

Construction et transmission du savoir mathématique aujourd'hui

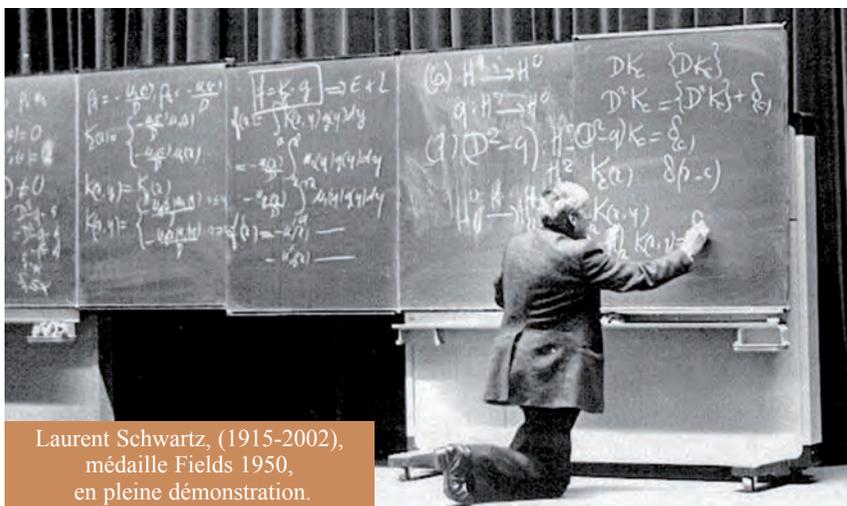
Aurélien ALVAREZ

Maître de conférences, Université d'Orléans

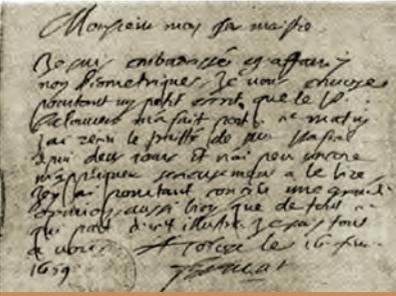
Quand on pousse les portes d'un laboratoire de mathématiques, que ce soit en France ou à l'étranger, on retrouve à peu près dans chaque endroit les mêmes rituels.

Des séminaires hebdomadaires plus ou moins spécialisés auxquels assistent la plupart des collègues du département, des groupes de travail en général sur des sujets assez pointus, et des discussions entre deux ou plusieurs collègues dans un bureau ou près de la machine à café. Dans tous les cas, et ce qui peut sembler surprenant en 2014, c'est que tous ces gens travaillent la craie à la main sur un tableau noir d'écolier !

Cette façon d'échanger entre chercheurs en mathématiques qui semble dater d'un autre âge risque bien de durer encore longtemps tellement ces derniers y sont attachés et l'apprécient. Mais on aurait bien sûr tort de croire que l'arrivée massive des ordinateurs et d'Internet depuis une vingtaine d'années n'a rien changé dans le quotidien des mathématiciens.



Laurent Schwartz, (1915-2002), médaille Fields 1950, en pleine démonstration.



Manuscrit de Pierre de Fermat
(1601–1665)

Peut-on encore imaginer le temps des Fermat, Descartes ou autres Mersenne et Roberval quand on ne correspondait qu'à travers de longues lettres qui mettaient des semaines voire des mois à trouver leurs destinataires ? Autant dire que chaque mot était pesé, chaque idée soigneusement distillée et chaque polémique finement amorcée.

Aujourd'hui, le courrier électronique crépite à longueur de jour-

née et le style de certains auteurs n'a plus guère à envier au style SMS ! Poser une question à un collègue à l'autre bout du monde et obtenir dans les minutes ou les heures qui suivent la réponse est un luxe dont on ne pourrait cependant plus se passer. Mais surtout, Internet nous permet d'accéder en quelques minutes aux articles de recherche ou aux livres¹ dont on a besoin où que l'on soit, y compris chez soi, et ça c'est véritablement prodigieux. Le triste corollaire est que les bibliothèques des départements de mathématiques sont de moins en moins fréquentées et qu'il est devenu fort peu probable d'y croiser un collègue qui vous fasse découvrir et vous conseille la lecture du livre qu'il était venu y chercher.



Bibliothèque Mazarine, Quai Conti à Paris
Document de l'auteur

Aujourd'hui ce genre de discussions fortuites a plutôt lieu sur des blogs comme mathoverflow.net, où des mathématiciens répondent aux questions posées par... d'autres mathématiciens ! Eh oui, toutes les mathématiques connues ne sont pas toutes écrites dans les livres, de nombreux exemples et contre-exemples ne sont parfois connus que des spécialistes qui n'ont pas toujours jugé urgent, ni réalisé l'intérêt, d'écrire des articles à chacune de leurs idées.

1. Enfin ceux que les auteurs, en accord avec leurs éditeurs, mettent à disposition sur leurs pages Web bien sûr.

Contrairement à ce qui se passe dans la plupart des autres disciplines scientifiques, les mathématiciens ont eu pendant longtemps l'habitude de signer leurs articles seuls. Aussi étonnant que cela puisse paraître, il existe un plaisir jubilatoire à se confronter seul pendant des heures² à un problème jusqu'à trouver une brèche par laquelle s'engouffrer : un mélange subtil entre jouissance et souffrance, difficile à expliquer. Bien souvent maintenant, les travaux se font aussi en collaboration, à deux ou trois, rarement plus. Avec un collègue dans le bureau d'à côté, c'est facile.

Quand il s'agit d'un collègue d'une autre université, l'usage est de l'inviter pour une courte période de travail intensif sur le sujet, en général une semaine ou deux. Mais quand le projet demande davantage de temps, on continue à échanger par téléphone, par mail et aussi, de plus en plus, à l'aide d'outils collaboratifs en ligne qui permettent de discuter tout en partageant l'écran de son ordinateur ou celui de son collaborateur. Même si ça ne remplace pas ce plaisir véritable qu'ont les mathématiciens d'échanger autour d'un café et d'un tableau noir, plaisir sans cesse renouvelé lorsqu'ils se retrouvent en conférence aux quatre coins du monde, ces nouveaux outils sont tout de même désormais suffisamment simples et confortables d'utilisation pour être de plus en plus appréciés.

Dans les laboratoires de mathématiques, les ordinateurs ne servent pas uniquement à échanger du courrier ou faciliter le travail collaboratif. À peu près tous les mathématiciens tapent désormais eux-mêmes leurs articles (ce qui n'était pas du tout le cas du temps des machines à écrire) dans un langage qu'ils affectionnent particulièrement, TeX. Comme le HTML (le langage de nos navigateurs Internet), TeX est un langage de balises qui permet de dissocier complètement le fond de la forme. L'auteur ne se préoccupe que du contenu scientifique et TeX se charge seul de la mise en page. Un confort redoutable quand on y a pris goût !

2. Souvent des jours ou des semaines. voire des mois ou des années !



Image du film
Chaos

©
Jos Leys
Étienne Ghys
Aurélien Alvarez

Mais les ordinateurs, ça sert aussi à faire des calculs bien sûr. Et certaines branches des mathématiques ou, plus ponctuellement, certaines questions bien précises, s’y prêtent bien. Derrière chaque laboratoire de mathématiques, se cache bien souvent un centre de calculs plus ou moins grand, où peut-être une centaine de serveurs ou plus sera prête à faire tourner les programmes des chercheurs.

Cet usage des ordinateurs est maintenant bien ancré dans la vie des laboratoires, même si d’autres revendiquent la seule utilisation du papier-crayon dans leur recherche quotidienne. Particulièrement enthousiasmant, selon moi, est l’arrivée timide des assistants de preuve dans une longue marche démarrée dans les années 1970–1980. Des résultats spectaculaires ont été obtenus ces dernières années, quand la démonstration de certains énoncés mathématiques a pu être entièrement formalisée afin d’être vérifiée pas à pas par une machine.

Se pourrait-il qu’il s’agisse là des premiers balbutiements de changements plus profonds dans la pratique quotidienne du mathématicien ? Pourrait-on imaginer dans un avenir proche un outil qui permettrait au mathématicien écrivant un article de suffisamment formaliser les étapes de son raisonnement pour que celles-ci puissent être vérifiées par la machine au fur et à mesure ? L’avenir nous le dira mais cette idée est prise très au sérieux par certains. Utopie totale diront d’autres !

Depuis quelques années maintenant, les mathématiciens (mais pas seulement) ont pris l’habitude de déposer leurs pré-publications sur des serveurs libres d’accès comme arxiv.org. En quelques clics donc, ils mettent ainsi à disposition du reste de la communauté leurs travaux que, dans le même temps en général, ils envoient à une revue spécialisée pour publication. Le processus de publication prend bien souvent quelques



mois, voire quelques années pour les revues les plus prestigieuses qui ont à cœur de publier les avancées mathématiques les plus significatives en laissant tout le temps nécessaire aux experts pour vérifier dans les moindres détails les résultats énoncés. Mais le système est en crise pour plusieurs raisons et un bras de fer s’est engagé ces dernières années entre les chercheurs et les éditeurs qui pratiquent une politique commerciale devenue inacceptable. La communauté mathématique est de plus en plus sensible à ces questions qui touchent à la diffusion de

Illustration de Auke Herrema.
www.aukeherrema.nl

leurs travaux et donc du savoir mathématique. Ces questions sont d'autant plus aiguës que les difficultés financières de certaines universités sont désormais bien réelles dans certains pays.

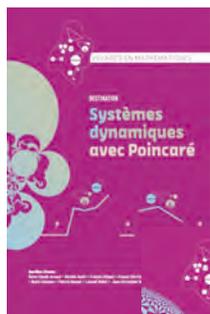
Les départements de mathématiques, en France mais pas uniquement, sont face à une autre problématique de taille : les amphis semblent se vider un peu plus chaque année et ce désintérêt pour les études scientifiques commence même à se faire sentir jusque dans certaines filières des classes préparatoires. Pourquoi la communauté mathématique dans son ensemble, chercheurs et professeurs dans les collèges et lycées, n'arrive-t-elle pas à réagir et à innover dans son enseignement pour enrayer ce phénomène qui dure depuis une décennie maintenant ? Serait-elle trop sûre d'elle pour remettre en cause les vieilles recettes qui jadis marchaient bien et qui aujourd'hui ne trouvent plus guère d'écho dans la jeunesse ? Les mathématiques seraient-elles à ce point décorrélées de la réalité quotidienne pour qu'on les enseigne en 2014 comme en 1970 quand une majorité d'adolescents est devenue plus à l'aise avec un smartphone qu'avec un stylo-bille ? Il n'est bien sûr pas question de nier ou de cacher la difficulté intrinsèque de la science ; faire des études scientifiques, en particulier mathématiques, est exigeant, difficile, c'est un travail de très longue haleine. Pour autant, nous avons besoin d'innover dans notre enseignement, de l'école primaire à l'université. Ce n'est pas seulement un problème de nombre d'heures en baisse ou de programmes moins ambitieux. C'est aussi un problème de formation, à commencer par la formation des professeurs des écoles qui est très fragile en mathématiques et quasi-inexistante dans les sciences de la nature et en informatique.

Les ÉSPÉs³ sauront-elles relever le défi d'une formation initiale et continue scientifiquement innovante ? Depuis plus de quinze ans, *La main à la pâte* lutte contre la trop petite place accordée à l'enseignement des sciences expérimentales à l'école primaire ; par ailleurs, elle met en place depuis deux ans des Maisons pour la science au service des professeurs au cœur des universités. Si les ÉSPÉs, les IREMs⁴ et les Maisons pour la science travaillent ensemble, alors la formation des enseignants devrait être de grande qualité dans les prochaines années et l'attractivité du métier renouvelée. Tout cela ne sera possible que si les enseignants-chercheurs et les chercheurs prennent conscience de l'enjeu de ce problème de formation et s'impliquent avec le même enthousiasme et la même énergie pour ces professeurs d'école, de collège ou de lycée, qu'ils le font avec leurs étudiants en master ou en thèse.

3. École supérieure du professorat et de l'éducation

4. Institut de recherche sur l'enseignement des mathématiques

Un autre défi pour la communauté est l'image des mathématiques qu'en a le grand public. Les mathématiques rappellent bien souvent des moments de souffrance et d'incompréhension. Une discipline scolaire froide, figée et sélective. À se demander si les vieilles recettes du passé étaient si bonnes que ça d'ailleurs...



Là encore, c'est un challenge auquel la communauté universitaire doit se frotter : il y a une certaine urgence à montrer à quel point cette science n'a jamais été aussi vivante et en mouvement qu'aujourd'hui. De nombreuses initiatives vont dans ce sens, comme par exemple la revue en ligne *Images des mathématiques* qui publie presque quotidiennement des articles écrits par des chercheurs pour le grand public.



Les initiatives pour promouvoir la culture mathématique auprès des jeunes sont extrêmement nombreuses et variées sur l'ensemble du territoire. Le *Salon culture et jeux mathématiques* en est un exemple. La communauté mathématique a compris l'importance de rassembler ses forces au

sein de l'association *Animath* et maintenant au sein du consortium *Cap' Maths*. De la recherche fondamentale à la formation des professeurs des écoles, de l'enseignement des mathématiques au collège et au lycée aux activités périscolaires et pour le grand public, la communauté mathématique se mobilise à tous les niveaux. Et c'est tant mieux car il n'y a plus de temps à perdre.

A. A.

Pour en savoir plus :

Animath : (www.animath.fr) et Cap' Maths : (www.capmaths.fr)

Images des mathématiques : (<http://images.math.cnrs.fr>)

La main à la pâte : (<http://www.fondation-lamap.org>)

CIJM : www.cijm.org