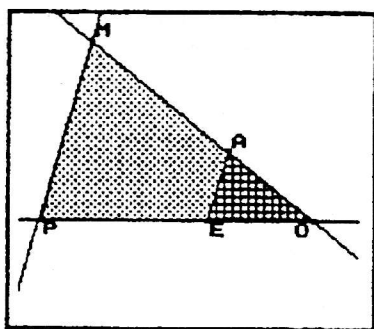


De Thalès à la trigonométrie par les applications linéaires avec GEOPLAN

Francis Tost, Narbonne

Dans les séquences très succinctement décrites les situations de Thalès et leurs applications trigonométriques sont traitées en utilisant les fonctions linéaires par l'aspect fonctionnel et la réciproque ou l'homogénéité ou l'additivité sans égalités de quotients. En cours elles sont présentées avec le logiciel Géoplan du CREEM pour susciter les conjectures puis les confirmer. Ce compte-rendu ne peut guère traduire l'incomparable apport de l'outil informatique dans ces séquences

La propriété de Thalès



Avec les mobilités du logiciel Géoplan on compare les triangles OMP et OAE et on amène les élèves jusqu'à évoquer "la même forme" pour les deux triangles puis on en vient à faire expliciter cette notion :

L'un des triangles est un agrandissement ou une réduction de l'autre.

On fait exprimer ce principe par l'existence d'un coefficient k , d'agrandissement

ou réduction.

On énonce la propriété de Thalès dans les triangles et on met en place son traitement. Chaque triangle donne un domaine de mesure.

Des parallèles forment sur deux sécantes des triangles dont les côtés de même direction sont proportionnels.

Des données en gras on déduit le coefficient puis les résultats (figure 1).

Traitement par les trois directions

On peut vérifier par l'imagiciel que pour trois directions données il y a proportionnalité entre chaque longueur dans un triangle d'origine O. On peut donc traiter la situation en prenant, quel que soit le nombre de triangles, trois domaines de mesures : les longueurs des segments sur chacune des trois directions. Ce traitement permet d'obtenir par additivité de la fonction linéaire entre les deux sécantes, la proportionnalité de toute longueur d'un segment avec celle de son projeté (figure 2).

Linéarité - non-linéarité

On étudie la hauteur OH' et l'aire de OMP en fonction du côté OM. Par affichage des courbes de la hauteur (L) et l'aire (S) par rapport au côté, on peut vérifier la proportionnalité de la hauteur et la non-proportionnalité de l'aire (figure 3).

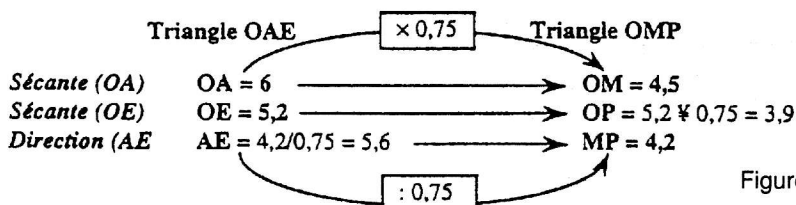


Figure 1

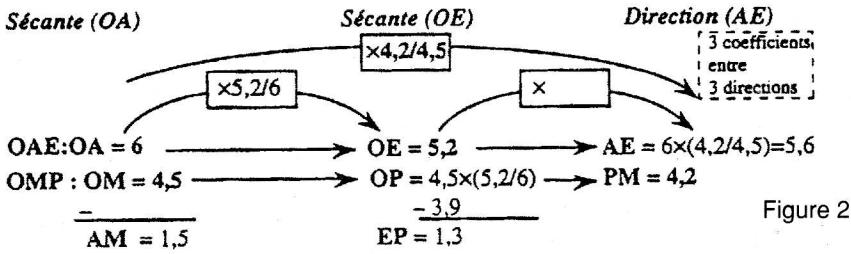
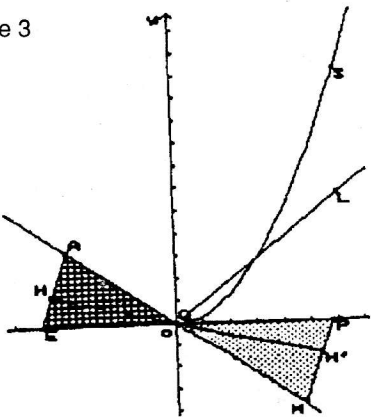


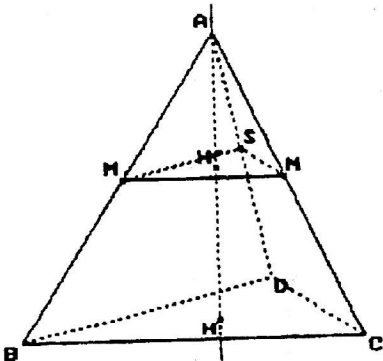
Figure 3



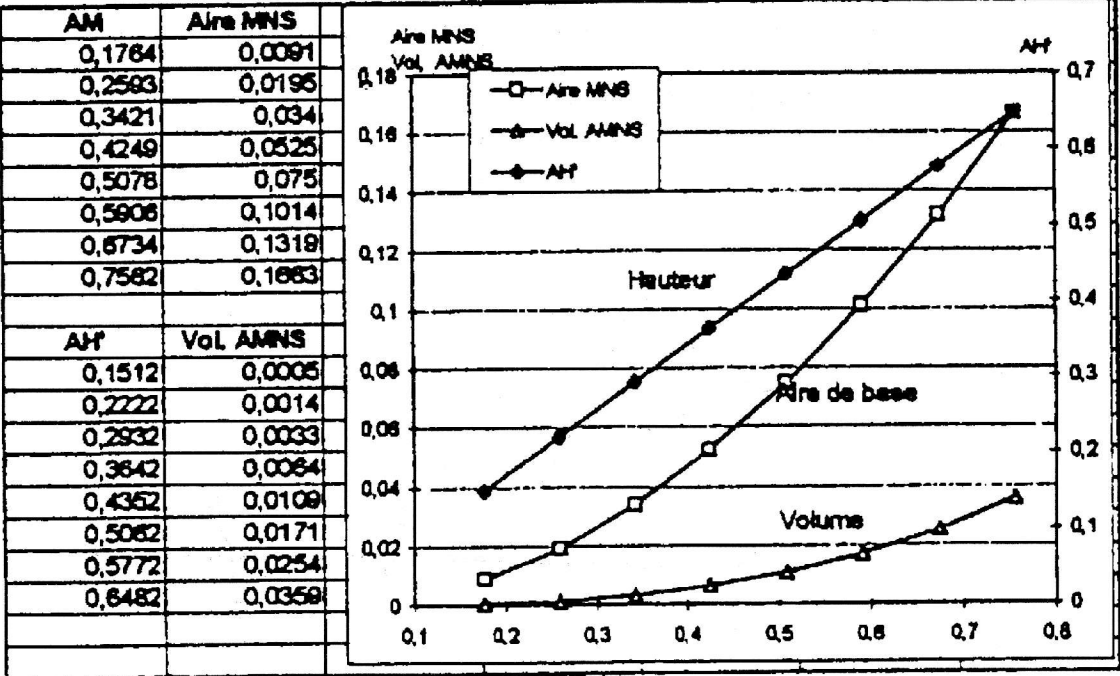
Pyramide réduite

Sur le logiciel Géospace la première séquence est consacrée à la construction de l'intersection d'un tétraèdre avec un plan parallèle à sa base. Les bons dessins sur papier masquent en fait les difficultés conceptuelles des élèves ici révélées.

Volume du tétraèdre AMNS : 0,0087



Ensuite, grâce aux mesures lues dans le logiciel, on note des valeurs de AM et les valeurs correspondantes de AH', de l'aire de MNS et du volume du tétraèdre AMNS. On reporte ces mesures dans un tableau, de préférence par commutation de tâche sous Windows. Ici c'est Excel qui a été utilisé pour produire ces graphiques. On peut alors conjecturer la linéarité de la hauteur et les non-linéarités de l'aire



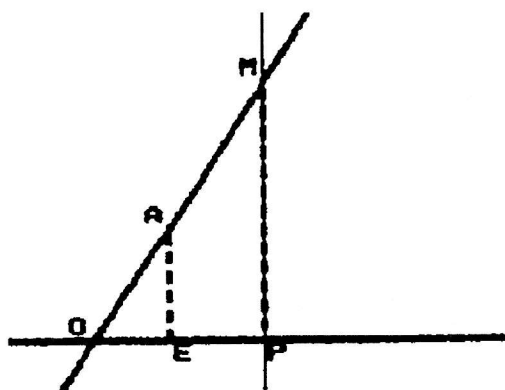
et du volume par rapport à l'arête.

On peut aussi faire expérimenter que le coefficient de réduction du côté étant r , celui de l'aire est r^2 et celui du volume r^3 .

Trigonométrie du triangle rectangle

AOE : 64

sin : 0,8988



Le traitement de la situation de Thalès avec les trois directions peut être appliqué au cas de la projection orthogonale. Dans ce cas les trois coefficients sont respectivement le cosinus, le sinus et la tangente de l'angle AOE.

Le logiciel permet par la mobilité de ses objets d'étudier la variation de chacune des trois lignes trigonométriques en fonction de l'angle.

Un autre imagiciel sous Géoplan permet de comparer des triangles rectangles à ceux issus de la projection orthogonale.

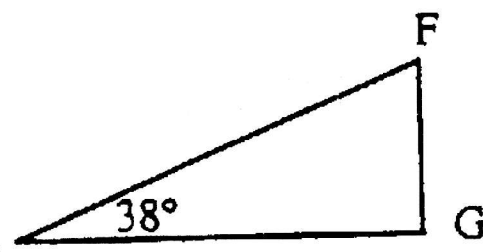
Tous les triangles rectangles ayant un même angle aigu a ont leurs côtés proportionnels.

On peut étendre les trois lignes trigonométriques d'une projection à celles de tout triangle rectangle ayant un même angle aigu a .

Le traitement de tout problème élémentaire de trigonométrie dans le triangle rectangle est directement issu de celui de la situation de Thalès par les trois directions.

Présentation et traitement des lignes trigonométriques dans le triangle rectangle:

Elles sont des coefficients de fonctions linéaires qui avec leurs réciproques facilitent considérablement le traitement des exercices élémentaires ; il n'utilise pas les



égalités de quotients (figures 4 et 5).

Exemple de traitement :

EFG est un triangle rectangle en G. EG = 8 et l'angle FEG mesure 38° . Calculer les expressions exactes de EF et FG (figure 6).

Ces séquences et leurs imagiciels figurent dans le document : L'ordinateur un outil pour les mathématiques au collège.

CNDP du Languedoc -Roussillon
Géoplan est maintenant disponible sous Windows auprès du CRDP de Reims. □

