

# Nature et objets fractals

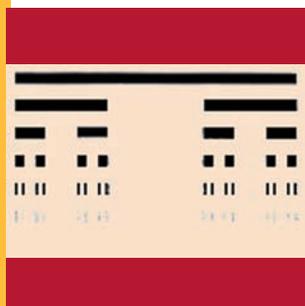
Jean-François Colonna

Marie José Pestel

## La géométrie fractale aussi belle qu'utile a envahi notre quotidien

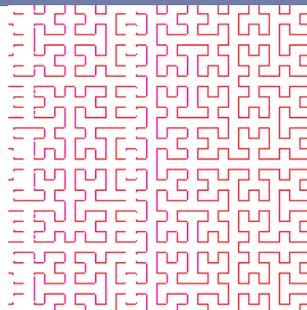
La géométrie fractale est venue ajouter de nouveaux caractères à cet alphabet de la nature dont parlait Galilée. En nous libérant de la vision euclidienne des choses ( lignes droites, cercles et triangles et autres courbes bien lisses ) et à la suite de nombreux autres mathématiciens, Mandelbrot a fourni des moyens de décrire nuages, réseaux fluviaux, et certaines plantes, de mesurer les côtes maritimes et de modéliser de nombreux phénomènes de prolifération et d'agrégation.

Jusqu'à la fin du XIXe siècle, les mathématiques ne s'intéressaient qu'à des courbes continues et ayant une tangente en chaque point. Pourtant des mathématiciens étudiaient, presque en se cachant, des objets étranges, dont la description était impossible avec les théories mathématiques de l'époque :

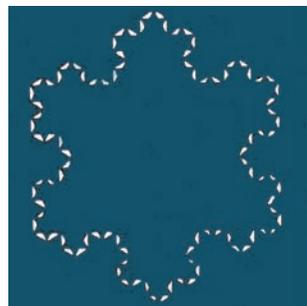


Cantor et sa poussière,

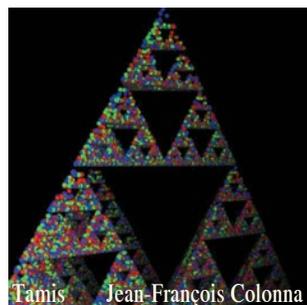
Péano et sa courbe qui remplit le carré,



Von Kock et son flocon de neige,



puis Sierpinski et ses tamis ...



Tamis Jean-François Colonna

Les travaux de Julia sur l'itération de polynômes complexes et l'étude de certaines suites de points mirent en évidence une nouvelle classe d'objets.

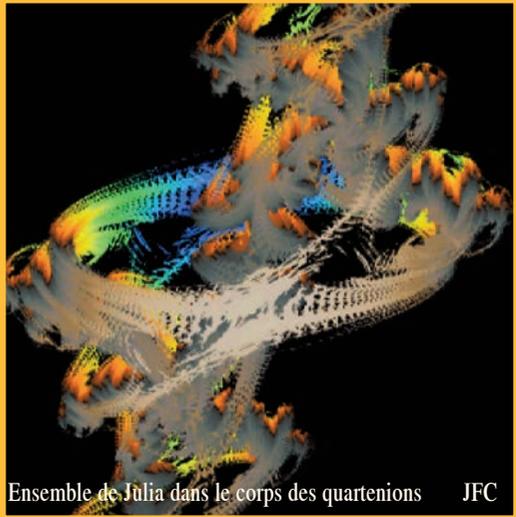
C'est en 1925, au cours d'un séminaire à Berlin, qu'une première représentation graphique de ceux-ci fut produite mais, sans

l'ordinateur, il était alors bien difficile d'imaginer la richesse de ces ensembles de points. Benoît Mandelbrot, dans la troisième édition de son ouvrage, *Les objets fractals*, publié en 1990, parle longuement du caractère purement esthétique des images fractales. Il distingue trois étapes dans le développement de ce qu'il appelle déjà un art.

- L'étape *héroïque* vers 1975, avec les premiers objets géométriques fractals à la beauté incontestable et surprenante. Il pense alors sans doute aux courbes de Von Koch mais aussi aux ensembles de Julia et de Mandelbrot.

- L'étape *classique*, vers 1980, voit l'apparition des images de synthèse : lever de planète, montagnes, coucher du soleil... .

- Enfin, dix ans plus tard, avec les progrès de l'infographie et la maîtrise de la couleur, Mandelbrot parle d'une étape *romantique*. Ces dernières années, de nombreux centres de recherche utilisèrent l'informatique et ses derniers perfectionnements avec leur énorme puissance de calcul, pour développer cette nouvelle géométrie. Naîtront alors non seulement des objets complexes, paysages de montagne ou nuages d'une ressemblance troublante avec ceux que l'on peut trouver dans la nature, mais aussi l'idée de décrire d'innombrables phénomènes de fluctuation dans de nombreux domaines. En effet, depuis Jean Perrin et son texte prémonitoire dans la



Ensemble de Julia dans le corps des quaternions JFC

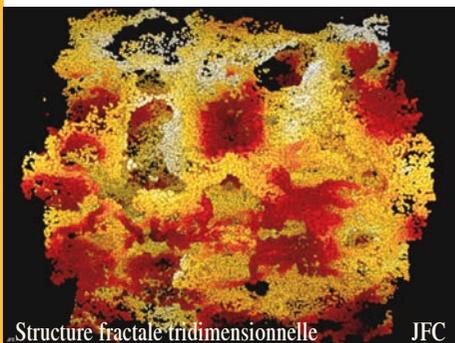
préface de son livre *les atomes* publié en 1913, on sait que certains phénomènes aléatoires construisent des objets fractals. La géométrie fractale peut apparaître comme un concept unificateur pour décrire des structures de corrosion ou de soudure, des trajectoires d'atomes ou de molécules et de nombreux autres systèmes où aléatoire et fractalité se conjuguent. Dans la nature, l'auto-similarité recherchée en agrandissant un détail ne sera évidente qu'en moyenne et pourra dépendre des échelles ; on peut n'être fractale que dans un domaine fini d'échelle puis retrouver une structure homogène. Par exemple, certains ont pu imaginer que l'univers, comme les particules élémentaires, étaient fractales.

Tout au long du XX<sup>e</sup> siècle, notre conception du monde a évolué. La géométrie fractale va contribuer à nous aider à mieux le comprendre : chaotique et structuré, unique et multiple. Et quand on sait que les images

## Nature et objets fractals

de cette géométrie fractale sont, non seulement, d'un grand intérêt scientifique mais aussi d'une indéniable beauté, on peut trouver une motivation supplémentaire à leur étude.

JFC - MJP

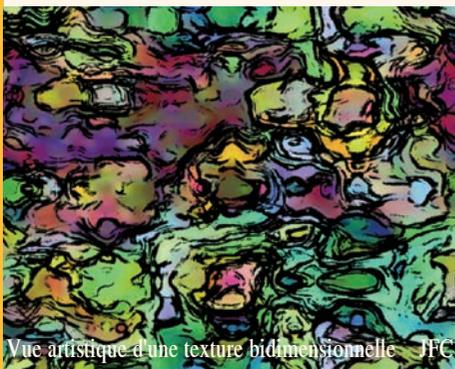


Structure fractale tridimensionnelle JFC

### Qu'est ce qu'un fractal ?

Benoît Mandelbrot lui-même s'est longtemps refusé à en fournir une définition . Retenons celle d' Adrien Douady :

*Un fractal est un objet irrégulier, dont l'irrégularité est la même à toutes les échelles et en tous les points.*



Vue artistique d'une texture bidimensionnelle JFC

### Une dimension qui peut être non entière : la dimension fractale

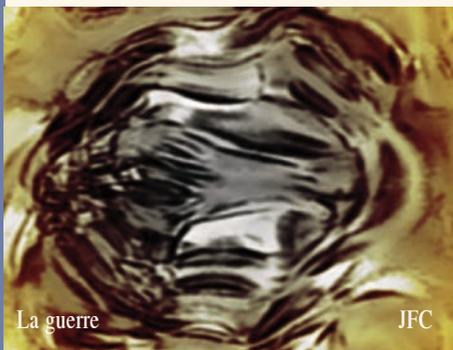
La courbe de Peano est une ligne et pourtant elle remplit le carré. Il est donc tentant de lui attribuer une dimension comprise entre 1 et 2. Par contre à la poussière de Cantor on donnerait bien une dimension proche de zéro ...

En 1935, après les travaux de Besicovitch et Hausdorff, les mathématiciens se donnent les moyens de définir des dimensions non entières.

Voici une de ces définitions appliquée au flocon de neige de Von Koch : à chaque itération, on crée, à partir de chaque côté, 4 côtés identiques avec un facteur de réduction de 1/3.

On dit alors que la dimension de la figure est

$\ln 4 / \ln 3$  soit environ 1,26.



La guerre

JFC

### Pour en savoir plus

Site de Jean-François Colonna

[http://www.lactamme.polytechnique.fr/Mosaic/descripteurs/Galerie\\_DeterministicFractalGeometry.FV.html](http://www.lactamme.polytechnique.fr/Mosaic/descripteurs/Galerie_DeterministicFractalGeometry.FV.html)

[http://www.lactamme.polytechnique.fr/Mosaic/descripteurs/Galerie\\_NonDeterministicFractalGeometryNaturalPhenomenonSynthesis.FV.html](http://www.lactamme.polytechnique.fr/Mosaic/descripteurs/Galerie_NonDeterministicFractalGeometryNaturalPhenomenonSynthesis.FV.html)

Etienne Guyon et Eugène Stanley  
Les formes fractales

Bibliothèque Tangente  
Les fractales HS n°18