Une ligne du temps... multiplicative !

Richard PALLASCIO - CIRADE, UQAM - Montréal

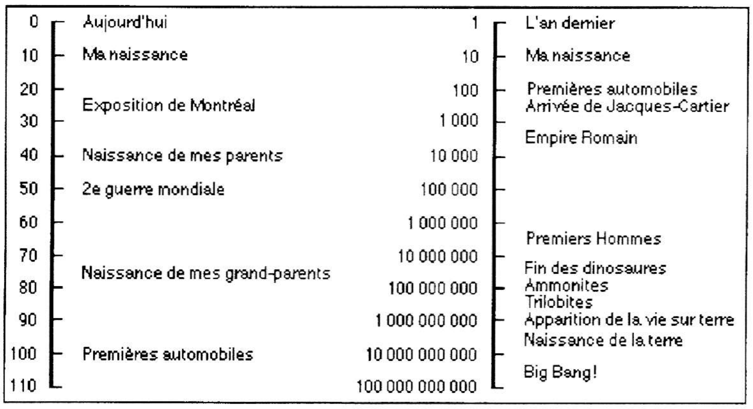
Une ligne du temps : rencontre des sciences humaines et des mathématiques

Les élèves de l'école Les Petits Castors de la Commission scolaire Jacques-Cartier (Longueuil) ont cette année (1992-93), comme champ d'étude, le passé. Dans chaque classe, dès les premiers jours de l'année, chaque élève devait apporter à l'école un objet antique. Dans le groupe multi-programmes des "grands" (4e à 6e année), les objets étaient très variés : montre de poche d'un arrière-grand-père, vieilles photographies, vieux objets ménagers, par exemple, des fers à repasser sans fil... Le premier travail des élèves consistait à identifier l'année ou la période d'origine ou de fabrication de chaque objet et de les situer sur une ligne du temps : une première exploration dans un passé relatif, les objets datant de moins de 100 ans, dans la plupart des cas.

La ligne du temps ne posait pas de difficultés... jusqu'au moment où Caroline, notre fille de 9 ans, qui cherchait sérieusement les plus vieilles choses dans la maison, s'amena avec des fossiles que nous avions rapportés du Maroc, soit une ammonite, datant de la période du crétacé (100 millions d'années) et un trilobite de la période du dévonien (350 millions d'années) ! Une première activité mathématique avec Caroline a été de constater qu'il n'y avait vraiment pas moyen d'étendre la ligne du temps jusqu'à cette période.

En effet, si les 100 dernières années sont représentées minimalement sur un carton d'un mètre (une année correspondant à un centimètre), alors 350 millions d'années vont nécessiter une bande de 350 millions de centimètres, soit 3,5 millions de mètres ou 3 500 km, soit encore la distance approximative séparant Montréal de Miami!

Le fait de changer d'échelle ne réglait pas le problème, car tous les objets originant du dernier siècle se ramenaient alors indistinctement sur un même point ! De même l'imbrication de sous-échelles dans une échelle principale nous apparaissait plus valable pour créer des "zoom" sur une période donnée, que pour régler le télescopage qui nous occupait. Les élèves avaient alors convenu avec l'enseignante d'utiliser des points de suspension... pour situer les fossiles sur la ligne du temps. Mais même à cela, la distance entre les deux fossiles s'avérait encore plus longue qu'entre nous et le plus "jeune" des deux fossiles ! De plus Caroline n'appréciait pas du tout de se retrouver dans les pointillés ! Que faire ? Nous avons alors proposé à Caroline et aux autres élèves de sa classe d'utiliser une échelle, non pas "arithmétique", ou additive (ou linéaire, si vous préférez), mais bien "géométrique", ou multiplicative (ou "logarithmique", si vous préférez), en multipliant par 10 à chaque intersection de l'échelle, plutôt que d'additionner 10 ans à chaque intersection !



Echelle arithmétique vs échelle géométrique
(figure tirée de Pallascio, 1993)

Cet incident non prévu a permis aux élèves d'examiner sous un autre angle la différence entre l'addition et la multiplication, de constater :

– que si l'élément neutre de l'addition est 0, celui de la multiplication est 1, car une échelle géométrique ne peut pas démarrer à partir de 0 ;
– qu'avec 100 divisions de 10 années d'une échelle linéaire, nous ne pouvons représenter qu'un millénaire, alors qu'avec 100 divisions sur une échelle géométrique, nous pouvons représenter un "gogol" d'années (1 suivi de 100 zéros);
– et que tout au plus nous n'avons besoin que d'une dizaine d'intervalles multiplicatifs pour remonter jusqu'au Big Bang ! Quelle économie !

Le sens d'une telle démarche

Les bons coups, comme parfois les mauvais coups, nous tombent dessus parfois sans crier gare. Cette occasion fortuite nous a amenés à construire un nouveau type de ligne du temps, plus pratique dans certains cas. Mais il y a plus à tirer de cette construction.

D'une part, les multiplications proposées aux élèves ont souvent des résultats proches des additions utilisant les mêmes quantités. Par exemple, en pratiquant sur des exercices comme 2 + 3 = 5 et 2 x 3 = 6, les élèves en viennent à se dire qu'il n'y a pas une grande différence entre l'addition et la multiplication. Le travail décrit ci-dessus infirme rapidement cette impression auprès des élèves. La motivation subséquente pour maîtriser cette opération, par exemple pour apprendre les tables de la multiplication, vient plus aisément. Le fait d'établir, au moins de temps en temps, certains liens entre les mathématiques et la réalité, facilite les pratiques algorithmiques moins drôles, mais quand même nécessaires.

Deuxièmement, au niveau du concept du temps, la perception que nous en avons rétroactivement, s'avère à nos yeux davantage géométrique qu'arithmétique. En effet, l'importance de la dernière année passée, à cause de la proximité des événements et de la multiplicité des points de repère frais à notre mémoire, est équivalente à plusieurs années qui l'ont précédée, alors qu'historiquement, le dernier siècle, parce qu'il nous semble plus déterminant que les précédents dans les conjectures économiques, sociales et politiques actuelles, nous apparaît comme aussi important que le dernier millénaire. D'aucuns affirment même que le temps s'accélère, faisant référence aux changements sociaux, technologiques... qui se succèdent à un rythme de plus en plus rapproché. Cette perception, bien que le temps soit incompressible dans la réalité qui nous occupe, correspond bien à la perception que nous en avons. Et une ligne du temps est bel et bien un modèle et non la réalité (voir Pallascio, 1991), permettant aux individus, et particulièrement aux jeunes élèves, de se représenter un concept long à comprendre et à se l'approprier.

D'autre part, cette petite construction montre que les mathématiques sont bien des outils à notre disposition, des instruments susceptibles de nous permettre dans certaines circonstances de résoudre des problèmes qui s'offrent à nous (voir Pallascio, 1992). Les enseignantes, de même que les élèves eux-mêmes, ne devraient pas hésiter à s'inventer de nouveaux outils mathématiques, car c'est de cette manière que les mathématiques se développent : les mathématiques sont une invention, et non une découverte réalisée par d'autres et que nous devons maintenant apprendre par coeur, souvent sans rien y comprendre. Bien sûr, nous ne partons pas à zéro ! Il faut bien dire à un enfant que la communauté internationale s'est entendue pour définir la mesure d'un angle droit comme étant égale à 90°. Il s'agit d'une convention. Mais lorsqu'il quittera l'école, l'individu devrait être convaincu que les mathématiques sont des outils à sa disposition, aussi souples et aussi adaptables que les règles de la grammaire française. Aussi bien nous pouvons utiliser la syntaxe, l'alphabet, la grammaire... pour écrire (ou inventer ?) un texte comme celui-ci, aussi bien nous pouvons utiliser le symbolisme mathématique, les systèmes de numération, les résultats établis (ou théorèmes), les règles d'inférence (ex : deux choses égales à une même troisième, sont égales entre elles)... pour décrire, illustrer ou expliciter une réalité, comme celle du temps à l'aide d'une échelle non linéaire.

L'élève a besoin, avant tout, de mieux se comprendre : "une connaissance compréhensible, c'est essentiellement une connaissance utilisable" (Aubé, 1974). En ce sens il apparaît important que les enfants soient invités à réfléchir sur leurs processus mentaux. C'est ainsi que les mathématiques peuvent se présenter comme étant un outil de travail qui permet d'élaborer des modèles rationnels métaphorisant divers éléments de connaissance et d'explorer la réalité à l'aide de raisonnements analogiques. De cette façon, nous devrions pouvoir assurer une plus grande durabilité aux différents modèles explicatifs du monde environnant que nous tentons d'enseigner aux jeunes.❑

Références

Aubé, M. (1974). Psychologie et mathématiques : projets communs, dans Bulletin AMQ, XVI (1), 63-64.

Pallascio, R. (1991). "Puissance et limite des modèles", dans Instantanés mathématiques, Plot 73. 1995.

Pallascio, R. (1992). Mathématiques instrumentales et projets d'enfants, éd. Modulo, 100 p.

Pallascio, R. (1993). "Pédagogie du projet et mathématiques", dans Apprendre différemment !, Pallascio, R. et Leblanc, D. (dir.), éd. Agence d'Arc, à paraître.