

# Une approche pédagogique déduite de l'histoire

Alain Bernard Aubord, Montpellier

"Le temps se venge des oeuvres faites sans lui" disait Léonard de Vinci. Cette notion de temps (ou de durée) se retrouve aussi bien dans la construction des connaissances d'un individu (ontogénèse) que dans la construction historique du savoir mathématique (phylogénèse) ; or, une loi biologique dit : " l'ontogénèse résume la phylogénèse ".

L'atelier développe quelques idées historiques ou épistémologiques intervenant dans la construction de nos connaissances individuelles ou collectives.

**Simplicité : les mathématiques sont la plus simple et la plus générale de toutes les sciences**

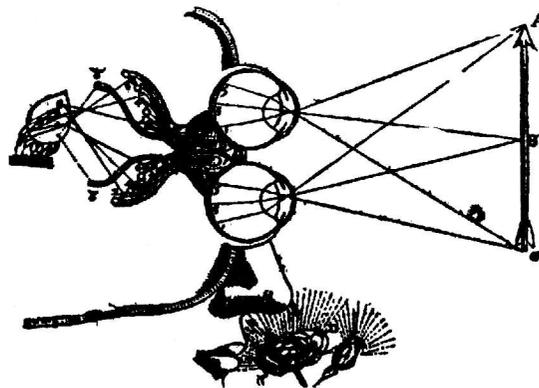
Le montpelliérain Auguste Comte donnait au 19<sup>e</sup> siècle l'échelle des sciences suivante : (voir ci-dessous)

Cette simplicité - à ne surtout pas confondre avec la facilité - pose le problème du rapport des maths avec la réalité, laquelle n'est jamais simple !

Einstein écrivait : "Pour autant que les propositions de la mathématique se rapportent à la réalité, elles ne sont pas certaines, et pour autant qu'elles sont certaines, elles ne se rapportent pas à la réalité".

**Contenant et contenu : l'espace ; la mesure de l'espace**

Le même Einstein précise dans " Le problème de l'espace, de l'éther ... " l'importance du concept d'espace et les "deux façons d'appréhender les concepts ... ". "La première méthode s'appelle l'analytique logique" où l'on trouve la sécurité "mais cette sécurité s'obtient au prix d'un contenant sans contenu. Cependant aucune



Traité de l'homme.

Fonctionnement des glandes provoqué par un objet.

Vue et odorat. Dans une lettre à Mersenne du 13 novembre 1639, Descartes avoue sa curiosité pour l'anatomie et raconte comment, chaque jour, il se rend chez un boucher d'Amsterdam pour lui commander des parties qu'il souhaite "anatomiser à loisir"

recherche logique ne peut affirmer cette liaison. Elle ne peut être que vécue. Et c'est justement cette liaison qui détermine la valeur épistémologique des systèmes de concepts.

Exemple : un archéologue d'une future civilisation découvre un traité de géométrie d'Euclide, mais sans figure. Par la lecture des théorèmes, il reconstituera bien l'emploi des mots point, droite, plan. Il reconstituera aussi la chaîne des théorèmes et même, d'après les règles connues, il pourra en inventer de nouveaux. Mais cette élaboration de théorèmes restera pour lui un vrai jeu avec des mots tant qu'il ne pourra pas "se figurer quelque chose "avec les expressions point, droite, plan, etc... Mais s'il le

Psychologie  
Biologie  
Biochimie  
Chimie  
Physique  
Astronomie  
Mathématiques

Complicqué

↑  
Simple

Particulier

↑  
Général

peut et seulement s'il le peut, la géométrie deviendra pour lui un réel contenu ".

**La géométrie : sciences des mesures**

Une grave erreur serait de croire que les mathématiques sont d'abord une science déductive. Les géomètres grecs sont allés en Egypte et à Babylone s'éduquer à la sciences des mesures. Le mot « géométrie » conserve cette notion de mesure et ce mot de « mesure » est d'origine indo-européenne. Les mathématiques sont d'abord une science des mesures. « Mesure ce qui est mesurable et rend mesurable ce qui ne l'est pas » disait Galilée. Cette science des mesures est fondée sur la construction de figures simples et la mesure de leurs éléments avec des nombres. Ensuite, beaucoup plus tard, les Grecs ont transformé cette science de la mesure en la première science rédigée de manière axiomatique : la géométrie d'Euclide. Pourtant le livre clé des Eléments d'Euclide reste le livre V de la " Mesure des grandeurs".

**La "Géométrie" de Descartes (1637)**

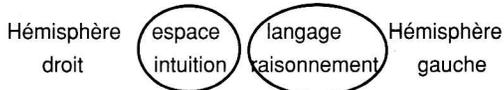
Dans son "Discours de la méthode... ", Descartes évoque "l'analyse des anciens et l'algèbre des modernes ... qui ne semblent d'aucun usage" mais il évoque aussi « ces longues chaînes de raisons, toutes simples et faciles, dont les géomètres ont coutume de se servir, pour parvenir à leurs plus difficiles démonstrations ... ».

Sa "Géométrie" propose en moins de 100 pages une nouvelle méthode pour résoudre les problèmes de mathématiques. Pas d'axiomatique ou de définitions chez Descartes. Il n'y en aura pas de sitôt d'ailleurs! Simplement une méthode où « souvent on n'a pas besoin de tracer ainsi les lignes sur le papier et il suffit de les désigner par quelques lettres, chacune par une seule. Comme pour ajouter le ligne BD à GH, je nomme l'une a et l'autre b et j'écris a + b". La géométrie d'Euclide devient une géométrie algébrique. Chasles écrira au 19<sup>e</sup> siècle dans son "Aperçu historique" : "Viète ... par l'intervention de l'algèbre ... eut encore la gloire d'introduire cet instrument admirable dans la science de l'étendue, et

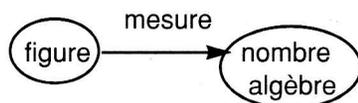
d'initier les géomètres ... à l'art de représenter géométriquement les résultats de l'Algèbre ; premiers pas vers une alliance plus intime entre l'Algèbre et la Géométrie, qui devait conduire aux grandes découvertes de Descartes, et devenir la clef universelle des mathématiques.

**Conclusion : la géométrie algébrique, activité de base de l'esprit**

Les mathématiques sont une création de l'esprit. Aussi doit-on s'attendre à une certaine analogie entre le fonctionnement des maths et celui du cerveau.



Et l'analogie est certaine. Les mathématiques fonctionnent et se construisent, effectivement de la même manière.



La figure simple (segment) associée à un nombre donne la science des mesures qui deviendra ensuite : géométrie + algèbre= la clé universelle des mathématiques. Les grands théorèmes créateurs des mathématiques associent une figure et des nombres mesurant les éléments de cette figure : Thalès, Pythagore, tangente et dérivée, intégrale ... sans oublier les repères cartésiens, la droite réelle ou le plan complexe. □

Photo d'après maquette du timbre, Martin Mörk



Voir aussi l'exposition : "Descartes : doutes et certitudes du chercheur