

Télescopes à ouvertures codées

Bertrand Cordier
CEA Saclay, Service d'Astrophysique

Comment produire des images sans miroir ni lentille ?

Les astrophysiciens utilisent des détecteurs capables d'observer le ciel sur toute la gamme lumineuse, allant du rayonnement radio aux rayons X et gamma. Quand l'énergie de la lumière est trop forte elle traverse la matière sans encombre ce qui rend difficile la formation d'image par réflexion ou réfraction. C'est ce qui se passe avec les rayons gammas dont la grande énergie leur confère une longueur d'onde inférieure aux distances inter-atomiques. Alors, comment produire des images sans miroir ni lentille ?

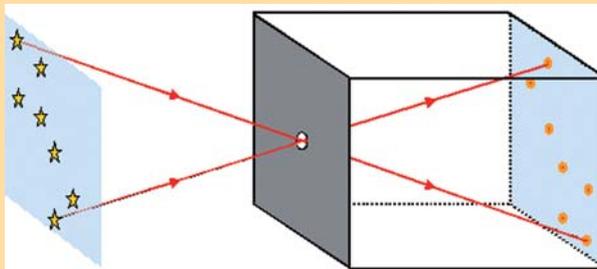
La longueur d'onde des rayons gamma étant inférieure aux distances interatomiques, Il est difficile d'utiliser des réflecteurs ou des réfracteurs dans cette gamme d'énergie. Alors comment produire des images sans miroir ni lentille ?

C'est possible grâce aux ouvertures codées, des dispositifs s'inspirant des chambres noires (ou caméras à trou d'épingle/appareil à sténopé) qu'utilisèrent les premiers photographes. En perçant un trou dans la face avant d'une boîte constituée d'un matériau opaque et en disposant une plaque sensible sur la face opposée, on réalise une chambre photographique très primitive mais qui permet de former des images d'autant plus nettes que le trou est petit.

Chambre noire

Les procédés capables de focaliser le rayonnement gamma en sont encore au stade prototype.

Il existe pourtant une solution pour produire des images dans le domaine gamma : la chambre noire ou caméra à trou d'épingle. Problème : le bon piqué de l'image (qui nécessite un petit trou) s'obtient au détriment de la luminosité.



Rien n'empêche de transposer ce dispositif dans le domaine des rayons gamma. Il suffit pour cela d'utiliser un matériau de numéro atomique élevé (comme le plomb ou le tungstène) capable de bloquer le rayonnement gamma, et de remplacer l'émulsion photographique par une caméra gamma, un détecteur permettant de mesurer la position du point d'impact de chaque photon gamma. On accroît la luminosité des images sans perdre en finesse en perçant la face avant d'un grand nombre de trous, disposés suivant un code schéma précis. Le plan de détection enregistre alors une superposition de plusieurs images décalées (autant que de trous en entrée) du même objet source. L'image est ainsi codée dans le plan de détection et une méthode de reconstruction est alors nécessaire.

Formellement le problème s'écrit sous forme matricielle $P = (O * M) + B$ où P décrit l'image enregistrée par le plan de détection, O décrit l'objet céleste réel, M décrit le masque troué et B rend compte du bruit instrumental non codé. Pour retrouver l'objet O à partir de P , il faut disposer d'une matrice de décodage $G D$ telle que le produit $M * G D$ soit égal à la matrice identité. En d'autres termes la fonction de transfert matrice M est inversible et la matrice $G D$ permet de reconstruire l'objet de manière exacte en l'absence de bruit :

$$P = O * M * G D + B * G D = O + B * G D$$

La somme des carrés des éléments de $G D$ ($\sum g_i^2 d_{i,j}^2$) doit être aussi petite que possible afin de minimiser la variance du bruit reconstruit $B * G D$.

Intuitivement, on se doute que le choix du motif de masque, traduit par la forme de la matrice M , est un élément crucial de la reconstruction dans la mesure où il va favoriser la construction de la matrice de décodage D .

Principe et performance d'un télescope à ouverture codée

L'ouverture codée (dénommée aussi masque codé) est un assemblage d'éléments opaques et transparents qui module le rayonnement reçu par un détecteur sensible à la position.

Considérons deux sources dont les directions font entre elles un angle inférieur à celui sous lequel on voit un élément de masque depuis le plan de détection. Ces deux sources sont amenées à projeter le même motif sur le détecteur ; le télescope n'est donc pas en mesure de les différencier. Il en résulte que le pouvoir séparateur ? d'un télescope à ouverture codée s'exprime par l'équation suivante :

$$\theta = \arctan \frac{d}{H}$$

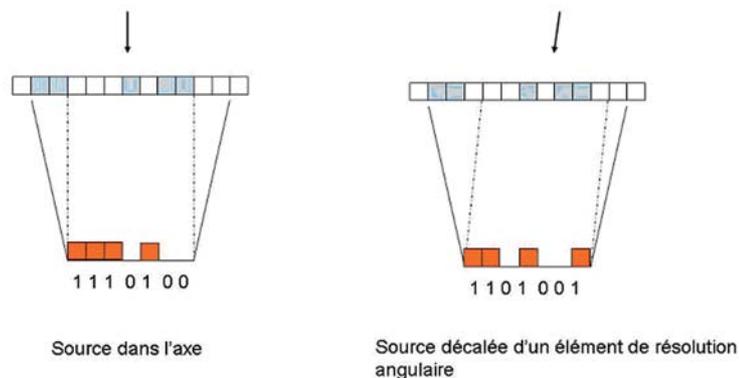
où d est la dimension d'un élément de masque et H la distance qui sépare le masque du plan détecteur. S'agissant d'un télescope spatial, qui doit donc s'accommoder de la capacité d'emport offert par les moyens lanceursspatiaux, sa plus grande dimension - masque?détecteur - ne peut pas dépasser une dizaine de mètres. Quant aux éléments de masque, leur taille doit être supérieure à la précision avec laquelle le détecteur localise le point d'impact des photons gamma, soit quelques millimètres dans le meilleur des cas.

En se référant à cette équation, on constate donc que les télescopes à ouverture codée sont aptes à former dans le domaine gamma des images du ciel dont la résolution angulaire peut atteindre quelques minutes d'arc. Cette aptitude est du plus haut intérêt pour séparer des sources gamma proches l'une de l'autre sur la voûte céleste et surtout pour localiser les sources gamma nouvelles avec une précision suffisante pour entreprendre une recherche de contrepartie dans d'autres domaines spectraux gammes de longueurs d'onde.

L'autre atout majeur des télescopes à ouverture codée réside dans leur capacité à mesurer simultanément le bruit de fond seul, là où la lumière de la source est bloquée par les zones opaques du masque, et le bruit de fond additionné de la contribution de la source, là où la lumière de la source passe à travers les zones transparentes du masque.

Afin de reconstruire une image du ciel de la manière la plus satisfaisante, la disposition des éléments opaques et transparents du masque doit suivre un arrangement précis, fondé sur des travaux que le mathématicien français Jacques Hadamard, mena au début du XX^e siècle.

La séquence binaire suivante 1110100 est une représentation de l'ensemble à différence cyclique $D \{0,1,2,4\}$ de taille $k=4$, de modulo $n=7$ et de répétition $z=2$ où $a(i) = 1$ si i appartient à D .



Cette séquence binaire peut représenter un motif de masque de dimension 1 et de période 7. $a(i)=1$ pour un élément ouvert et $a(i)=0$ pour un élément opaque.

Dans le cas général, on montre que l'auto corrélation

$$C_l = \sum_{i=0}^{n-1} a_i a_{\text{mod}(i+l,n)} = k \text{ si } \text{mod}(l,n) = 0$$

$$= z = \frac{k(k-1)}{n-1} \text{ si } \text{mod}(l,n) \neq 0$$

Appliqué à notre ouverture codée, si la source est dans l'axe, elle projette sur le plan de détecteur à 1 dimension la séquence binaire d'ombre et de lumière 1110100. Si la source est décalée d'un pas de résolution angulaire dans le ciel elle projettera un motif décalé d'un cran, 1101001 par exemple.

La corrélation masque-détecteur de cette séquence est égale à 4 (taille de l'ensemble) si la projection des motifs du masque correspondant à une direction donnée et l'enregistrement sur le détecteur sont alignés :

```
1110100  séquence enregistrée sur le détecteur
1110100  direction du ciel testée
-----
1110100  -> 4
```

La corrélation masque-détecteur est égale à 2 (répétition) si les motifs et l'enregistrement sont décalés :

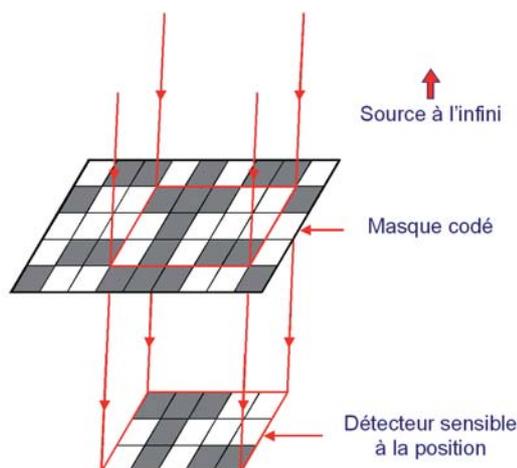
```
1110100  séquence enregistrée sur le détecteur
0111010  direction du ciel testée, décalée d'un pas de résolution angulaire
-----
0110000  ->2
```

```
1110100  séquence enregistré sur le détecteur
0011101  direction du ciel testée, décalée de deux pas de résolution angulaire
-----
0010100  ->2
```

On trouve finalement la direction de la source en testant les 7 directions du ciel possibles. La solution est trouvée pour la corrélation maximum. Dans cet exemple, la solution donnera une valeur égale à 4 (on retrouve la taille de l'ensemble à différence cyclique). Les six autres directions donneront une valeur

égale à 2 (on retrouve la valeur de la répétition de cet ensemble à différence cyclique).

Pour une application à ouverture codée, on comprend qu'il est avantageux d'avoir la différence la plus importante possible entre k et z , car k représente le signal et z le bruit. La différence maximum est atteinte pour un sous ensemble précis des ensembles à différence cyclique appelé ensembles à différence d'Hadamard.



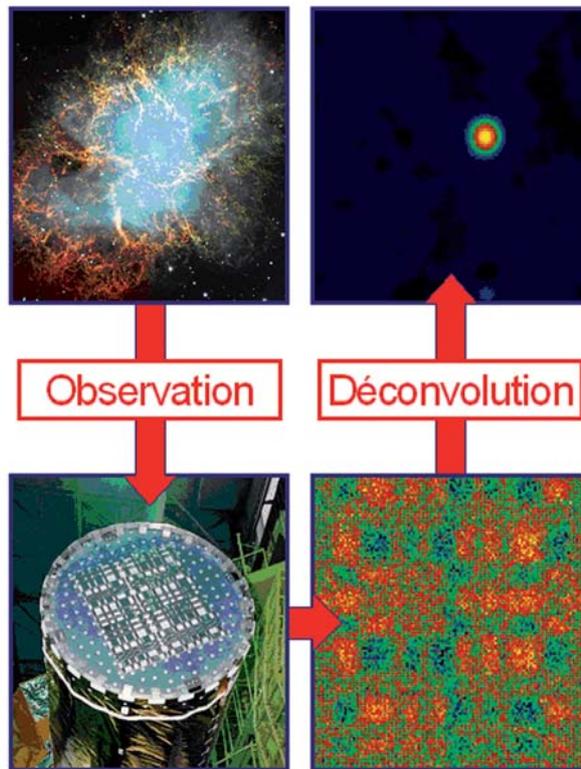
Exemple d'un motif à deux dimensions construit à partir d'un ensemble de taille (5x3 éléments)

Et ça marche !

Le télescope français SIGMA à bord du satellite russe GRANAT a démontré que la pratique des ouvertures codées est bien adaptée aux observations dans la bande des rayons gamma de basse énergie. Son optique d'entrée est un masque codé de 49 x 53 éléments disposés à partir d'un tableau de 29 x 31 éléments étendus par permutation circulaire sur les deux axes. Le détecteur gamma sensible à la position est du même principe que les caméras médicales à scintigraphie. La position du point d'impact de chaque photon gamma est mesurée avec une précision de 5-6 mm. Compte tenu de la distance masque détecteur (2,5 m) et de la dimension des éléments du masque (9,4 mm x 9,4 mm), le télescope présente une résolution angulaire théorique de 13 minutes d'angle.

Peu après la mise en orbite du satellite GRANAT, le télescope SIGMA fut pointé en direction de la nébuleuse du Crabe, reste d'une supernova qui a explosé en 1054 et source de référence de toute l'astronomie gamma. La caméra

enregistra alors dans la bande des rayons gamma de 40 à 75 keV (kilo électronvolts) l'image brute reproduite ci-contre où l'on reconnaît bien l'empreinte du masque codé du télescope. Une fois transmise au sol, cette image brute, après traitement par des algorithmes de déconvolution, a donné l'image du ciel reproduite ci-contre. La nébuleuse du Crabe se présente alors sous l'aspect d'un excès d'émission dont la taille traduit la résolution angulaire effective du télescope dans la bande d'énergie 40-75 keV, soit environ 18 minutes d'angle. A noter que le maximum d'émission, au centre de l'excès, coïncide à mieux que 30 secondes d'angle près avec la direction même du centre de la nébuleuse du Crabe vu en visible.



Le concept d'imagerie à masque codé a permis des avancées remarquables en astronomie des hautes énergies, notamment une meilleure compréhension des régions centrales de notre Galaxie. Actuellement la mission INTEGRAL de l'Agence Spatiale Européenne utilise cette technique instrumentale sur les trois instruments embarqués à bord (IBIS, SPI et JEM-X). Le succès d'INTEGRAL et de la mission GRANAT qui l'a précédé repose sur des travaux mathématiques anciens sur les ensembles à différence cyclique, entre autres ceux du mathématicien français Jacques Hadamard. Notons quand même qu'à cette époque les applications des propriétés de ces ensembles n'avaient pas été entrevues.

B.C.

Pour en savoir (un peu) plus

