

# L'univers a-t-il une forme ?

Roland Lehoucq  
CEA Saclay, Service d'Astrophysique

La cosmologie se fonde sur la constatation que la gravitation est la seule interaction agissant à grande échelle de distance. Ses modèles sont construits dans le cadre de la relativité générale, théorie de la gravitation exposée par Albert Einstein en 1915. Dans celle-ci la gravité n'est rien d'autre que la manifestation de la courbure de l'espace induite par la matière et l'énergie qu'il contient. Ainsi, pour connaître la géométrie de l'univers il est suffisant d'en déterminer le contenu et, selon la valeur obtenue, l'espace adopte l'une des trois géométries décrites par Jean-Philippe Uzan dans l'article précédent.

## Que dire de la forme et de l'extension de l'univers ?

Pourtant, cette mesure n'est pas suffisante pour fixer complètement la forme globale de l'univers car la géométrie est une notion purement locale, permettant par exemple de calculer la distance entre deux points. Habitants sur la Terre sphérique notre voisinage est un plan limité par l'horizon et longtemps l'Homme a imaginé évoluer sur une Terre plate avant de comprendre qu'elle était sphérique. Ce biais mental nous pousse à attribuer à l'espace entier des propriétés que nous ne déterminons que localement et conduit à utiliser les représentations globales les plus simples pour décrire l'espace. Ainsi, nous pensons l'univers comme un espace euclidien à trois dimensions. Si l'on y réfléchit, nous n'avons pas plus de raisons de croire que notre univers est ainsi fait que les anciens n'en avaient de croire que la Terre était plate. De plus, il nous semble qu'une Terre plate ne peut être qu'illimitée ou limitée par un bord ; il en va de même pour notre univers si sa géométrie est euclidienne. Mais l'idée d'un bord nous répugne, car, dira-t-on toujours, qu'y a-t-il derrière le bord ? Un espace de géométrie euclidienne est donc généralement regardé comme illimité, et nous pensons ainsi notre univers.

Pourtant les mathématiciens ont étudié des surfaces à la fois finies et dépourvues de bord : la sphère en est un exemple. Pour en construire une autre, découpez un long rectangle dans une feuille de caoutchouc. En collant l'un contre l'autre ses deux grands côtés vous obtiendrez un tuyau cylindrique terminé à

chaque extrémité par une circonférence formée par le petit côté du rectangle. En collant l'une contre l'autre ces deux circonférences vous voilà avec une sorte de chambre à air de bicyclette, un tore disent les mathématiciens. Une fourmi qui s'y déplace n'est nullement limitée dans ses mouvements. Et pourtant, le domaine qui lui est accessible est d'aire finie, égale à celle du rectangle initial, et ne possède pas de bords. Remarquons que ces opérations de collage et de déformation élastique reviennent à déclarer identiques deux côtés opposés du rectangle. Cela revient à dire qu'une fourmi se déplaçant à la surface du rectangle et atteignant l'un de ses côtés ne sort pas du rectangle, elle y entre par le côté opposé. Il lui est alors impossible de quitter la surface délimitée par les côtés du rectangle.

Il est clair que si la taille de l'univers observable est gigantesque, il est difficile de reconnaître si les lignes que nous appelons droites ne sont pas en réalité des courbes immenses se refermant sur elles-mêmes. Cette idée n'est pas plus paradoxale que ne pouvait l'être pour un homme primitif l'idée qu'en marchant constamment droit devant lui, vers l'est, il finira par retrouver son point de départ, où il arrivera en venant de l'ouest. L'univers pourrait donc " se refermer sur lui-même ", être fini et sans bord.

### Comment la fourmi peut-elle se rendre compte de l'étrangeté de son espace vital sans en quitter la surface ?

En marchant ! Elle repère un point de départ, s'en éloigne et cherche tous les chemins qui y reviennent. Elle peut commencer par avancer dans une direction quelconque avant de rebrousser chemin en faisant un boucle ; c'est le classique " demi-tour ". Mais il existe deux directions remarquables qui la ramèneront à son point de départ. Notre fourmi peut décrire une petite circonférence du tore, c'est-à-dire parcourir en allant toujours tout droit une distance égale à l'un des petits côtés du rectangle. Elle peut aussi décrire une grande circonférence, égale à l'un des grands côtés du rectangle. On peut démontrer que tous les autres chemins qui ramènent la fourmi à son départ se construisent à partir de ces deux-là, en parcourant un certain nombre de petites circonférences et un certain nombre de grandes, dans un sens ou dans l'autre. Une fois ce travail réalisé, la fourmi sait qu'elle n'évolue pas sur un plan infini car dans ce cas il n'y aurait qu'une seule façon de revenir au point de départ : en suivant le classique chemin en boucle.

### Que faire si les distances à parcourir sont trop grandes ?

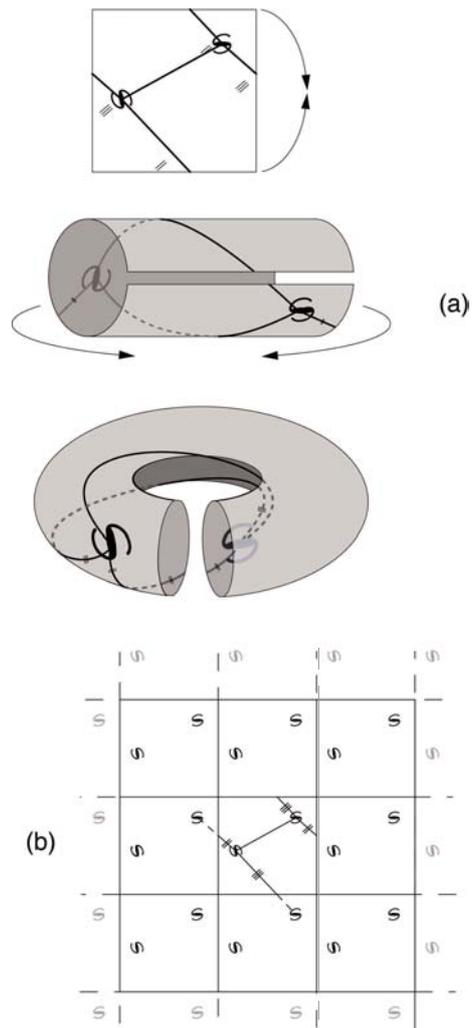
La fourmi va utiliser la lumière en guise de chaîne d'arpenteur. La lumière d'une source placée à la surface du tore doit épouser celle-ci et plusieurs chemins lui permette d'atteindre la fourmi. Un rayon peut atteindre la fourmi en

suivant le chemin le plus court mais aussi, partant dans la direction opposée, en faisant un tour complet du tore. Il peut aussi s'enrouler un certain nombre de fois autour de la petite circonférence et un certain nombre de fois autour de la grande. Comme dans un pièce remplie de miroirs, il est aisé de comprendre que cette multiplicité de chemins se traduit par une multiplicité des images observées par notre fourmi.

### Quelle est la conclusion de notre fourmi ?

Une unique hypothèse lui permet d'expliquer toutes ses observations : son espace vital est un plan infini recouvert de rectangles aux contenus identiques, jointifs deux à deux et se déduisant les uns des autres par translation. Quand notre fourmi, se déplaçant en ligne droite, boucle un tour du tore tout se passe comme si elle atteignait le point situé dans un rectangle voisin. De son point de vue, les multiples sources lumineuses observées ne sont pas les images d'une unique source ; elles sont bien réelles, régulièrement placées à l'intérieur de chaque rectangle. La structure particulière de son espace réel donne ainsi à la fourmi l'illusion de vivre dans un espace infini. Non seulement il n'est pas contradictoire pour un espace d'être fini et sans bords, mais il donne à ses habitants l'illusion d'être infini. (Existe-t-il des espaces à trois dimensions finis et sans bords ?

Bien sûr ! Il suffit de généraliser le procédé de construction du tore en remplaçant le rectangle plan initial par un parallélogramme rectangle dont les faces opposées sont collées deux à deux. Pour " voir " le collage des faces équivalentes l'une contre l'autre il



**Univers thorique**  
 (a) Construction d'un univers torique à deux dimensions par identification des faces opposées d'un carré.  
 (b) Un être vivant à la surface d'un tore à l'illusion d'évoluer dans un espace infini.

faudrait l'effectuer dans un espace à quatre dimensions, inaccessible à nos sens. Alors, la construction qui consiste à identifier mentalement les paires de faces opposées prend tout son intérêt. Le volume obtenu est un " hypertore " qui, comme le tore, donnerait l'illusion à ses habitants de vivre dans un espace infini qu'ils pourraient se représenter comme un réseau de parallélépipèdes identiques, parfaitement jointifs et copies les uns des autres. (voir ci-joint)

L'espace présente ainsi une structure triplement périodique puisqu'il existe trois directions particulières, telles qu'en nous déplaçant en ligne droite selon l'une d'elles, nous trouverons, après avoir parcouru une longueur déterminée, une région de l'espace rigoureusement identique à celle d'où nous sommes partis.



Vue intérieure d'un hypertore dans lequel l'unique galaxie semble se répéter à l'infini. (crédit Jeffrey Weeks).

Sous cette forme, l'hypothèse paraît étrange et presque absurde ; elle l'est peut-être moins si l'on admet qu'en réalité, ce n'est pas en un lieu identique que l'on arrive, mais exactement au lieu de départ, c'est-à-dire que la périodicité est du même type que celle constatée par notre fourmi en promenade sur un tore et non celle que constaterait la même fourmi en se déplaçant sur un vaste mur couvert de motifs se répétant périodiquement.

Comme pour le tore la lumière émise par une source peut aussi emprunter plusieurs chemins pour nous atteindre. Une même galaxie sera donc vue de multiple fois dans différentes directions du ciel. Chaque galaxie de notre univers ayant un grand nombre d'images, notre ciel nous apparaîtra peuplé d'une myriade de galaxies, fantômes issus d'une poignée de galaxies réelles (voir photo page suivante).

## Et que dire de notre univers ?

L'une des plus grandes découvertes du XXe siècle se résume en une seule phrase : l'univers a une histoire et, dans un passé lointain, il était extrêmement homogène, dense et chaud. Depuis, il est soumis à une expansion et le lieu de la formation progressive des structures cosmiques, galaxies et amas de galaxies. Le

principal vecteur des informations que nous recevons du ciel est la lumière, qui se déplace à vitesse finie. Ainsi, la lumière met d'autant plus de temps pour nous parvenir que sa source est lointaine : regarder loin dans l'espace c'est regarder loin dans le passé. Comme les marins, les astrophysiciens sont limités par un horizon et en parlant d' "univers " ils pensent d'abord à " l'univers observable ", accessible à leurs instruments, dont la taille est limitée par la distance parcourue par la lumière depuis sa naissance. Ils pensent aussi aux " univers modèles ", issus de leurs calculs mathématiques, qui doivent donner une description correcte de la zone limitée qui nous est directement accessible ; c'est même le critère que doit impérativement satisfaire un modèle pour être acceptable. Dans la plupart des modèles cosmologiques, l'univers " réel ", assimilé au modèle, est plus vaste que l'univers observable. Les astrophysiciens adoptent le même parti et considèrent communément que l'univers réel, imaginé à partir d'un modèle qui ne décrit correctement que l'univers observable, est forcément plus vaste que ce dernier, voire infini. Mais nous avons vu qu'un être hypothétique évoluant à la surface d'un tore a l'illusion de vivre à la surface d'un plan infini puisque aucun bord, aucune limite, ne vient entraver ses déplacements. Il en conclurait certainement que son univers observable est infini alors que son univers réel est fini.



Un champ de galaxies vu par le télescope spatial Hubble. Certaines ne sont-elles que des fantômes ? (crédit NASA/ESA)



Vue intérieure de l'espace dodécaédrique de Poincaré. Capable de rendre compte des observations cosmologiques, ses prédictions n'ont pas encore été confirmées (crédit Jeffrey Weeks).

Spectaculaire renversement de situation. Il faut donc abandonner nos préjugés en cosmologie et tenir compte des univers modèles, aux formes étranges pour notre intuition commune, où c'est au contraire l'univers observable qui est plus grand que l'univers réel.

Alors, l'univers est-il fini ? Aujourd'hui, la réponse peut paraître décevante : aussi loin qu'ils puissent voir, les astrophysiciens n'ont pas encore détecté de signes certains de sa finitude même si un modèle reste encore en course (figure PDS.jpg). Cela ne signifie pas forcément que l'univers est infini mais seulement qu'il est plus grand que la taille de notre horizon. Sachez toutefois que s'il est théoriquement possible de prouver la finitude de l'univers, son infinitude restera, elle, à jamais indémontrable.

