Des quadrilatères qui se reproduisent

Jean-Marie Labrie - Montréal

Le Bulletin de l'AMQ (Association Mathématique du Québec) propose régulièrement des problèmes. En voici un que nous laissons à votre cogitation tout en vous en donnant une solution.

Problème 1 :

Peut-on généraliser le théorème de Van Aubel ?

Quand on dessine vers l'extérieur un carré à partir de chaque côté d'un quadrilatère convexe et qu'on réunit, par des segments de droite, les centres des carrés opposés, les deux segments de droite ainsi obtenus sont égaux et se coupent à angles droits.

En attendant de recevoir quelques propositions de démonstrations, nous vous donnons quelques exemples d'illustrations de ce théorème dans les cas suivants :

1. Le quadrilatère initial est convexe. figure 1.

2. Dans la figure 2, nous avons appliqué le théorème à un segment de droite ayant deux points choisis à l'intérieur du segment.
Est-ce toujours vrai ? Sinon, quelle est la condition suffisante ?

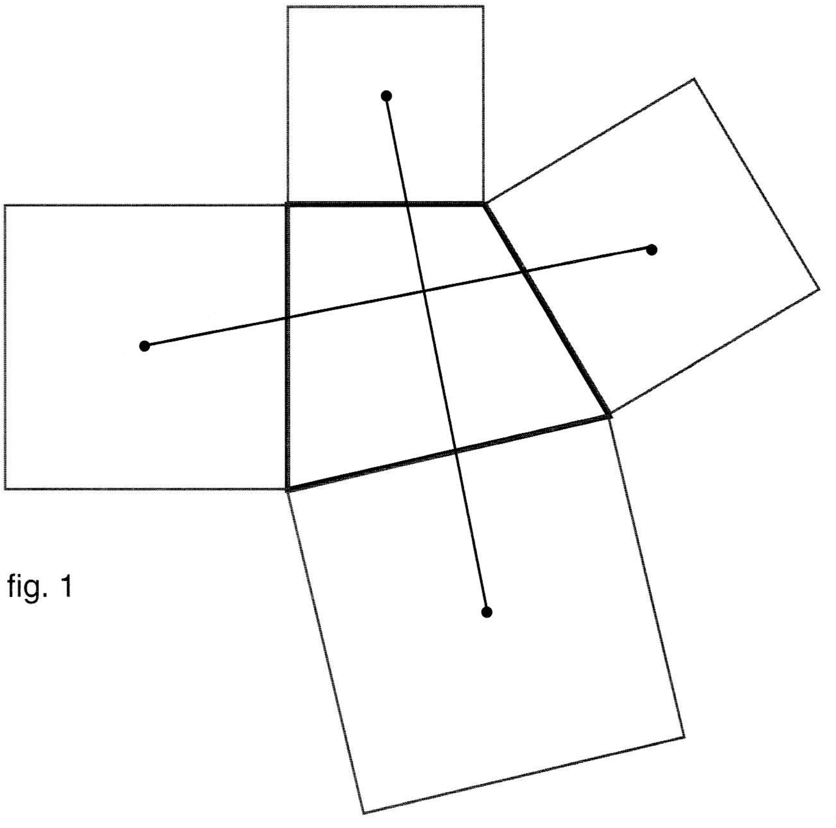
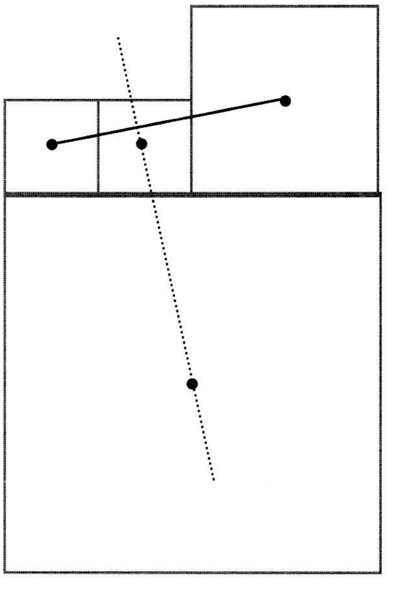


fig. 1

fig. 2



3. Le quadrilatère initial peut être concave.
Figure 2
Soulignons que les segments joignant les centres des carrés opposés peuvent ne pas se couper. Mais ils restent congruents et perpendiculaires. Ce n'est pas le cas ici.

4. Dans la figure 4, nous appliquons le théorème à un triangle. Il n'y a que trois carrés et nous pouvons avoir trois paires de segments congruents.

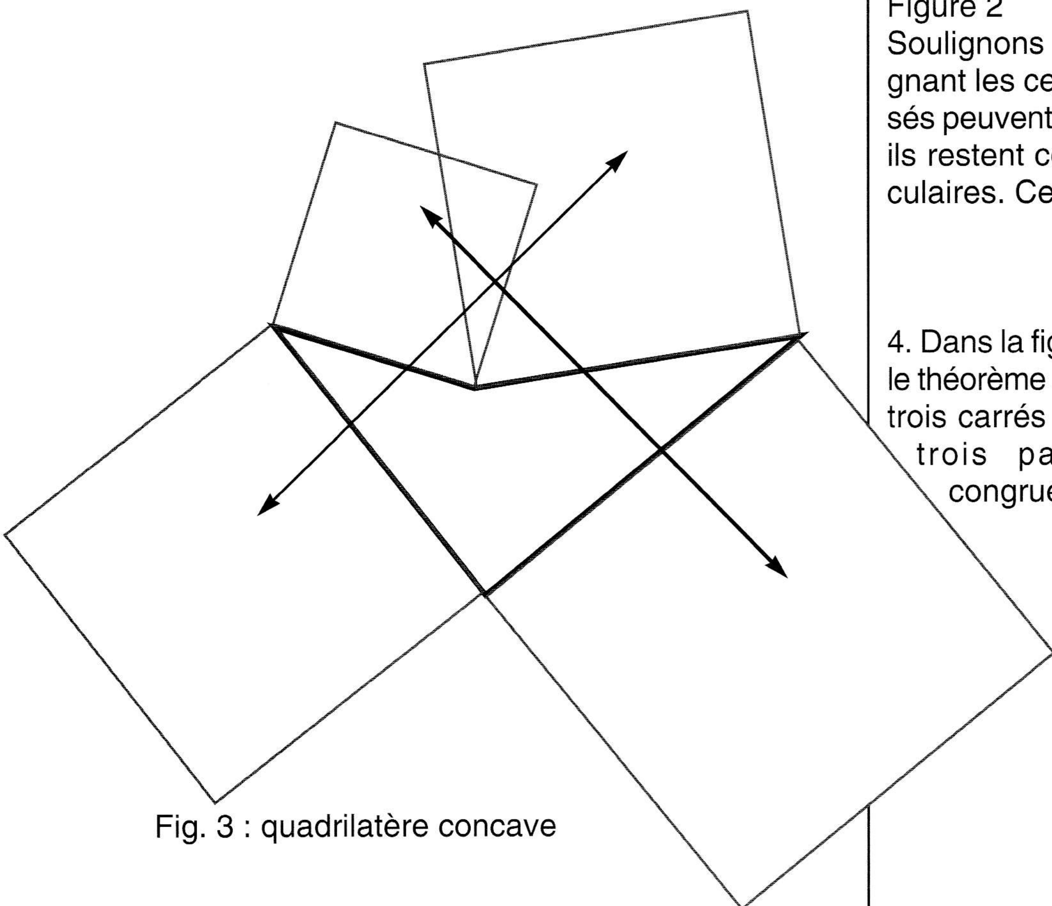
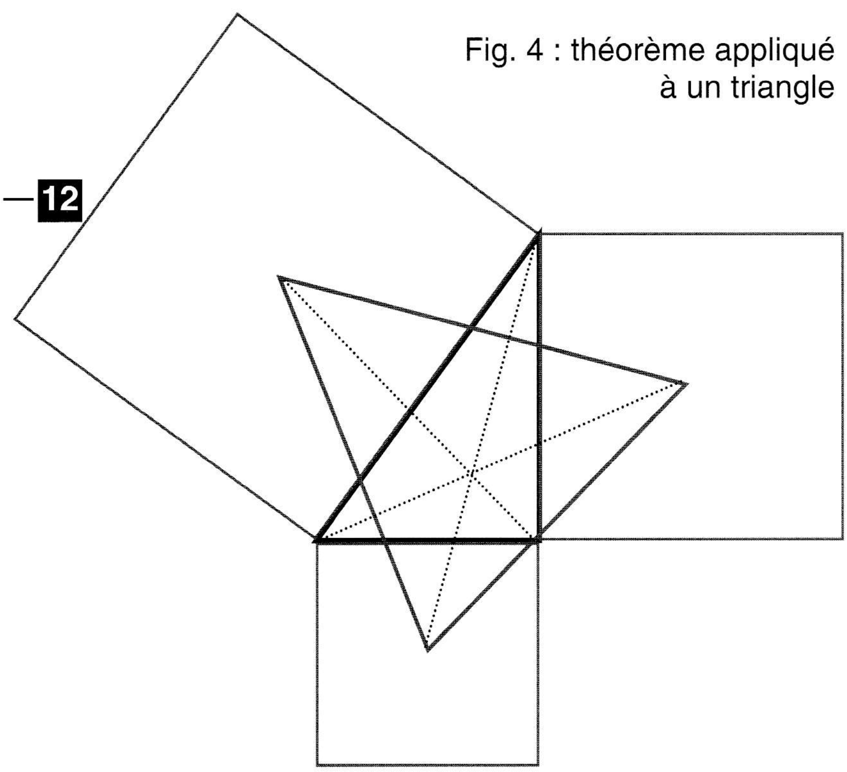


Fig. 3 : quadrilatère concave

5. Vous pouvez aussi appliquer le théorème au cas d'un segment de droite où il y a seulement un point à l'intérieur du segment.

Fig. 4 : théorème appliqué à un triangle



Problème 2 :
Trouvez deux triangles !

Trouver, s'ils existent, deux triangles qui ne sont pas congruents, mais qui ont leurs trois angles congruents et seulement deux côtés congruents.

Solutions à envoyer au Journal et qui paraîtront dans le prochain numéro du PLOT.