

Mathématiques et étude du climat

Michaël Ghil

Directeur

*du Centre d'Enseignement et de Recherches sur l'Environnement
et de la Société (CERES-ERTI) de l'Ecole Normale Supérieure*

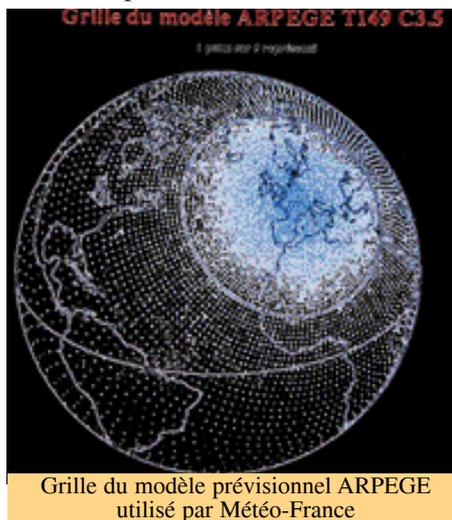
Histoire des relations entre science du climat et mathématiques.

Le système climatique est difficile à étudier car sa modélisation doit tenir compte des interactions entre l'atmosphère, l'océan, la surface de la terre, les cycles biogéochimiques, la végétation et les activités de l'homme. Chacun de ces sous-systèmes a ses propres échelles d'espace et de temps, ainsi que des processus spécifiques qui le régissent. Par exemple, les tourbillons dans l'océan sont à peu près dix fois plus petits, mais aussi dix fois plus lents, que les tempêtes dans l'atmosphère.

Formuler des modèles, analyser la dynamique qui les caractérise et -en s'appuyant sur ces modèles et les résultats de leur analyse, ainsi que sur celle des données-, prédire l'évolution future du climat n'est donc pas aisé.

Aucun modèle ne peut incorporer tous les processus climatiques, ni résoudre toutes les échelles de temps et d'espace. Certains veulent s'en approcher en construisant un modèle de l'ensemble du système climatique -avec tous les détails que nous en connaissons déjà et toutes ses échelles-, mais il est difficile de comprendre le fonctionnement d'un modèle aussi complexe. Edward Lorenz affirmait qu'un modèle qui décrirait de façon exacte l'évolution de l'atmosphère ne présenterait pas d'intérêt, car il serait aussi difficile à comprendre que l'atmosphère elle-même. Cette affirmation est en partie inexacte, car un tel modèle permettrait au moins de modifier certains paramètres de manière systématique, chose que nous ne pouvons, ou au moins ne devrions pas, faire pour l'atmosphère elle-même.

Une voie complémentaire de la construction du modèle unique le plus complet qui soit est celle de la *hiérarchie de modèles*. Nous utilisons, de manière de

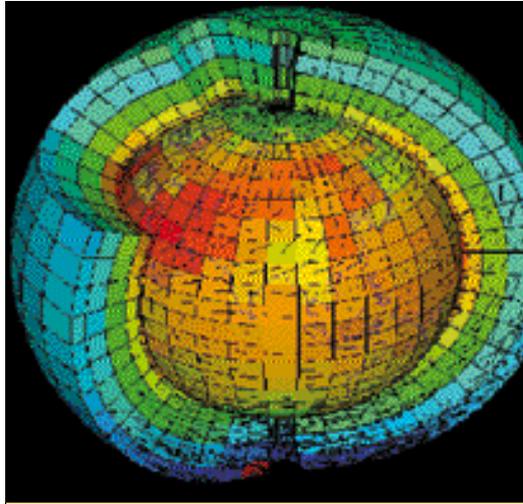


plus en plus systématique, des modèles multiples, classés des plus simples -ou *modèles-jouets*- aux plus compliqués, les modèles dits de circulation générale (*global circulation models* ou GCM en anglais). Ces modèles sont tous formulés mathématiquement par des relations entre différentes grandeurs sous la forme de systèmes d'équations différentielles ou d'équations aux dérivées partielles.

Les modèles conceptuels, ou *modèles-jouets*, servent à examiner les principes fondamentaux du fonctionnement du climat ; ils utilisent typiquement des équations différentielles ordinaires. Leurs résultats permettent de construire et d'étudier des modèles intermédiaires, exprimés souvent en tant que systèmes d'équations aux dérivées partielles, en une ou deux variables spatiales (latitude et altitude, ou latitude et longitude). Si les principes simples qui sont le fondement des *modèles-jouets* sont vérifiés par ces modèles intermédiaires, on peut s'aventurer à l'étude systématique des GCM les plus complets et détaillés qui soient, et à leur confrontation avec les données.

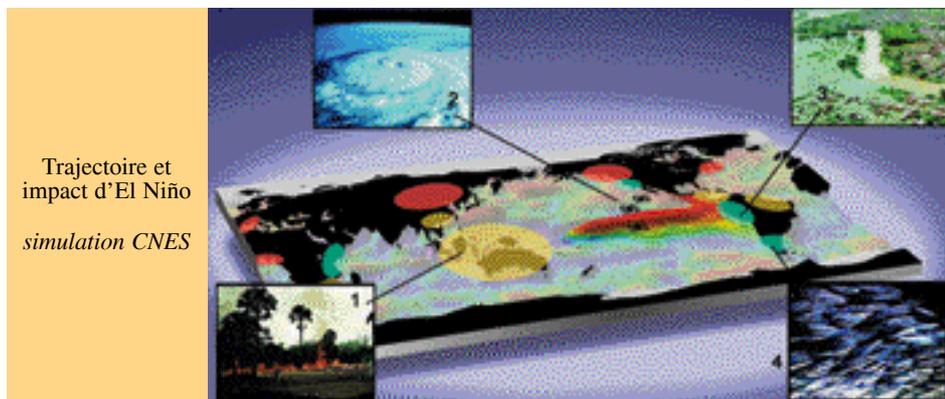
Pour rédiger son dernier rapport, qui a été couronné du Prix Nobel de la Paix en 2008, le Groupe d'experts Intergouvernemental sur l'Evolution du Climat (GIEC) a utilisé une vingtaine de GCM des mieux testés et plus fiables qui soient. En utilisant ces modèles, ainsi que des inférences basées sur des études sophistiquées de données, le GIEC est parvenu à établir une fourchette de prévisions climatiques pour le reste de ce siècle, selon l'ampleur des émissions humaines de gaz à effet de serre, dont le dioxyde de carbone. Il faut comprendre que chacun de ces modèles est basé sur les meilleures connaissances physiques, chimiques et biologiques disponibles sur le climat : des aspects empiriques interviennent nécessairement, plus qu'en physique théorique, mais beaucoup moins, par exemple, que dans des modèles économiques.

Vu cette part d'empirisme, ainsi que la complexité des GCM, il est très difficile de réduire les fourchettes d'incertitude. En effet, les prévisions établies grâce à tel modèle peuvent être satisfaisantes pour un élément climatique et moins satisfaisantes pour un autre. Ainsi, aucun des modèles utilisés dans le dernier rapport du GIEC ne permet de prévoir avec précision l'évolution de la variabilité climatique interannuelle due au phénomène couplé océan-atmosphère nommé



Modèle climatique
au maillage tridimensionnel

El Niño-Oscillation Australe (ENSO en anglais) ; ENSO domine cette variabilité dans l'Océan Pacifique tropical et l'affecte sur une grande partie du globe.



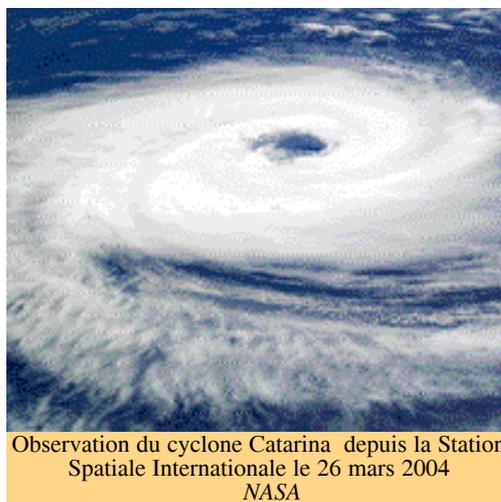
Le caractère chaotique du climat.

Les incertitudes dans la prévision du climat à l'échéance de plusieurs décennies résultent donc essentiellement de deux sources complémentaires : les imperfections dans la formulation des modèles, d'un côté, et dans la compréhension de leur comportement, de l'autre. Pour mieux avancer dans la compréhension et la prévision des phénomènes climatiques, il ne faut pas confondre les deux. Le premier de ces deux problèmes demande une meilleure connaissance des phénomènes physiques et autres qui interviennent. Le deuxième demande une meilleure maîtrise des méthodes mathématiques pour l'étude des systèmes non linéaires et complexes.

Les études de Lorenz et de ses émules ont bien démontré, depuis près d'un demi-siècle, qu'un obstacle important à la prévision du temps est le caractère chaotique de l'atmosphère, et non seulement l'imperfection des modèles numériques -apparentés aux *GCM*-, qu'on utilise pour cette prévision. A des échelles de temps plus longues, allant des dizaines de jours aux dizaines d'années, il ne s'agit plus seulement de l'atmosphère, mais du système couplé océan-atmosphère. Ce système est encore plus riche et -non linéaire- que l'atmosphère elle-même. Certaines irrégularités dans le comportement de ce système couplé -comme les années moins chaudes durant une décennie très chaude, ou vice-versa-, sont effectivement dues au chaos déterministe : il s'agit de l'interaction non-linéaire de quelques degrés de liberté les plus énergétiques, comme les jets atmosphériques ou les courants océaniques les plus puissants. Mais, à ces échelles de temps, le temps lui-même devient une perturbation aléatoire ; les ingénieurs disent que *le signal de l'un est le bruit de l'autre*. Pour le prévisionniste, le signal est le temps et le bruit sont les évolutions des nuages isolés ; pour le dynamicien du climat, le signal est la variabilité d'ENSO ou de la circulation océanique et le bruit est le temps.

Le rôle futur des mathématiques dans l'étude du climat.

En tant que chercheur j'ai vécu des deux côtés de la frontière qui sépare -encore et souvent, dans le monde universitaire-, les mathématiciens des autres scientifiques. Il me semble que l'étude des systèmes dynamiques est souvent perçue par les climatologues comme une abstraction sans intérêt. Mais tout pendule sujet à des non-linéarités est un système dynamique très simple avec des comportements pourtant très compliqués, selon la valeur de sa masse ou de sa longueur. Ce n'est pas



Observation du cyclone Catarina depuis la Station Spatiale Internationale le 26 mars 2004
NASA

parce que le système climatique est tellement plus compliqué qu'il faut penser que son comportement est nécessairement plus simple. Le chaos déterministe, tout autant que les processus encore plus subtils qui combinent l'aléatoire avec le non linéaire, est solidement ancré désormais dans la perception -et la prévision- de la réalité physique, chimique, biologique et même économique.

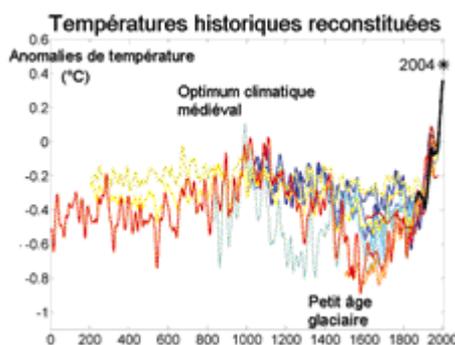
Certaines théories mathématiques -un exemple archiconnu est celui de la théorie des nombres-, semblaient éloignées de ce qui est perceptible par l'expérience jusqu'à ce que nous disposions d'outils d'observation ou de calcul numérique adéquats. Aujourd'hui, on ne peut pas accéder à son compte bancaire en ligne sans que la théorie des nombres n'intervienne.

Il en va ainsi des rapports entre la théorie des systèmes dynamiques et celle du climat également. Le développement des méthodes numériques et des ordinateurs a permis de suivre les trajectoires chaotiques de modèles de plus en plus réalistes de l'atmosphère, de l'océan et du système climatique couplé. Les contributions fondamentales à la *théorie et pratique du chaos*, celles de Stephen Smale, d'Edward Lorenz ou de David Ruelle et Floris Takens, sont de natures différentes, mais tellement complémentaires : purement mathématiques pour l'un, météorologiques et numériques ou physiques pour les autres.

Il convient pourtant de noter que les incertitudes qui pèsent sur les prévisions climatiques n'ont pas diminué au cours des trente dernières années. Il faut donc les considérer avec scepticisme : le scepticisme en science n'est pas une injure, c'est un compliment. J'enseigne donc à mes élèves l'esprit critique, pour qu'ils se forment leur propre opinion sur toute chose, y compris le discours des têtes de file du GIEC. J'estime cependant que les conclusions essentielles du GIEC sont

correctes : le climat se réchauffe, en moyenne sur le dernier siècle, et l'activité humaine y contribue dans une mesure tout à fait significative. C'est un fait scientifique -établi dans les règles de l'art-, mais ce n'est pas non plus une vérité révé- lée, comme veulent le faire croire certains de mes collègues.

Le problème des prévisions clima- tiques à moyen terme reste très difficile. Le grand mathématicien John von Neumann a convoqué, peu avant sa mort prématurée, un atelier à Princeton sur ce sujet. Il a évoqué trois problèmes : celui de la prévision à court terme -ou de la sensibilité aux données initiales-, qui est le plus simple des trois ; celui du com- portement asymptotique d'un système, à des échelles de temps tendant vers l'infini ; et celui des temps intermédiaires, où les données initiales et le comportement asymptotique jouent tous les deux un rôle. La prévision du climat à moyen terme est exactement dans ce cas de figu- re, qui est donc le problème le plus difficile à appréhender.



Plusieurs grandes personnalités dans l'étude du climat, dont notamment Jules Charney et Edward Lorenz, possédaient une importante formation en mathéma- tiques. Actuellement, de nombreuses thèses ne consistent qu'en l'analyse d'une simulation obtenue à l'aide d'un ordinateur ou d'un jeu de données satellitaires.

En conclusion, j'aimerais bien être témoin d'une renaissance de l'application des méthodes mathématiques les plus avancées à l'étude du climat. L'étude rigoureuse de la robustesse des résultats de modèles très complexes est un champ fascinant avec des retombées importantes à d'autres domaines, tels que les modèles biologiques ou économiques.

M. G.

Pour en savoir (un peu) plus

Site CERES-ERTI,

<http://www.environnement.ens.fr/>

M. Ghil : *Hilbert problems for the geosciences in the 21st century*,
2001, Nonlin. Proc. Geophys., vol. 8, pages 211–222.

M. Ghil : *Natural climate variability*,
2002, in *Encyclopedia of Global Environmental Change*, T. Munn (Ed.), Vol. 1,
J. Wiley & Sons, Chichester/New York, pp. 544–549.

E. N. Lorenz : *The Essence of Chaos*,
1993, Univ. of Washington Press, Seattle, 227 pages.