



Écrire les nombres ici ou ailleurs

Hervé Lehning

Agrégé de mathématiques, journaliste et écrivain scientifique

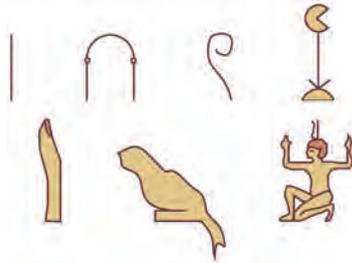
De nos jours, à l'exception de survivances comme les chiffres romains, nous utilisons des systèmes de numération de position en base dix, seule la forme des chiffres eux-mêmes varie. Cela n'a pas toujours été le cas, cependant les diverses écritures se regroupent en quelques grandes familles.

D'après les traces qu'ont laissées nos ancêtres, l'homme a commencé à écrire des nombres environ 30 000 ans avant Jésus-Christ. La méthode était simple : des entailles sur un os, chacune comptant pour une unité. L'usage de ces bâtons de comptage a perduré jusqu'au début du XX^e siècle.

L'invention de la base dix

Passé une dizaine de crans, le bâton devient illisible. L'homme a alors pensé à regrouper les unités, le plus souvent par dix, comme dans le système égyptien, qui date de 3 000 ans avant Jésus-Christ environ.

Les unités de 1 à 1 000 000 dans le système hiéroglyphique :
 bâton (1), fer à cheval (10),
 rouleau de papyrus (100),
 fleur de lotus (1000),
 doigt pointant les étoiles (10 000),
 têtard (100 000) et
 dieu portant le monde (1 000 000).



Pour que la lecture soit possible, les Égyptiens n'alignaient pas les unités d'un même niveau mais les décomposaient sur deux lignes, afin de ne pas dépasser quatre sur chacune car, si on voit directement les nombres de 1 à 4, on doit ensuite les subdiviser en groupes d'au plus 4 pour les compter.

Arrangement des I en Égypte pour former les nombres de 1 à 9.



La notation étant purement additive, on peut écrire ces signes dans l'ordre que l'on veut. Pour le nombre 1 637, cela donne :

1 637
en écriture hiéroglyphique.



La base vingt

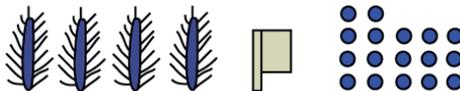
Dans un autre monde, vers 1200 après Jésus-Christ, les Aztèques ont utilisé un système identique... à la différence près qu'il était fondé sur la base vingt et non la base dix. Ils disposaient ainsi de quatre symboles, un pour l'unité, un autre pour les vingtaines, les suivants désignaient 400 ($20^2 = 20 \times 20$) et 8000 ($20^3 = 20 \times 20 \times 20$).



Symboles aztèques pour les unités, les vingtaines, les groupes de 400 et de 8000.

Ainsi, pour noter le nombre 1 637, les Aztèques écrivaient quatre groupes de 400, un groupe de 20 et dix-sept unités. Celles-ci sont groupées par 5, ce qui contredit partiellement la remarque précédente puisque la limite des quatre unités est franchie, tout en la confirmant en remplaçant le nombre 4 par 5.

1 637 en écriture aztèque :
le système est additif
de base vingt.



Les notations de position

Un grand nombre de systèmes de numération antiques utilisaient un principe additif. Quelques siècles avant Jésus-Christ, les Chinois inventèrent un système où la position prend une importance. Ils utilisaient des baguettes pour leurs abaqués et imaginèrent une façon d'écrire ces symboles. Pour cela, ils utilisaient deux notations qu'ils alternaient pour éviter les confusions entre unités, dizaines, centaines, etc.

Deux façons de noter les chiffres de 1 à 9. En les alternant, elles permettent d'éviter les confusions entre les unités, les dizaines, les centaines, etc.



Ainsi 1 637 s'écrivait : — T ≡ T .

Les cases vides étaient figurées par un simple espace, ce qui laissait malgré tout la possibilité de confusions entre des nombres comme 2 001 et 21 :

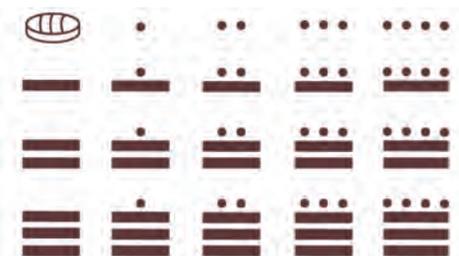


2 001 et 201, la confusion entre les deux est impossible mais, si on ignore les espaces, on peut confondre 2 001 avec 21.

Le zéro de position

À l'époque précolombienne, les Mayas, un peuple d'Amérique centrale, inventèrent le zéro de position, c'est-à-dire un signe qui signifie l'absence.

Symboles des nombres de 0 à 19 dans la numération des Mayas.



Dans ce système, 1 637 s'écrit en colonne, de haut en bas :

1 637 dans le système maya de base 20 :

$$4 \times 400 + 1 \times 20 + 17.$$

Remarquez que ce système est à lire de haut en bas. D'abord les quatre centaines, puis les vingtaines et enfin les unités.



Pour écrire 50 002, on le décompose en :

$$6 \times 8000 + 5 \times 400 + 0 \times 20 + 2,$$

on obtient la figure :



Le système sexagésimal

Alors que le système de base dix nous semble évident et celui de base vingt, relativement naturel à la réflexion, puisque nous avons dix doigts aux mains mais vingt si nous comptons aussi ceux de nos pieds, le premier système de numération de position à avoir été utilisé (vers 4000 ans avant Jésus-Christ) était de base soixante... et nous l'utilisons toujours pour les heures et les angles. Le système utilisé à Babylone était cependant mixte car les chiffres de 1 à 59 étaient écrits dans un système additif de base dix ! Un clou valait une unité et un chevron, une dizaine, ce

qui donne les nombres de 1 à 9 suivants :



Nombres de 1 à 9 dans le système babylonien.

On ajoute alors les chevrons devant pour obtenir les nombres de 10 à 59 :



Les dizaines de 10 à 50.

Nous retrouvons ici le principe déjà évoqué de décomposition en groupes de quatre, maximum. Dans ce système, les nombres 1 637 et 5 002 s'écrivent :



En base 60, 1 637 s'écrit : $27 \times 60 + 17$ et 5 002 : $3 \times 60 + 23 \times 60 + 22$.

Ce système a l'avantage de permettre d'écrire de grands nombres en peu de chiffres. Contrairement aux bases dix et vingt, la base soixante peut difficilement venir de notre corps. Comme il est peu probable que l'on ne trouve jamais un document d'époque nous éclairant sur la question, nous en sommes réduits à des hypothèses. La plus sûre est que ce choix fut lié à des considérations astronomiques, ou plutôt de calendrier. L'année a un caractère cyclique, et peut être vue comme un cercle. Comme elle comporte un peu plus de 360 jours, cela peut expliquer la division du cercle en 360 degrés. Cet angle total a également un sens dans les mathématiques de l'époque où l'on s'intéressait particulièrement aux polygones réguliers simples : triangle équilatéral, carré, pentagone et hexagone.

Le triangle équilatéral implique des angles de 60° , le carré, de 90° et le pentagone, de 108° dans le système où la circonférence entière fait 360° soit le sixième, le quart et les trois dixièmes de la circonférence totale.



Si l'on désire que les angles impliqués par ces polygones aient des valeurs entières, on doit attribuer à la circonférence totale un multiple de 6, 4 et 10, donc un multiple de 60. Cela peut expliquer le choix de la base 60 pour mesurer les angles. Si l'on veut de plus que tous les angles obte-

nus dans ces figures aient des valeurs entières, la mesure de 360 pour la circonférence entière s'impose. On retrouve également les décomptes en heures, minutes et secondes, qui se fait en base 60, vieil héritage des Mésopotamiens.

L'invention indienne et le graphisme arabe

Les Mésopotamiens inventèrent un zéro de position mais, vu leur système mixte entre base 10 et base 60, il leur en aurait fallu deux, un pour chacun, nous n'insisterons donc pas. Les Indiens inventèrent notre système moderne, en introduisant un signe pour noter l'absence, qui se dit *çunya*.  Les chiffres indiens originaux de 0 à 9.

Les nombres s'écrivent alors comme nous le faisons, seul le graphisme des chiffres diffère. Les Arabes ont adopté ce système à partir du IX^e siècle en modifiant le graphisme et ont traduit *çunya* par *sifr*. Il arrive en Europe au X^e siècle. En Italie, *sifr* devient *zefiro*... qui a donné notre zéro. *Sifr* désigne aussi le système entier... d'où notre mot « chiffre ». Voyons les différentes graphies modernes des chiffres que l'on dit arabes.



Au Mashrek, c'est-à-dire au Moyen-Orient arabe, les chiffres couramment utilisés sont : ٠١٢٣٤٥٦٧٨٩. Le zéro s'écrit comme un point, le « un », comme la première lettre de l'alphabet, c'est-à-dire comme un bâton. Les chiffres y sont appelés... des chiffres indiens. Les chiffres utilisés en Iran, en Afghanistan et au Pakistan, également dits indiens, sont légèrement différents : ۰۱۲۳۴۵۶۷۸۹. Au Maghreb, on utilise les mêmes chiffres « arabes » qu'en Europe : 0123456789. Cette forme définitive vient de l'invention de l'imprimerie.

H. L.

Pour en savoir plus :

Hervé LEHNING : *L'univers des nombres de l'Antiquité à Internet*, Ixelles, 2013.



Calligraphie de Laurent Pflughaupt