

Que faire avec un triangle ?

Un p'tit bout d'allumaths

Une nouvelle
rubrique du Plot:
"un p'tit bout
d'allumaths"
avec les allumés
des maths.
Aujourd'hui, deux
p'tits bouts pour
élèves de 3ème et
2de,
ici et
page 27.

Cette nouvelle rubrique vise à faire réfléchir le lecteur et le faire raisonner ... mathématiquement. Réalisée par un groupe d'enseignants et d'IPR de l'académie de Poitiers, les allumaths, elle propose dans chaque numéro, une idée ou une situation de recherche neuve ou peu connue, simple, utile pour les classes du secondaire.

ABC est un triangle

A partir de ce triangle, on construit les 3 rectangles ayant un côté commun avec ce triangle et dont la droite support du côté opposé passe par le troisième sommet du triangle.
A vous d'inventer les questions

qui vont avec cette situation-problème.
Après, vous pourrez lire la suite.

Prenez de la hauteur !

Quelques idées de réponses.

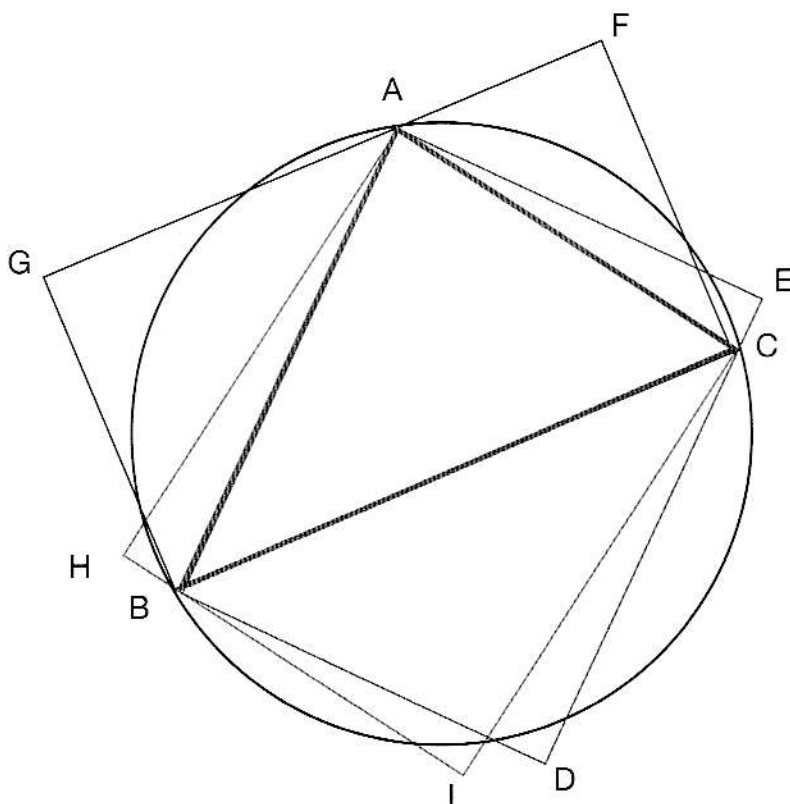
Considérons 3 rectangles :

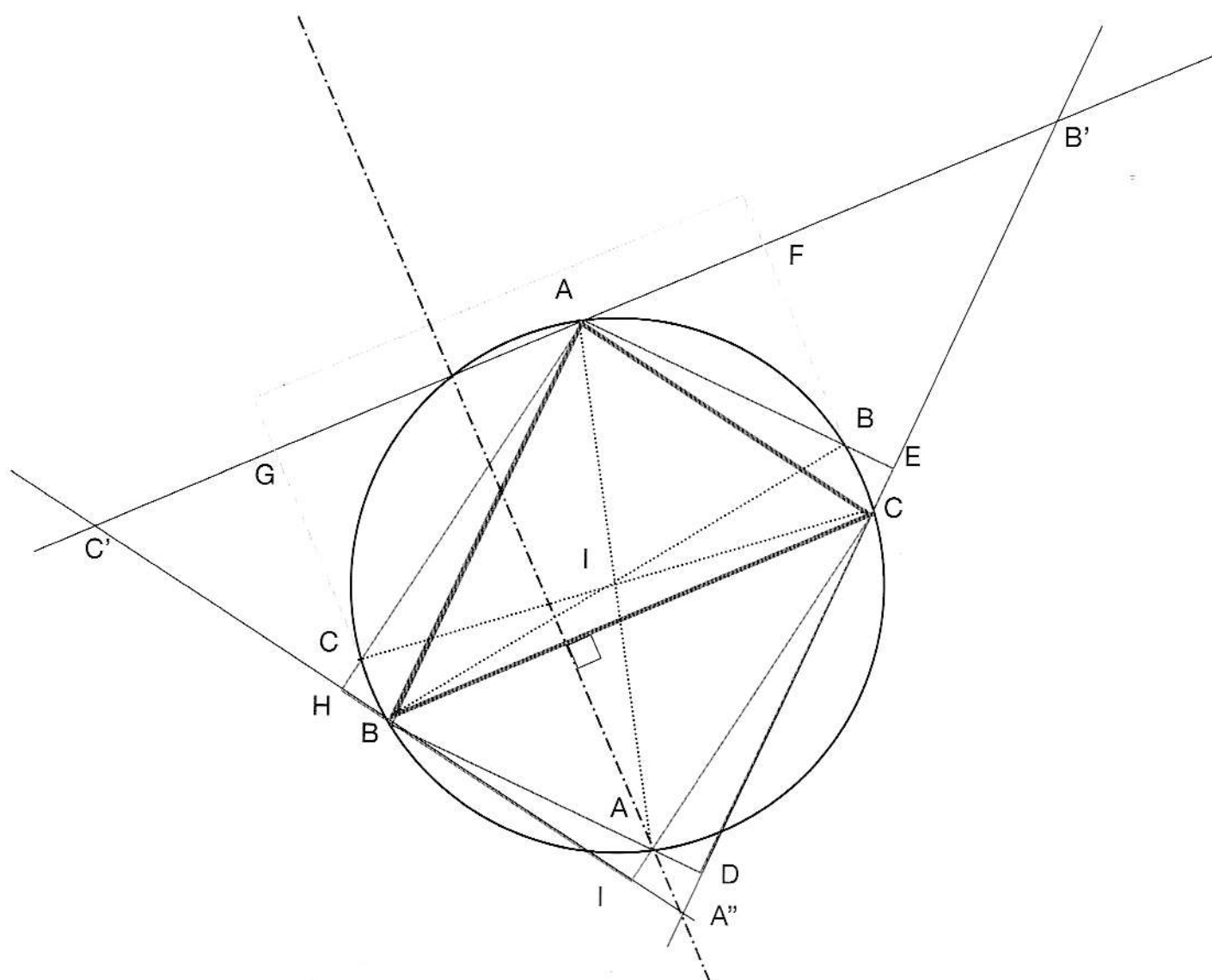
- ABDE tel que $C \in (DE)$,
- BCFG tel que $A \in (FG)$,
- CAHI tel que $B \in (HI)$.

1- Ces trois rectangles ont même aire, le double de celle du triangle ABC.

2 - Les droites (BD) et (CI) se coupent en A' . Le triangle ABA' est rectangle en B et le triangle ACA' est rectangle en C, donc A' est le point diamétralement opposé à A sur le cercle (ABC).

- Les droites (CF) et (AE) se coupent en B' .





Le triangle BCB' est rectangle en C et le triangle BAB' est rectangle en C , donc B' est le point diamétralement opposé à B sur le cercle (ABC) .

- Les droites (AH) et (BG) se coupent en C' .
Le triangle CAC' est rectangle en A et le triangle CBC' est rectangle en B , donc C' est le point diamétralement opposé à C sur le cercle (ABC) .

3 - Si I est le centre du cercle (ABC) alors les triangles ABC et $A'B'C'$ sont symétriques par rapport à I .

4 - La hauteur du triangle $A'B'C'$ relative à A' passe par :

- l'intersection de (FG) avec le cercle (ABC) (autre que A),

- l'intersection A'' de (DE) et (HI) .

• La hauteur du triangle $A'B'C'$ relative à B'

passe par :

- l'intersection de (HI) avec le cercle (ABC) (autre que B),

- l'intersection B'' de (FG) et (DE) .

• La hauteur du triangle $A'B'C'$ relative à C' passe par :

- l'intersection de (DE) avec le cercle (ABC) (autre que C),

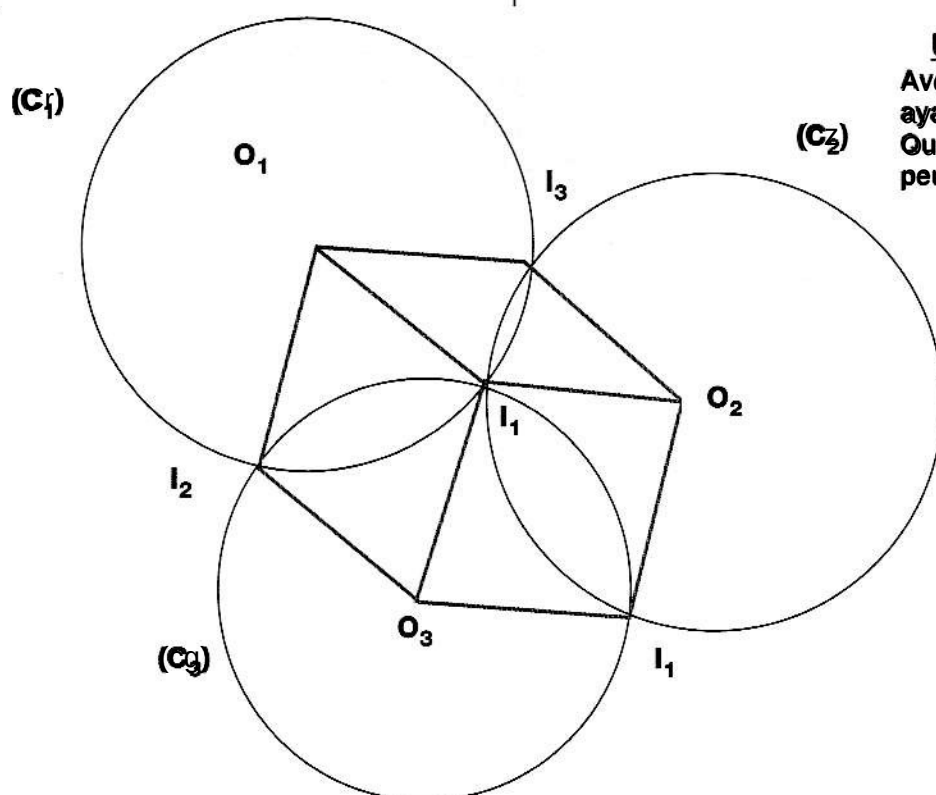
- l'intersection C'' de (FG) et (HI) .

5 - ABC est le triangle des milieux de $A''B''C''$.
Le cercle (ABC) est le cercle d'Euler du triangle $A''B''C''$.

6 - $A''B''C''$ et $A'B'C'$ ont mêmes hauteurs. Ils sont homothétiques dans une homothétie de centre leur orthocentre commun et de rapport $1/2$ (ou 2).

7 - Les triangles ABC , $A'B'C'$ et $A''B''C''$ ont même droite d'Euler.

N.B. : on retrouve par une approche réciproque, les 3 rectangles inscrits dans le cercle d'Euler d'un triangle (rectangles dont les sommets sont les milieux des côtés du quadrangle orthocentrique lié au triangle).



Un petit bout d'allumaths
Avec trois cercles de même rayon,
ayant un point commun,
Quelle mathématique
peut-on faire ?

Envoyez-nous vos propositions et lisez le prochain Plot