

D'un système de numération... à l'autre

Michel PETIBON - St-Louis du Sénégal

Cet article qui nous est envoyé par l'auteur est paru dans le bulletin EPSILON du Sénégal géré par les Conseillers pédagogiques en mathématiques.

L'origine du nombre se perd dans la nuit des temps. Chaque langue véhicule au plus profond de ses structures les désignations de premiers nombres entiers. Et, semble-t-il, l'homme, l'être vivant doué de raison, l'être de parole, s'est approprié les notions de l'"Un et du Multiple" dans le mouvement même qui le rendait humain.

Mais si l'émergence du concept de nombre ne peut être datée, les systèmes de numération qui en découlent eux, font partie de l'histoire. Ils représentent en effet des constructions abstraites très élaborées et en quelque sorte sont à la fois l'achèvement d'un long processus de maturation et le point de départ de ce vaste édifice que nous appelons aujourd'hui les mathématiques. Ils ont ouvert la voie aux processus d'abstraction dont la science moderne et la technologie sont une illustration éclatante. En son essence, un avions n'est autre qu'un assemblage de concepts qui volent, de la mathématique en action !

Chaque aire culturelle et chaque civilisation ont produit leurs propres systèmes de numération dont la formulation dépend à la fois des besoins numériques et du niveau de développement de la société. Il existe des systèmes de numération très pauvres (chez certaines tribus amazoniennes, il n'est aucunement besoin de

savoir compter très loin pour vivre dans la grande forêt !) mais aussi des numérations très riches et très élaborées revêtant le plus souvent un caractère sacré. La connaissance des règles du système était perçue comme source de pouvoir magique (chez les Mayas, les Indiens par exemple) et de multiples pratiques divinatoires en découlaient tout naturellement.

Nous nous limiterons ici à la présentation de l'aspect proprement mathématique des systèmes de numération et à cet effet nous en rappellerons les grands principes.

Principes généraux des systèmes de numérotation

Les Bases

Remarquons d'emblée que ces systèmes utilisent tous la notion de base. Il est en effet nécessaire d'effectuer des groupements pour gérer la complexité dans la notation des nombres, car on ne peut raisonnablement associer à chaque nombre un signe différent !

Une base est alors le nombre d'unités d'un rang donné nécessaire pour produire une unité d'un rang immédiatement supérieur.

Nous connaissons tous le système décimal, de base 10 comme son nom l'indique. Dans ce système, la dizaine (premier groupement) est constituée de 10 unités, la centaine de 10 dizaines, etc...

Il existe bien sûr d'autres bases fréquemment utilisées (bases 5, base 20...) dont l'origine probable est en relation avec le nombre des doigts d'une main (5), des deux mains (10), mains et pieds à la fois (20)... Rappelons au passage la base 60 d'origine babylonienne, qui aujourd'hui encore régit la mesure du temps.

Numération écrite

Lorsque nous analysons les systèmes de numération, nous devons distin-



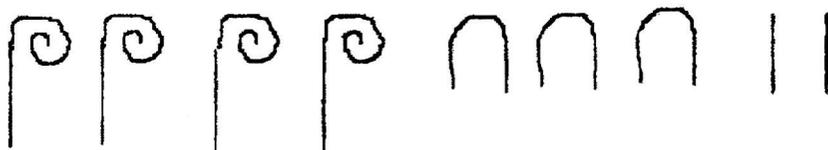
guer soigneusement les numérations écrites des numérations orales.

L'histoire nous enseigne que l'oral précède de très loin l'écrit. Chacun de ces deux domaines possède sa logique propre, ses règles, et cela permet de comprendre les grandes différences constatées entre l'approche orale de la numération dont les noms des nombres sont l'illustration, et sa transcription écrite à l'aide de signes.

Il existe deux grands types de numération écrite :

- Les numérations additives : chaque nombre est écrit à l'aide de signes et on connaît la valeur de ce nombre en additionnant (ou multipliant) la valeur des différents signes qui le composent.

Par exemple l'écriture du nombre 432 en égyptien.



Le décryptage est immédiat !

Un fait mérite d'être signalé : ces systèmes n'ont nul besoin du symbole 0 (zéro) pour écrire les nombres.

Le 0 que nous connaissons aujourd'hui nous semble un signe et un concept des plus évidents, mais en réalité l'invention du 0 fut une avancée décisive pour l'humanité. Historiquement le signe 0 fut introduit en Occident au 12^e siècle après une longue période de gestation et d'utilisation dans les systèmes de numération indienne puis arabe.

Remarquons enfin que ces écritures additives ne facilitent aucunement les calculs sur les nombres car très rapidement on bute sur la complexité et la longueur des expressions numériques que l'on manipule.

Les numérations positionnelles

Elles utilisent les chiffres pour l'écriture des nombres. La position des chiffres détermine de façon unique la valeur de tout nombre écrit en ces systèmes.

Le système aujourd'hui généralisé sur la planète est nommé système de numération positionnel décimal.

Nous le connaissons et le pratiquons tous car il est présent dans les programmes de tous les systèmes éducatifs. Sa grande facilité d'acquisition et d'utilisation n'a d'égale que son étonnante capacité opératoire. Il semble réaliser un compromis idéal par rapport à toutes les contraintes que doit subir un système de numération pour être à la fois efficace et suffisamment simple à manipuler.

Dans ce système le 0 est nécessaire pour indiquer l'absence d'une unité d'un certain rang (remarquons que zéro n'est jamais prononcé lorsque nous lisons les nombres, ex : 1024 / mille vingt-quatre / aucune (0) centaine).

Remarquons au passage, et c'est une des grandes difficultés de l'apprentissage de la numération qu'en général on

n'entend pas ce que l'on voit et on ne voit pas ce que l'on entend.

Ajoutons pour conclure qu'il existe également des systèmes mixtes, hybrides empruntant à la fois les règles des systèmes additifs et positionnels.

Notre système décimal oral est un système de ce type.

Les numérations orales

Elles s'expriment toutes au départ selon les principes des systèmes additifs dont l'approche historique nous montre qu'ils furent utilisés et élaborés en premier lieu, bien avant les systèmes positionnels qui nécessitent la présence d'une pensée déjà très abstraite.

Pour illustrer ces notions d'ordre général, mais indispensables si l'on veut décrypter les règles de fonctionnement des systèmes de numération, nous allons présenter sous forme de tableau comparatif les systèmes véhiculés par les langues principales en usage au Sénégal qui participent d'une aire géographique et culturelle bien délimitée. Il est important de noter que ces systèmes étaient des systèmes oraux

Les noms des nombres en français et dans les langues principales du Sénégal

| N° | FRANÇAIS | WOOLOF | POULAAR | SERERE | DIOLA |
|-----|------------------|----------------------|--------------|--------------------------|----------------------------|
| 1 | un | benë | go | leng | yakone |
| 2 | deux | ñaar | didi | dik | sigaba |
| 3 | trois | ñett | tati | tadik | siféji |
| 4 | quatre | ñentt | nayi | nahik | sibaakir |
| 5 | cinq | juroom | joy | betik | futók |
| 6 | six | juroom mbenë | jeegom | beta fo leng | futók di yakone |
| 7 | sept | juroom ñaar | jeedidi | beta dak | futók di sigaba |
| 8 | huit | jurom ñett | jeetati | beta tada | futok di siféji |
| 9 | neuf | juroom ñentt | jeenayi | beta nahak | futók di sibaakir |
| 10 | dix | fukk | sapo | xarbaxay | ouñene |
| 11 | onze | fukk ak benë | saopego | xarbaxay | ouñedi |
| 12 | douze | fukk ak ñaar | sapoydidi | fo leng yakone | ouñene di sigaba |
| 13 | treize | fukk ak ñett | sapoytati | xarbaxay fo dik | ouñene di siféji |
| 14 | quatorze | fukk ak ñentt | sapoynayi | xarbaxay fo nahik | ouñenedi sibaakir |
| 15 | quinze | fukk ak juroom | sapoyjoy | xarbaxay fo betik | butinkéné |
| 16 | seize | fukk ak juroom mbenë | sapoyjeegom | xarbaxay fo beta fo leng | butinkine di yakone |
| 17 | dix-sept | fukk ak juroom ñaar | sapoyjeedidi | xarbaxay fo beta dak | butinkine di sigaba |
| 18 | dix-huit | fukk ak juroom ñett | sapoyjeetati | xarbaxay fo beta tadik | butinkine di siféji |
| 19 | dix-neuf | fuk ak juroom | sapoyjeenayi | xarbaxay fo beta nahik | butinkine di sibaakir |
| 20 | vingt | ñaar fuk | nawgaas | qarbeen dik | kabanane |
| 30 | trente | fann weer | capantati | qarbeen tadik | kabanane di ouñene |
| 40 | quarante | ñentt fukk | capannayi | qarbeen nahik | bukane kugaba |
| 50 | cinquante | juroom fukk | capanjoy | qarbeen betik | bukane kugabadi ouñene |
| 60 | soixante | juroom mbenë fukk | capanjeegom | qarbeen betu fo leng | bukane kuféji |
| 70 | soixante-dix | juroom ñaar fukk | capanjeedidi | qarbeen betu dik | bukane kuféji di ouñene |
| 80 | quatre-vingts | juroom ñett fukk | capanjeetati | qarbeen betu tadik | bukanu kubaakir |
| 90 | quatre-vingt-dix | juroom ñent fukk | capanjeenay | qarbeen betu nahik | bukane kubaa kir di ouñene |
| 100 | cent | temeer | temedere | temeed | kémé |
| 0 | zéro | dara/tus | | jegiim (dara/tus/tig) | bajut (let waaf) |

NB : Pour cette transcription non phonétique en alphabet français, nous avons utilisé les consonnes les plus proches pour exprimer des sons qui sont parfois spécifiques aux langues sénégalaises.

(sans écriture par signe ou chiffrée) avant l'introduction des chiffres par le biais des contacts avec les langues et cultures arabes puis les langues occidentales.

5 fois 1 = 5
5 fois 2 = 52
5 fois 3 = ...



LES NOMS DES NOMBRES

Analyse et réalisation

Nous remarquons que la numération parlée en français est une numération utilisant la base 10 jusqu'à cent (avec une réminiscence de la base 20 : quatre-vingts). C'est une numération mixte (additive : on dit dix-sept, positionnelle : on dit deux mille quatre cents) qui ne dit jamais le zéro, ce qui indique la prépondérance initiale du modèle additif. Pour les grands nombres (au-delà de 1000), la base 1000 intervient en complément de la base 10 : on dit dix mille, cent mille et 1 million = 1000×1000 . D'autre part, un simple regard sur le tableau nous montre les grandes similitudes dans les structures des systèmes oraux véhiculés par les 4 langues principales du Sénégal.

Nous remarquons tout d'abord la prédominance de la base 5 pour les premiers nombres à la différence du système français qui se rapproche plus ici de la numération écrite décimale.

Par ailleurs, à partir du nombre 10 (mis à part la numération diola qui conserve de façon très logique la base 5 jusqu'au nombre 20) la base 10 intervient en complément de la base 5, et ceci jusqu'à 100. Autre particularité de la numération diola, la base 20 apparaît très nettement entre 20 et

40 et ensuite. Ces systèmes de numération sont tous de type additif (ou multiplicatif) car la valeur énoncée des nombres est obtenue en ajoutant (ou en ajoutant et multipliant) dans chaque cas les valeurs des signes si les composent.

Les valeurs des différentes dizaines jusqu'à quatre-vingt-dix sont obtenues généralement selon le modèle multiplicatif, équivalent au modèle additif.

Par exemple, en sérère, *quarbeen nahik* (40), littéralement dix - quatre, s'obtient en faisant 10×4 ou $10 + 10 + 10 + 10$.

Rien d'étonnant donc, et la langue nous le confirme, que le zéro ne soit pas présent dans ces systèmes additifs. L'introduction et la traduction du zéro se sont effectuées par le biais des mots exprimant dans ces langues les notions de rien, de vide, de l'absence... A la question posée aux interlocuteurs sénégalais sur la façon d'exprimer le zéro dans ces langues, on note beaucoup d'hésitation, ce qui révèle et confirme le fait car le 0 n'est pas un signe signifiant dans ce système. Nous constatons également que chaque système offre des particularités qui sont liées à l'évolution historique des langues dans lesquelles il s'exprime.

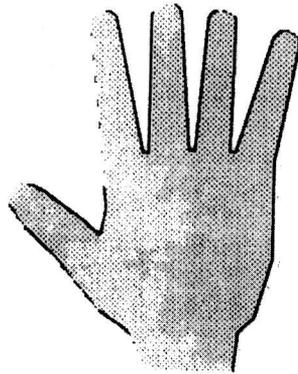
D'un système oral à l'autre

Une seule chose est sûre : le système oral français présente de très nombreuses difficultés et son apprentissage est semé de multiples embûches pour les enfants à la différence des systèmes oraux sénégalais, plus logiques dans leur énonciation des noms des nombres.

Par contre le système oral français est plus en accord avec la transcription écrite effectuée selon le système positionnel décimal.

Nous touchons ici du doigt à la difficulté pour les enfants sénégalais, ayant acquis dans la langue maternelle les structures mentales liées à un système en base 5, de passer ensuite sans transition à un système en réalité plus difficile à acquérir.

Le fait mérite d'être signalé et justifierait des recherches approfondies sur le plan du développement psycho-cognitif, même si, reconnaissons-le, l'apprentissage de la numération positionnelle décimale est incon-



tournable pour pénétrer les arcanes du monde moderne dont aucun pays aujourd'hui ne peut faire l'économie. Le tableau synoptique nous révèle égale-

ment une analogie structurelle très grande entre les langues wolof, poulaar, sérère (ce que confirment les approches linguistiques) par rapport à la numération.

Par contre la numération diola semble de toute évidence faire partie d'un autre système de pensée, ce qui se justifie pleinement à la fois sur les plans géographique, culturel et historique. Pour conclure cette approche quelque peu schématique, souhaitons que cet article, par les multiples questions qu'il laisse en suspens, soit le point de départ d'une recherche fructueuse (en plus et au-delà de tous les travaux déjà effectués au Sénégal) et qu'il donne le coup d'envoi à un large débat sur ces questions. □

Le dossier numération est donc ouvert...

