

La géométrie dans l'art

Marie José PESTEL

CJIM

La réalisation des frises et des pavages à partir de motifs abstraits ou figuratifs appartient au passé le plus lointain. Les artistes qui ont conçu les décors des palais de l'Alhambra à Grenade ont utilisé les dix-sept types distincts de pavages du plan euclidien, sans connaître la théorie des groupes qui montrera, au XIX^e siècle, qu'il ne peut y en avoir d'autres.

En cherchant à reproduire sur une surface la réalité telle que l'œil la perçoit, les peintres de la Renaissance ont inventé la perspective. La perspective linéaire consiste à projeter sur un plan des objets tridimensionnels et à rendre compte de leur position relative dans l'espace et de leur taille apparente. On attribue généralement l'invention de cette technique raisonnée de représentation à l'architecte florentin Filippo Brunelleschi (1377-1446). On lui doit le dôme de la cathédrale de Florence et il serait l'auteur d'un manifeste pictural aujourd'hui malheureusement disparu. Le premier traité que nous possédons et qui fixe les règles de la perspective en faisant allusion aux travaux de Brunelleschi date de 1475 ; il s'agit de la *Vie de Filippo Brunelleschi* et il a été composé par le mathématicien Antonio Manetti. Il contient un exposé détaillé et fixe les bases de ce procédé novateur : *C'est à cette époque (quand Brunelleschi commence à être connu comme architecte) qu'il conçut et mit en pratique ce que les peintres aujourd'hui nomment perspective, parce qu'elle est une partie de cette science*

qui consiste en effet à bien rendre, et avec raison, les diminutions et les accroissements tels qu'ils apparaissent aux yeux des hommes, des choses proches ou lointaines. Cependant, il est difficile de fixer les origines de la perspective. Certains ont voulu y voir un ancrage pratique et mettent en avant les techniques médiévales d'arpentage, d'autres aujourd'hui plus nombreux, soulignent l'importance des instruments scientifiques tel que l'astrolabe qui ont pu permettre de mesurer des angles et l'utilisation des formules géométriques de l'optique médiévale.

Dès le début du XVI^e siècle, tout est prêt pour que la perspective entre de plein droit dans l'atelier du peintre et produise les premiers tableaux illusionnistes d'une grande virtuosité. Si certains peintres ne sont pas conscients des mathématiques sous-jacentes, la découverte des lois de la perspective fascinent des artistes comme Albrecht Dürer qui en fait le couronnement de son ouvrage *Instructions pour la mesure à la règle et au compas* (1525), ouvrage qui va en susciter beaucoup d'autres sur la perspective et ses fondements géométriques. Dans la seconde moitié du XVI^e siècle, des mathématiciens travaillent, éditent et commentent les travaux d'Euclide. Cet engouement pour la géométrie euclidienne va largement profité aux rapprochements entre perspective et mathématiques savantes. Vers 1600, l'ouvrage *Perspective libri sex* de

La géométrie dans l'art

Guidobaldo fixe définitivement les bases théoriques de la perspective et lui permet de devenir un outil fécond pour la recherche en mathématique. Dans le premier livre de cet ouvrage, on trouve par exemple l'existence d'un point de concours unique pour tout faisceau de droites parallèles, quelle que soit leur orientation par rapport au tableau. Tout le long des XVII^e et XVIII^e siècles, les géomètres savent représenter l'espace sur une feuille de papier mais comme celui qui dessine n'est pas toujours celui qui fabrique, dans de nombreuses corporations d'artisans, comme les tailleurs de pierre, va se développer une géométrie pratique qui repose sur le triptyque plan-coupe-élévation pour retrouver les vraies valeurs d'angle et de distance. La théorie géométrique sous jacente aux dessins des bâtisseurs est restée informulée jusqu'aux cours de Géométrie descriptive que Gaspard Monge donna, en 1795, à l'Ecole Polytechnique. Ces cours, entre géométrie pratique et géométrie savante, ont pour but de transférer l'enseignement de la stéréotomie vers une branche de la géométrie -la géométrie descriptive- discipline abstraite, cohérente et scolaire. Monge veut déduire de la description exacte des corps tout ce qui suit nécessairement de leurs formes et de leurs positions respectives, il met en avant des formes inconnues, qui résultent nécessairement des formes primitives données, il ne représente pas vraiment les contours apparents des surfaces mais



raisonne en termes de génératrices et de directrices. En effet, Monge utilise la géométrie descriptive pour réaliser l'alliance intime entre les figures à trois dimensions et les figures planes et on le voit lire une figure de géométrie plane comme projection d'une figure spatiale. Ce cours met en évidence les relations réciproques entre espace et plan et la richesse des notions de projection et autres transformations géométriques. Félix Klein dit que : l'influence scientifique de Monge ... donna l'impulsion au développement de la géométrie. Monge a ainsi contribué au bouleversement de la pensée mathématique de la fin du XIX^e siècle et on peut le considérer comme un précurseur de Poncelet.

Historiquement, la géométrie projective élaborée par Poncelet est issue, à la fois de l'étude des coniques et des méthodes de la perspective. Dans la géométrie projective, il s'agit d'étudier les propriétés des figures qui sont conservées par un certain type de transformations. Poncelet a étudié de

La géométrie dans l'art

nombreux types de projections et a élargi le champ d'applications en introduisant des éléments imaginaires aux côtés du plan projectif réel. En abordant le problème de l'intersection des droites et des cercles du point de vue de l'algèbre on peut être amené à considérer qu'un cercle et une droite se coupent toujours en deux points, qui peuvent être, réels ou imaginaires. De telles idées, et bien d'autres, autour par exemple du postulat d'Euclide, conduisirent les mathématiciens comme Gauss, Bolyai et Lobachevski..., à élaborer une géométrie non euclidienne où la somme des angles d'un triangle ne fait plus nécessairement 180° , où par un point on peut faire passer plusieurs parallèles à une droite donnée, où des surfaces ont une courbure négative. En 1854, Bernhard Riemann propose d'étendre le concept de courbure de Gauss à des espaces de dimensions quelconques.

Ces idées de droites qui ont l'air de cercles, de courbure variable, de 4ème dimension, de surface sans intérieur ni extérieur, furent reprises par des artistes qui y trouvèrent une puissante source d'inspiration. Maurits Cornelius Escher, qui le premier nous a montré le plan hyperbolique, fait figure de pionnier et reste une référence pour tous ceux qui veulent explorer les possibilités de cette nouvelle géométrie.

Les techniques d'aujourd'hui, et tout particulièrement l'informatique, permettent un rapprochement entre l'Art et les Mathématiques auquel un esprit universel et visionnaire comme Léonard de Vinci n'aurait pu qu'adhérer.

MJP

L'association ARPAM

soutenue par la Société Mathématique de France et le Ministère de la Culture a réalisé une exposition itinérante d'artistes, souvent mathématiciens. La création de leurs œuvres a fait appel aux mathématiques contemporaines.

Citons la théorie des groupes, illustrée par exemple par les pavages en géométries euclidienne et hyperbolique de Bill Casselman ou d'Irène Rousseau, la topologie et la géométrie différentielle avec, entre autres, la sculpture de François Apéry, les projections de Tom Banchoff, les gravures de Patrice Jeener, le retour-nement de la sphère de John

Sullivan. Signalons aussi les systèmes dynamiques soumis à des symétries, mis en images sur des pavages bicolores par Michael Field, la géométrie fractale avec des œuvres de Jean-François Colonna et de Nat Friedman.

Claude Pierre Bruter

Pour en savoir plus

L'association ARPAM

<http://arpam.free.fr>

Les cahiers de Science & Vie
n° 59 - octobre 2000



François Apéry



John Robinson



Irène Rousseau



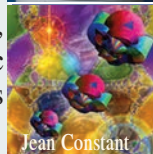
Michael Field



Dick Termes



Philippe Charbonneau



Jean Constant



Patrice Jeener



Jean-François Colonna