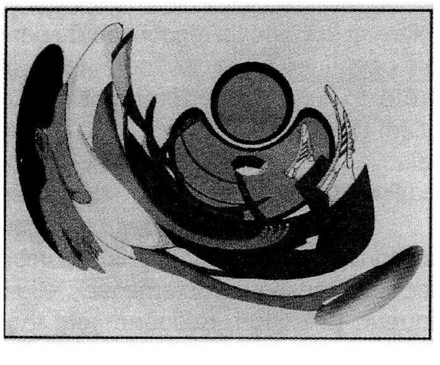
Apprendre à penser à travers les mathématiques
(au primaire, cycle 3)

Soriano Ayala, Alméria

Pour l'auteur il faut considérer les mathématiques comme un domaine privilégié pour apprendre aux enfants de l'école primaire à penser. L'analyse porte sur la nécessité de changer les pratiques traditionnelles, donner plus de place aux activités basées sur sur le raisonnement et non sur les résultats. Sur cette base est établi un parallélisme entre la formation des concepts mathématiques et celle de la pensée et du raisonnement. L'auteur décrit comment les mathématiques favorisent l'acquisition des diverses capacités, pour finir avec une révision détaillée et des illustrations pratiques, sur les éléments intellectuels qu'un projet mathématique adéquat permet de développer.

Apprendre à apprendre

Nous nous dirigeons vers une nouvelle façon de voir et de comprendre les mathématiques du premier cycle de l'éducation primaire. *Apprendre à apprendre* et à appliquer les mathématiques doit être un but pour tous les élèves. Pour cela, on doit créer, réinventer ou profiter, dans les écoles, de situations qui leur fassent acquérir une large gamme d'apprentissages qui soient significatifs pour eux. Les élèves doivent savoir appliquer les connaissances acquises, les mathématiques que l'on enseigne à l'école doivent servir autant pour étudier d'autres matières que pour résoudre des exigences et des problèmes mathématiques que les élèves rencontreront dans le milieu extrascolaire.



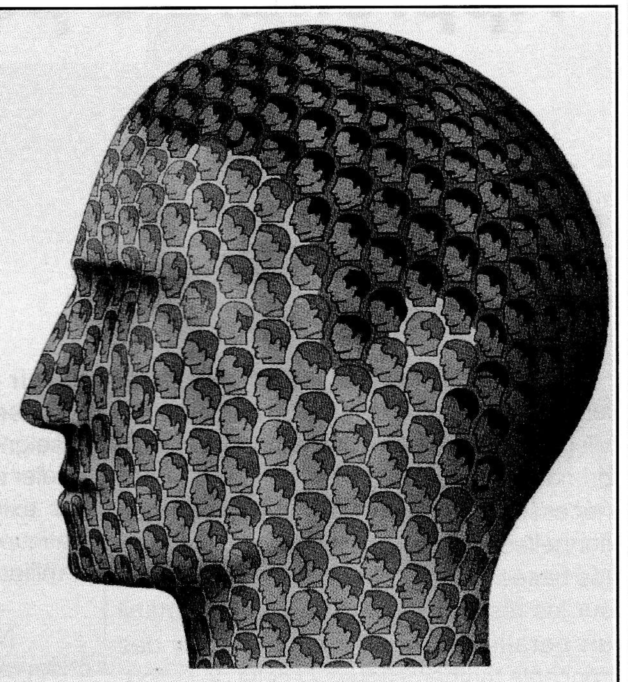
Noël Blotti ©Horizons Maths - 1982

Nous avons observé à travers les observations de différentes classes du primaire que, dans de nombreuses classes du premier cycle, les mathématiques couvrent les vides laissés par les activités de *"lecture-écriture"*. Ils laissent peu de temps à la reflexion et ils travaillent en utilisant livre-cahier-crayon, donnant surtout de l'importance à la pratique des algorithmes.

Lors du symposium de Valencia en 1987, on considérait nécessaire d'incorporer à la classe les remarquables résultats des investigations éducatives, d'améliorer les techniques enseignantes et de faciliter l'apprentissage de l'élève. Il doit exister une certaine cohérence entre la pratique mathématique et la pratique scolaire, on ne peut pas continuer avec cette dichotomie.

Par exemple, un des traits caractéristiques de la construction des mathématiques se retrouve dans les processus de découverte et d'invention; cependant, dans la majorité des écoles on insiste plus sur la mémorisation de faits, évènements et résultats mathématiques. Un autre exemple assez significatif est que le travail de découverte mathématique, bien qu'il possède une importante composante individuelle, est un travail partagé; dans la pratique scolaire, au contraire, le travail en mathématiques se réduit à l'utilisation du livre-crayon-papier, oubliant la discussion d'idéées, la communication d'expériences et de pensées encore imprécises entre les élèves et le professeur.

Nous pensons qu'une erreur, jusqu'alors non acceptée comme telle, a consisté à considérer que l'enseignement des mathématiques à n'importe quel niveau, dépendait de ce qu'exigeait le niveau immédiatemment supérieur (caractère propédeutique de l'enseignement mathématique), entraînant les professeurs à perdre de vue la signification et l'utilité des concepts qu'ils transmettaient à leurs élèves et des procédés qu'il était nécessaire de développer pour construire la connaissance mathématique.



Noël Blotti - 1985

Comme conséquence de notre investigation dans ce domaine (Soriano, 1986, 1993), nous croyons que les changements dans le curriculum mathématique conduiront, premièrement, vers de possibles restructurations qui reflètent des objectifs plus précis et mieux définis. En second lieu, en accord avec Coll (1990), nous estimons qu'il est indispensable de favoriser parmi les élèves l'acquisition de stratégies cognitives d'exploration, de découverte, de planification et de régulation de la propre activité. Troisièmement, nous considérons que l'enfant peut apprendre à penser à travers cette matière. Enfin, il est nécessaire de valoriser également les différentes limites ou blocages de la connaissance mathématique. Par exemple, la géométrie a été jusqu'à aujourd'hui très oubliée à l'école primaire.

Processus et concepts dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques

Notre observation et notre intervention active dans des situations réelles de classe avec des élèves de premier cycle de primaire nous fait changer la question "Quels concepts doit-on inclure dans les projets curriculaires?" par "Que voulons-nous que les élèves apprennent dans et des mathématiques?".

En tenant compte des théories cognitives sur l'apprentissage des mathématiques (Bruner, 1961, 1996; Wittrock, 1979; Holmes, 1985), les professeurs doivent rendre possible l'apprentissage significatif de leurs élèves. Quand les enfants ne perçoivent pas significativement l'information, les professeurs doivent obtenir la connexion entre le matériel préalablement appris et le nouveau, en utilisant des méthodes verbales, d'images ou de matériels tridimensionnels qui détachent l'organisation et les détails spécifiques du matériel à étudier. Quand les élèves perçoivent significativement les contenus, les enseignants mettent en œuvre des activités orales et écrites pour s'assurer que les enfants génèrent des relations remarquables en un mode verbal ou d'image. Finalement, quand les élèves, spontanément, génèrent des relations appropriées, le professeur doit diriger son attention sur des concepts du niveau supérieur.

Bruner (1961, 1966) et Wittrock (1979) croient que l'apprentissage est un processus de découverte, les enfants devant découvrir des relations significatives entre les connaissances anciennes et les nouvelles, et assumer la responsabilité par l'activité cognitive. En tenant compte de ce qui a été exposé précédemment et suivant l'ICMI (1986), nous arrivons à la conclusion selon laquelle le meilleur curriculum mathématique est celui basé sur les processus.

En travaillant sur des processus de raisonnement, les mathématiques imposent des caractéristiques déterminées telles que: rigueur, précision, raisonnement logique, équilibre, concision, etc. Dans ce sens, l'éducation mathématique doit consister primordialement à développer chez les garçons et les filles une pensée et une attitude active et créative. Pour cela, une mathématique ancrée dans des contenus immuables se contredit elle-même.

Si nous considérons les mathématiques comme un ensemble de processus, le rôle de l'école consiste, entre autres, à aider les enfants à mathématiser, c'est-à-dire à favoriser chez l'élève les processus de comparer, classifier, ordonner, abstraire, symboliser, généraliser, etc. La tâche consiste à décider quels processus peuvent être plus utiles pour la vie en société de ces enfants et quelles expériences de l'école peuvent les aider à apprendre ces processus. Mais ceux-ci seulement peuvent être enseignés à travers des concepts, ainsi les élèves devront apprendre les plus adéquats afin que les possibilités pour que les proccessus soient acquis et compris soient les plus appropriées.

Aussi valide que soit le modèle employé, les concepts mathématiques ne s'apprennent pas spontanément: un concept s'acquiert en relation avec d'autres et c'est cette maille de concepts qui a une structure solide. Le fait d'avoir travaillé un thème avec intérêt pendant un temps déterminé ne signifie pas que sa connaissance soit acquise. Une grande partie sera oubliée ou restera dans un coin de la mémoire, et réapparaîtra seulement si elle est traitée en d'autres occasions. Ceci est l'application aux mathématiques des théories des schémas (Anderson, 1977; Norman, 1985) qui postule que la connaissance préalable, organisée en blocs en relation les uns avec les autres, est un facteur décisif dans la réalisation de nouveaux apprentissages.

Selon C.Coll (1990), la structure cognitive des élèves peut se concevoir en des termes de schémas de connaissance. Les différents schémas de connaissance qui accomodent la structure cognitive peuvent se maintenir entre eux par des relations d'extension et de complexité diverse. La nouvelle information mathématique apprise est stockée dans la mémoire moyennant son incorporation et son assimilation a un ou plusieurs schémas; les apprentissages préalables resteraient modifiés par la construction de nouveaux schémas. L'objectif de l'éducation étant la modification de schémas de connaissance en les révisant, en les enrichissant, en les différenciant ... moyennant une construction progressive.

Le caractère hiérarchique des contenus mathématiques oblige à un choix minutieux qui respecte les processus de construction des mathématiques. Cela ne veut pas dire qu'il faille suivre un enseignement linéaire des concepts, mais plutôt un développement cyclique en spirale, avec des aggrandissements successifs qui serait en concordance avec la psychologie des garçons et des filles (Chamorro, 1991).

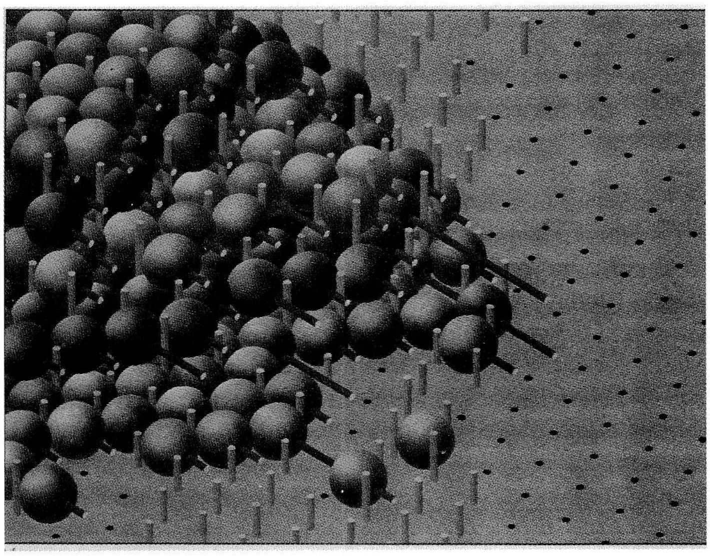
L'acquisition de techniques mathématiques recquiert de la pratique et un traitement continu et planifié. La compréhension s'acquiert normalement en tant que résultat d'activités mathématiques significatives, variées et répétées (ICMI, 1986). Dans les classes, les contenus et les thèmes mathématiques ne peuvent pas être enfermés ni isolés, ils doivent être en adéquation avec les possibilités, les compétences et les capacités réelles des élèves, et avec le contexte dans lequel ils vivent.

Les mathématiques, une méthode pour "apprendre à penser"

Nous considérons les mathématiques comme une matière-clé dans les premières années de la scolarité obligatoire. Elles aident l'enfant à développer son intelligence, lui apprennent à penser, favorisent le développement des capacités et processus cognitifs, facilitent la communication avec le professeur et ses camarades, en même temps qu'elles lui fournissent les capacités pour trouver et utiliser des stratégies, en répercutant ses réussites dans les autres domaines. Les mathématiques rendent possible le développement intégral de l'enfant en tant que personne immergée dans une société (Soriano, 1993).

Entre enseigner et apprendre, dit Dewey (1933), il existe la même relation que entre vendre et acheter. La seule façon d'augmenter le niveau d'apprentissage de l'élève est d'augmenter la quantité et la qualité de l'enseignement réel.

Le processus "enseignement-apprentissage" des mathématiques doit viser à accroître la connaissance et développer l'habilété de la pensée. Nous croyons qu'il est difficile d'atteindre l'un d'eux sans faire aucun progrès dans l'autre.



Noël Blotti - 1985

Comment se forment les concepts mathématiques ? Parallélisme avec la formation de la pensée réfléchie.

Les concepts commencent avec les expériences qui procèdent de l'interaction constante de l'enfant avec son milieu. Tous les organismes sont en alertes, désirent une opportunité pour entrer en activité, et recherchent quelque objet sur lequel agir. Les concepts se précisent avec l'utilisation, la pensée n'est pas autre chose que la capacité à comprendre et à mettre en relation les indices spécifiques que les choses établissent et, pour finir, se généralisent aussi avec l'utilisation (Dewey, 1933). Penser c'est rechercher, inspecter, essayer ... dans le but de trouver quelque chose de nouveau ou voir ce qui est déjà connu sous une perspective différente; pour tout ce qui a été dit antérieurement, nous considérons que les mathématiques sont une matière idéale pour l'obtenir chez les enfants. Les activités scolaires, et spécialement celles qui sont du domaine des mathématiques, offrent de grandes possibilités intellectuelles.

Selon Dewey (1933), le résultat de la pensée est dans tous les cas la transformation d'une situation douteuse et déconcertante en une situation claire et déterminée. Cela coïncide avec la stratégie d'enseignement que nous proposons. Pour travailler les mathématiques, il faut commencer par établir une situation problématique qui, à travers une investigation soigneuse, peut être résolue.

Nous allons établir un parallélisme entre les cinq phases de la pensée réfléchie selon Dewey (1933), et les phases que nous croyons nécessaires pour penser de manière réfléchie à partir des mathématiques. Sur le plan des mathématiques, on peut considérer cinq phases qui favorisent la pensée réfléchie.

Dans la première, on présente la situation problématique et on cherche une solution possible; dans la seconde, il y a une intellectualisation de la difficulté qu'on a expérimenté dans un problème à résoudre ou une question à laquelle on doit trouver une réponse.
La troisième consiste à utiliser des suggestions les unes après les autres, comme hypothèses, afin d'initier et de guider l'observation; la quatrième phase est celle du raisonnement, c'est l'élaboration mentale de l'idée ou de la supposition (raisonner aide à amplifier la connaissance, alors qu'en même temps ceal dépend de ce qui est déjà connu et des facilités existantes) et, enfin, la vérification des hypothèses.
Nous croyons qu'apprendre les mathématiques c'est apprendre à penser.

Du concret à l'abstrait, de l'abstrait au concret.

Tout le processus de la pensée consiste à former une série de critères en relations les uns avec les autres de telle manière qu'ils se soutiennent mutuellement et conduisent à une conclusion, en faisant coïncider ce procédé avec celui qu'on doit amener au bout en mathématiques pour acquérir la connaissance d'une façon significative. Ainsi, comprendre en mathématiques, c'est appréhender une signification. Cela consiste à l'observer dans ses relations avec d'autres situations ou d'autres matières, à déterminer quelle utilité on peut lui donner, à observer comment elle opère...

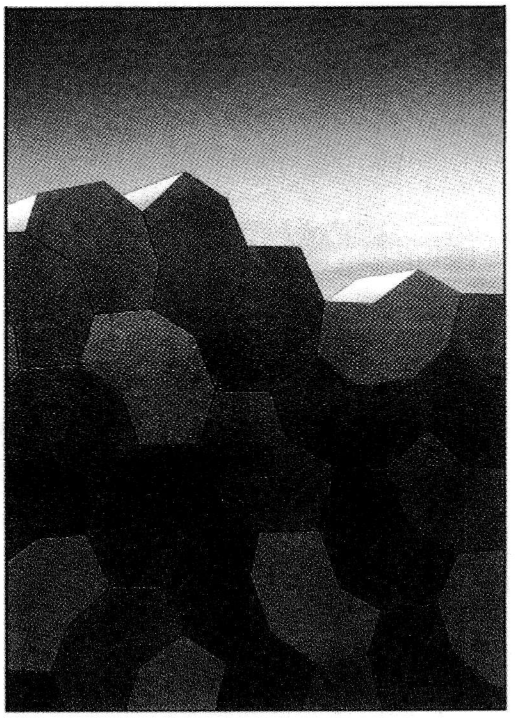
Les concepts de concret et d'abstrait sont très liés au fait de penser de façon réfléchie (Dewey, 1933). Pour acquérir une bonne connaissance mathématique, il faut aller du concret à l'abstrait et agir dans l'abstrait. Mais, il est convenable de clarifier sémantiquement ces termes et d'observer leur parallélisme dans la formation de la pensée et dans l'acquisition de la connaissance mathématique.

Dewey (1933) affirme que le concret dénote une signification clairement appréhendable. La différence entre le concret et l'abstrait est en relation avec le progrès intellectuel d'un enfant; ce qui est abstrait dans une phase du développement devient concret dans une autre. Ce qui détermine les limites entre le concret et l'abstrait ce sont les exigences de la vie pratique. Lorsque la pensée est utilisée comme moyen pour aboutir à une fin, bien ou valeur qui la transcende, c'est du concret (ce qui arrive quand on travaille dans le domaine des mathématiques dans les premiers niveaux de primaire); quand on l'emploie simplement comme moyen pour continuer à penser, c'est abstrait.

Il faut que les concepts mathématiques passent du concret à l'abstrait, pour cela il est nécessaire de considérer que le fait de commencer avec le concret signifie que, au point initial de toute expérience d'apprentissage mathématique, on devrait faire une grande part à ce qui est déjà familier. Par exemple, l'enseignement d'un nombre n'est pas concret simplement parce qu'on utilise des petites pierres, des petits pois ou des points ... Dès qu'on a clairement perçu l'utilisation et la portée des relations numériques, la notion de nombre n'est concrète que lorsque on utilise seulement des chiffres.

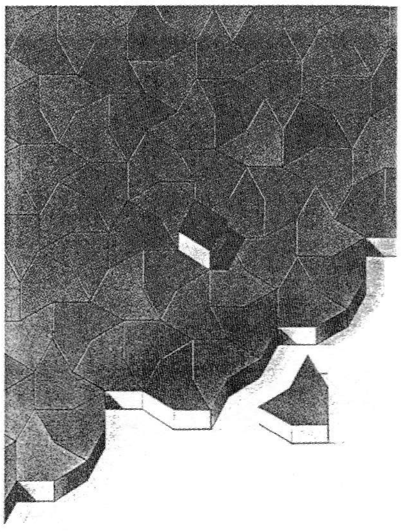
Il faut commencer à travailler les mathématiques avec des manipulations pratiques, mais l'activité purement physique et la simple manipulation n'assurent pas de résultats intellectuels. Elles doivent toujours viser à résoudre un problème, il faut réfléchir sur ce qui a été réalisé, discuter en groupe-*classe, séquencer et ordonner les hypo*thèses pour trouver une solution à la question posée (Soriano, 1993). L'interaction dans le groupe favorise la communication. On doit utiliser le langage à des fins pratiques et sociales, de telle sorte que petit à petit il se convertisse en un outil conscient pour véhiculer la connaissance mathématique en particulier et appuyer la pensée (Vygotski, 1978).

Noël Blotti - 1985



Les mathématiques favorisent le développement de l'intelligence et apprennent aux enfants à penser dès les premiers cours

Nickerson, Perkins et Smith (1987) considèrent que les objectifs traditionnels de l'éducation se sont centrés sur l'acquisition d'une connaissance pratique. On a prêté peu d'attention à l'enseignement des habiletés de la pensée telles que le raisonnement, la pensée créative et la solution de problèmes. En renforçant les habiletés de la pensée, il n'y a aucune raison de réfuter l'importance de l'acquisition de la connaissance. La pensée est essentielle pour l'acquisition de la connaissance et la connaissance est essen*tielle pour la pensée. Nous partageons cette*



Noël Blotti - 1985

réflexion et nous croyons que les enfants peuvent apprendre à penser à travers le curriculum mathématique. De plus, nous considérons qu'en mathématiques l'information pure ne se convertit pas toute seule en "formation", l'apprentissage intellectuel inclut la réunion, le processus, la rétention ou le stockage et la récupération de l'information; pour cela, il faut faire des efforts dans les processus et en favorisant des attitudes positives vers cette matière.

L'information va se convertir en connaissance seulement si on comprend le matériel qui la constitue (Dewey, 1933). La compréhension des différentes parties de l'information mathématique et ses relations réciproques s'obtient lorsque l'acquisition est accompagnée d'une réflexion constante sur la signification de ce qu'on étudie. Il est nécessaire d'appréhender les connexions de ce qui est retenu et enregistré (récupéré), pour pouvoir utiliser le matériel dans de nouvelles situatiuons.

Tout le processus d'enseignement-apprentissage a pour objectif de développer chez les élèves une série de capacités qui leur permettent de vivre intelligemment en société. Les mathématiques contribuent, d'un façon spéciale, à développer chez les élèves du premier cycle de l'éducation primaire les capacités cognitives, affectives, psychomotrices, d'insertion sociale et communicatives (Soriano, 1933).

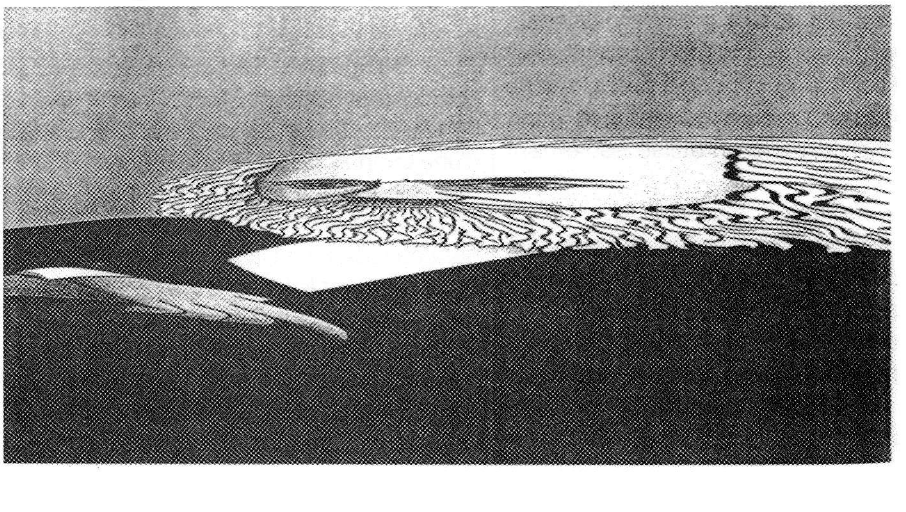
Les attitudes développées par les mathématiques

Les mathématiques favorisent chez les élèves le développement des capacités cognitives en commençant par les plus simples comme faire attention, connaître, comprendre ... et en continuant par d'autres plus complexes comme raisonner, synthétiser, appliquer, pensée créative, pensée et sens critique.

Bien qu'accusées d'être une matière aride, les mathématiques contribuent au développement de capacités de type affectif. Celles-ci peuvent être, selon les circonstances, positives ou négatives; il incombe au professeur que l'élève les assimile dans le sens positif : autoestimation, valorisation, profiter (à travers les défis que suppose le processus suivi pour trouver une solution à un problème), critiquer (les processus mathématiques, les solutions doivent être débattus dans le groupe, tous doivent participer pour pouvoir construire la connaissance mathématique à travers l'interaction avec les semblables), etc.

Les capacités de type psychomoteur sont également développées par l'apprentissage des mathématiques. De plus, le bloc mathématique "Espace et Géométrie" contribue expressément à son développement : capacité à s'orienter, organisation spatio-temporelle, coordonner, manipuler, construire ...

Si dans la classe il est possible, après la réalisation d'activités mathématiques, de les mettre en commun, de les étudier, de débattre des procédés suivis pour solu-



tionner un problème, de produire des échanges ... , on aboutira à ce que les mathématiques contribuent à développer les capacités d'insertion sociale. Partager un problème auquel il faut trouver la solution en petit groupe, discuter avec le groupe des processus et des résultats, etc, favorise les capacités telles que savoir participer, collaborer, partager, contribuer, respecter ... qui sont si nécessaires pour s'intégrer dans la société.

En dernier lieu, il est utile de commenter le pouvoir que possède ce domaine pour obtenir, par un travail quotidien, les capacités communicatives des élèves; l'expression orale, l'expression graphique, l'écrit, la symbolique, dialoguer, écouter ... On ne doit pas oublier que les mathématiques sont un langage universel, c'est-à-dire un langage mathématique.

Aspects intellectuels favorisés par les mathématiques

A partir de la perspective cognitive et du processus d'information il y a une série de capacités humaines dont la manifestation chez une personne nous informe d'une conduite plus ou moins intelligente, et nous pensons qu'elles sont favorisées par des mathématiques travaillées de manière adéquate. Concrètement, il existe une série d'éléments importants dont le développement et l'entretien contribue à apprendre à penser à une personne, et nous croyons qu'ils peuvent être abordés dans toute leur amplitude à partir des mathématiques.

La mémoire

C'est l'une des capacités cognitives de base avec l'attention et le raisonnement. Elle a généralement été considérée comme un indice important de l'intelligence.

Toutes les informations qui arrivent à l'élève sont sélectionnées par lui et peuvent rester dans la mémoire plus ou moins longtemps. La durée dépend de la relation qui va s'établir entre l'information nouvelle et celle acquise au préalable. D'après Beltran (1987), Gagné (1987), Novak et Gowin (1988), Heimlich et Pittelman (1990), Coll (1990) et Hernandez Pina (1993), entre autres, l'information qui arrive à l'élève suit un schéma commun. L'élève la sélectionne et évite un travail à sa mémoire, dans laquelle elle peut rester pendant une courte période et, à partir de là, suivre deux chemins possibles :

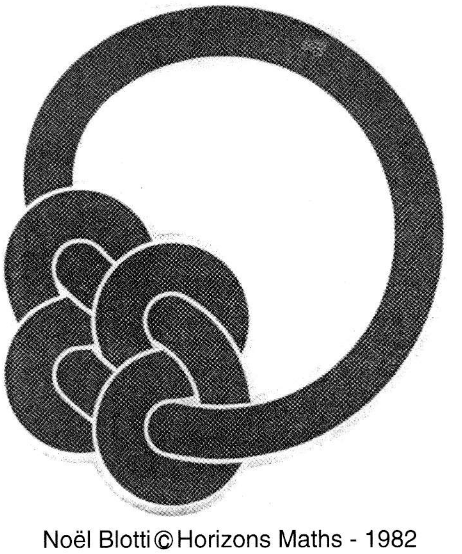
• Le premier est de la mésestimer, à cause de motifs divers : ne pas trouver de schémas de connaissance préalables avec lesquels les mettre en relation, l'existence d'une distance suffisamment grande entre la nouvelle connaissance et les idées préalables, qu'elle ne soit pas intéressante, qu'elle ne soit pas utile, etc. Si cette information n'a aucune sens pour l'enfant, il l'utilise telle qu'elle arrive, sans l'élaborer, dans le but de se sortir d'une situation future ou compromise pour laquelle il en a besoin, comme par exemple, réussir un examen ou satisfaire les attentes de ses professeurs à son sujet. Passée cette courte période, l'information qui s'est accumulée de façon répétée se perd généralement. Les concepts s'acquièrent de façon mécanique et en ne trouvant pas, dans la nouvelle information, de relations avec d'autres informations antérieures, elle n'est pas élaborée par l'élève, n'est pas stockée et, par conséquent, ne peut pas être récupérée pour acquérir de nouvelles significations, ni pour être appliquée à une nouvelle situation.

• L'autre chemin est de trouver un sens à la nouvelle information. Pour cela on cherche des relations avec les expériences préalables. La nouvelle information produit toujours un déséquilibre conceptuel qu'il faut pallier pour revenir à l'état normal d'équilibre. L'élève, intentionnellement, cherche et trouve des relations avec ses connaissances antérieures, les réélabore et de nouveaux schémas de connaissance plus complexes apparaissent pour lesquels il utilise des stratégies d'apprentissage, déjà acquises ou qu'il peut apprendre, en les récupérant dans une situation adéquate.

Les garçons et les filles, une fois les informations élaborées, les stockent dans leur mémoire à longue durée et les récupèrent et utilisent au cours de nouvelles situations d'apprentissage ou lorsqu'elles sont requises pour résoudre une situation quelconque. De cette façon, la seule chose que les élèves ont toujours ce sont des schémas préalables de connaissance de plus en plus complexes, mais ils sont préalables car les élèves ont toujours l'opportunité d'apprendre davantage sur un thème. On n'obtient jamais un apprentissage total ou toute l'information.

Les apprentissages se basent sur des réélaborations de schémas préalables de connaissance, de plus en plus compliqués et dont les mailles du réseau sont de plus en plus nombreuses, qui sont récupérés et utilisés pour solutionner de nouvelles situations ou pour réaliser un nouvel apprentissage. La mémoire s'exerce et augmente parce qu'on comprend, si les informations ne sont pas comprises rapidement, alors elles sont mésestimées.

Nous pensons que l'enseignement-apprentissage des contenus mathématiques exerce la capacité de mémoire pour de nombreuses raisons. Les mathématiques sont un domaine qui possède une structure interne riche, logique et significative, on ne peut pas travailler les mathématiques sans restructurer les schémas préalables. Les nouvelles connaissances se basent sur les connaissances antérieures, travaillent avec elles, trouvent des relations logiques en utilisant pour cela des stratégies d'apprentissage. C'est une matière dans laquelle les élèments internes sont régis par un ordre. Ainsi, un bon apprentissage des mathématiques ne s'obtient jamais par répétition, ni mécaniquement, puisque les nouvelles connaissances se basent sur les antérieures. Les nouvelles connaissances vont former une partie du réseau de connaissances que l'enfant possèdait dans sa mémoire, construit à partir de son expérience. En même temps, en mathématiques on avance en spirale, c'est-à-dire que les contenus peuvent être appréhendés à nouveau sous différentes perspectives et avec un niveau de difficulté croissant.



Noël Blotti © Horizons Maths - 1982

En réalité, comprendre les mathématiques revient à appréhender une signification et à la mettre en interrelation avec d'autres. Les mathématiques favorisent la formation d'un réseau de connexion pour leur compréhension, tout ce qui se comprend est réélaboré et appris, en faisant partie de la personne et en se stockant dans la mémoire. Pour cela, nous disons que les mathématiques développent la mémoire parce qu'elles cherchent des stratégies permettant d'interconnecter les nouveaux contenus avec ceux déjà obtenus, parce qu'elles sont riches en relations et parce que, pour mémoriser, il faut appréhender les significations des choses d'une forme compréhensive. En même temps, nous sommes convaincus que les relations exercées en mathématiques peuvent être extrapolées à d'autres domaines pour favoriser les apprentissages.

Depuis les premières années de scolarité, l'enfant développe sa capacité de mémoire et les activités mathématiques, que ce soit de type manipulation, verbal ou symbolique, l'y aident .

Capacité de formation d'images mentales

La formation d'images procure une forme spéciale de stockage de l'information qui est différente de la signification verbale. Les images représentent l'information, et les objets imaginés peuvent être manipulés mentalement de la même façon que leurs objets mentaux correspondants (Kosslyn, 1986).

Selon Gordon Bower (1972), les images mentales semblent améliorer la mémoire de deux manières. Premièrement, on peut stocker non seulement la parole mais aussi la chose à laquelle elle se réfère. Les souvenirs de la mémoire verbale et des images mentales sont distincts, et cette différence peut être utilisée pour assurer le souvenir de l'un d'eux. En second lieu, les images peuvent se combiner en scènes et être enregistrées ainsi, en donnant lieu à une autre voie pour améliorer la mémoire. Quand nous mémorisons des scènes,nous ne stockons pas seulement des idées ou des objets mais également les relations qui s'établissent entre eux.

La deuxième utilité des images mentales recherchée par les scientifiques, parmi lesquels Richardson (1969), implique l'utilisation des images mentales comme substitut de la pratique réelle dans la réalisation d'une activité. Les images peuvent agir comme substituts d'objets réels.

Nous n'avons pas la connaissance de recherche menées au sujet de la formation d'images mentales chez les très jeunes enfants. Notre intervention et nos observentions des classes nous informe que les très jeunes enfants forment des images mentales et travaillent avec elles. L'imagination créatrice est le mode naturel de fonctionnement de l'esprit enfantin dont les contenus sont fondamentalement perçus moyennant des images ou des pensées visuelles.

Le processus mathématique permet la formation d'images mentales. La connaissance mathématiques commence à travers la manipulation d'un matériel concret et des situations de la vie quotidienne, sur lesquels on agit et on réfléchit, mais, lentement, ce matériel se retire et l'enfant doit travailler en manipulant des images mentales qui, dès qu'elles sont devenues familières et assimilées par les élèves, sont aussi concrètes que le matériel sur lequel ils ont agit.

La pensée divergente

De nombreux auteurs (Barlett, 1958; De Bono, 1968) ont séparé deux types de pensée, l'un qu'ils caractérisent d'analytique, déductif, rigoureux, formel, critique et convergent, et l'autre de synthétique, inductif, expansif, libre, informel, créatif et divergent. Nous devons tenir compte de ces deux types de pensée.

Pour Guiford (1983), la pensée divergente revient à regarder d'après plusieurs perspectives, à chercher toujours plus d'une réponse, à désarticuler des schémas rigides, à ne pas s'appuyer sur des suppositions uniques et préalables, à essayer, à établir de nouvelles associations, à tâtonner pour produire quelque chose de nouveau afin de mieux comprendre et de se sentir auteur d'une oeuvre commune.

Pour beaucoup, d'après Orton (1990), les mathématiques sont une matière dans laquelle l'adresse de la pensée convergente est la plus valorisée. En fait, il est possible qu'il n'y ait pas de preuve de la nécessité de l'adresse de la pensée divergente. Ces personnes pensent que dans d'autres domaines il est très facile de produire des questions divergentes, c'est-à-dire qui offrent de nombreuses variétés de réponses acceptables. Il faudrait se demander, cependant, si c'est l'instruction scolaire typique en mathématiques qui génère les penseurs convergents que nous trouvons, par exemple, à la fin de l'éducation primaire? ou, au contraire, si les enfants sont prédisposés à la convergence et notre curriculum en mathématiques influe peu pour contrarier une telle tendance?

Nous pensons que jusqu'alors les mathématiques scolaires ont favorisé le développement de la pensée convergente. Les mathématiques scolaires ont été conçues comme un matériel parfaitement achevé, dans laquelle tout a une solution, et lorsqu'on a trouvé des situations qui avient plus d'une solution, des problèmes de type didactiques apparaissaient. Les processus à suivre pour trouver la solution à un problème peuvent être variés et très différents. Dans l'instruction mathématique que les professeurs d'aujourd'hui ont généralement reçue, ceux-ci se voyaient obligés de réaliser le même raisonnement que leur professeur pour résoudre une situation, puisque sinon ils étaient sanctionnés. Aujourd'hui nous devons éviter ce modèle d'instruction pour nos élèves.

Nous estimons que les mathématiques favorisent l'apparition de produits créatifs, parce qu'elles peuvent fomenter autant la pensée convergente que la pensée divergente et, de ce fait, l'un des objectifs des mathématiques est de développer les deux à la fois. Exemples d'activités réalisées avec des élèves du prelmier cycle de primaire, qui reflètent l'utilisation des deux:

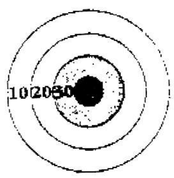
Pensée convergente

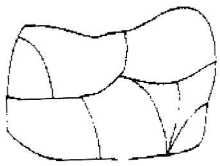
a) 2 - 4 - 6 - 8 ...
Quel est le chiffre qui suit ?

b) 3 - 20 - 35 - 8

Ordonne ces nombres du plus petit au plus grand.

c) fais de même avec :
1,002 - 0,102 - 0,012 - 0,002





Pensée divergente

a) Lance la fléchette trois fois pour que le total soit de 70.

b) Colore les régions en utilisant quatre couleurs sans que deux régions qui se touchent soient de la même couleur.

Ces exemples d'enseignement mathématique, alliés à un nouveau style d'organisation de la classe et d'interaction avec les élèves, s'opposent à un apprentissage consistant avec presque l'exclusivité dans l'assimilation d'informations. Un nouveau développement éducatif exige une activité d'exploration et de découverte des élèves, pour laquelle il constitue un élément essentiel: la créativité, cette façon de procéder sans règles ni formules rigides préétablies.

Un enseignement créatif

Nous avons dit antérieurement que les activités mathématiques proposées améliorent la pensée divergente. Si elles améliorent cette pensée et que celle-ci est associée à des attitudes critiques et transformatrices, alors elles contribuent également à développer ces attitudes. Les enfant qui suivent des activités créatives de façon intégrée dans leurs affaires scolaires améliorent leur rendement scolaire, leurs expériences intellectuelles et même leurs relations affectives. Voyons donc l'importance des mathématiques en tant que matière du curriculum.

En analysant les principes dans lesquels, selon J. A. Smith (1966, 1974), l'enseignement créatif doit se fondamentaliser et s'orienter, nous trouvons un parallélisme total avec les principes dans lesquels doit se fondamentaliser l'enseignement des mathématiques.

• La créativité se développe en se centrant sur ces processus de l'esprit regroupés dans le domaine général de pensée divergente.

• Dans l'enseignement créatif on utilise des situations avec une fin ouverte.

• L'enseignement créatif signifie que les élèves sont amenés à générer et à développer leurs propres idées, à penser par eux-mêmes, ce qui s'obtient en favorisant les procédés mathématiques et en développant des attitudes d'auto-estime.

• Dans l'enseignement créatif le raisonnement est autant, sinon plus, important que le résultat obtenu.

• Dans l'enseignement créatif, on apprend beaucoup de connaissances et d'habiletés mais on fait également des prévisions pour appliquer ces connaissances-habiletés dans de nouvelles situations de solutions de problèmes.

• Dans l'enseignement créatif on manipule et on explore les idées et les objets.

Nous avons alimenté notre opinion sur le domaine des mathématiques dans le premier cycle de primaire avec ces principes; par conséquent, les mathématiques se manifestent comme un terrain privilégié pour développer la créativité chez l'enfant. Dans le travail mathématique nous considérons que le raisonnement suivi est plus important que la solution finale. Les enfants sont invités à présenter leurs réponses, à les discuter avec le groupe, à respecter les contestations des autres, même si elles sont erronées; pour cela, dans les débats, l'enfant crée et développe ses propres idées en les confrontant à celles de ses camarades. De plus, les enfants acquièrent plus d'assurance et de confiance pour résoudre les problèmes et les difficultés qui se présentent.

Le raisonnement

Le terme de raisonnement a été utilisé dans des contextes plus hétérogènes. En parlant de raisonnement nous exprimpons deux types de raisonnement: déductif et inductif. Le raisonnement déductif inclue une inférence logique. Le raisonnement déductif consiste à extraire une conclusion des prémisses existants (Nickerson, Perkins et Smith, 1987). Une déduction est un processus systématique de pensée qui conduit d'un groupe de propositions à un autre, et que l'on suppose basé sur les principes de la logique (Johnson-Laird, 1986).

La domination totale du raisonnement déductif dépend, dans l'œuvre de Piaget, de la domination des opérations formelles. Des enfants d'âges inférieurs à ceux exigés pour la théorie peuvent raisonner correctement si ils prennent la précaution de s'assurer qu'ils se souviennent de l'information qu'ils se procurent (Bryant et Trabasso, 1971), qu'ils ne sont pas induits en erreur par des questions confuses (Donaldson, 1978) et que des problèmes sur des objets familiers se présentent.

Voyons maintenant un problème, parmi les nombreux posés et résolus par les élèves du premier cycle de l'éducation primaire. Nous croyons que c'est un exemple clair de raisonnement déductif.

Problème:
Alice, Roro, Antoine et Pierrot ont fait une course.

On sait qu'Alice est arrivée la dernière, qu'Antoine est arrivé avant Roro et après Pierrot.

Complète le tableau en indiquant l'ordre d'arrivée de chaque enfant.

1°	2°	3°	4°

Nous estimons que le domaine des mathématiques aide à utiliser et à développer le raisonnement déductif à partir d'un âge précoce. Quoique la réponse pour les adultes soit évidente, les raisonnements par lesquels on y arrive sont étonnamment complexes. En premier lieu, il est nécessaire de comprendre le problème et de capter les conditions initiales et l'objectif. Deuxièmement, il est nécessaire d'échafauder un plan. Troisièmement, il faut effectuer le plan sans commettre d'erreur. Quatrièmement, il faut vérifier la réponse et considérer peut-être si il existe un autre façon de procéder. Les inférences déductives dans la vie quotidienne nécessitent rarement une stratégie compliquée.

Les mathématiques n'influent pas seulement sur le développement du raisonnement déductif, mais influe aussi positivement et dimensionnellement dans le raisonnement inductif.

L'induction

L'induction est une capacité cognitive générale. On la définie comme le développement de règles, idées ou concepts généraux à partir de groupes spécifiques d'exemples (Pellegrino, 1986; Nickerson, Perkins et Smith, 1987). Chaque fois qu'à partir des différentes observations du monde dans lequel nous vivons on fait une généralisation, on a fait une induction. Par conséquent, une grande part de l'apprentissage estinduction.

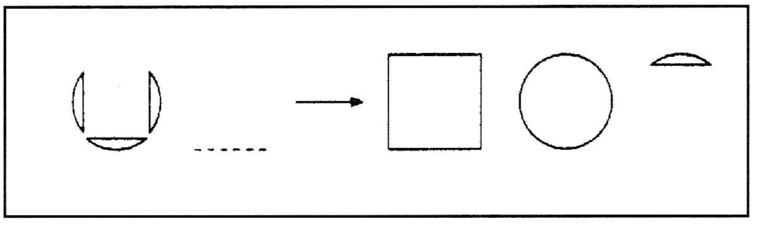
Toutes les tâches de raisonnements inductif (Pellegrino, 1986) ont la même propriété basique. On présente un groupe de stimuli à l'enfant, et sa tâche consiste à inférer le modèle ou la règle, de façon à ce qu'on puisse générer ou sélectionner une continuité appropriée du modèle. Ce procédé général de preuves s'observe dans une large gamme de tâches différentes : classifications, sériers, etc.

Les problèmes, selon Pellegrino (1986) qui, en plus de mesurer, développent la capacité de raisonnement inductif et qui dès les premiers moments de la scolarité obligatoire, pensons-nous, doivent apparaître dans les programmes de mathématiques sont les suivants :

a) Classifications
Elles consistent à découvrir la relation entre les termes initiaux et ensuite à sélectionner l'alternative cohérente avec la règle inférée.

Considérons l'exemple suivant travaillé avec l'élève de premier cycle del'éducation primaire.

Parmi les figures qui se trouvent à ta droite, choisis celle que l'on doit mettre sur les pointillés.



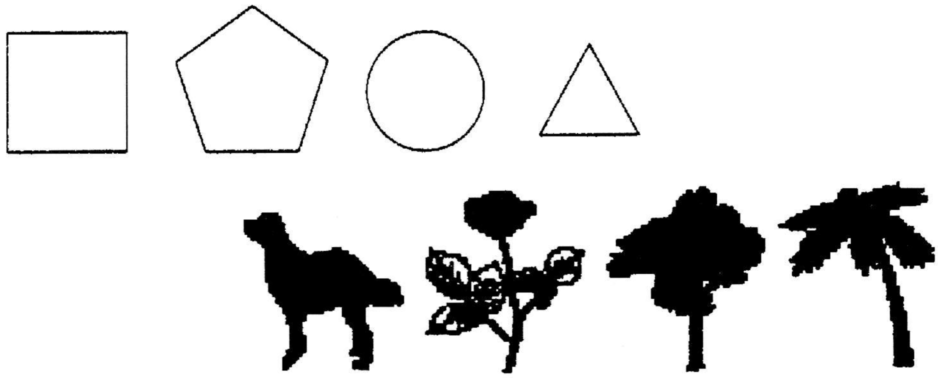
Dans les problèmes de classification, le processus d'inférence cherche une relation commune entre trois ou quatre termes, comme par exemple: chien, vache, cheval, chat. La relation réside normalement dans une catégorie du niveau supérieur qui embrasse tous les termes ou une propriété commune.

Par exemple:

Observe le tableau ci-après

a) Dans l'exemple des figures colorie celle qui est différente.

b) Dans le second exemple, indique celle que tu crois être différente.



Normalement l'enfant qui arrive en premier cycle de l'éducation primaire est habitué, informellement, à réaliser des classifications simples. Séparer des graines mélangées, en formant différents tas avec les graines identiques; faire des colliers avec seulement des billes rondes et d'autres avec seulement des cubes; avec les jeux de couleur, conserver chaque objet dans son étui en faisant attention à sa couleur. En plus de ces classifications on peut en réaliser d'autres plus structurées, en utilisant par exemple les blocs logiques de Dienes, en classant selon les critères: forme, couleur, grandeur et grosseur. Pouvant classifier (déjà en premier cycle de primaire) selon un critère, deux à la fois, trois à la fois, voire même quatre à la fois. De cette façon, ils peuvent inférer la propriété caractéristique après avoir observé une classificatopn.

b) Séries

Elles consistent à découvrir la structure périodique et relationnelle existant entre des suites de nombres, lettres et figures, séquences de notes de musique et modèles colorés, processus et séquençage dans les séries incomplètes.

On travaille avec des séries incomplètes de nombres, rythmes, figures, etc., dès l'arrivée de l'enfant à l'école. Lorsqu'il commence à se familiariser avec le nombre, il commence à diversifier les séries numériques. Séries croissantes et décroissantes, avec des opérations de somme, reste et multiplication.

Par exemple:

Complète les séries suivantes en donnant les cinq nombres suivants dans chacune d'elles:

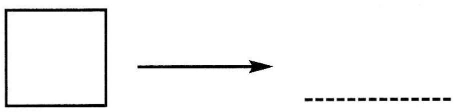
a) 4 - 6 - 8 - ...

b) 20 - 19 - 18 - ...

c) 3 - 7 - 12 - 18 - ...

On peut réaliser des séries avec des figures dans lesquelles on trouve une structure périodique claire. On peut aussi permettre à l'élève de créer sa propre série. Par exemple, complète la série suivante :

d)



Lors de la mise en commun des résultats, on observera et on étudiera quelle est la solution de chaque enfant à la série, on débattra et on verra que toutes sont des séries bien qu'elles suivent des rythmes distincts.

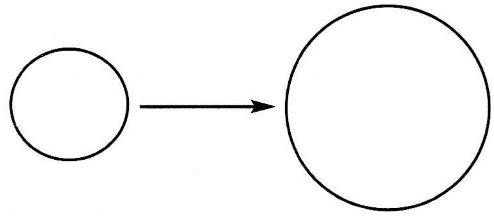
c) Les analogies

Elles nécessitent que les enfants choisissent l'alternative en relation avec le troisième terme du thème, de la même façon que le second est en relation avec le premier. D'après Pellegrino (1986) les analogies se présentent sous un format de choix forcé comme une introduction de trois termes.

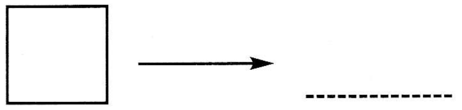
Dans la classe de premier cycle de primaire on n'utilise pas tellement les séries et les classifications mais, si on les utilise par exemple pour discriminer des formes, des grosseurs, le nombre d'objets, etc.

Par exemple:

Observe ce dessin



complète le second, en utilisant
la même relation que dans le premier.



__La capacité mathématique__

Une des capacités humaines qui, sans aucun doute, dès le premier moment où l'enfant entre en contact avec les mathématiques, de manière formelle ou informelle, favorise cette matière, est la capacité mathématique.

Maintenant, qu'appelle-t-on capacité mathématique ? Nous partageons la définition de Mayer (1986) qui définit la capacité mathématique comme l'ensemble des opérations cognitives, habiletés et connaissances qui composent les tâches mathématiques.

Certains élèves révèlent clairement plus d'aptitudes que d'autres vis-à-vis des mathématiques, ainsi la notion de capacité mathématique est essentielle pour considérer les différences individuelles. L'important est de déterminer si on peut développer cette capacité et nous estimons qu'elle peut être développée grâce à une méthodologie mathématique adéquate.

Krutetskii (1976) a réalisé une étude poussée sur la capacité mathématique des élèves, basée essentiellement sur l'observation et les conversations avec eux. Il définit la capacité mathématique en tant que caractéristiques psychologiques individuelles, qui répondent aux exigences de l'activité mathématique scolaire et qui influe sur le succès du domaine créatif des mathématiques comme matière scolaire, surtout dans un domaine relativement rapide et profond de la connaissance, les adresses et les habitudes en mathématiques.

Krutetskii (cité par Orton, 1990) conçoit ainsi quelques composantes de la capacité mathématique :

1- capacité pour extraire la structure formelle du contenu d'un problème mathématique et pour opérer avec elle,
2- capacité pour généraliser à partir de résultats mathématiques,
3- capacité pour opérer avec des symboles,
4- capacité pour des concepts spatiaux, exigés dans certaines branches des mathématiques,
5- capacité de raisonnement logique,
6- bonne mémoire pour la connaissance et les idées mathématiques.

Krutetskii (cité par Orton) signale également qu'il existe différents types de capacité mathématique. Certains élèves possèdent un esprit "analytique" et préfèrent penser en termes verbaux et logiques. D'autres ont un esprit "géométrique" et aiment les raisonnements visuels ou graphiques. Et il existe d'autres élèves qui possèdent un esprit 'harmonique" et qui sont capables de combiner les caractéristiques de l'esprit analytique et de l'esprit géométrique, quoiqu'ils révèleront très probablement un certain penchant pour le raisonnement analytique ou géométrique.

La capacité mathématique peut adopter de nombreuses formes, dérivées de celles-là, d'un mélange different d'autres aptitudes. Parmi elles figurent l'habileté numérique, l'habileté spatiale, le raisonnement verbal et non verbal, l'adresse de la pensée convergente et divergente, etc.

Nous croyons qu'il n'y a pas besoin de grandes preuves pour démontrer qu'une organisation habile et adéquate des mathématiques forme cette capacité chez l'enfant, dès qu'il entre en contact avec l'institution scolaire. Bien que l'école ne posséde pas l'exclusivité puisque les mathématique de type informel favorisent également ledéveloppement de cette capacité.

__La capacité spatiale__

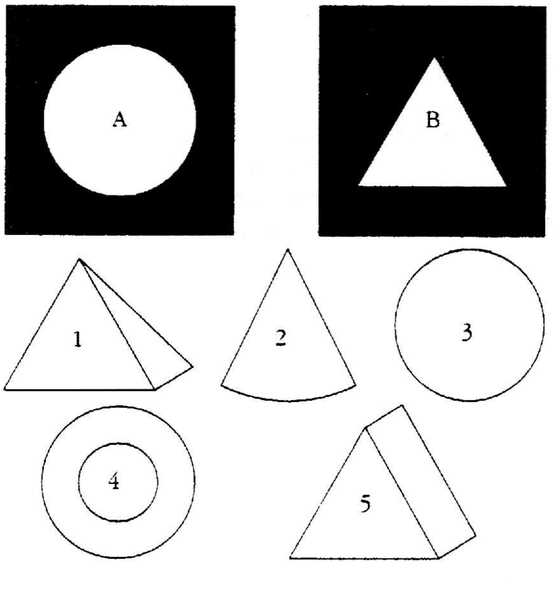
C'est une autre des capacités humaines qui peut être développée par les mathématiques. Bien que, naturellement, la capacité spatiale ne soit pas uniquement liée aux mathématiques.

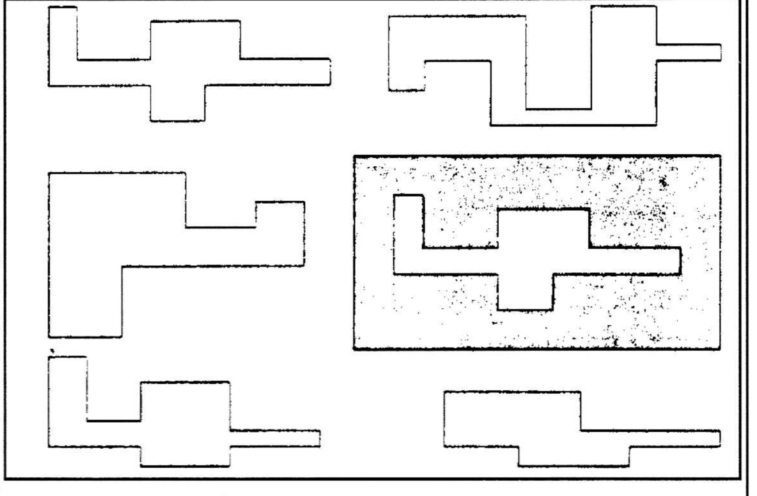
Les études réalisées par Smith (1964) nous informent sur la capacité spatiale en la considérant comme une composante de l'adresse mathématique. Bruner (1973) notait que l'enseignement pouvait développer la capacité spatiale, et il exprimait ceci en disant "je ne crois pas que nous ayons commencé à frôler la superficie de l'apprentissage en visualisation". Bishop (1973) étudia l'importance des matériels de manipulation dans l'enseignement, en trouvant une différence de rendement dans les tests de capacité spatiale entre les élèves qui utilisaient le matériel en classe et ceux qui ne l'utilisaient pas. Polya (1957) proposait, comme une des étapes du processus de résolution de problèmes, de réaliser un dessin qui aide l'élève, à travers une représentation dans l'espace, à trouver la solution.

Nous sommes convaincus que l'apprentissage des mathématiques favorise la capacité spatiale, puisqu'il met l'élève en relation avec des images, des dessins, des graphiques et des représentations visuelles très diverses. Un problème spécifique aux mathématiques, utilisé en classe, est la représentation bidimensionnelle d'objets tridimensionnels, un autre est la construction d'un objet spatial à partir d'un développement dans le plan. Ce sont des activités de type spatial qui essaient à la fois de former le développement de cette capacité, les notions topologiques fondamentales: devant-derrière, en haut-en bas ..., et d'autres plus complexes pour l'enfant telles que gauche-droite, toujours en relation avec son corps et considérant que ce sont des concepts relatifs, deépendant de la position. Les activités réalisées avec du matériel de construction sont également importantes.

Exemple 1

Observe les morceaux A, B et les 5 objets dessinés.
Quels sont les objets dessinés (1, 2, 3, 4, 5) qui pourraient passer à travers A ?
Quels sont ceux qui pourraient passer à travers B?





Exemple 2

Observe le trou laissé dans le panneau après avoir extrait une figure. Entre les figures qui entourent le panneau, identifie celle qui s'emboîte et colorie la.

Les exemples précédents sont des exercices spatiaux réalisés sur le papier, après avoir travaillé auparavant avec du matériel concret manipulable. Le dernier a été réalisé dans l'atelier de mathématiques du deuxième niveau.

Nous essayons également de développer la capacité spatiale dans le premier cycle de primaire, au moyen d'une autre activité réalisée en classe de mathématiques. Cela consiste à localiser les maisons des amis, les magasins, etc., sur des plans simples et familiers pour les élèves. Naturellement, ils n'y arrivent qu'après avoir travaillé à l'élaboration de petits itinéraires sur le terrain, une fois qu'ils ont imaginé leur rue, les places, etc., de leur environnement familier.

Résolution de problèmes

La résolution de problèmes est une capacité intimement liée à la faculté intellectuelle. Il n'y a pas de théories cognitives ou mathématiques qui traitent de la résolution de problèmes et qui ne la considèrent comme une capacité complète de l'individu qui procure un indice de son intelligence, selon qu'il ait plus de facilité ou de stratégies pour les résoudre.

Nous parlerons des problèmes en général et pas seulement des problèmes arithmétiques. En fait, les problèmes mathématiques posés aux élèves depuis le début ne doivent pas obligatoirement être arithmétiques. Il existe une infinité d'exemples, pour le premier cycle de primaire, qui ne le sont pas.

Un problème mathématique est un devoir intéressant pour l'élève, qui le fait s'impliquer complètement pour obtenir la solution. N'importe quel devoir n'est pas un problème en lui-même. Les livres de texte offrent de nombreux exercices qui ne sont en réalité pas des problèmes puisque la majorité se résoud en appliquant des connaissances ou des procédés appris de façon routinière (Soriano, 1993). On peut observer ic quelques exemples de problèmes posés en premier cycle de l'enseignement primaire.

Pour Chi et Glaser (1986), un problème est une situation dans laquelle on essaye d'atteindre un objectif et il est nécessaire de trouver un moyen pour l'atteindre. Tous les problèmes ont des aspects communs, tous ont un état initial y tendent à obtenir un objectif. Pour le résoudre, il faut réaliser quelques opérations sur l'état initial pour pouvoir atteindre l'objectif.

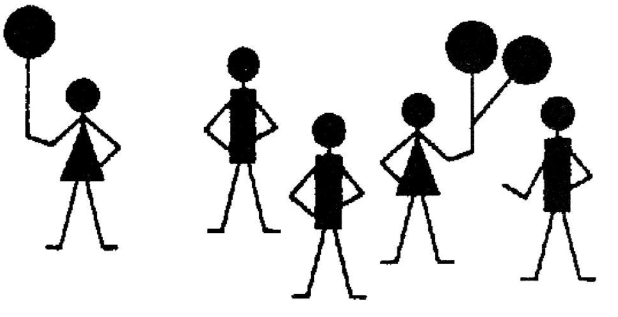
Selon Ausubel (1983), la résolution de problèmes se réfère à toute activité dans laquelle la représentation cognitive de l'expérience antérieure et les composants d'une situation problématique en vigueur se réorganisent afin d'atteindre un objectif déterminé.

La résolution de problèmes est une aptitude cognitive complexe qui caractérise une des activités humaines les plus intelligentes (Chi et Glaser, 1986). Les personnes diffèrent dans leur capacité à résoudre des problèmes, et ces différences sont basées sur les processus cognitifs et les organisations mentales que les personnes ont en commun.

D'après Orton (1990), la résolution de problèmes se conçoit maintenant normalement comme génératrice d'un processus à travers lequel celui qui apprend combine des éléments de la connaissance, des règles, des techniques, des dextérités et des concepts préalablement acquis pour apporter une solution à nouvelle situation.

Exemple 3

Voici cinq amis: Antoine, Alice, Assen, Pierre et Paolo. On sait que Assen a plus de ballons qu'Alice. Paolo est le dernier. Alice est devant Pierre.

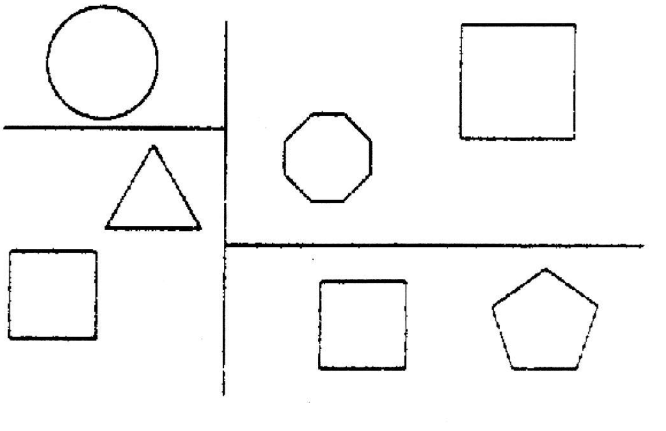


Observe le dessin où ils apparaissent et complète le tableau en indiquant dans chaque case le nom de l'enfant correspondant.

1°	2°	3°	4°	5°

Exemple 4

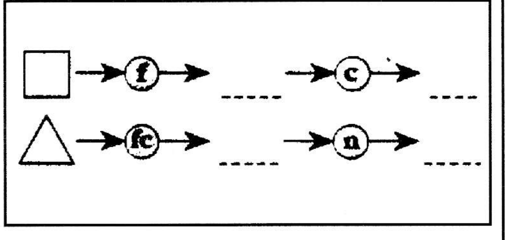
Observe les figures géométriques suivantes. Colorie celles qui sont situées en dessous et à gauche.



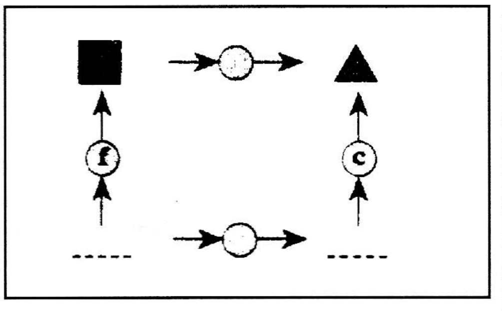
Exemple 5

Transforme les figures avec les machines qui changent la forme, la couleur, la forme et la couleur ou rien du tout. Sachant que (f) transforme la forme, (c) la couleur, (fc) la forme et la couleur et (r) rien.

a) Colorie de la couleur que tu veux les premières figures et suis les instructions des machines.



b) Colorie le carré de la couleur que tu veux. Identifie les machines qui opèrent à chaque occasion et complète les figures manquantes.



Les tendances actuelles dans l'enseignement de la résolution de problèmes et ses applications aux mathématiques sont : l'enseignement de stratégies de type général qui peuvent être appliquées à une multitude de problèmes; l'enseignement de techniques heuristiques et l'enseignement stratégique.

En ce qui concerne l'enseignement de stratégies de type général, nous avons les quatre phases de Polya (1957). Celui-ci propose un modèle prescriptif de solution de problémes divisé en quatre phases. Celui qui est exposé ci-après est une adaptation.

<u>1- Comprendre le problème</u>

1-1 S'assurer qu'on connaît l'inconnue, les données et les conditions qui relient ces données.
1-2 S'assurer qu'on connaît la nature de l'état final, de l'état initial et des opérations.
1-3 Faire un graphique (une représentation visuelle d'un problème peut mettre en évidence des relations déterminées entre les différentes parties).

<u>2- Imaginer un plan</u>

Cela consiste à apporter à l'esprit d'autres problèmes analogues que l'on sait déjà résoudre.
2-1 Se rappeler d'un problème connu analogue à celui que l'on traite.
2-2 Penser à un problème connu qui ait le même type d'inconnue et qui soit plus simple.
2-3 Si on ne peut pas le résoudre, essayer de le transformer en un autre dont on connaît la solution.
2-4 Simplifier le problème en remarquant les cas spéciaux.
2-5 Substituer la variable entière par des valeurs spécifiques.
2-6 Décomposer le problème en différentes parties.

<u>3- Exécuter un plan</u>

C'est un état déductif. Il faut vérifier chaque étape.

<u>4- Vérifier les résultats</u>

4-1 Essayer de résoudre le problème d'une façon differente.
4-2 Vérifier la solution.

Il existe des méthodes et des règles pratiques qui fonctionnent bien dans de nombreux cas. Ces objectifs, qui n'offrent pas de garantie de résultat, mais qui le donnent en terme de fréquence, sont dits heuristiques . Une heuristique représente seulement un processus qui offre une possibilité raisonnable de solution (Nickerson, 1987). L'enseignement de type heuristique est destiné à développer des stratégies spécifiques pour des problèmes concrets. Schonfeld (1979) considère cinq stratégies:

a) dessiner un diagramme ou une représentation du problème;
b) considérer le paramètre intégrateur du problème et chercher un argument de type inductif;
c) considérer un contre-argument;
d) penser à un problème similaire mais avec moins de variables;
e) Essayer d'établir des sous-objecvtifs.

Une heuristique important est l'analyse des moyens et les buts. Cela consiste à rechercher les différences existant entre l'état réel et l'état final, et ensuite à trouver les opérations qui les réduiraient. Nous avons appliqué ces stratégies sur les enfants de 6 à 8 ans.

L'enseignement stratégique, ou développement de processus de pensée en mathématiques, considère que la solution à des problèmes n'est pas seulement une habileté algorithmiquemais est bien un processus consistant à appliquer les concepts et adresses acquises lors de situations nouvelles (Tsuruda et Lash, 1985).

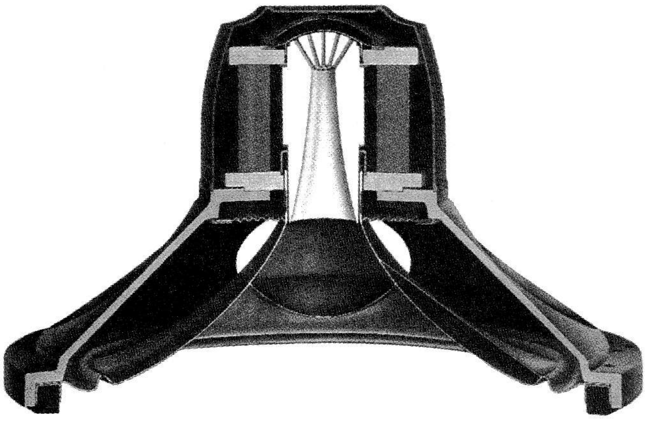
Nous avons observé que les enfants de 6 à 8 ans ont la stratégie de représenter le problème qu'ils veulent résoudre. Chaque élève essaye le chemin qui lui paraît le plus judicieux et le seul possible, et à travers la mise en commun ils comprennent la possibilité de suivre d'autres chemins, en acceptant le processus suivi par ses camarades. Ils n'ont pas encore la capacité de revenir en arrière d'un ou de plusieurs niveaux, quoiqu'ils aient une capacité assez développée et complexe qui leur permette de se confronter à des situations plus compliquées que celles que nous espérions qu'ils résolvent. Il peut s'avérer utile de générer un groupe de solutions possibles, à partir d'un problème déterminé, et ensuite de vérifier chacune d'elles pour voir si la solution est correcte.

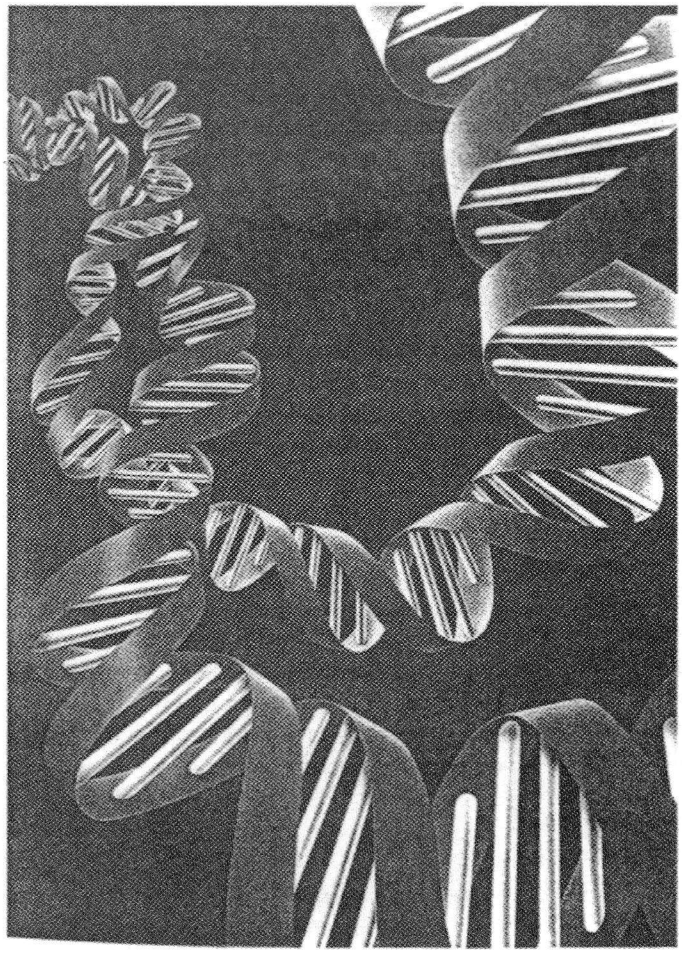
Les recherches sur l'instruction stratégique coïncident avec le fait que les problèmes, avant d'être proposés aux enfants, doivent être formulés clairement pour pouvoir être compris: ils ne doivent pas comporter de concepts mathématiques nouveaux; être intrinsèquement motivants et intellectuellement stimulants; ils doivent pouvoir être résolus par plus d'un raisonnement et permettre la généralisation à une variété de situations.

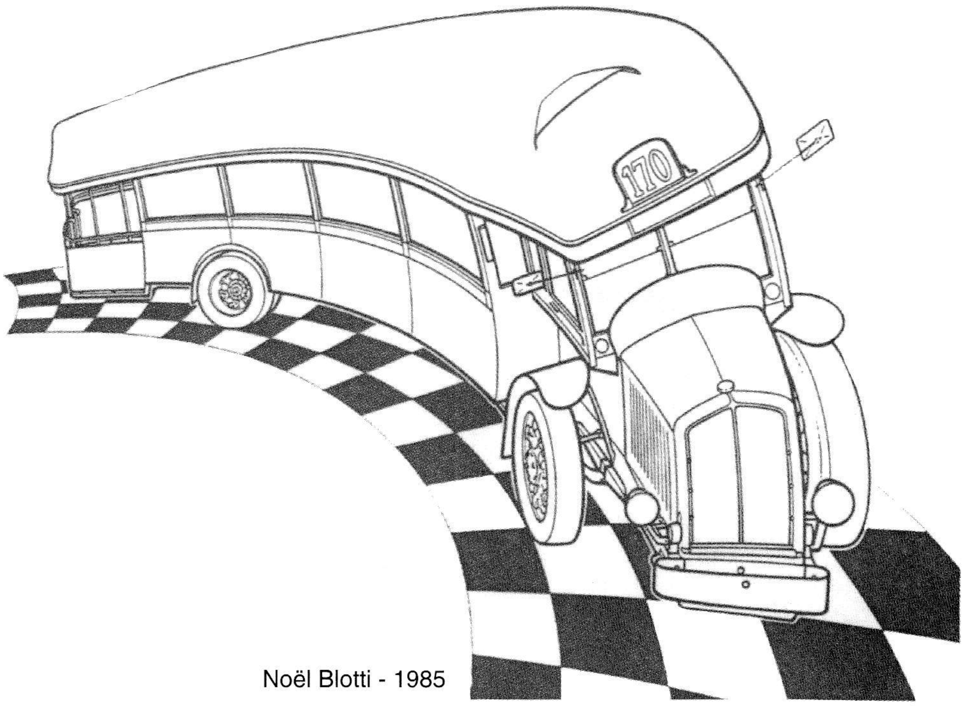
L'usage de la résolution de problèmes comme un composant fondamental du curriculum des mathématiques implique un changement radical de l'enseignant traditionnel, de l'exposition à la pratique des capacités.

Avec le domaine des mathématiques nous prétendons apprendre à générer et à utiliser les concepts avec les contenus et les habiletés. Les concepts se travaillent à travers les habiletés et les stratégies de raisonnement. Apprendre les mathématiques ce n'est pas seulement acquérir des concepts mais c'est aussi apprendre à penser (Kaplan, 1989). Pour cela il faut partir des connaissances antérieures de l'élève et favoriser la construction de la connaissance, en restructurant les connaissances selon les exigences curriculaires et en considérant tout l'apprentissage mathématique informel extérieur au contexte scolaire. ❑

Article extrait de SUMA n°23. Revue sur l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques.
Fédération espagnole des professeurs de mathématiques. Saragosse.
Traduit par Miguel Ruda.







Noël Blotti - 1985