la 7^e heure il arrive au sommet du mur et ne peut pas retomber.

Cette devinette fait écho à un type de problèmes classiques des textes de la tradition savante, consistant en une variation de la règle de trois autour d'animaux ou d'objets qui avancent et reculent simultanément. Voici par exemple un problème qui provient du *Ganitasārasangraha* de Mahāvīra (IX^e siècle.) :

En 3/7^e de jour, un bateau parcourt 1/5^e d'un krośa sur l'océan. Faisant face à un (grand) vent, ce (bateau, simultanément) recule d'1/9^e de krośa. Ô toi dont les bras sont suffisamment puissants pour également parcourir un océan de nombres, produits le temps qu'il faudra à ce (vaisseau) pour parcourir 99 2/5 yojanas.

l'yojana vaut 4 krośas : en faisant conversions appropriées et calculs avec des fractions on trouve la réponse : [9] [17] jours.

Les devinettes reposent souvent sur des astuces alors que les problèmes savants requièrent plus de travail ! En voici une autre :

Dans le village de Malaivasal il y avait un grand jardin. Pour y entrer, il fallait passer sept portes dont chacune était férocegardée. Dans le jardin, il y avait un citronnier avec de nombreux fruits. Gopal n'avait besoin que d'un citron. Il supplia les gardes de le laisser passer; ceux-ci acceptèrent à la condition suivante : à chaque porte Gopal devait donner la moitié de ses fruits. Gopal se plia à cette règle sur le chemin du retour, il donna à chaque porte la moitié de ces citrons. À la sortie, il tenait fièrement son unique citron. Combien de citrons avait-il cueillis ?

Réponse : noter qu'il s'agit d'une histoire de corruption ;

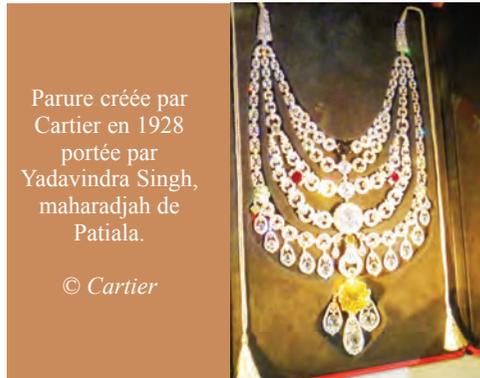
Souvent les devinettes semblent se moquer de la tradition savante :
Dans une famille, il y a deux pères et deux fils. Le premier père donne 100 roupies à son fils, le second 90 roupies. Pourtant la somme des dons est de 100 roupies ! Comment est-ce possible ? Ou s'est envolé le reste ?

Réponse : le premier fils est le père du second, il garde 10 roupies de la somme transmise par son père et donne le reste à son frison ;

Certaines devinettes se déguisent. Voici une devinette qui est à l'image de certains problèmes de partage des textes savants :

Un marchand présente 49 pierres précieuses à un roi. Le roi s'enquiert de leur prix. La première pierre vaut 1 roupie, la seconde pierre 2 roupies, la troisième 3 roupies, et la quatrième aussi... Le prix de la 49^e pierre est de 49 roupies. Le roi demande au marchand de distribuer ces pierres précieuses entre ses sept ministres de manière à ce que leur nombre et leur valeur totale soit la même pour chaque ministre. Comment s'y prend-il ?

20	12	7	45	37	29	82
11	3	44	36	35	27	61
2	43	42	34	26	18	10
49	14	33	25	17	6	1
40	35	24	16	8	7	48
31	23	15	14	6	47	39
22	21	13	5	46	38	30



Parure créée par Cartier en 1928 portée par Yadavindra Singh, maharadjah de Patiala.

© Cartier

Réponse : la valeur totale de chacune des sept pierres est de 175 roupies et leur répartition est la suivante :

Avez-vous une idée de la façon dont ce résultat a été trouvé ? Si l'on se réfère à la tradition savante, on risque de s'enliser en cherchant une solution algébrique, alors qu'il s'agit d'un carré magique !

Dans quels sens ces problèmes ont-ils circulé ? Est-ce que les problèmes des textes savants de hautes castes sont parvenus aux oreilles des basses castes ? Ou au contraire s'agit-il de jeux populaires qui ont été investis par des mathématiciens. Un peu des deux ?

Certains problèmes ne sont pas faciles à résoudre. Celui-ci se résout à l'aide d'une procédure que l'on appelait en Inde *le pulvérisateur* :

Une vieille dame prend un panier plein de citrons qu'elle veut vendre au marché. Un monsieur à bicyclette lui rentre dedans. Les citrons se dispersent sur la chaussée. Le monsieur les ramasse et les replace dans le panier. Il demande à la vieille dame : combien de citrons avais-tu dans ton panier?

Elle lui répond : Je ne suis pas certaine du nombre total de citrons, mais je suis sûre que groupés par deux, mes citrons ne laissent qu'un seul ; groupés par trois, il en reste un ; groupés par quatre, il en reste un ; groupés par cinq, il en reste un ; groupés par six, il en reste un et groupés par sept, il n'en reste pas.

Le cycliste lui dit alors : Dans ce cas, j'ai bien ramassé l'ensemble de vos citrons et il repartit. *Combien de citrons y avait-il dans le panier?*

réponses : nous sommes

Finalement certaines activités d'Inde du Sud pourraient élargir l'histoire des mathématiques. Est-ce que l'on peut considérer que les *kolams* dessinés et inventés par les femmes sont des manières de faire des mathématiques qui s'ignorent ? Si on répond par la positive, alors voilà une activité qui relèverait d'une histoire de la théorie des graphes avant la lettre !

A. K.

Les *kolams* sont dessinés tôt le matin, ou à l'occasion de fêtes aux portes des maisons dans toute l'Inde du Sud.

© Seema Krishnakumar





Une femme dessine un *kolam* devant le seuil de sa maison.

© Maryse Durieux