



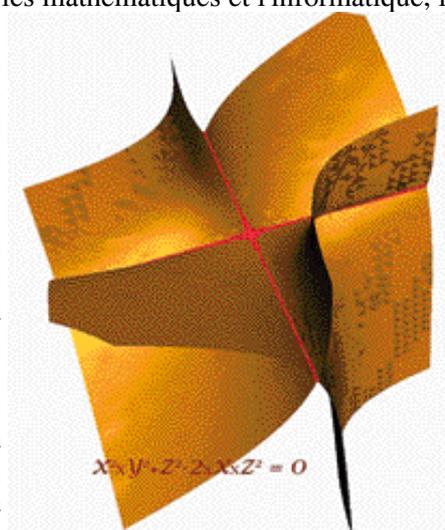
Histoire des relations entre informatique et mathématiques.

Si ces deux sciences sont liées depuis longtemps, nombre de mathématiciens semblent considérer l'informatique comme un domaine de leur discipline. Les informaticiens, au contraire, recherchent une autonomie et une reconnaissance qu'ils peinent à obtenir. La création d'une chaire d'informatique au Collège de France est le premier signe de cette reconnaissance. L'Administrateur général du Collège de France a souligné que, pour la première fois, l'informatique entrait dans cette institution comme discipline autonome. La création de la chaire d'informatique a été fortement soutenue par les mathématiciens.

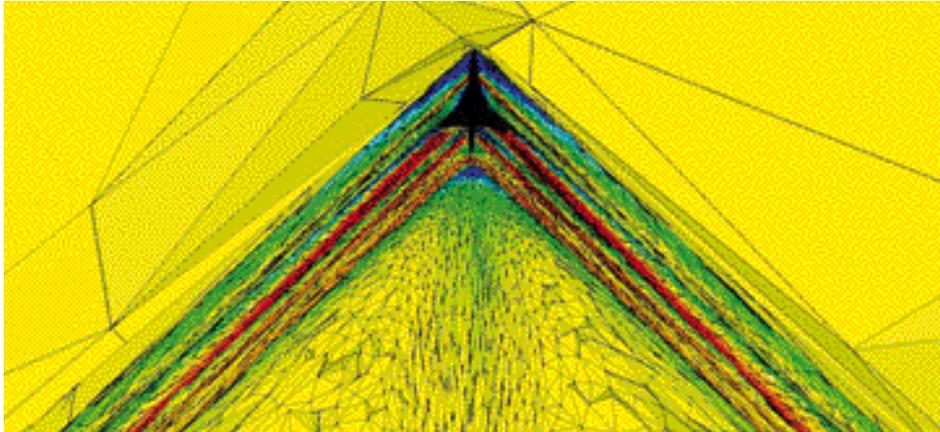
Les relations entre informatique et mathématiques sont anciennes. En effet, les mathématiques sont nées de la justification d'algorithmes qui leur préexistaient. Les mathématiques ont cependant pris leur essor tôt dans l'histoire humaine, au contraire de l'informatique.

Lorsqu'on examine les relations entre les mathématiques et l'informatique, il faut considérer trois éléments : l'utilisation des mathématiques en informatique, les nouveaux domaines des mathématiques qui sont liés à l'informatique - mais qui demeurent de nature mathématique -, et les sciences numériques.

Concernant le premier de ces trois éléments, l'informatique fait grand usage de mathématiques, en particulier de la théorie de la calculabilité, de la logique, du calcul booléen pour modéliser les circuits, des probabilités pour analyser les défaillances du réseau internet, de la théorie des nombres pour la cryptologie, de la géométrie, notamment pour la conception assistée par ordinateur, de la théorie des graphes, du calcul matriciel



Visualisation d'une surface algébrique
INRIA



Etude des ondes de choc émise par un avion de ligne
INRIA

pour le traitement des images et des sons, etc. Ce lien entre les mathématiques et l'informatique est semblable à celui qui unit les mathématiques et la physique, à ceci près que les informaticiens créent un nouveau monde, alors que les physiciens étudient le monde existant. La tâche des premiers est donc plus aisée que celle des seconds, et il n'est pas fait usage, dans ces deux disciplines, des mêmes outils mathématiques. Ainsi l'informatique s'intéresse aux mathématiques discrètes et ignore les nombres réels.

L'informatique offre aux mathématiques de nouveaux champs de recherche.

Parmi les nouveaux domaines des mathématiques qui se développent en lien avec l'informatique, il faut citer l'algorithmique et la théorie de la complexité dont relèvent de nombreux problèmes, dont celui de la NP-complétude. Le calcul booléen avec de très nombreuses variables soulève également de nombreux problèmes et recèle des propriétés mathématiques qui n'ont pas été découvertes. La raison pour laquelle certains algorithmes utilisés sont efficaces reste inconnue.

La sémantique formelle, qui vise à concevoir des programmes dont le fonctionnement est conforme à celui attendu, est un autre domaine des mathématiques lié à l'informatique. Les applications industrielles en sont innombrables. Des logiques nouvelles sont nées de l'informatique : théorie de la démonstration effective, logiques temporelles. La sécurité informatique est un problème de nature mathématique. La géométrie algorithmique est un champ qui se développe.

Un des domaines des mathématiques liés à l'informatique est la modélisation du calcul parallèle et distribué. Les informaticiens se sont contentés, jusqu'à présent, d'imiter les mathématiciens et leur crayon. Il s'agit désormais de travailler avec un million de crayons.

Les sciences numériques, considérées non comme un outil, mais comme une façon de penser, constituent une autre relation entre les mathématiques et l'informatique. Les neurosciences computationnelles en sont un exemple. Elles requièrent la collaboration des mathématiciens, des informaticiens et des neuroscientifiques.

En matière de sciences numériques, la France accuse un retard important. Ainsi, dans sa leçon inaugurale de physique de la matière condensée, Antoine Georges a affirmé qu'il était inconcevable que, en France, on ait mis si longtemps à admettre l'importance de la physique numérique. Les sciences numériques sont pourtant utilisées en astronomie, en imagerie médicale, en biologie, etc.

L'utilisation de l'ordinateur par les mathématiciens est inéluctable.

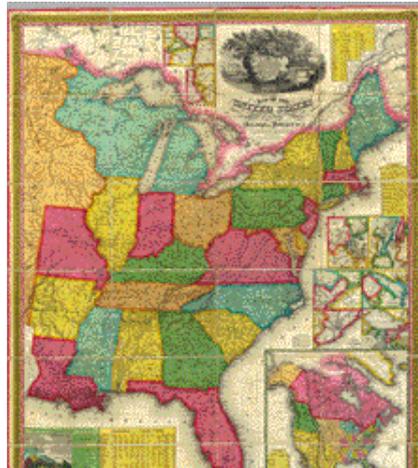
Les mathématiciens sont appelés à devenir informaticiens même si l'ordinateur présente, pour eux, un défaut : son absence de créativité.

Au sein des mathématiques mêmes, les logiciels de calcul formel deviennent un outil incontournable, donnant naissance à la possibilité de mathématiques expérimentales.

Le domaine des preuves formelles a également connu une évolution importante avec la naissance du logiciel COQ et la preuve complète par ordinateur du théorème des quatre couleurs. Une preuve ancienne de ce théorème comportait une partie mathématique et une partie algorithmique, trop longue pour être vérifiée et donc contestée et jugée peu satisfaisante par les mathématiciens. Il est pourtant apparu que seule la partie mathématique de la démonstration s'est avérée incomplète. Démontrer ainsi le théorème des quatre couleurs présente l'intérêt, pour les informaticiens, de mettre en évidence qu'il est possible de produire de longues démonstrations.

L'équipe qui a élaboré la démonstration du théorème des quatre couleurs cherche désormais à faire vérifier par des ordinateurs un monument des mathématiques, la classification des groupes finis. C'est un programme très ambitieux qui prendra des années.

Nous ne croyons pas qu'il était possible de formaliser aussi bien les mathématiques. Les conséquences pratiques et industrielles



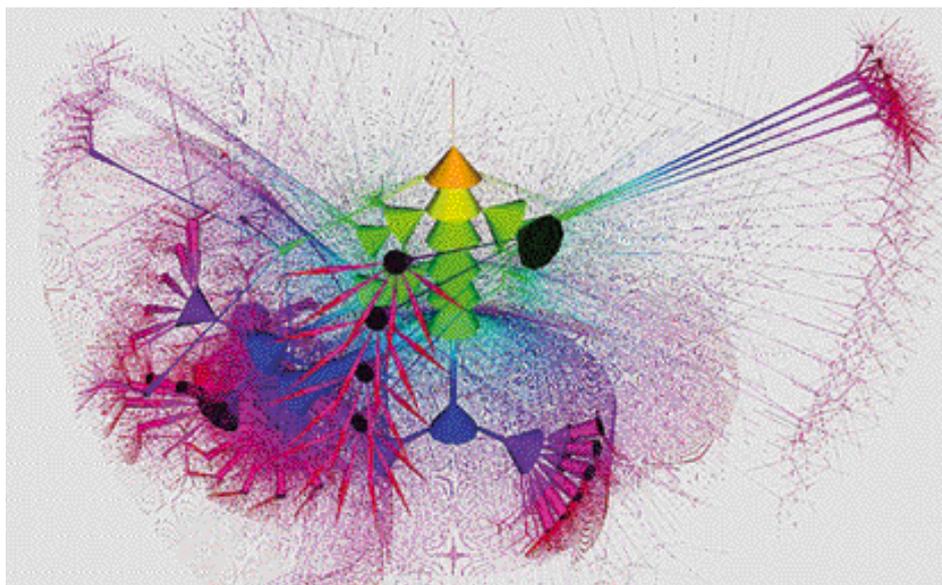
Carte des États-Unis datant de 1831 utilisant le théorème des quatre couleurs

de cette formalisation sont immenses. De nouvelles méthodes, basées sur la logique mathématique permettent de *prouver* des objets importants en pratique- par exemple, un compilateur C, ce qui donne une garantie sur tous les programmes qui seront exécutés par la suite . Il faut, pour cela, démontrer un nombre très élevé de petits lemmes qui ne présentent pas en eux même d'intérêt mathématique.

L'avenir du couple “ informatique et mathématiques.”

Au sein du monde scientifique et du monde éducatif, on évoque l'outil informatique, mais on est réticent à concevoir l'informatique comme une science. L'enseignement a peu évolué, en France, depuis le milieu du XX^e siècle, et un élève des classes préparatoires peut n'avoir étudié l'informatique qu'une heure durant toute sa scolarité. Cette situation est déraisonnable. Il faut se rappeler que l'informatique représente 29 % de la Recherche et Développement mondiale. Il faut espérer que les mathématiques discrètes intéresseront de plus en plus les mathématiciens et que informaticiens et mathématiciens développeront leur collaboration et cesseront de former des clans.

G. B.



Visualisation d'un graphe de très grande taille
INRIA

Pour en savoir (un peu) plus

http://www.college-de-france.fr/default/EN/all/inn_tec2007/lecon_inaugurale_.jsp