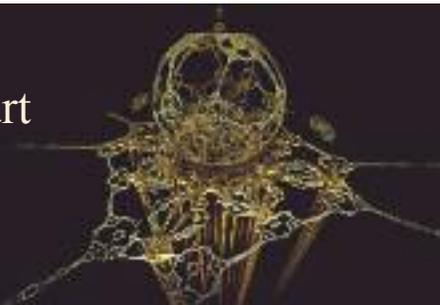


# Les fractals : du concept à l'art

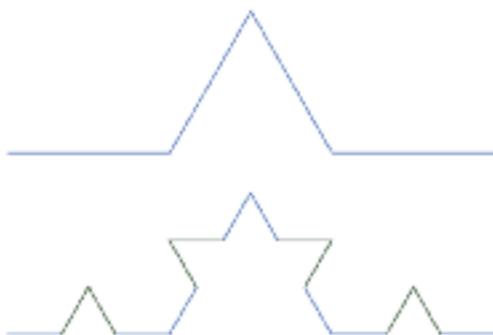
Hervé Lehning



La nature est complexe. Les objets que l'on y rencontre ne se laissent pas modéliser par les figures usuelles de la géométrie classique. Les montagnes ne sont pas des cônes, les nuages ne sont pas des sphères. Et que dire de notre système vasculaire ou des branches d'un arbre, de la surface des matériaux ou de la Terre ? Prenez un chou-fleur. En détachant un bouquet, vous obtenez un petit chou-fleur très semblable au chou-fleur initial. Sans faire de biologie, vous pouvez vous douter que cette structure vient de la formation même du légume. Cette similitude du local au global se retrouve dans bien des objets naturels : côte rocheuse, flocons de neige, alvéoles pulmonaires, etc. Cette idée de ressemblance du microscopique et du macroscopique est à l'origine de la création des objets curieux que Benoît Mandelbrot (1924 – 2010) a baptisés fractals à la fin des années 1960.

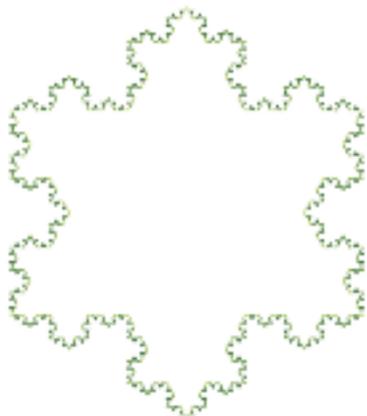
## Fractalité mathématique

L'exemple de fractal le plus simple a été inventé bien plus tôt par Helge von Koch, au début du XX<sup>e</sup> siècle. Sa courbe se construit à partir d'un simple triangle équilatéral en répétant ce motif à l'infini tout en le réduisant (voir ci-dessous).



Courbe de von Koch. À la première étape, nous avons un simple motif triangulaire, à la seconde, nous répétons ce motif sur chacun des quatre segments de la première étape... puis nous recommençons ainsi à l'infini.

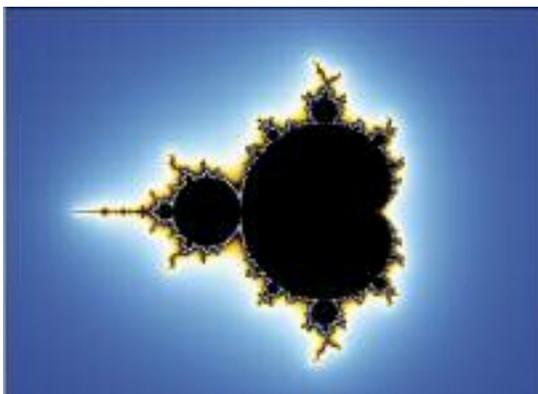
En ajoutant des rotations de 120 et 240 degrés, on obtient une sorte de flocon de neige et, en modifiant les couleurs selon les itérations concernées, des effets plus ou moins esthétiques. On passe alors des mathématiques à l'art.



Flocon de von Koch.

### Recherche de l'esthétique

La plus célèbre fractale reste le fameux ensemble de Mandelbrot dont la définition importe peu ici (voir figure ci-dessous). Il est caractérisé par le fait qu'on en retrouve des copies miniatures à toutes les échelles tout le long de sa frontière. Sur la figure, le choix des couleurs a été fait de façon que l'intérieur de l'ensemble soit en noir, son extérieur en bleu avec un changement de couleur progressif selon la proximité à l'ensemble.



Ensemble de Mandelbrot. Il s'agit de l'ensemble des nombres complexes  $c$  tels que la suite  $(z_n)$  définie par :  $z_0 = 0$  et  $z_{n+1} = (z_n)^2 + c$  reste bornée. La modification de la couleur est calculée à travers le nombre d'itérations nécessaires pour que  $z_n$  dépasse un certain seuil.

## Utilisation de logiciels

Au premier niveau de la création, on trouve donc d'excellents utilisateurs des logiciels que l'on peut trouver sur internet, comme Ultrafractal, Mandelbulb3D, etc. Pour que l'effet soit intéressant, il faut savoir choisir le bon point de vue et surtout les couleurs. Jérémie Brunet, par exemple, a ces talents d'explorateur et de coloriste qui rendent ses œuvres particulièrement intéressantes.

Le Burning Ship de Jérémie Brunet généré par l'itération d'une fonction à trois variables généralisant la suite complexe :



$$z_{n+1} = (|\operatorname{Re}(z_n)| + i |\operatorname{Im}(z_n)|)^2 + c.$$

Avec une telle expertise, il est possible de créer des œuvres originales semblant sortir d'un univers de science-fiction (voir le burning ship).

Pour aller plus loin, il faut programmer soi-même. Jos Leys l'a fait en plaçant l'ensemble de Mandelbrot au sommet d'une falaise et en faisant varier la profondeur en fonction de la distance au bord de l'ensemble.

Ensemble de Mandelbrot placé au sommet d'une falaise par Jos Leys.



En survolant les falaises, en nous approchant infiniment, nous découvrons des détails de plus en plus fins, et toujours de nouvelles copies de l'ensemble, une particularité due à l'auto similarité des objets fractals.



Cette image de Jos Leys montre un espace dix milliards de fois plus petit que l'image de départ.

### La réalité et la conscience sont-elles fractales ?

Certains artistes, comme Jean-François Colonna, se sont intéressés à la reproduction de la réalité à partir de fractales. Le résultat est parfois surprenant quand il s'agit de chaînes de montagnes ou de rochers tels ceux de Monument Valley aux États-Unis.

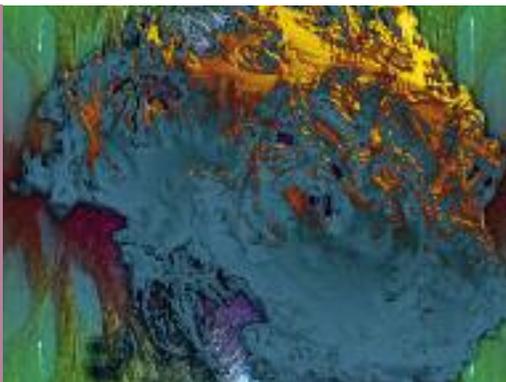


La géométrie fractale permet de décrire mathématiquement de nombreux phénomènes naturels irréguliers et donc de les reproduire ensuite à l'aide d'un ordinateur : c'est ainsi le cas de ce paysage ressemblant à Monument Valley au coucher du Soleil créé par Jean-François Colonna.

À partir de là, il est permis de s'évader et de réinterpréter les images que nous fournissent les mathématiques. Ainsi, le tableau *la conscience émergeant des mathématiques* a été produit à partir de l'itération d'une fonction mais ressemble à un cerveau dont les zones s'illumineraient de différentes façons selon son activité.

La diversité des œuvres de Jean-François Colonna tient aussi au fait qu'il réalise personnellement tous les logiciels informatiques qu'il utilise, cela à

*La conscience émergeant  
des mathématiques  
par  
Jean-François Colonna.*



partir d'un langage de programmation qu'il a également créé. Ceci lui permet de s'adapter à tous ses désirs créatifs.

### **Fractalité et photographie**

À l'inverse, il est possible de créer des objets fractals à partir de la réalité, par exemple en assemblant des photographies. Denise Demaret Pranville s'est spécialisée dans cette méthode. Le tableau que nous montrons ici résulte d'une photographie prise sur les quais de Bordeaux où, quand la lumière est vive, les personnes semblent évoluer au-dessus de leurs reflets dans un bal surréaliste. Un peu de couleurs et quelques transformations fractales donnent un résultat étonnant.

*Danse surréaliste  
sur les quais de Bordeaux  
par Denise Demaret Pranville.*



**H.L.**

*Sites des artistes cités pour en voir (un peu) plus :*

<http://www.fractal-3D.com/>

<http://www.josleys.com/>

<http://www.lactamme.polytechnique.fr/>