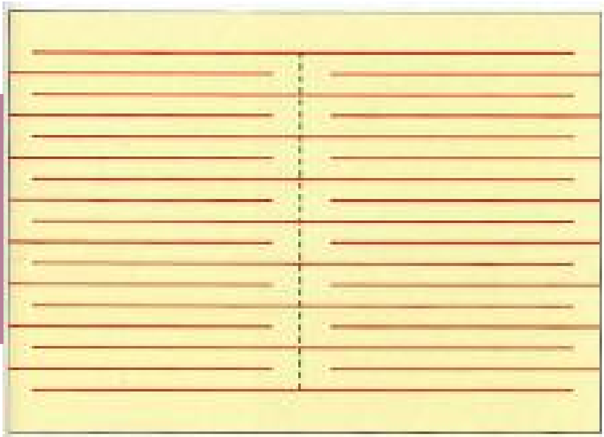
Mathématiques mises en scènes par la magie

Dominique Souder

Si l’on vous défie de découper un trou dans une carte à jouer, de façon à pouvoir y passer la tête, réussirez-vous ? Ce qui paraît invraisemblable peut être réalisé. La plupart du temps on accompagne le découpage par le récit de la légende de Carthage fondée par Didon. Outre le charme du conte il y a des mathématiques là-dedans : visualiser le résultat vous donne des images mentales de la différence entre les notions d’aire et de périmètre.

Plier la feuille en deux, puis découper selon les traits rouges et selon les pointillés verts, sans dépasser.



La recherche d'invariants est une tâche courante du mathématicien dans des domaines variés : géométrique, numérique, permutations… Parallèlement, imaginons un magicien : faire semblant de battre les cartes mais garder en fait leur ordre initial a toujours été un souci pour lui… Prenons un jeu de 13 cartes, présenté faces cachées, tous les piques rangés du 1 au roi, du haut vers le bas du paquet. Mettez la carte du dessus du paquet sur la table (le 1). Faites passer la carte suivante (le 2) sous le paquet. Placez la carte qui est maintenant sur le dessus du paquet (le 3) sur la table, au dessus de la première. Faites passer la carte du dessus du paquet (le 4) vers le dessous, et continuez ainsi jusqu'à ce que votre paquet soit épuisé et que les 13 cartes soient arrivées en une pile sur la table. Vous venez de réaliser ce qu'on appelle une *battue à l'australienne*.

Observons l'évolution des cartes si l'on fait plusieurs battues à la suite :

Départ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	V	D	R
Après battue n°1	10	2	6	D	8	4	R	V	9	7	5	3	1
Après battue n°2	7	2	4	3	V	D	1	5	9	R	8	6	10
Après battue n°3	R	2	D	6	5	3	10	8	9	1	V	4	7
Après battue n°4	1	2	3	4	8	6	7	V	9	10	5	D	R

On ne retrouve pas encore l'ordre initial, mais observez les cycles de mouvements de chaque carte jusqu'à son retour en position d'origine. Il y en a deux d'ordre 1 (pour le 2 et le 9), un d'ordre 3 : (pour 5,8,V), deux d'ordre 4 : (pour R,1,10,7) et (3,6,4,D). Le Plus Petit Commun Multiple. de 1, 1, 3, 4, 4 est 12. Il faudrait 12 battues pour retrouver l'ordre initial des 13 cartes.

Ce tableau observé, imaginons un moment de magie :

Le tour des 13 spectateurs

Vous êtes le magicien, vous avez placé les piques dans l'ordre suivant que vous avez appris par cœur : 6, 1, 8, R, 4, 2, 10, 7, D, 5, 3, 9, V (du haut vers le bas). Proposez un tour à 13 spectateurs ! Mettez-les en cercle. Distribuez un carton numéroté de 1 à 13 à chacun. Faites une démonstration d'une 1ère battue à l'australienne des 13 piques. Donnez le paquet de 13 cartes à un spectateur. Faites-lui faire une 2e battue australienne. Demandez au spectateur n°2 de regarder la 2e carte à partir du haut (sans l'enlever ou perturber le paquet - ce sera l'as de pique), et au spectateur n°9 de regarder la 9e (ce sera la D de pique). Demandez à un spectateur de faire une 3e battue, qui sera encore plus rassurante sur l'honnêteté du tour. Faites choisir aux spectateurs n°5 la 5e carte (ce sera le 4 de pique), au n°8 la 8e, au n°11 la 11e. Demandez à un spectateur de faire une 4e battue. Faites choisir aux spectateurs n°1, 3, 4, 6, 7, 10, 12, 13 les cartes situées à la position correspondant à leur numéro. Ce tour devrait être apprécié à sa juste valeur : vous allez retrouver les 13 cartes choisies ! En mettant les 13 spectateurs en ordre, bien rangés du numéro 1 au numéro 13, vous pouvez réciter devant eux votre liste des 13 valeurs apprises par cœur : 6-1-8-roi-4-2-10-7-dame-5-3-9-valet. Voici un tour qui justifie votre opinion que les maths peuvent être, aussi, un talent de société…

La Mathémagie

La démarche scientifique ci-dessus a été complétée par l'élaboration d'un tour de magie. Un professeur peut aussi imaginer de démarrer par un tour de magie, et de le décortiquer comme un enquêteur, exhibant les maths cachées qui permettent le succès. Nous voici dans le domaine de la *mathémagie* : ce sont des tours de magie automatiques qui s'expliquent par des considérations mathématiques et logiques, et ne nécessitent aucune habileté manuelle de prestidigitateur. Les buts des mathémagiciens ? Faire rêver un public plus ou moins jeune, développer sa réflexion et une démarche scientifique, lui donner confiance en ses capacités indépendamment de l'application scolaire de formules, et encore épanouir sa créativité en introduisant dans ses propres tours un petit grain de sel personnel. Un souhait sous-jacent ? Faire aimer davantage les maths. Un espoir permanent ? Donner une motivation supplémentaire pour les travailler avec persévérance. Cet état esprit « militant » est évidemment différent de celui d'un magicien professionnel qui veut lui aussi faire rêver, distraire, mais ne dévoile pas ses trucs pour ne pas casser le rêve. En effet de nombreux tours de mentalisme font un effet extraordinaire car le spectateur peut croire que le magicien lit dans son esprit et peuvent susciter, si on les explique, une désillusion amère…

Avec la mathémagie, il n'en est pas ainsi car ce qui doit émerveiller le plus c'est la logique mathématique , elle seule permettant la réussite : **« la science est plus magique que la magie, c'est une magie à preuves »**
(Jean-Marie Adiaffi, cinéaste, poète et écrivain ivoirien; 1941-1999)

Pour illustrer ces différences d'esprit et d'objectifs, voici maintenant un tour inventé par Alex Elmsley, 1929-2006, informaticien britannique, spécialiste mondial reconnu de cartomagie.

Le mathématicien et le magicien

Le mathémagicien tire 16 cartes d'un jeu battu. En les comptant, il s'est arrangé pour regarder discrètement une carte, la 1ère sous ses yeux quand on tient le paquet de 16 cartes, faces visibles devant soi. Il a ainsi repéré mettons le 2 de cœur. Un spectateur est invité à penser à un entier compris entre 1 et 16, et à regarder dans le paquet, présenté les faces visibles tournées vers lui, celle qui est à la position correspondant à son nombre à partir du haut du paquet.

Voici pour commencer le tour *du mathématicien* :

Il prend le jeu dans la main gauche, les faces visibles tournées vers le public, puis il les fait passer une à une vers la main droite, sans les regarder, sans en changer l'ordre, mais en les décalant légèrement : une d'abord vers le haut, puis une vers le bas, une vers le haut, une vers le bas, etc. Il tient donc 2 moitiés de jeu dans sa main droite l'une au-dessus de l'autre, faces visibles côté spectateurs. Puis il demande si la carte est plutôt en haut ou en bas. Il dégage alors le groupe qui lui est signalé (haut ou bas). C'est un groupe de 8 cartes qu'il fait passer devant l'autre groupe (ceci vu côté spectateur). Il recommence alors l'expérience précédente une 2e fois, une 3e, puis une 4e fois, et il annonce alors que la carte choisie se trouve en 1ère position ! (Juste sous les yeux du spectateur). Il explique que chaque expérience consiste à diviser par 2 le nombre de cartes possibles. Après la 1ère opération, la carte choisie se trouvait parmi les 8 premières, après la 2e parmi les 4 premières, après la 3e parmi les 2 premières, elle est maintenant au-dessus du paquet après la 4e opération.

S'enchaîne le tour *du magicien* :

Celui-ci met le paquet précédent faces cachées sur le haut, et fait chercher par le spectateur la carte située à la position correspondant à son nombre. Le magicien annonce : c'est le 2 de cœur ! On la retourne et vérifie : magique !

La magie est spectaculaire, vive, inattendue, on est émerveillé de ne pas comprendre… L'explication du long tour du mathématicien était courte, concentrée, à la fois abstraite et lumineuse, logique.

L'explication du bref tour du magicien serait, par contre, très longue : pourquoi cet échange entre la 1ère carte et celle choisie ? Vous pourriez faire une 1ère vérification empirique pour une 1ère position de carte choisie, puis pour les 15 autres. Plus abstrait, vous pourriez nommer **a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, o, p,** les 16 cartes, et noter tous les mouvements possibles jusqu'à la vérification… Démarche complexe, fastidieuse… Quel paradoxe entre les durées d'illusion et d'explication !

Songez maintenant au conflit d'intérêts que pourrait ressentir un grand-père voulant faire des tours de magie mathématique à une petite fille, mais aussi l'initier : que doit-il privilégier, entre sa volonté d'éclairer, de faire comprendre un beau principe, et l'envie d'émerveiller, de prolonger un rêve ? Selon quelle répartition, et à quels moments ? Attention à la schizophrénie ! Sans doute, après le désir de passer un moment agréable en famille tous âges mêlés, l'essentiel pour lui sera-t-il d'aider à se développer un être humain pensant, rêvant, imaginant, et non un automate à l'apparence humaine...

D.S.

Pour en savoir (un peu) plus :

- **Dominique SOUDER :** *80 petites expériences de maths magiques* (Dunod, 2008)
- **Dominique SOUDER :** *Magic Mathieu multiplie les mystères* (Belin, 2010)
- **Dominique SOUDER :** *Le mathématicien et le magicien,* 60 tours magiques de mathématiques et de logique, (Ellipses, 2012)