

La turbulence

Marie Farge et Marie José Pestel

Quand, comment et pourquoi s'est-on préoccupé de turbulence ?

Le mot de *turbulence* est très récent, il a été introduit par Taylor et Von Karman au 20^e siècle qui le définissent comme *un mouvement irrégulier qui apparaît dans les fluides, gazeux ou liquides, quand ceux-ci rencontrent des surfaces solides ou même quand des courants du même fluide se rencontrent*. Ils établissent les premières théories de la turbulence.

Bien avant eux, en fait depuis que l'homme cherche à comprendre la nature des choses, l'esprit humain préfère les choses bien ordonnées aux choses confuses. Spinoza disait déjà, dans l'appendice de la première partie de l'*Ethique* :

" Comme ceux qui ne comprennent pas la nature des choses sont incapables de rien affirmer sur elles, mais les imaginent seulement et prennent l'imagination pour l'entendement, ils croient donc fermement qu'il y a de l'ordre dans les choses, ignorants qu'ils sont et de la nature des choses et de la leur propre... Et comme les choses que nous pouvons imaginer facilement nous sont plus agréables que les autres, les hommes préfèrent donc l'ordre à la confusion, comme si, en dehors de l'imagination, l'ordre était quelque chose dans la nature ".

Pourtant les phénomènes où la confusion et la complexité règnent s'imposent à l'homme ; non seulement à l'ingénieur qui veut construire un pont et doit

chercher la forme qui résiste le mieux à l'écoulement, mais aussi aux philosophes car l'observation du *chaos* et des *écoulements turbulents* a servi à fonder certaines métaphysiques. Ainsi chez Lucrèce (98-55 avJC), physique et philosophie reposent sur la rencontre désordonnée des atomes : *Si, par leur déclinaison, les atomes ne provoquent pas un mouvement qui rompe les lois de la fatalité et qui empêche que les causes ne se succèdent à l'infini, d'où vient donc cette liberté accordée sur terre aux être vivants ?*

Quelques siècles plus tard, chez Descartes, dans son ouvrage *Le monde ou un traité sur la lumière*, on constate une résurgence des idées de Lucrèce. L'ensemble des mouvements et les collisions entre les particules fluides qui composent son *plenum* (univers plein) donnent naissance à des tourbillons qui entraînent les planètes dans leur course, le mouvement au centre des tourbillons étant supposé produire la lumière des étoiles !

A la Renaissance, l'homme épris d'universalité qu'était Léonard de Vinci, tout à la fois artiste et ingénieur, s'est trouvé aux prises avec des problèmes de mécanique des fluides : non seulement pour représenter flots, nuages et fumées, mais aussi pour prédire, jets, tourbillons et écoulement des fleuves, et surtout pour tenter de résoudre ce rêve éternel : *voler* ou au moins *construire une machine volante*.

A ce sujet il est intéressant de noter

La turbulence

Croquis de tourbillons par Léonard de Vinci



qu'au 18^e siècle, l'étude des écoulements devient un problème de mécanicien.

Parmi les *physiciens-mathématiciens* qui se préoccupent de mécanique des fluides on trouve les grands noms de l'époque : Euler, d'Alembert, les Bernoulli, puis Lagrange et Laplace. Pour la petite histoire, évoquons ce concours auquel se sont présentés une quarantaine de physiciens, dont d'Alembert et Daniel Bernoulli pour répondre à la question *pourquoi les oiseaux volent-ils ?*. Seule la démonstration de d'Alembert fut jugée exacte du point de vue mathématique, malheureusement il était arrivé à montrer que les oiseaux ne peuvent en aucun cas voler ! Ce désaccord entre théorie et expérience venait du fait que, ce qui justement permet aux oiseaux de voler et dont les mécaniciens d'alors ne tenaient pas compte, est la viscosité de l'air, viscosité qui joue un rôle important dans les phénomènes turbulents !

Il faut attendre la fin du 19^e siècle et le début du 20^e pour que les premières théories de la mécanique des fluides visqueux apparaissent, avec en particulier Stokes et Saint - Venant.

Comment définir la turbulence et comment caractériser les solutions de l'équation de Navier - Stokes ?

Nous avons déjà dit que nous devions à Taylor et Von Karman l'introduction du mot *turbulence*. Mais avant eux, il faut rappeler le rôle fondateur joué au 19^e siècle par des physiciens comme Navier et Saint-Venant en France, Von Helmholtz en Allemagne, Sir George Stokes et Maxwell en Angleterre. Ce sont à partir de leurs travaux et leurs idées que vont naître et se développer les premières théories sur la turbulence.

Dès le début du 20^e siècle, Bénard, Prandtl, Heisenberg (dont ce sera le sujet de thèse sous la direction de Sommerfeld), Taylor et Lord Rayleigh étudient la transition entre l'état laminaire, pour lequel les couches de fluide glissent les unes sur les autres sans échange de particules, et l'état turbulent, pour lequel celles-ci au contraire se mélangent au lieu de garder leur individualité.

Pour essayer de décrire et de prédire les écoulements turbulents il faut aller puiser dans la boîte à outils des mathématiciens. Depuis plus d'un siècle on connaît l'équation de Navier - Stokes qui décrit l'évolution d'un fluide incompressible. Cette équation aux dérivées partielles non linéaire gouverne le mouvement des fluides par exemple les vents, les courants océaniques, l'écoulement de l'eau dans les tuyaux, ainsi que nombreux d'autres écoulements. Cette équation rend compte de la conversion de l'énergie cinétique en énergie thermique par frottement visqueux et des notions d'instabilité non linéaire caractérisé par le **nombre de Reynolds**. Ce nombre se définit comme le rapport

entre le transport moyen du fluide, proportionnel à sa vitesse, et le frottement moyen dû à la viscosité du fluide, qui correspond à la partie de l'énergie cinétique dissipée en chaleur sous l'effet du frottement des couches fluides, entre elles, ou au contact des obstacles solides. L'ordre de grandeur du nombre de Reynolds est de 10^3 à 10^9 pour les écoulements rencontrés en aérodynamique, de 10^9 à 10^{12} pour les écoulements atmosphériques et de 10^{12} à 10^{20} pour les écoulements astrophysiques. Cet ordre de grandeur permet de classer les régimes d'écoulement : les écoulements faiblement turbulents présentent un petit nombre de degrés de liberté excités et leur comportement chaotique essentiellement temporel, tandis que les écoulements turbulents pleinement développés présentent un très grand nombre de degrés de liberté et donne lieu à un comportement chaotique, à la fois spatial et temporel.

La difficulté mathématique de l'équation de Navier - Stokes provient du fait que pour les grands nombres de Reynolds, c'est-à-dire les écoulements turbulents, les termes non linéaires ne peuvent plus être négligés et donnent lieu à l'apparition d'instabilité des solutions. Ainsi, Leray, dans sa thèse de 1933, interprète-t-il la turbulence d'un point de vue purement mathématique, comme la perte de la stabilité et de l'unicité des solutions linéaires de l'équation de Navier-Stokes. Cette perte intervient à partir d'une valeur critique du nombre de Reynolds, valeur au-delà de laquelle apparaissent simultanément plusieurs

solutions turbulentes dont le comportement n'est plus alors descriptible que statistiquement, c'est à dire en moyenne. Si l'écoulement est laminaire, c'est-à-dire non turbulent, son évolution est prévisible et l'information décrivant l'état du système au temps t est suffisante pour prédire l'état de celui-ci pour tout temps. Si au temps t , on fait une erreur quant à la description de l'état du système, cette erreur reste la même au cours de l'évolution car la dynamique d'un écoulement laminaire est stable. Elle n'amplifie pas l'erreur initiale et n'est donc pas sensible aux conditions initiales.

Si, par contre, l'écoulement est turbulent, il en va tout autrement. Le système devient très instable et sensible aux conditions initiales, l'erreur est amplifiée exponentiellement au cours de l'évolution et le comportement de l'écoulement n'est prévisible que pour un temps d'autant plus court que l'erreur initiale, à savoir la quantité d'information que nous avons négligée, est plus grande.

Comment et avec quels outils étudier la turbulence développée ?

Plusieurs approches furent proposées pour étudier ces écoulements fortement turbulents.

L'approche statistique remonte à Reynolds qui, à la fin du siècle dernier, émit l'hypothèse que les écoulements turbulents pourraient être décrits en ne considérant que leur comportement moyen, sans avoir à connaître leur comportement détaillé.

En 1921, Taylor proposa d'appréhender les écoulements turbulents à plusieurs échelles, spatiales ou temporelles, à la fois. En 1941, Kolmogorov introduisit

une approche nouvelle, de type probabiliste, qui raisonne à partir d'un grand nombre de réalisations du même écoulement. Ignorants les travaux de Kolmogorov publiés en russe en 1941, Heisenberg et Von Weizäcker, lors de leur résidence surveillée à Cambridge en 1945 comme prisonniers de guerre, décidèrent de s'attaquer au problème de la turbulence développée et retrouvèrent les prédictions de Kolmogorov. Dans les années 60, les expériences de Batchelor et Townsend amenèrent Kolmogorov à revoir un peu sa théorie, ce qu'il fit lors du premier colloque organisé sur la turbulence par Fabre à Marseille en 1961.

Pourtant après plus d'un siècle d'étude de la turbulence développée aucune explication théorique convaincante n'a pu s'imposer. Pour étudier celle-ci, on peut procéder selon les deux démarches suivantes:

- soit on analyse un très grand nombre de réalisations du même écoulement pour dégager les comportements dominants en moyenne,
- soit on observe une seule réalisation de façon très détaillée en essayant de voir qu'elles sont les structures dynamiques élémentaires qui engendrent les mouvements observés.

Ces deux approches, essentiellement expérimentales, peuvent être effectuées aussi bien en laboratoire qu'à partir d'expériences numériques calculées à l'ordinateur.



La turbulence pleinement développée reste un problème extrêmement complexe encore non résolu.

La difficulté tient probablement au fait que les moyens conceptuels et techniques dont disposent actuellement les chercheurs ont été développés pour la mécanique quantique et pour la mécanique statistique des phénomènes conservatifs ou proches de l'équilibre thermodynamique, mais ne sont guère adaptés pour aborder la turbulence qui est un phénomène hors d'équilibre qui met en jeu un grand nombre d'éléments en interaction fortement non linéaire.

Voilà bien du travail pour les mathématiciens d'aujourd'hui et de demain, car ce problème fait appel à de nombreuses branches des mathématiques : analyse numérique, traitement du signal et d'images, processus stochastiques, statistiques, dynamique non linéaire... A eux de découvrir ainsi de nouveaux outils mathématiques si ceux qui existent ne suffisent pas.

M. F. et M.J. P.

Pour en savoir (un peu) plus

Marie Farge <http://wavelets.ens.fr/>

<http://wavelets.ens.fr/PUBLICATIONS/publications.htm>