

PLOT

74

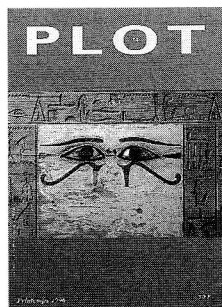


ISSN 03.97.74 71 - Vendu en France et à l'étranger

Printemps 1996

50 F

Plot n° 74 - Des nombres par milliers



Directrice de publication
Marie-Laure Darche-Giorgi

Comité de Rédaction
Jacques Borowczyk, Michel Clinard,
Daniel Boutté, Gérard Chauvat,
Jacqueline Collet, Roger Crépin,
Luce Dossat, Georges Le Nezet,
Serge Parpay, Raymond Torrent

Rédaction
Michel Darche

Secrétariat
Madeleine Schlienger

Ventes
Patrick Marthe, Pierre Daudin

Publicité
Pascal Monseillier

Abonnements
PLOT APMEP
Université, BP 6759
45067 Orléans-Cedex 2

Prix d'abonnement
130 FF pour 4 numéros par an
Adhérent APMEP : 110 F
Abonnement étranger : 130 F
+ tarif avion

Photocomposition et maquette
i.c.e.

Impression
Fabrègue - St-Yrieix

Editeur
Associations régionales
de l'APMEP de Poitiers, Limoges,
Orléans - Tours, Nantes, Rennes,
Rouen, Toulouse, Brest, Caen,
Clermont-Ferrand et La Réunion

Diffusion
Adecum (Association pour le développement de l'enseignement et de la culture mathématique).
Publié avec le concours du Ministère de la Coopération et de la Francophonie

- D'un système à l'autre	Michel Petitbon - St Louis De Sénégal	02
- Histoire des chiffres	Jean Marie Isenbart - Dakar	07
- Paroles, gestes et symboles	P. Gerdes & M. Charinda - Mozambique	12
- Une ligne du temps ... multiplicative	Richard Pallascio - Montréal	16
- Peletier Jacques, médecin et mathématicien	Traduction de Mme Crépin, Limoges	19
- Thalès en 3ème	Marcel Combès, Saint Quentin	33
- A-Plot-strophes	Jean Paul Delahaye	36
	Claudine Robert : L'empereur et la girafe	38
	Barbara Burke : Onde et Ondelettes	40
	François Tesseyre : Ecoutez voir les maths	44
- Maths en pièces paraît		46
- Commandes et Abonnements		47

Edito

Ce numéro du Plot comporte 3 parties distinctes :

- un tour d'horizon de l'histoire des nombres en Afrique et ailleurs qui préfigure le prochain numéro qui sera consacré à *calculs et calculettes en collège*,
- un texte du 16ème siècle, d'un humaniste mathématicien,
- une revue de publications et films qui s'adressent particulièrement aux enseignants et formateurs et qui viennent d'être remarqués par le Prix d'Alembert.

Faites abonner votre établissement au Plot
pour que tous vos collègues profitent de ces lectures.

Prochains numéros :
Calculs et calculettes au collège
Les mathématiques sous Descartes
Journées nationales de Grenoble

D'un système de numération... à l'autre

Michel PETIBON - St-Louis du Sénégal

Cet article qui nous est envoyé par l'auteur est paru dans le bulletin EPSILON du Sénégal géré par les Conseillers pédagogiques en mathématiques.

L'origine du nombre se perd dans la nuit des temps. Chaque langue véhicule au plus profond de ses structures les désignations de premiers nombres entiers. Et, semble-t-il, l'homme, l'être vivant doué de raison, l'être de parole, s'est approprié les notions de l'"Un et du Multiple" dans le mouvement même qui le rendait humain.

Mais si l'émergence du concept de nombre ne peut être datée, les systèmes de numération qui en découlent eux, font partie de l'histoire. Ils représentent en effet des constructions abstraites très élaborées et en quelque sorte sont à la fois l'achèvement d'un long processus de maturation et le point de départ de ce vaste édifice que nous appelons aujourd'hui les mathématiques. Ils ont ouvert la voie aux processus d'abstraction dont la science moderne et la technologie sont une illustration éclatante. En son essence, un avions n'est autre qu'un assemblage de concepts qui volent, de la mathématique en action !

Chaque aire culturelle et chaque civilisation ont produit leurs propres systèmes de numération dont la formulation dépend à la fois des besoins numériques et du niveau de développement de la société. Il existe des systèmes de numération très pauvres (chez certaines tribus amazoniennes, il n'est aucunement besoin de

savoir compter très loin pour vivre dans la grande forêt !) mais aussi des numérations très riches et très élaborées revêtant le plus souvent un caractère sacré. La connaissance des règles du système était perçue comme source de pouvoir magique (chez les Mayas, les Indiens par exemple) et de multiples pratiques divinatoires en découlaient tout naturellement.

Nous nous limiterons ici à la présentation de l'aspect proprement mathématique des systèmes de numération et à cet effet nous en rappellerons les grands principes.

Principes généraux des systèmes de numération

Les Bases

Remarquons d'emblée que ces systèmes utilisent tous la notion de base. Il est en effet nécessaire d'effectuer des groupements pour gérer la complexité dans la notation des nombres, car on ne peut raisonnablement associer à chaque nombre un signe différent !

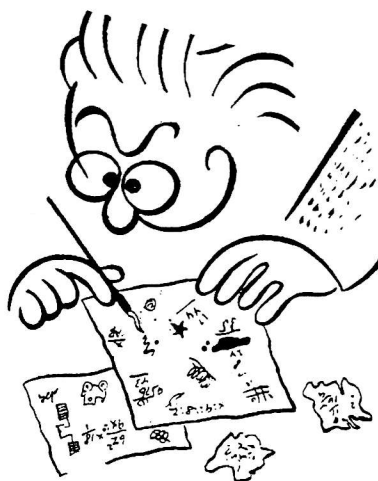
Une base est alors le nombre d'unités d'un rang donné nécessaire pour produire une unité d'un rang immédiatement supérieur.

Nous connaissons tous le système décimal, de base 10 comme son nom l'indique. Dans ce système, la dizaine (premier groupement) est constituée de 10 unités, la centaine de 10 dizaines, etc...

Il existe bien sûr d'autres bases fréquemment utilisées (bases 5, base 20...) dont l'origine probable est en relation avec le nombre des doigts d'une main (5), des deux mains (10), mains et pieds à la fois (20)... Rappelons au passage la base 60 d'origine babylonienne, qui aujourd'hui encore régit la mesure du temps.

Numération écrite

Lorsque nous analysons les systèmes de numération, nous devons distin-



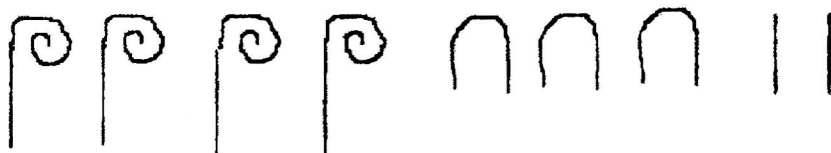
guer soigneusement les numérations écrites des numérations orales.

L'histoire nous enseigne que l'oral précède de très loin l'écrit. Chacun de ces deux domaines possède sa logique propre, ses règles, et cela permet de comprendre les grandes différences constatées entre l'approche orale de la numération dont les noms des nombres sont l'illustration, et sa transcription écrite à l'aide de signes.

Il existe deux grands types de numération écrite :

- Les numérations additives : chaque nombre est écrit à l'aide de signes et on connaît la valeur de ce nombre en additionnant (ou multipliant) la valeur des différents signes qui le composent.

Par exemple l'écriture du nombre 432 en égyptien.



Le décryptage est immédiat !

Un fait mérite d'être signalé : ces systèmes n'ont nul besoin du symbole 0 (zéro) pour écrire les nombres.

Le 0 que nous connaissons aujourd'hui nous semble un signe et un concept des plus évidents, mais en réalité l'invention du 0 fut une avancée décisive pour l'humanité. Historiquement le signe 0 fut introduit en Occident au 12^e siècle après une longue période de gestation et d'utilisation dans les systèmes de numération indienne puis arabe.

Remarquons enfin que ces écritures additives ne facilitent aucunement les calculs sur les nombres car très rapidement on bute sur la complexité et la longueur des expressions numériques que l'on manipule.

Les numérations positionnelles

Elles utilisent les chiffres pour l'écriture des nombres. La position des chiffres détermine de façon unique la valeur de tout nombre écrit en ces systèmes.

Le système aujourd'hui généralisé sur la planète est nommé système de numération positionnel décimal.

Nous le connaissons et le pratiquons tous car il est présent dans les programmes de tous les systèmes éducatifs. Sa grande facilité d'acquisition et d'utilisation n'a d'égale que son étonnante capacité opératoire. Il semble réaliser un compromis idéal par rapport à toutes les contraintes que doit subir un système de numération pour être à la fois efficace et suffisamment simple à manipuler.

Dans ce système le 0 est nécessaire pour indiquer l'absence d'une unité d'un certain rang (remarquons que zéro n'est jamais prononcé lorsque nous lisons les nombres, ex : 1024 / mille vingt-quatre / aucune (0) centaine).

Remarquons au passage, et c'est une des grandes difficultés de l'apprentissage de la numération qu'en général on

n'entend pas ce que l'on voit et on ne voit pas ce que l'on entend.

Ajoutons pour conclure qu'il existe également des systèmes mixtes, hybrides empruntant à la fois les règles des systèmes additifs et positionnels.

Notre système décimal oral est un système de ce type.

Les numérations orales

Elles s'expriment toutes au départ selon les principes des systèmes additifs dont l'approche historique nous montre qu'ils furent utilisés et élaborés en premier lieu, bien avant les systèmes positionnels qui nécessitent la présence d'une pensée déjà très abstraite.

Pour illustrer ces notions d'ordre général, mais indispensables si l'on veut décrypter les règles de fonctionnement des systèmes de numération, nous allons présenter sous forme de tableau comparatif les systèmes véhiculés par les langues principales en usage au Sénégal qui participent d'une aire géographique et culturelle bien délimitée. Il est important de noter que ces systèmes étaient des systèmes oraux

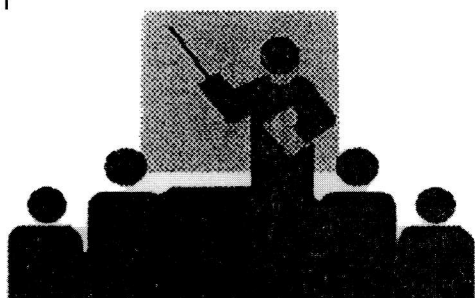
Les noms des nombres en français et dans les langues principales du Sénégal

N°	FRANÇAIS	WOOLOF	POULAAR	SERERE	DIOLA
1	un	benë	go	leng	yakone
2	deux	ñaar	didi	dik	sigaba
3	trois	ñett	tati	tadik	siféji
4	quatre	ñentt	nayi	nahik	sibaakir
5	cinq	juroom	joy	betik	futók
6	six	juroom mbenë	jeegom	beta fo leng	futók di yakone
7	sept	juroom ñaar	jeedidi	beta dak	futók di sigaba
8	huit	jurom ñett	jeetati	beta tada	futók di siféji
9	neuf	juroom ñentt	jeenayi	beta nahak	futók di sibaakir
10	dix	fukk	sapo	xarbaxay	ouñene
11	onze	fukk ak benë	saopego	xarbaxay	ouñedi
12	douze	fukk ak ñaar	sapoydidi	fo leng yakone	ouñene di
13	treize	fukk ak ñett	sapoytati	xarbaxay fo dik	ouñene di
14	quatorze	fukk ak ñentt	sapoynayi	sigaba	siféji
15	quinze	fukk ak juroom	sapoyjoy	xarbaxay fo nahik	ouñenedi
16	seize	fukk ak juroom mbenë	sapoyjeegom	sibaakir	butinkéné
17	dix-sept	fukk ak juroom ñaar	sapoyjeedidi	xarbaxay fo betik	butinkine di
18	dix-huit	fukk ak juroom ñett	sapoyjeetati	beta dak	sigaba
19	dix-neuf	fuk ak juroom	sapoyjeenayi	xarbaxay fo beta dak	butinkine di
20	vingt	ñaar fuk	nawgaas	beta nahik	sibaakir
30	trente	fann weer	capantati	quarbeen dik	kabanane
40	quarante	ñentt fukk	capannayi	quarbeen tadik	kabanane di
50	cinquante	juroom fukk	capanjoy	quarbeen nahik	ouñene
60	soixante	juroom mbenë fukk	capanjeegom	quarbeen betik	bukane
70	soixante-dix	juroom ñaar fukk	capanjeedidi	fo leng	kugaba
80	quatre-vingts	juroom ñett fukk	capanjeetati	qarbeen betu	bukane
90	quatre-vingt-dix	juroom ñent fukk	capanjeenay	tadik	kugabadi
100	cent	temeer	temedere	qarbeen betu nahik	ouñene
0	zéro	dara/tus		temeed	kuféji
				jegiim (dara/tus/tig)	bajut (let waaf)

NB : Pour cette transcription non phonétique en alphabet français, nous avons utilisé les consonnes les plus proches pour exprimer des sons qui sont parfois spécifiques aux langues sénégalaises.

(sans écriture par signe ou chiffrée) avant l'introduction des chiffres par le biais des contacts avec les langues et cultures arabes puis les langues occidentales.

5 fois 1 = 5
5 fois 2 = 52
5 fois 3 = ...



LES NOMS DES NOMBRE

Analyse et réalisation

Nous remarquons que la numération parlée en français est une numération utilisant la base 10 jusqu'à cent (avec une réminiscence de la base 20 : quatre-vingts). C'est une numération mixte (additive : on dit dix-sept, positionnelle : on dit deux mille quatre cents) qui ne dit jamais le zéro, ce qui indique la prépondérance initiale du modèle additif. Pour les grands nombres (au-delà de 1000), la base 1000 intervient en complément de la base 10 : on dit dix mille, cent mille et 1 million = 1000×1000 . D'autre part, un simple regard sur le tableau nous montre les grandes similitudes dans les structures des systèmes oraux véhiculés par les 4 langues principales du Sénégal.

Nous remarquons tout d'abord la prédominance de la base 5 pour les premiers nombres à la différence du système français qui se rapproche plus ici de la numération écrite décimale.

Par ailleurs, à partir du nombre 10 (mis à part la numération diola qui conserve de façon très logique la base 5 jusqu'au nombre 20) la base 10 intervient en complément de la base 5, et ceci jusqu'à 100. Autre particularité de la numération diola, la base 20 apparaît très nettement entre 20 et

40 et ensuite. Ces systèmes de numération sont tous de type additif (ou multiplicatif) car la valeur énoncée des nombres est obtenue en ajoutant (ou en ajoutant et multipliant) dans chaque cas les valeurs des signes si les composent.

Les valeurs des différentes dizaines jusqu'à quatre-vingt-dix sont obtenues généralement selon le modèle multiplicatif, équivalent au modèle additif.

Par exemple, en sérère, *quarbeen nahik* (40), littéralement dix - quatre, s'obtient en faisant 10×4 ou $10 + 10 + 10 + 10$.

Rien d'étonnant donc, et la langue nous le confirme, que le zéro ne soit pas présent dans ces systèmes additifs. L'introduction et la traduction du zéro se sont effectuées par le biais des mots exprimant dans ces langues les notions de rien, de vide, de l'absence... A la question posée aux interlocuteurs sénégalais sur la façon d'exprimer le zéro dans ces langues, on note beaucoup d'hésitation, ce qui révèle et confirme le fait car le 0 n'est pas un signe signifiant dans ce système. Nous constatons également que chaque système offre des particularités qui sont liées à l'évolution historique des langues dans lesquelles il s'exprime.

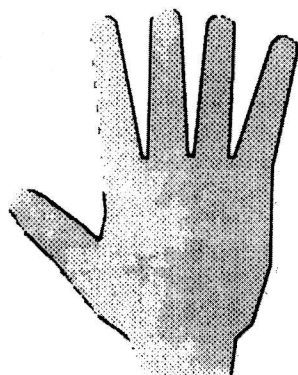
D'un système oral à l'autre

Une seule chose est sûre : le système oral français présente de très nombreuses difficultés et son apprentissage est semé de multiples embûches pour les enfants à la différence des systèmes oraux sénégalais, plus logiques dans leur énonciation des noms des nombres.

Par contre le système oral français est plus en accord avec la transcription écrite effectuée selon le système positionnel décimal.

Nous touchons ici du doigt à la difficulté pour les enfants sénégalais, ayant acquis dans la langue maternelle les structures mentales liées à un système en base 5, de passer ensuite sans transition à un système en réalité plus difficile à acquérir.

Le fait mérite d'être signalé et justifierait des recherches approfondies sur le plan du développement psycho-cognitif, même si, reconnaissons-le, l'apprentissage de la numération positionnelle décimale est incon-

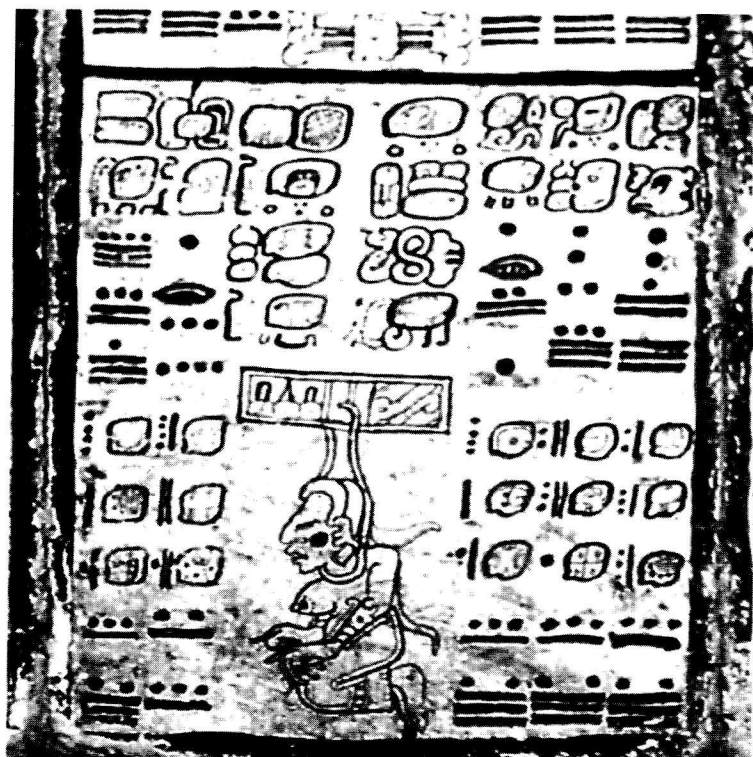


tournable pour pénétrer les arcanes du monde moderne dont aucun pays aujourd'hui ne peut faire l'économie. Le tableau synoptique nous révèle égale-

ment une analogie structurelle très grande entre les langues wolof, poular, sérère (ce que confirment les approches linguistiques) par rapport à la numération.

Par contre la numération diola semble de toute évidence faire partie d'un autre système de pensée, ce qui se justifie pleinement à la fois sur les plans géographique, culturel et historique. Pour conclure cette approche quelque peu schématique, souhaitons que cet article, par les multiples questions qu'il laisse en suspens, soit le point de départ d'une recherche fructueuse (en plus et au-delà de tous les travaux déjà effectués au Sénégal) et qu'il donne le coup d'envoi à un large débat sur ces questions. □

Le dossier numération est donc ouvert...



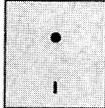
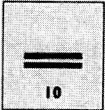
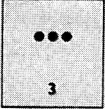
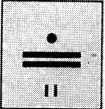
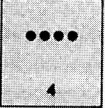
 1	 5	 9	 12
 2	 6	 10	 13
 3	 7	 11	
 4	 8		

Figure 1

Numération maya de 1 à 13 au moyen de points et de lignes.

Histoire des chiffres hypothèses et origines

Jean-Marie ISENBART - Dakar

L' origine indienne des chiffres se pose face aux hypothèses des chiffres dits "arabes". On peut s'interroger sur les hypothèses qui circulent quant à l'origine des chiffres modernes, de la numération de position et du zéro, et aborder une recherche sur ces origines.

Cet article propose quelques figures de l'Histoire universelle des chiffres / Georges Ibrah.

Hypothèses fantaisistes

1.1 Fig. 1 - **Le nombre d'angles** contenus dans chaque dessin issu d'une tradition populaire en Egypte et en Afrique du Nord: un angle pour le graphisme du chiffre 1, deux angles pour le chiffre 2, etc...

1.2 Fig. 2 - **Le nombre de traits** contenus dans chaque dessin donné comme hypothèse probable par un Français, Voizot, au XIXe siècle.

1.3 Fig. 3 - **Le nombre de points** émis en 1642 par le Jésuite italien Mario Bettini et repris en 1890 pour expliquer l'origine grecque du système.

1.4 Fig. 4 - **Les figures formées par un cercle et ses diamètres** proposées par l'astrologue Abenragel (Xe siècle).

1.5 Fig. 5 - **Les figures formées à partir d'un rectangle**, ses diagonales et ses médiatrices : la théorie avancée par l'Espagnol Carlos Le Maur (1778). (Variante de la Fig. 1).

1.6 Fig. 6 - **Les figures résultant du carré** expliquées par Jacob Leupold en 1727 correspondant à la légende de l'anneau de Salomon.

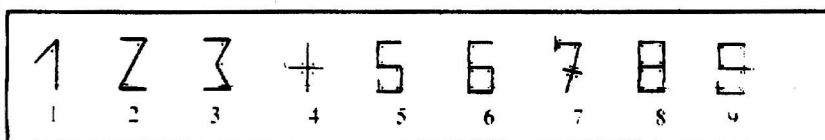


Figure 1

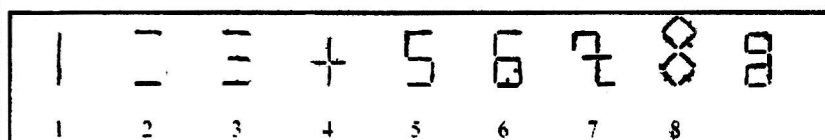


Figure 2

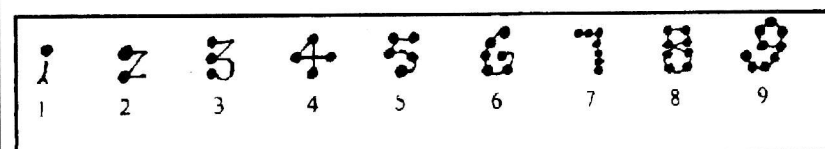


Figure 3

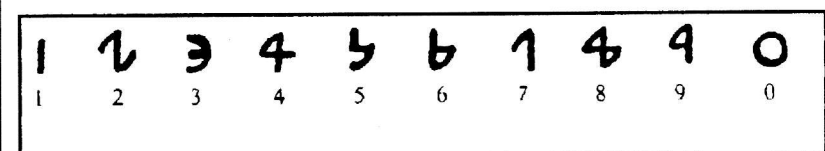


Figure 4

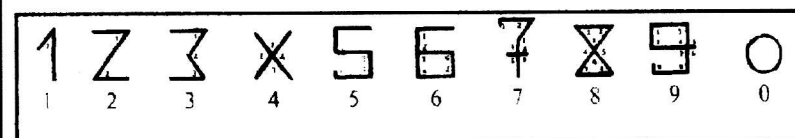


Figure 5

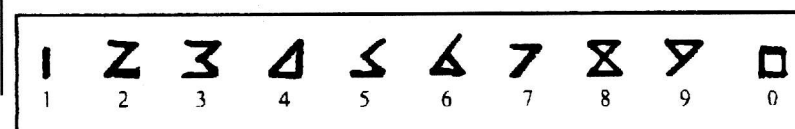


Figure 6

Recherche de l'origine des chiffres

Les chiffres que nous utilisons ont été adoptés dans leur graphie au XVe siècle et fixés en Europe par l'invention de l'imprimerie.

L'auteur s'appuie sur de nombreux faits et témoignages historiques venus de tous horizons : indiens, asiatiques, européens et arabes pour prouver que la civilisation indienne est à l'origine de la numération moderne.

Il procède par étapes :

- Démontrer que cette civilisation a découvert le principe de position et l'a appliqué aux puissances de dix.
- Prouver qu'elle a inventé le concept du zéro qui a le sens de la place vide mais aussi du nombre nul.
- Etablir que les graphismes des chiffres utilisés anciennement contiennent tous les types actuels : en Inde, en Asie, dans les pays arabes et européens.
- Démontrer que les savants de cette civilisation ont mis au point les techniques de calcul qui sont les nôtres.
- Etablir que l'Inde a réalisé ces découvertes sans influence étrangère.

Le principe de position

Parmi les attestations des inscriptions sanskrites (sanskrit : langue d'Inde et d'Asie comparable au grec et au latin en Europe) on peut citer :

– en + 575 l'astronome Varâhamihîra écrit les nombres :

$$\begin{aligned} 110 &= 0 + 1 \times 10 + 1 \times 10^2 \\ 38\ 100 &= 0 + 0 \times 10 + 1 \times 10^2 + 8 \times 10^3 \\ &\quad + 3 \times 10^4 \end{aligned}$$

– en + 598 la plus ancienne inscription sanskrite sur une stèle au Cambodge.

L'introduction des chiffres indiens en Islam l'a été par des savants venus de l'Inde vers 773 après J.-C. d'après un texte faisant référence au traité astronomique indien Brahmasphutasiddhânta du mathématicien et astronome Brahmagupta (+ 628) qui traite du mouvement des astres, des éclipses du Soleil et de la Lune. Ce traité a été traduit par Muhammad Ben Ibrahim al Fazzârî sous le nom de Grand Sindhind qui signifie en indien durée éternelle.

L'auteur cite le mathématicien Mahâvîrâchârya dans le Ganitasârasamgraha (+ 850) qui donne le palindrome 12345654321 comme "un nombre commençant par un, allant croissant jusqu'à six, puis diminuant jusqu'à un". Les propriétés des palindromes peuvent apparaître dans les numérations non positionnelles comme par exemple :

$$\begin{aligned} 1^2 &= 1 \\ 11^2 &= 121 \\ 111^2 &= 12321 \\ 1111^2 &= 1234321 \\ 11111^2 &= 123454321 \\ 111111^2 &= 12345654321 \end{aligned}$$

Le concept du zéro

L'époque probable de la découverte se situe durant l'empire Gupta de 240 à 535.

En + 458 le traité d'astrologie du Lokavibhâga (ou "Les parties de l'Univers") est le plus ancien document authentique indien faisant état de la numération de position et du zéro.

Aux environs de + 510 l'astronome Âryabhata invente une notation numérique utilisant la numération de position et le zéro et un procédé de calcul des racines carrées et cubiques.

Au VIe siècle l'arithméticien Jinabhadra Gani donne du nombre : 224 400 000 000 l'expression sanskrite suivante : "vingt deux et quarante quatre et huit zéros". Cela prouve qu'au VIe siècle les Indiens connaissaient le zéro et le principe de la position décimale des neuf chiffres.



Le graphisme

Les figures 7 à 12 suivantes donnent une idée de l'évolution des chiffres et de leur origine.

Fig. 7 - **Point de départ** d'une évolution graphique des unités graphiques de 4 à 9. Notation initiale de l'Indus (2300 - 1750 avant J.-C.).

Le passage de un, deux ou trois traits verticaux à une, deux ou trois barres horizontales proviendrait de l'existence de signes de ponctuation utilisés dans les textes sanskrits, et donc pour éviter des confusions l'orientation aurait été changée au II^e siècle av. J.-C.

D'autre part, les tracés effectués sur un support lisse à l'aide d'une pointe acérée ou d'un pinceau ont transformé peu à peu les formes initiales des neuf signes numériques de la Fig. 7.

Fig. 8 - **Date** : Ier ou IIe siècle après J.-C.
Grottes à 200 km de Bombay Notation
brâhmî.

On remarque l'absence de zéro.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
—	=	≡	+	n	4	?	5	?	
—	=	≡	+	n	5	?	5	?	
—	=	≡	+	n	6	?	5	?	
—	=	≡	+	n	7	?	5	?	

Figure 8

Fig. 9 - **Date** : Ville/XIIe siècle après J.-C. Diverses inscriptions sur cuivre de l'Inde du Centre et du Nord. Notation nâgarî (signes dérivés des chiffres brâhmî, employés à l'heure actuelle en Inde).

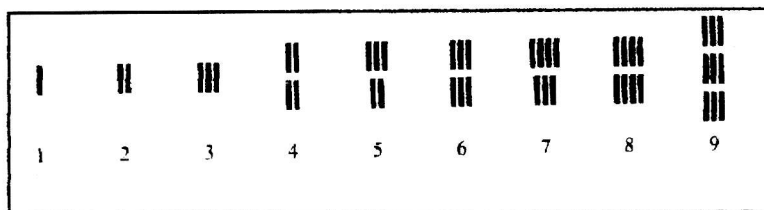


Figure 7

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
9	3	7	8	4	6	7	3	9	0
9	7	5	8	4		1	5	9	
7	2	3	8	5	5	7	7	9	0
7	1	2	8	4	6	3	6	7	0
		2	4	5		1	7	6	
7	2	2	8		5	3	7	7	
7	1	2	8	5	5	2	7	9	0
7	2	3	8	5	5	7	7	7	
1	2	3	8		4	7	3	2	
1	2	2	8	1	5	9	5	2	.
2	2		8	1	5	7	5	7	
7	7	2	8	4	5	3	7	7	9

Figure 9

Fig. 10 - Résultats de l'évolution graphique du signe formé par la superposition de deux traits horizontaux selon les époques, les régions et les habitudes des scribes.

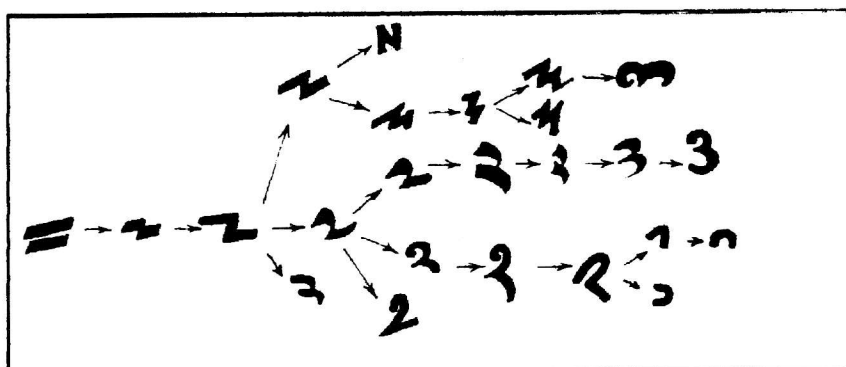


Figure 10

Fig. 11 - Résultats de l'évolution graphique du chiffre 3.

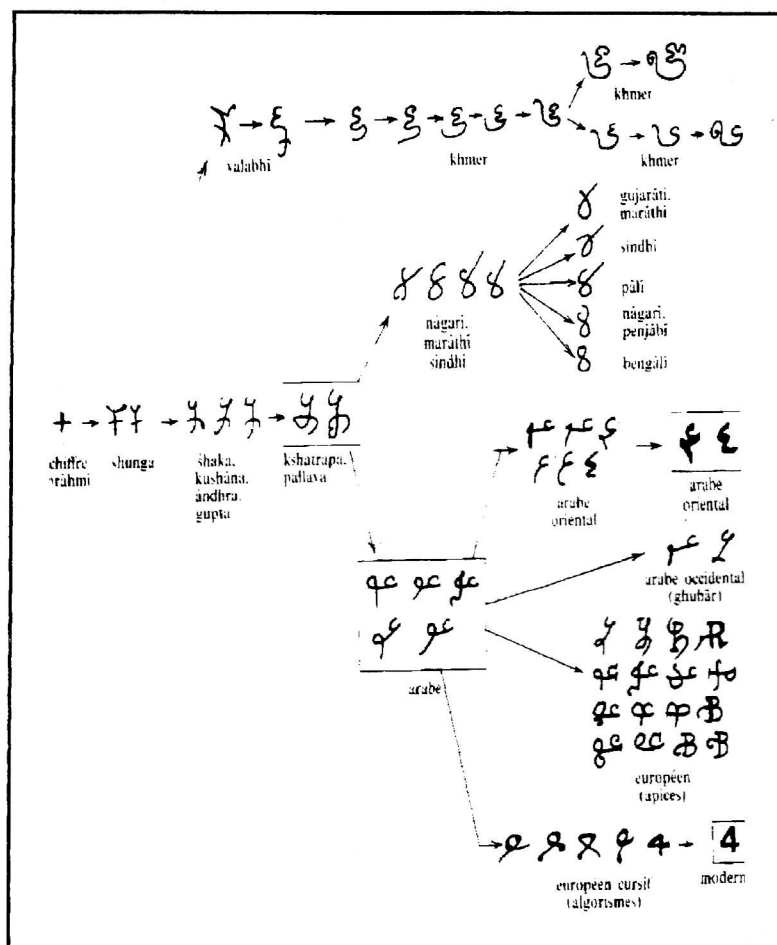
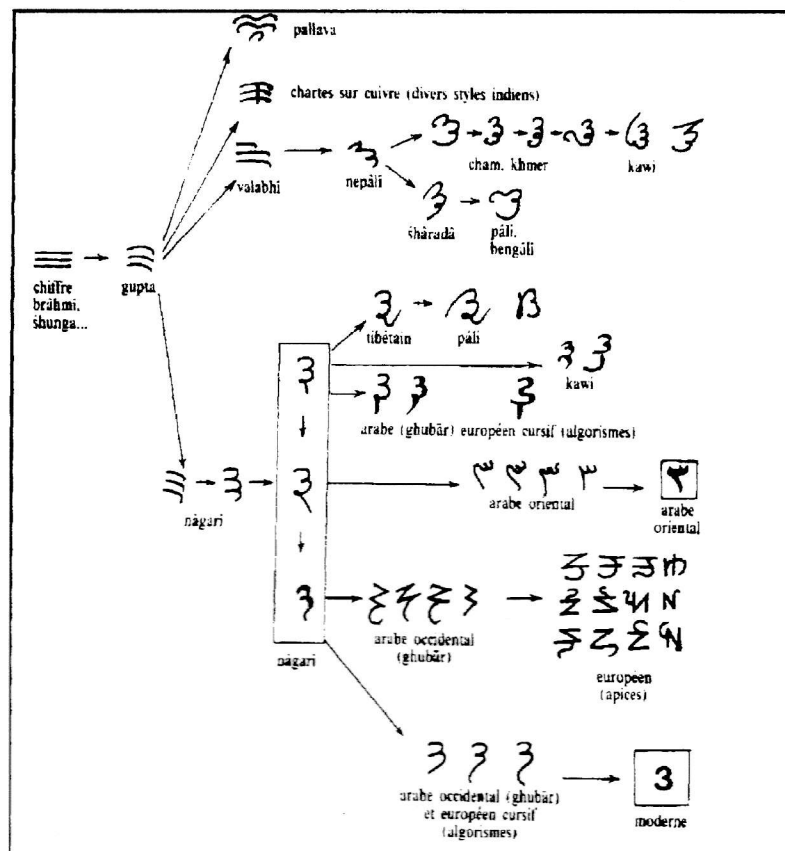


Fig. 12 - Résultats de l'évolution graphique du chiffre 4.

Les techniques de calcul qui sont les nôtres

L'un des plus fameux mathématiciens arabo-islamiques est Al Khuwārizmī (783-850 Bagdad).

Un de ses ouvrages est intitulé "Al jabr Wa'l Muqābala" ("Transposition et réduction"). Le mot Al jabr se rapporte à l'opération qui consiste à transposer les termes d'un membre à l'autre d'une équation. Il a été comprimé en aljabr, puis traduit en latin par algebra qui est devenu plus tard notre mot algèbre.

Le nom d'Al Khuwārizmī deviendra en latin *Alchoarismi*, puis *Algorismi*, *Algorismus*, *Algorisme* et enfin **Algorithme**.

Une découverte indienne

Quatre peuples ont eu une numération de position :

- Les Babyloniens (base soixante, zéro)
- Les Chinois (base dix, zéro)
- Les Mayas (base vingt, signe zéro)
- Les Indiens (base dix, zéro)

Une éventuelle influence Mayas dans l'Ancien Monde est improbable géographiquement.

L'hypothèse d'une influence chinoise est mise en défaut par deux faits :

- Le premier est le nombre de traits pour représenter les chiffres, alors que les chiffres indiens sont tracés d'un seul coup.
- L'apparition du zéro, sous la forme d'un point ou d'un petit cercle, ne s'est faite que vers le VIII^e siècle après J.-C.

Il reste les Babyloniens : ils ont utilisé une numération de position basée sur la base soixante et munie d'un zéro à partir du IV^e siècle avant J.-C. Cette numération aurait pu être transmise aux Indiens par l'intermédiaire des astronomes qui l'ont utilisée.

Mais l'auteur fait remarquer que ceux-ci notaient des fractions sexagésimales de l'unité et ne peuvent avoir influencé un système qui était destiné d'abord à noter des nombres entiers.

Conclusion

L'auteur conclut en disant que l'origine indienne de notre numération actuelle s'est faite vers le IV^e siècle de notre ère. La notation brâhmi des neuf chiffres modernes 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, le principe de position selon la base dix et le concept du zéro ont permis une démocratisation du calcul et l'élaboration des bases du calcul actuel.

Il restera à approfondir l'apport de l'histoire indienne à l'arithmétique et à l'algèbre. □

Une suite possible pour un prochain Plot ?

Bibliographie
Histoire universelle des chiffres / Georges Ifrah / Ed. Bouquins Robert Laffont.



Paroles, gestes et symboles

Paulus GERDES et Marco CHERINDA - Mozambique

Le continent africain est riche en moyens de compter très variés.

Au cours des âges, les peuples de l'Afrique subsaharienne ont inventé, par centaines, des systèmes cohérents de numération. Comme dans le reste du monde, ils ont découvert qu'il est extrêmement difficile de compter et de calculer si l'on utilise un mot, ou un symbole, complètement différent pour chaque quantité, c'est-à-dire pour chaque nombre. Ces systèmes innombrables se divisent en trois catégories : systèmes parlés, systèmes gestuels et systèmes symboliques utilisant des parties du corps ou des objets pour désigner les nombres.

Au lieu d'inventer un mot pour chaque nombre, on compose le plus souvent de nouveaux mots à partir de ceux désignant les nombres de base, en utilisant leurs relations arithmétiques. Il existe de nombreux exemples de ce procédé dans les systèmes africains parlés de numération.

Dans la langue makoua du nord du Mozambique, ce sont les mots "thanu" (5) et "nloko" (10) qui constituent la base du système de numération. Ainsi le 6 se dit "thanu na moza" (5 plus un) et 7 "thanu na pili" (5 plus deux), 20 se dit "miloko mili" (dix fois deux) et 30 "miloko miraru" (dix fois trois). Les bases de numération les plus communes sont 10, 5 et 20, combinées ou séparément. Une autre langue du Mozambique, le nyungwe, n'utilise que la base 10, alors que le balante de Guinée-Bissau ne connaît que les bases 5 et 20. La langue bété de Côte-d'Ivoire utilise les trois bases 5, 10 et 20.

Cela donne, pour dire 56, par exemple, "golosso-ya-kogbo-gbeplo", soit "20 fois 2 plus 10 (et) 5 (et) 1". Les Bambara du Mali et de la Guinée ont un système fondé sur le 10 et le 20 dans lequel le mot vingt, "mugan", signifie "une personne" et le mot quarante, "debé", désigne aussi la natte sur laquelle dorment mari et femme, qui possèdent chacun dix doigts et dix orteils.

Les Boulanda d'Afrique de l'Ouest ont un système à base 6, si bien que 7 se dit $6 + 1$; 8, $6 + 2$, etc. Le système des Adeles est un peu plus compliqué : 6 se dit "koro" ; 7 "koroke" ($6 + 1 = 7$) ; 8 "nye" et 9 "nyeki" ($8 + 1 = 9$). Chez les Houkou d'Ouganda, on forme les mots correspondant à 13, 14, 15, en ajoutant 1, 2, 3 à la base 12 : ainsi "bakumba igimo" (13), signifie en fait 12 plus un. Mais on peut utiliser aussi la base décimale, $10 + 3$, 4, 5, etc. L'avantage d'utiliser une base aussi petite que 5 est que cela facilite le calcul oral ou mental. Par exemple, $7 + 8$ équivaut dans ce système à $(5 + 2)$ plus $(5 + 3)$. Comme $2 + 3 = 5$, on arrive facilement à trouver comme équivalent $5 + 5 + 5$, soit $10 + 5$ ou encore 3 fois 5.

Le principe de duplication

Un cas particulier de numération par addition est celui où l'on est en présence de deux nombres égaux ou de deux nombres égaux à l'unité près. Par exemple, les Mbai comptent de 6 à 9 de la manière suivante : "mutu muta" ($3 + 3$), "sa do muta" ($4 + 3$), "soso" ($4 + 4$) et "sa dio mi" ($4 + 5$). Chez les Sango du nord du Zaïre, 7 se dit "nana-thatu" ($4 + 3$), 8 "mnana" ($4 + 4$) et 9 "sano nana" ($5 + 4$). L'utilisation du principe duplicateur pour former les nombres de 6 à 9 pourrait s'expliquer par le souci de faciliter le calcul mental, et en particulier la multiplication par deux. Par exemple, si l'on ignore la réponse, deux fois sept équivaut à $4 + 3$ plus $4 + 3$, mais comme $4 + 3 + 3 = 10$, la réponse peut se dire aussi $10 + 4$. Il existe depuis toujours en Afrique subsaharienne une solide tradition de calcul mental, et les opérations de multiplication orale et mentale étaient souvent (et sont encore dans certains cas) fondées sur la duplication à répétition.

D'autres langues africaines n'utilisent pas seulement l'addition et la multiplication, mais aussi la soustraction pour former les noms de nombres. Ainsi les Yorouba du Nigéria utilisent pour dire 16 l'expression

“eerin din logun”, qui signifie “quatre avant vingt”, alors que chez les Louba-Hemba du Zaïre sept se dit “habulwa mwanda” (“huit moins un”) et neuf “habulwa likumi” (“dix moins un”).

Les systèmes oraux de numération peuvent varier considérablement à l'intérieur d'un espace géographique très restreint. En Guinée-Bissau, le système décimal des Bijago côtoie celui à base 5 et 20 des Balante ; les Manjaco utilisent un système décimal comportant exceptionnellement des mots composés comme 6 + 1 pour 7 et 8 + 1 pour 9 ; quant aux Feloup, ils emploient un système à bases 10 et 20 qui se sert également du principe duplicateur dans des formes comme 4 + 3 pour 7 ou 4 + 4 pour 8.

Les mots désignant les nombres peuvent être des adjectifs ou des substantifs, si bien que les structures verbales désignant les nombres sont parfois des formes composites qui incluent plusieurs opérations arithmétiques. Ainsi dans la langue tschwa du centre du Mozambique, 60 se dit “thlanu wa maluma ni ginwe”, ce qui signifie “cinq fois dix (multiplication) plus une fois (dix) (addition)”.

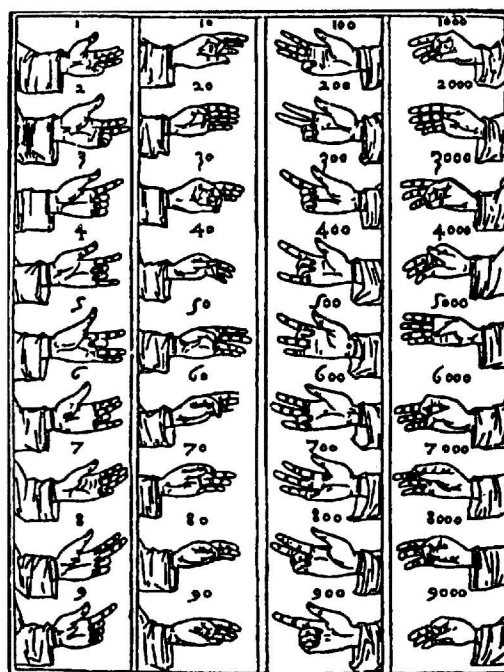
Pour les nombres plus importants, on a fréquemment recours soit à des mots entièrement nouveaux, soit à des termes plus ou moins dérivés de la base de numération. Ainsi les Bangongo du Zaïre disent “kama” (100), “lobombo” (1 000), “njuku” (10 000), “lukuli” (100 000), alors que les Ziba de la République-Unie de Tanzanie emploient pour les mêmes nombres les mots “tsikumi”, “lukumi” et “kukumi”, qui sont évidemment tous composés à partir de “kumi” (10).

Compter par gestes

Beaucoup d'Africains comptent par gestes. Les Yao du Malawi et du Mozambique désignent du pouce de la main droite 1, 2, 3 ou 4 doigts tendus de la main gauche pour représenter les nombres correspondants. Le poing fermé représente le nombre 5 auquel on ajoute un, deux, trois, quatre doigts de la main droite pour exprimer 6, 7, 8 et 9. Dix est représenté par les doigts tendus des deux mains jointes. En revanche,

chez les Makondé du nord du Mozambique, on compte sur les doigts de la main droite avec l'index de la main gauche pour les nombres de 1 à 4, le poing fermé signifiant 5. On procède de façon symétrique, en inversant le rôle des mains, pour les nombres de 6 à 9, les deux poings fermés signifiant 10.

Les Chambaa de la République-Unie de Tanzanie et du Kenya utilisent le principe



(Ce texte est extrait du Courrier de l'Unesco - Novembre 1993)

Summa de Arithmetica, Geometrica, Proportionie Proportionalita de Luca Pavioli (1494)

duplicateur pour compter par gestes, c'est-à-dire qu'ils utilisent les deux mains à la fois : deux fois 3 doigts tendus pour 6 ; 4 et 3 pour 7 ; 4 et 4 pour 8.

Pour les nombres supérieurs à 10, les Sotho du Lesotho utilisent plusieurs personnes pour représenter les centaines, les dizaines et les unités. Pour le nombre 368, par exemple, un premier individu tend 3 doigts de la main gauche pour signifier 300, le deuxième le pouce de sa main droite pour signifier six fois dix, et le troisième 3 doigts de la main gauche, ce qui signifie 8. C'est donc un système de comptage par position puisque chaque personne représente les unités, les centaines, etc., en fonction de la place qu'elle occupe.

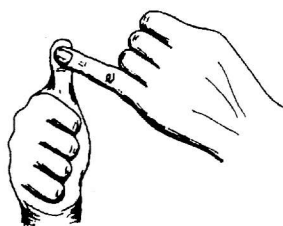
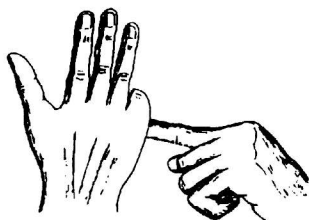
La fréquence des bases 5 et 10 est peut être liée à la pratique du calcul digital. Mais l'existence de bases de calcul permettrait aussi de compter plus vite. Ainsi les vanniers makondé comptent par 4 et non 1

par 1 les brins d'osier qui forment le fond de leurs paniers.

Systèmes d'entaille

Les systèmes d'entaille sont d'usage courant en Afrique subsaharienne. Au Mozambique, les jeunes Chuabo utilisent le système suivant quand ils jouent au football. Ils ôtent la nervure centrale d'une feuille de cocotier, et chaque équipe reçoit l'une des deux moitiés de la feuille, dites "mulobuo". Chaque fois qu'une équipe marque un but, elle fait un pli à son "mulobuo". A la fin de la partie, il suffit de compter les plis, ou de comparer la longueur des feuilles, pour savoir qui a gagné.

Chez les Tswa, toujours au Mozambique, on utilise les arbres pour se remémorer l'âge des enfants. A chaque naissance, on pratique une entaille dans un arbre et une entaille supplémentaire chaque année jusqu'à ce que l'enfant soit assez grand pour savoir compter. On utilise aussi ce système d'encoches sur une tige pour compter les têtes de bétail.



Le nombre 1.

De haut en bas : chez les Makondé, les Yao et les Chambaa

Les Makondé, eux, préfèrent faire des nœuds sur des cordelettes. Un mari qui part en voyage pour 11 jours présente à sa femme une cordelette avec 11 nœuds et lui dit : "Ce nœud-là (il le touche), c'est aujourd'hui, et je m'en vais ; demain (il touche le deuxième nœud), je serai en route et j'aurai encore 2 jours de voyage ; mais ce jour-là (il saisit le cinquième nœud) je serai arrivé. Je resterai là-bas le sixième jour, et je m'en retournerai le septième. N'oublie pas, femme, de défaire un nœud chaque jour, car le dixième jour tu auras à préparer le repas pour mon retour le lendemain". Ce système des nœuds était aussi utilisé par les femmes enceintes qui comptaient ainsi le retour de la pleine lune pour savoir quand elles allaient accoucher, et également pour connaître l'âge des gens. Sur une première cordelette, on faisait un nœud la première nuit de la pleine lune, et lorsqu'on arrivait au douzième nœud, on faisait un nœud sur une deuxième cordelette pour comptabiliser les années.

Ecrit sur le sable

Certains peuples d'Afrique subsaharienne pratiquent une forme d'"écriture" des chiffres. Chez les Bouchongo (dans l'est du Zaïre), on compte simultanément par 3 et par 10. C'est-à-dire qu'on effleurait le sable avec 3 doigts pour indiquer 3 objets. Après avoir ainsi tracé 3 fois 3 bâtons dans le sable, un trait plus long pour l'objet suivant indiquait qu'on était arrivé à 10.

Les Foulani ou Foulbé, pasteurs semi-nomades du Niger et du Nigéria septentrional, placent, dans un certain ordre, des bâtons sur le seuil de leur demeure pour indiquer l'importance de leur troupeau. Les bâtonnets disposés en V équivalent à 100 têtes de bétail, en X à 50 têtes. Les bâtonnets verticaux représentent les unités et les bâtonnets horizontaux les dizaines. Le symbole suivant, figurant sur le seuil d'un riche propriétaire, VVVVVVXII, signifie qu'il possède 652 vaches.

Les Achanti de Côte-d'Ivoire, du Ghana et du Togo, utilisaient des figurines de pierre, ou de métal, ou simplement des grains, comme unités monétaires, le poids de chaque figurine étant censé correspondre à l'équivalent en poudre d'or. Ces figurines

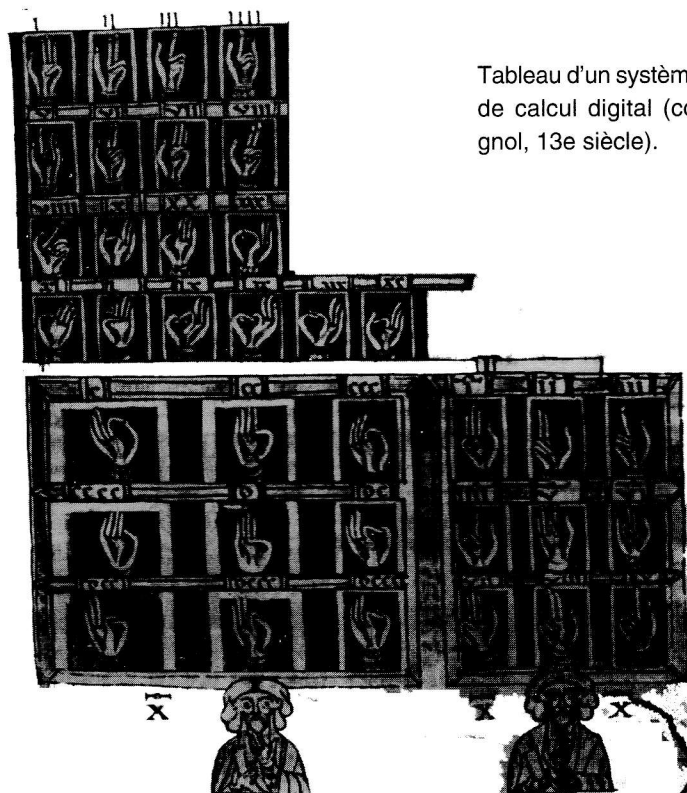


Tableau d'un système particulier de calcul digital (codex espagnol, 13e siècle).

représentent des animaux, des nœuds, des outils, des sandales, des tambours, et parfois des motifs géométriques : étoiles, cubes ou pyramides à degrés. Bon nombre d'entre elles présentent des signes gravés correspondant à des chiffres. Bien que les langues parlées par les Achanti n'utilisent que la base 10, leurs poids monétaires utilisent également la base 5. On a même trouvé chez le groupe des Achanti une série de poids monétaires à structure binaire, chaque nouvelle unité étant équivalente au double de celle qui précède. □

Naissance des nombres Pour en savoir plus

Le meilleur ouvrage d'ensemble est sans conteste celui de

- Karl Menninger, *Zahlwort und Ziffer. Eine Kulturgeschichte der Zahl*, Göttingen (Vandenhoeck und Ruprecht), 1958.

Traduction anglaise par P. Broneer, *Number Words and Number Symbols. A cultural History of Numbers*, Cambridge (Mass.) and London (M.I.T. Press), 1977.

On consultera aussi avec profit

- Geneviève Guitel, *Histoire comparée des numérations écrites*, Paris (Flammarion), 1975.
- Georges Ifrah, *Histoire universelle des chiffres*, Paris (Bouquins - Laffont) 1994.

Une ligne du temps... multiplicative !

Richard PALLASCIO - CIRADE, UQAM - Montréal

Une ligne du temps : rencontre des sciences humaines et des mathématiques

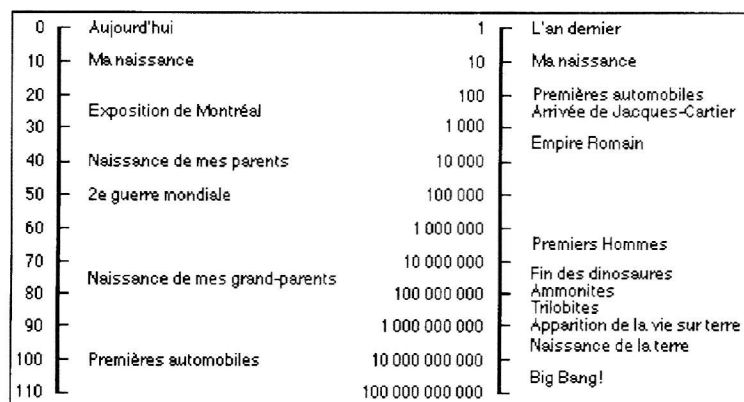
Les élèves de l'école Les Petits Castors de la Commission scolaire Jacques-Cartier (Longueuil) ont cette année (1992-93), comme champ d'étude, le passé. Dans chaque classe, dès les premiers jours de l'année, chaque élève devait apporter à l'école un objet antique. Dans le groupe multi-programmes des "grands" (4e à 6e année), les objets étaient très variés : montre de poche d'un arrière-grand-père, vieilles photographies, vieux objets ménagers, par exemple, des fers à repasser sans fil... Le premier travail des élèves consistait à identifier l'année ou la période d'origine ou de fabrication de chaque objet et de les situer sur une ligne du temps : une première exploration dans un passé relatif, les objets datant de moins de 100 ans, dans la plupart des cas.

La ligne du temps ne posait pas de difficultés... jusqu'au moment où Caroline, notre fille de 9 ans, qui cherchait sérieusement les plus vieilles choses dans la maison, s'amena avec des fossiles que nous avions rapportés du Maroc, soit une ammonite, datant de la période du crétacé (100 millions d'années) et un trilobite de la période du dévonien (350 millions d'années) ! Une première activité mathématique avec Caroline a été de constater qu'il n'y avait vraiment pas moyen d'étendre la ligne du temps jusqu'à cette période.

En effet, si les 100 dernières années sont représentées minimalement sur un carton d'un mètre (une année correspondant à un centimètre), alors 350 millions d'années vont nécessiter une bande de 350 millions de centimètres, soit 3,5 millions de mètres ou 3 500 km, soit encore la distance approximative séparant Montréal de Miami!

Le fait de changer d'échelle ne réglait pas le problème, car tous les objets originant du dernier siècle se ramenaient alors indistinctement sur un même point ! De même l'imbrication de sous-échelles dans une échelle principale nous apparaissait plus valable pour créer des "zoom" sur une période donnée, que pour régler le télescopage qui nous occupait. Les élèves avaient alors convenu avec l'enseignante d'utiliser des points de suspension... pour situer les fossiles sur la ligne du temps. Mais même à cela, la distance entre les deux fossiles s'avérait encore plus longue qu'entre nous et le plus "jeune" des deux fossiles ! De plus Caroline n'appréciait pas du tout de se retrouver dans les pointillés ! Que faire ? Nous avons alors proposé à Caroline et aux autres élèves de sa classe d'utiliser une échelle, non pas "arithmétique", ou additive (ou linéaire, si vous préférez), mais bien "géométrique", ou multiplicative (ou "logarithmique", si vous préférez), en multipliant par 10 à chaque

intersection de l'échelle, plutôt que d'additionner 10 ans à chaque intersection !



Echelle arithmétique vs échelle géométrique
(figure tirée de Pallascio, 1993)

Cet incident non prévu a permis aux élèves d'examiner sous un autre angle la différence entre l'addition et la multiplication, de constater :

- que si l'élément neutre de l'addition est 0, celui de la multiplication est 1, car une échelle géométrique ne peut pas démarrer à partir de 0 ;
- qu'avec 100 divisions de 10 années d'une échelle linéaire, nous ne pouvons représenter qu'un millénaire, alors qu'avec 100 divisions sur une échelle géométrique, nous pouvons représenter un "gogol" d'années (1 suivi de 100 zéros);
- et que tout au plus nous n'avons besoin que d'une dizaine d'intervalles multiplicatifs pour remonter jusqu'au Big Bang ! Quelle économie !

Le sens d'une telle démarche

Les bons coups, comme parfois les mauvais coups, nous tombent dessus parfois sans crier gare. Cette occasion fortuite nous a amenés à construire un nouveau type de ligne du temps, plus pratique dans certains cas. Mais il y a plus à tirer de cette construction.

D'une part, les multiplications proposées aux élèves ont souvent des résultats proches des additions utilisant les mêmes quantités. Par exemple, en pratiquant sur des exercices comme $2 + 3 = 5$ et $2 \times 3 = 6$, les élèves en viennent à se dire qu'il n'y a pas une grande différence entre l'addition et la multiplication. Le travail décrit ci-dessus infirme rapidement cette impression auprès des élèves. La motivation subséquente pour maîtriser cette opération, par exemple pour apprendre les tables de la multiplication, vient plus aisément. Le fait d'établir, au moins de temps en temps, certains liens entre les mathématiques et la réalité, facilite les pratiques algorithmiques moins drôles, mais quand même nécessaires.

Deuxièmement, au niveau du concept du temps, la perception que nous en avons rétroactivement, s'avère à nos yeux davantage géométrique qu'arithmétique. En effet, l'importance de la dernière année passée, à cause de la proximité des événements et de la multiplicité des points

de repère frais à notre mémoire, est équivalente à plusieurs années qui l'ont précédée, alors qu'historiquement, le dernier siècle, parce qu'il nous semble plus déterminant que les précédents dans les conjonctures économiques, sociales et politiques actuelles, nous apparaît comme aussi important que le dernier millénaire. D'aucuns affirment même que le temps s'accélère, faisant référence aux changements sociaux, technologiques... qui se succèdent à un rythme de plus en plus rapproché. Cette perception, bien que le temps soit incompressible dans la réalité qui nous occupe, correspond bien à la perception que nous en avons. Et une ligne du temps est bel et bien un modèle et non la réalité (voir Pallascio, 1991), permettant aux individus, et particulièrement aux jeunes élèves, de se représenter un concept long à comprendre et à se l'approprier.

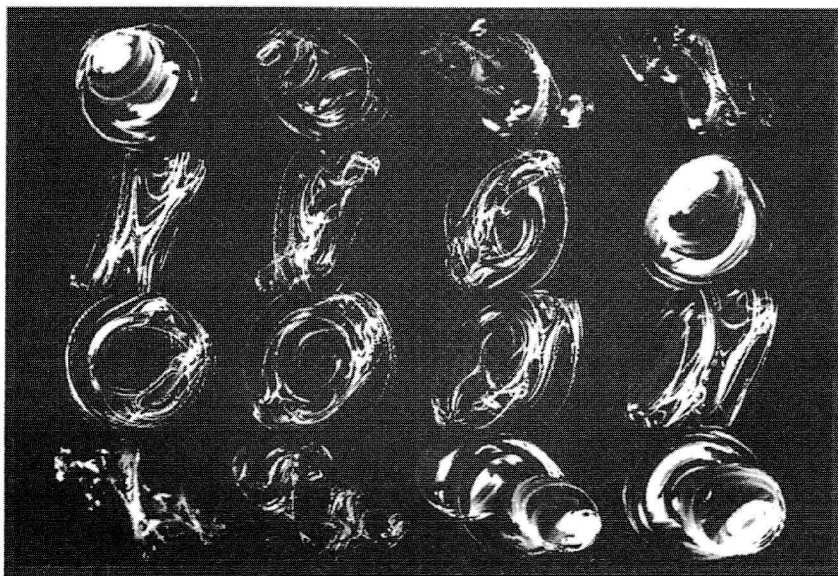
D'autre part, cette petite construction montre que les mathématiques sont bien des outils à notre disposition, des instruments susceptibles de nous permettre dans certaines circonstances de résoudre des problèmes qui s'offrent à nous (voir Pallascio, 1992). Les enseignantes, de même que les élèves eux-mêmes, ne devraient pas hésiter à s'inventer de nouveaux outils mathématiques, car c'est de cette manière que les mathématiques se développent : les mathématiques sont une invention, et non une découverte réalisée par d'autres et que nous devons maintenant apprendre par coeur, souvent sans rien y comprendre. Bien sûr, nous ne partons pas à zéro ! Il faut bien dire à un enfant que la communauté internationale s'est entendue pour définir la mesure d'un angle droit comme étant égale à 90° . Il s'agit d'une convention. Mais lorsqu'il quittera l'école, l'individu devrait être convaincu que les mathématiques sont des outils à sa disposition, aussi souples et aussi adaptables que les règles de la grammaire française. Aussi bien nous pouvons utiliser la syntaxe, l'alphabet, la grammaire... pour écrire (ou inventer ?) un texte comme celui-ci, aussi bien nous pouvons utiliser le symbolisme mathématique, les systèmes de numération, les résultats établis (ou théorèmes), les règles d'inférence (ex : deux choses égales à une même troisième, sont égales entre elles)... pour décrire, illustrer ou expliciter une réalité, comme celle du temps à l'aide d'une échelle non linéaire.

L'élève a besoin, avant tout, de mieux se comprendre : "une connaissance compréhensible, c'est essentiellement une connaissance utilisable" (Aubé, 1974). En ce sens il apparaît important que les enfants soient invités à réfléchir sur leurs processus mentaux. C'est ainsi que les mathématiques peuvent se présenter comme étant un outil de travail qui permet d'élaborer des modèles rationnels métaphorisant divers éléments de connaissance et d'explorer la réalité à l'aide de raisonnements analogiques. De cette façon, nous devrions pouvoir assurer une plus grande durabilité aux différents modèles explicatifs du monde environnant que nous tentons d'enseigner aux jeunes. □

Références

- Aubé, M. (1974). Psychologie et mathématiques : projets communs, dans Bulletin AMQ, XVI (1), 63-64.
 Pallascio, R. (1991). "Puissance et limite des modèles", dans Instantanés mathématiques, Plot 73. 1995.
 Pallascio, R. (1992). Mathématiques instrumentales et projets d'enfants, éd. Modulo, 100 p.
 Pallascio, R. (1993). "Pédagogie du projet et mathématiques", dans Apprendre différemment !, Pallascio, R. et Leblanc, D. (dir.), éd. Agence d'Arc, à paraître.

LA CULTURE MATHEMATIQUE AUJOURD'HUI



Actes des

**ASSISES CULTURELLES
DES MATHÉMATIQUES**

de l'Académie d'ORLEANS - TOURS

Médecin et mathématicien

Jacques Peletier Poitiers, 1579

Discours prononcé à Poitiers, en vue d'explications préliminaires
en Mathématiques.

Jacques Peletier (Le Mans 1517 - Paris 1582) prononça un discours d'ouverture de Mathématiques à l'Université de Poitiers en 1579. Le texte latin de ce discours fut imprimé par les frères Jacques et Guillaume Bouchet la même année (30 pages in-quatro).

La bibliothèque municipale de cette ville en possède un exemplaire sous la cote P 860. Paul Laumonier édita ce texte dans la Revue de la Renaissance en 1904 (Vol V, pp 281-303).

A notre connaissance, la traduction française de ce texte n'a jamais été éditée. Elle a été réalisée lors des journées nationales de l'Apmep à Poitiers par Madame Crépin pour l'atelier "Humanisme et enseignement des maths". Je l'en remercie vivement et je crois ainsi la mémoire de Jacques Peletier en publiant ce travail dans le Plot.

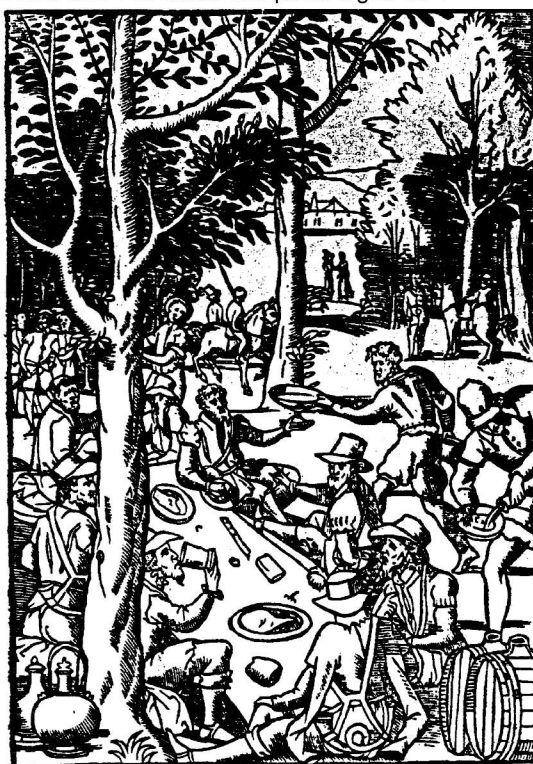
Jacques Borowczyk

La vérité est simple

Vous qui m'écoutez, je n'ignorais pas, quand j'avais l'intention de venir à Poitiers, que je trouverais beaucoup de personnes qui gardaient quelque souvenir agréable de mon nom, ceux-là surtout qui m'avaient entendu autrefois faire un cours sur ce thème précisément, et beaucoup plus encore ceux qui ont coutume d'affluer dans cette Académie, pour des études de Droit, à cause du prestige des Jurisconsultes qui enseignent publiquement cette discipline, et à cause du prestige de la ville même ; et ceux qui auraient lu mes publications en diverses matières, ou se souviendraient qu'elles ont souvent été lues par nos collègues. Et certes mon mode de vie et les œuvres, fruits de mes travaux attestent assez que je ne suis jamais resté inactif, et que j'ai consacré tout mon temps aux études des disciplines : mais par-dessus tout, j'ai uni la Médecine aux arts Mathématiques : j'ai embrassé ces deux arts de manière que, dans le premier, je n'ai jamais refusé ma peine à personne : mais c'est au second que j'ai pris un plaisir supérieur et unique, tant en écrivant qu'en enseignant. Dans cette charge, je me suis toujours tenu à cette règle d'aborder tout de suite le point à élucider sans chercher aucun préalable.

Car ces arts sont du genre qui interdit qu'on les fasse valoir ou qu'on leur donne de l'ampleur par des paroles. Leur matière réside tout entière dans la vérité et dans la preuve des énoncés : elle aime énormément la simplicité ; elle qui s'appuie sur ses ressources propres et ses propres garanties ; elle qui enfin non seulement n'a recours ni à la démarche contournée du discours, ni à toute abondance ou ornement des mots, mais encore les refuse et les rejette : si bien que celui qui se prépare à enseigner les Mathématiques, doit s'attacher uniquement à ce domaine : parler non avec abondance, mais uniment, non d'une manière ornée mais d'une manière directe.

D'ailleurs, je m'étais persuadé que beaucoup viendraient ici aujourd'hui, moins pour écouter Peletier l'enseignant, que pour l'entendre communiquer quelque information concernant ses occupations, ses projets, surtout que mon intervention est d'un genre tout nouveau, et pas du tout attendue : la cause me parut digne de



L'ASSEMBLEE se doit faire en quelque beau lieu, soubz des arbres, aupres d'une fontaine, ou ruisseau, là où les Veneurs se doyent tous rendre, pour faire leur rapport. Ce pendant le Sommelier doit

m'écarter quelque peu de ma conduite et de ma manière habituelles de parler et d'enseigner. En effet, si je ne tenais pas compte de votre attente, je craignais en même temps de sembler faire peu de cas de la réputation que j'avais auparavant suscitée chez vous en ma faveur — peut-être pourtant plus grande que celle que je crois pou-



voir soutenir et assumer.

C'est pourquoi j'adopterai la conduite qui me paraît s'accorder à vos désirs : et je laisserai un peu de la discrétion qui m'empêche toujours de parler de moi-même : et je vais vous exposer quelles raisons m'ont poussé à venir à Poitiers, et quel a été mon dessein pour m'y arrêter. Je vais le faire le plus brièvement possible. Car il serait trop long de parler des voyages, de mes itinéraires dans toutes les directions de la France, et vers la Germanie et vers l'Italie, surtout depuis l'époque où la France a commencé à flamber dans les incendies des guerres civiles. Comme j'ai toujours été très attaché à la Paix, j'ai évité cela, toute affaire cessante, tous biens abandonnés, aussi longtemps que je l'ai pu. Je juge que ce récit ne se rapporte ni à ce lieu, ni à notre projet, et je vois que je n'ai pas assez de temps pour en faire l'exposé. Maintenant je vais exprimer seulement ce qui concerne davantage notre question, et que j'estime être ce que vous

voulez en priorité savoir de moi. Il y a sept ans environ, j'ai traversé Poitiers, appelé de Paris par les six magistrats Bordelais, qu'on appelle "jurés" dans la langue du pays, pour me rendre à Bordeaux, en vue de présider à l'organisation du Collège d'Aquitaine. Cette mission me semblait attirante et honorifique au premier abord ; cependant,

à cause du désagrément qu'il y a à gouverner cette Jeunesse, ou à cause d'un emploi du temps surchargé, j'ai reconnu que cela était peu conforme à ma nature et à mes méthodes. Cela fait que, dès que je l'ai pu, je me suis dégagé de ce souci, pour me reporter à mes études : dans l'intention alors de revenir à Paris à la première occasion. Mais l'agitation des guerres civiles a rompu soudain mon départ, agitation renaissant d'une paix mal conclue et pleine d'embûches ; ce qui me retint quasi en état de siège, en ce même endroit, Bordeaux, de telle sorte qu'il n'apparaissait pas de possibilité ni d'en sortir, ni de s'établir nulle part en sûreté, au cas où j'en serais sorti. Dans cet état d'irrésolution, ne s'offrait rien de plus opportun ou de plus com-
mode que de régler là-bas

mes affaires, comme je pouvais, et de continuer mes travaux écrits, commencés bien avant, et destinés à l'attente des hommes. Que dire de plus?

La science des proportions

Alors que la France tout entière se
 consume, quand l'emportent les gens sans foi,
 quand des brigands commettent leurs crimes,
 leurs meurtres, quand, comme nous l'avons
 chanté dans nos vers :

“quand les lois font collusion avec les armes,
quand les armes à leur tour se jouent des lois,
à pillage égal des deux côtés”,

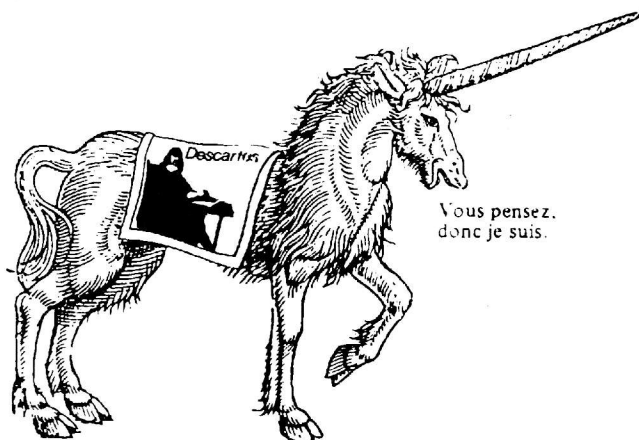
je me suis retiré dans l'absence de charges, et me suis livré tout entier à l'écriture : sauf dans le cas quelquefois où les sollicitations de mes amis m'ont ramené à l'exercice de la Médecine.

Dans cette retraite, j'ai estimé que je n'avais rien de mieux à faire que d'achever mon Euclide; en vue des six livres qui y traitent des Plans, j'avais depuis longtemps publié les démonstrations : je m'étais astreint par là, comme selon un vœu ou une punition, à assumer une œuvre intégrale. J'étais arrivé au livre Dix que j'estime être pour ma part quelque gemme extrêmement rare et précieuse, enfouie dans les trésors de la Géométrie ; arrivé là, la difficulté d'élucider mon propos, la difficulté de prendre une revanche sur l'obscurité qu'elle présente, m'a longtemps et fortement arrêté. Je l'ai pourtant dominée par une application assidue, aussi délicate que laborieuse. La meilleure partie (car je n'avais pas encore mis la dernière main à ce livre) une fois achevée à mon idée, je l'ai mise de côté quelque temps, jusqu'à ce que j'eusse rassemblé mes esprits fatigués et comme en déroute, jusqu'à ce que je pusse me recréer, me refaire par une occupation plus douce. Je prenais en mains notre Galien, ou un autre des Médecins, dans l'idée qu'il me fallait continuellement conserver une occupation pour soutenir ma vie : de temps en temps, les auteurs de la littérature, qu'on appelle plus humanistes : parmi les Orateurs, Cicéron, auquel je me suis toujours attaché, avec une ardeur sans égale, comme au prince de la Latinité : parmi les Historiens, César et Salluste, tous deux véritables écrivains du genre : chez les Poètes d'autre part, Horace, que je place avant tous les Poètes latins – j'excepte toujours Virgile –, à cause de la sincérité du langage, du poids des sujets et des expressions. Je l'ai trouvé un peu obscur en de nombreux points; je constatais que ces points avaient été passés en grand silence par les interprètes, aussi bien anciens que plus récents : je me suis mis à appliquer mon esprit à leur examen. Ce travail entrepris, pour recréer mon esprit, comme je le disais à l'instant, je m'y suis tellement fatigué, que cette récréation a abouti à une occupation sérieuse et quotidienne. J'ai lu Horace, je l'ai relu, entièrement pesé. J'ai restitué de nombreux passages défectueux, que personne n'avait rétablis ni remarqués. Ça et là j'ai expliqué la pensée de l'auteur, en lui donnant un autre sens que celui qui avait été reconnu jusque-là par des gens même savants. C'est ainsi que les choses en sont venues au point que mes mains n'ont pas lâché Horace avant que je n'aie composé pour lui de justes Commentaires. Entre temps, quand l'occasion s'en est présentée, j'ai revu mon Arithmétique Française, et je l'ai étayée de démonstrations : de là, cette partie occulte des Nombres que nous avons éditée naguère – telle qu'elle se rattachât très étroitement à ce livre Dix –, je l'ai augmentée et démontrée. Là-dessus, j'ai refait

le Commentaire sur les proportions, pour le livre Cinq d'Euclide : la science des Proportions, je ne sais si personne après Euclide, Archimède et Ptolémée, l'a parfaitement comprise. J'ai écrit un Commentaire sur les dix premiers Nombres, et leurs propriétés, qu'on appelle mystiques. J'ai mené à bien quelques démonstrations d'un genre nouveau, et que j'avais cherchées longtemps en Géométrie : entre autres, ce si beau Problème : étant donné un angle rectiligne, construire l'angle égal curviligne. Cette démonstration confirme tout à fait notre position depuis longtemps divulguée, sur le Contact de la ligne droite avec le Cercle, et récuse ouvertement tous les arguments que les auteurs plus récents expriment à l'encontre. J'ai achevé cet autre Problème : étant donné une ligne droite, et étant donné un des points extrêmes, trouver, sur la partie qui reste de la ligne, le milieu et l'autre point extrême. J'avais proposé ce Problème, sans l'expliquer, pour la fin du petit Livre à usage de la Géométrie.

Connais-toi toi-même

J'ai écrit contre l'opinion des Pyrrhoniens, qui soutenaient qu'on ne sait rien, qu'on ne sent rien, enfin qu'il n'y a rien dans la Nature qu'on pût qualifier de vrai. Bien que Cicéron eût écrit que leur position avait été depuis longtemps rejetée, je la vois pourtant renouvelée par certains à notre époque : tant il n'est rien, en tous genres de disputes, rien de si absurde, de si dévié, de si faux, qui ne trouve des défenseurs. Et dans ce même ouvrage, nous avons écrit contre les Académiques qui, tout en étant très proches des Pyrrhoniens, n'affirment pas qu'il n'y a rien de vrai dans la Nature, mais, ce vrai, ils continuent sans cesse à le chercher. Nous avons écrit sur la Comète, sur le mouvement de la Terre et de la Mer, et d'autres choses pêle-mêle : nous avons rapporté tout cela en un seul volume.



Vous pensez,
donc je suis.



La Pierre Levée.
 B. N. Collection Gaignières.

Nous emportons avec nous ces monuments de nos travaux, mais bourrés d'additions et refondus, pour être retranscrits d'une main plus élégante : tels enfin qu'ils puissent parvenir un jour, avec l'accord de Dieu très Bon, très Grand, dans les mains des hommes. A ce sujet, il me faut implorer la diligence et la bonne volonté de quelque assistant, qui me vienne prêter son aide comme à un Atlas fatigué, et transcrive avec moi : je lui communiquerais en retour avec franchise et sincérité tout le fruit de mes travaux, en Médecine, en Mathématiques, en Philosophie, en Lettres, en toute sorte de sciences enfin, qui aient été de mon domaine. Et en vérité, sur ce point, je conjecture qu'il y en aura quelques-uns pour s'étonner que j'aie entrepris de traiter tant de matières et si diverses : et que être d'avis que j'ai supporté un fardeau plus grand qu'il n'est croyable que j'aie pu le faire. Mais ceux-là auront des sujets d'étonnement beaucoup plus grands, s'ils se remettent en mémoire cet Hippias d'Elide, chez Cicéron, dans les dialogues des Orateurs, celui que mentionne Crassus : il était venu à Olympie, pour cette immense célébration, quinquennale des Jeux ; il se glorifia, devant presque toute la Grèce qui l'écoutait, qu'il n'y avait rien dans aucun art en toutes choses, qu'il ne sût, lui : et il ne s'agissait pas seulement de ces arts que comportent les sciences libérales et nobles, Géométrie, Musique, connaissance des Lettres et des Poètes, et ceux-là qu'on relève sur la Nature des choses, sur les mœurs des hommes, sur les Républiques ; mais l'anneau qu'il avait, le manteau dont il était revêtu, les chaussures dont il était pourvu, il se vanta d'avoir fait cela de sa propre main. Cet homme, dit Cicéron, s'était sans doute

trop avancé, mais d'après son exemple, on peut aisément conjecturer combien ces anciens ont eu de désirs pour les objets les plus illustres, eux qui n'en ont pas rejeté de bien moindre valeur même. Certes je ne songe pas à me comparer à cet Hippias, quel qu'il fût, lui dont ne demeure pas une seule lettre. Il me suffit de dire avec Platon et Homère, que tous les arts sont liés par quelque nœud et affiliation : un homme peut être habile en toutes sciences, pourvu qu'il n'ait pas faute d'esprit, et applique avec ordre et rectitude un juste temps de sa vie pour les posséder à fond : qu'il mesure ses forces selon son effort, et qu'il se souvienne que ce précepte des Grecs, Connais-toi toi-même, n'a pas été énoncé seulement pour diminuer notre présomption, mais aussi pour que nous connaissions nos biens propres.

Des lignes et des cercles

Pour ma part, comme je suis né d'une bonne famille et éminemment honorable, que j'ai été instruit dans les Lettres depuis ma prime enfance, et que la fermeté de mon esprit a grandi en moi avec l'âge, j'ai pensé qu'il n'y avait rien en toutes sortes d'arts d'assez difficile pour que je pusse craindre de ne pouvoir en posséder à fond la connaissance, une fois que j'y aurais impliqué mon esprit. Sur ce point, pourquoi me mettre en regard d'Hippias ? Nulle ambition, nulle ostentation ne me pousse : richesses, honneurs, enfin tous ces bienfaits de la Fortune que

d'aucuns portent aux nues, je les ai vigoureusement méprisés : si bien que tout le temps qui m'était imparti, je le consumais dans ces biens qui avaient été proposés à l'homme pour la culture de son intelligence et l'honorabilité de sa vie : j'avoue du reste que ne n'ai jamais étudié ces arts mécaniques dont Hippias se vantait. Mais s'il s'agit de Géométrie, moi je l'ai pratiquée avec une immense ardeur dans Euclide, et avec d'autant plus de soin que je me suis vu moqué plus âprement par mes rivaux. J'ai produit un commentaire sur la Mesure du Cercle d'après Archimède, puis j'ai écrit un livre sur l'usage de la Géométrie, ce dernier, bref il est vrai, mais marquant un pas cependant vers la capture de notions plus grandes et plus hautes. Dans les Arithmétiques, j'ai donné à nos Concitoyens quatre livres sur l'Usage des Nombres : j'ai écrit sur cette partie occulte des Nombres, qu'on appelle Algèbre, deux livres, tant en français qu'en latin ; avec une méthode plus claire que quiconque avant nous : dans les Astronomiques, un Commentaire sur la Constitution de l'Horoscope ; imprimé à Bâle, en même temps que ce Commentaire sur la Mesure du Cercle. J'entends dire que Jean Stadius a écrit contre ce livre, poussé par quelles raisons, je l'ignore, car je n'ai pas encore eu loisir de voir son Livre, après l'avoir beaucoup cherché ; mais aux nouvelles que j'en ai, il est animé contre nous d'une malveillance indigne. J'apprend en outre qu'un Euclide provenait du traité de Clavius, et là il s'efforce de ruiner notre proposition sur le Contact des Lignes, et d'autres idées que nous avons rapportées à Euclide. Les écrits de ce Clavius, je ne les ai pas encore vus ; tant la retraite m'a maintenu dans l'ombre pendant tout ce septennat : et je n'ai rien appris de plus sur lui : j'entends dire seulement qu'il vit à Rome dans la Confrérie des Jésuites. Quoi qu'il en soit, notre position sur le Contact des Lignes, dans un dernier effort de travail soigné, nous l'avons rendue renforcée et confirmée par des raisons telles qu'il n'est plus laissé de place désormais à aucun de nos censeurs. Quant à cette partie, la définition que nous avons fournie pour le livre Cinq, définition, je l'ai comprise, attaquée par Clavius, j'aurais pu, si cela m'avait tenté, la protéger par les arguments de la Géométrie. Mais nous, confiants en d'autres raisonnements, nous avons rectifié l'ordre de ces Définitions, leur nombre et leur expression, contre tous les commentateurs d'Euclide, qui existent partout : ce faisant, nous n'avons pas même épargné Théonide. J'ai vu, lorsque j'étais à Bordeaux, un Euclide produit par Frédéric Commandinus, grand gauchisseur certes de la Géométrie ; dans sa préface, j'ai trouvé une pique dirigée contre moi ; dans le corpus des Eléments, je n'ai lu chez lui pas un seul mot sur moi. Mais étant donné mon caractère et

ma nature, jamais la malveillance de personne ne m'abattrait. Je n'ai jamais tourmenté personne jusqu'à présent, et j'ai décidé de ne tourmenter personne à l'avenir. Car il n'est pas convenable que les préceptes mathématiques soient ruinés par ces querelles. Mais pourtant aucune loi, je pense, n'empêche de réprimer au moyen d'une Apologie les propos malveillants de ses adversaires, et de témoigner en retour sa reconnaissance à ses détracteurs : surtout lorsque s'offre une occasion honnête de refaire les comptes. Il n'y a pas faute de paiement envers Commandinus, envers Clavius, envers Stadius : sûrement qu'en restant en dehors des démonstrations Géométriques, ils récolteront comme ils ont semé. C'est bien assez pour moi que Petrus Nonius porte sur moi un témoignage éclatant dans son Algèbre. Car – ce que disait Cicéron de Caton – lui seul est pour moi comme cent mille. Et l'Anglais Biliselingus, qui a pratiqué Euclide savamment et consciencieusement, nous cite partout avec sincérité et d'une manière honorable. Quant aux autres, je me plains moins qu'ils me dénigrent, que je ne me réjouis de les voir abandonnés de tous les plus savants. Mais je reviens à mon propos.

En Médecine, j'ai édité un livre sur la conciliation des points traités par Galenus ; livre qui atteste ouvertement avec quel soin j'ai lu Galenus tout entier. Dans les Poétiques ; j'ai écrit pas mal de choses, dont des ouvrages, ou, pour dire vrai, certains opuscules juvéniles en badinant ; mais après quelques années, j'ai écrit quelques Amours, beaucoup plus travaillés que les Poèmes précédents : certes, ces derniers n'ont pas été écrits dans le style léger de l'amour, mais, comme je me plais à le dire, à l'imitation de Platon. Enfin, trois Livres sur les Alpes, que j'ai intitulés Savoies, étant donné que j'exerçais la Médecine dans ces parages : j'y ai englobé beaucoup d'éléments souterrains et fossiles ; et puis les cours d'eau, les torrents, les lacs, les neiges, les gelées, les tremblements de terre, la faune des montagnes, enfin les plantes de toute espèce. Autrefois, j'ai édité un Dialogue sur l'écriture et la prononciation correctes de la langue Française, le tout en deux livres : en plus, deux Livres sur l'Art Poétique, même en prose : grâce auxquels, nous avons donné des préceptes de Poésie, non seulement aux Français, mais pour ainsi dire à toutes les nations. Sur les affaires publiques, nous avons écrit en Latin une Exhortation à la paix à l'intention des Princes Chrétiens, à l'époque où Charles Quint et Henri, roi des Français, se faisaient mutuellement la guerre. Où veut-on en venir ? Sans doute à ce qu'on comprenne — quand bien même tous ces

ouvrages, quels qu'ils soient, pussent sembler en grand nombre, aux yeux de quelques-uns que l'on comprenne qu'à mes yeux pourtant ils semblent en petit nombre, moi qui aurais pu en écrire beaucoup plus, si j'en avais eu le loisir, au cours de longues et fatigantes pérégrinations, ou dans l'exercice de la Médecine, enfin dans la diversité des moments de ma vie. Beaucoup d'hommes se sont manifestés dans la mémoire des temps anciens, qui ont usé leurs veilles sur beaucoup plus de travaux, avec une foule et d'arguments et d'auteurs. J'en nommerai seulement un ou deux, car une journée suffirait à peine pour énumérer tous les autres : Pline, l'oncle, a suivi l'armée : non seulement il a participé assidûment à l'administration des affaires des Césars, Titus et Vespasien, mais encore il en a pris le commandement : pour ses amis, il s'est chargé d'une tâche quotidienne : il a plaidé au forum, et parmi toutes ces occupations, il a écrit un nombre de livres important, nombre recensé par Pline, le neveu ; parmi eux, cet ouvrage sur l'histoire de la Nature, aussi varié que la Nature elle-même : alors qu'à peine une longue vie d'homme pourrait suffire à écrire tout cela, Pline, lui, n'a pas dépassé sa cinquante sixième année ; et Platon, qui fut nommé Divin au jugement unanime de toute la postérité, a laissé des Dialogues, si copieux, si diserts, en tant de styles variés, sur Dieu, sur la Nature, sur la République, sur les mœurs des hommes, ainsi que sur la Géométrie, sur les Nombres, sur les Musiques, sur les objets Célestes ; au point qu'on ne peut pour ainsi dire rien dire d'excellent sur tous ces sujets, rien qu'il n'ait touché en personne, rien que toute race d'écrivains n'ait emprunté de lui pour une bonne part. A cette liste, j'ajouterais Homère s'il n'avait resserré son œuvre selon le mode Poétique, et donné plus à comprendre qu'à lire. Car personne après Homère, parmi les Poètes, n'a produit rien qui fût digne d'éloge, rien qu'il n'ait choisi, à partir d'Homère. Et moi, qu'ai-je fait ou que fais-je, dont on doive tellement me faire éloge ? Sauf, peut-être quelque chose de mes travaux dans nos arts Mathématiques. Et oui, si j'avais réalisé quelque chose digne de recommandation, une chose livrée par moi pour qu'en décide le jugement des hommes, je parlerais bien autrement que cet Hippias. La vie, le talent, le travail, l'expérience, le temps, tout vient de la Divinité à titre de cadeau et de bienfait. Certes j'ai beaucoup donné pour le public, et j'ai beaucoup plus encore à part moi. Mais à mes yeux, la question ne porte nullement sur la quantité de mes écrits, mais seulement sur la qualité : je ne jugerai jamais avoir fait quoi que ce soit, si je n'en ai pas offert des garanties à une étape ulté-

rieure ; et si ce point vient à manquer, je résigne totalement ce que j'ai fait avant. J'ai personnellement tout à fait conscience de la grande somme d'études que j'ai investie surtout en langue Latine (moi qui par ailleurs ai coutume de mépriser merveilleusement la connaissance des langues, au regard de l'intelligence des choses), et combien de travail j'ai assumé dans la lecture et l'examen des bons Auteurs, outre les travaux que j'ai rappelés précédemment. J'ai seize Livres de Commentaires pour les Lettres à Atticus, trois Livres sur le texte de Cicéron ; j'y ai rétabli le plus possible de passages de Cicéron, en plus de ceux qu'avaient remarqués les relecteurs qui m'ont précédé. Il s'en faut tellement que j'en tire quelque gloire, que j'en suis à réaliser que cette tâche a absorbé la récompense de mes meilleures heures.

Médecine et Mathématiques

En vérité, si je ne m'étais pas passionné pour le zèle et l'intelligence de ceux qui m'ont devancé dans cette entreprise, je me serais complètement détourné de cette occupation et me serais cantonné dans les bornes de la Médecine et des Mathématiques. Car j'ai toujours fait un très grand cas de la Médecine, étant donné que dans les ouvrages les plus considérables de la Nature, et dans leur usage, elle se tourne vers la protection et le rétablissement de la santé des hommes : et pour ma part j'avoue, qu'à l'égard de ma vie, elle a été mon seul viatique ; alors, dans l'exercice de la Médecine, je me suis conduit de telle manière que, ni l'envie dont la plupart des Médecins se tourmentent entre eux, ni l'avarice – je n'ai jamais rien estimé de plus sordide – ne m'ont enlevé au devoir d'un homme honnête et de bonne condition. Il résulte de cela que je n'ai cherché à retirer de la Médecine qu'autant d'utilité qu'il en fût nécessaire pour repousser les bassesses de la solitude et de la pauvreté. Chemin faisant, dans cet art j'ai trouvé des remèdes singuliers, en partie par la pratique ; j'en ai appris d'autre part par la recherche ; d'autre part encore, j'en ai imaginés par la réflexion, contre ces maladies qui passent toujours pour difficiles à guérir, l'arthrite, l'hydropisie, la hernie, les coliques qui font souffrir, la dégénérescence, les chancres invétérés, la pierre. Et j'ai senti qu'il me fallait préparer ces remèdes avec d'autant plus de soin que je m'apercevais que je ne pouvais pas dépenser ma peine pour les traitements communs et quotidiens. D'autant plus que j'ai embrassé les Mathématiques si fermement, que j'en suis venu à considérer la Médecine comme une occupation

subsidaire, guère plus. Et j'ai senti pleinement que les Mathématiques m'avaient été destinées, au point que j'ai construit en elles une sorte de tabernacle de ma vie : étant donné que j'ai découvert qu'elles sont pour ainsi dire les seules, en qui resplendissent l'édifice et l'ordre de la Nature, autant bien sûr que de Dieu très Bon, très Grand, l'infinité et l'immensité. Ce qu'atteste, soit le Nombre, qui de prime abord s'avère infini, comme Dieu : puis le Cercle d'une beauté parfaite, dont on ne peut fixer ni commencement ni fin, pas plus que de Dieu : parfait, égal, comprenant toutes les figures, comme Dieu comprend les formes de toutes choses. Dans l'ordre et la disposition des

Nombres et des Figures, le visage de la Nature apparaît tout entier, comme dans un miroir tout à fait splendide. Que peut-il y avoir de plus agréable et de plus délectable que cette contemplation ? En effet dans les esprits des hommes, jamais rien n'a pris naissance ou n'a été conçu, qui pût être un objet de savoir véritable et certain, en dehors de la notion des Mathématiques. Tous autres objets génèrent en nos esprits une opinion, non une

science. Dans l'art de la Médecine, que de dissensions ? Que de controverses nous sont nées, de la part des Empiriques ? des Dogmatiques ? des Rationalistes ? Et, dans le même temps, aucune secte ne s'est manifestée, qui n'ait gagné la confiance de ses défenseurs, qui n'ait emporté l'adhésion d'une époque.

Et ce Thassalus que Galenus poursuit partout si âprement, il fut animé d'une rage monstrueuse contre tous les médecins de son temps et des époques antérieures : et cependant il a rencontré, tant qu'il a vécu, un tel prestige qu'il s'est fait inscrire sous le nom de "champion des médecins" sur son monument qui était sur la via Appia. En effet que dirai-je d'Erasistrate,

petit-fils d'Aristote par sa fille ? Il fut si célèbre en son temps, qu'après avoir guéri le roi Antiochus, il reçut cent talents de Ptolémée son fils. Pourtant, à l'occasion, le même Galénus l'attaque. Mais ce sont des faits dont la narration est plus longue que notre sujet ne le demanderait. En Jurisprudence, combien de lois ont été rédigées, dont pour ainsi dire aucune nation n'a jugé devoir se servir ? Combien, à l'inverse, de Sanctions proposées un jour et abrogées par la suite ? Combien de Constitutions acceptées par des Citoyens, refusées par d'autres ? Enfin pour l'explication de chaque point du Droit, que de controverses semées entre les Jurisconsultes ?

Et en philosophie, que de divisions ? Que de sectes ? Que de divorces ? de la part des Académiciens ? des Péripatéticiens ? des Stoïciens ? des Epicuriens ? pour ne rien dire au passage de tant d'écoles, qui, n'ayant pas pu résister à l'épreuve du temps, gisent aujourd'hui dans l'obscurité. On les a toutes quittées à qui mieux mieux pour aller vers leur contraire, si bien qu'on n'a pu préférer aucun avis plausible sans qu'une autre raison pareillement probable n'ait été

ALGEBRAE LIBER I. DE NUMERORVM CREATORVM SITU & PROGRESSU.

C A P. I I.



Mnis Progressio Geometrica si ab Vno ducatur, specis numerorum Creatorum, seu, ut dicunt, Naturalium ordinatim completitur. Secundus quippe Progressionis numerus, radix est ceterorum (Vnus vero sui ipsius radix & creatio est) tertius eiusdem Progressionis numerus, est Quadratus: quartus, Cubus: quintus, Biquadratus: sextus, Superfolidus: sicque infinitus. Quod nos ex dupla Progressione manifestum faciemus: simul Progressio numerorum naturalis quomodo cum progressionem Geometricam conueniat docelimus, hac subscriptione.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
1	8	27	64	125	216	343	512	729	1000
1	16	81	512	2744	13824	59521	207360	685937	2053968
1	25	125	1000	15625	312500	531441	926859	1520876	2519959
1	36	216	2160	177144	1382400	8847361	47249600	220391041	884736100
1	49	343	2744	2053968	13824000	88473610	472496000	2203910401	8847361000
1	64	512	4096	262144	16777216	107374181	566231040	2684354561	10737418240
1	81	729	59049	4782968	312500000	2000000000	10000000000	50000000000	250000000000
1	100	1000	8000	64000	500000	4000000	32000000	250000000	2000000000

Primus ordo, est numerorum naturali serie progredientium, quos Exponentes vocabimus, quod medij ordinis notis exponit. Medius ordo, est signorum seu notarum, quibus numerorum radices, aut numeri ipsi Creati figurari solent. Tertius, est numerorum geometricè procedentium.

Igitur Vnus medij ordinis, quem simplicissima sit, numerum nudum ac simplicem representat: ob id, nullo Exponente inscribitur, præterquam 0, seu Nihil: & ipse sibi subicitur tertio

imaginée par les adversaires.

La raison mathématique

Tandis que les raisons Mathématiques sont si certaines, si solides, et – parce que tout y est compris – si conformes à la nature, qu'elles demeurent les mêmes, à égalité, pour tous les peuples, pour tous les temps : si bien que personne, de sens équilibré, ne peut les contredire ni les battre en brèche. Quelqu'un va ici faire une objection : Quelle est donc l'utilité de ces sciences que tu prônes si fort ? Voilà bien la pauvre ques-

tion d'un homme commun : comme s'il fallait vraiment viser partout l'utilité, et non la dignité. Et en effet, ce qu'il faut jauger, ce n'est pas le degré d'utilité, mais le degré de valeur. Il était d'un intérêt plus grand pour les Athéniens d'avoir des toits solides sur leurs demeures que d'avoir cette splendide statue d'ivoire de Minerve. Et pourtant il n'est personne qui ne préférât être Phidias, plutôt qu'un ouvrier charpentier. Mais en vérité l'utilité des Mathématiques est de loin la plus grande; on peut dire d'elle avec beaucoup plus de vérité, ce que Pythagore disait couramment du mouvement des sphères célestes : leur harmonie, leur accord sont incroyables, mais on ne le perçoit pas du tout à cause de l'accoutumance. Quant aux Mathématiques, plus on approche d'elles le regard de l'esprit, plus on y met de soin, plus on aperçoit en elles des récompenses plus grandes et plus fécondes. D'abord elles aiguisent l'intelligence, forment le jugement, augmentent et renforcent la mémoire, par leur ordre et leur enchaînement immuables. Au point qu'on peut dire, à juste titre, que personne ne peut distinguer le vrai du faux, si la capacité de démontrer ne lui est pas familière : Or nous avons montré ailleurs que la science de la démonstration concernait la seule Géométrie. Au surplus cette constatation est sur les lèvres de tous : Tout ce qui existe dans la Nature, se définit en nombre, en poids et en mesure. Bien qu'il soit commun de le dire, cependant cela s'étend si loin, que tout ce qui existe dans les choses humaines s'appuie sur cet axiome. Il n'est pas d'actions humaines, pas d'occupations, pas d'agissements, enfin pas de sociétés qui ne se produisent sans être définis par ses nombres et ses proportions. Toutes choses, et celles qui sont d'un usage extérieur aussi bien que celles qui sont d'un usage domestique, tout ce qui est préparé pour notre usage, nous le dénombrons, et nous le différencions par comparaison, c'est-à-dire par la proportion. Toute la Justice réside dans la proportion selon laquelle on attribue à chacun ce qui lui appartient. Tout cela pourtant, à cause d'un usage quotidien, n'attire pas l'attention : et l'on juge qu'il n'y a pas d'art, au sein d'une si grande accoutumance. Mais, si l'on faisait attention, on remarquerait que comme la lumière du soleil a été adaptée à la vision distincte des objets, la notion Mathématique est nécessaire à l'examen de toutes choses, selon leur importance propre. Le Nombre et la Proportion, les deux soleils de la vie humaine, gouvernent et dirigent l'aspect des choses que nous avons acquies du Soleil céleste, de telle sorte que rien n'est possible sans eux, aucun dessein dans l'accomplissement d'une tâche, aucun savoir-faire dans la gestion, enfin aucun discernement dans l'usage : mais sans eux

il faudrait que tout arrivât par hasard et fortuitement pour les hommes, comme pour les Bêtes brutes. De plus, tel le soleil, dans sa course éternelle et qui ne fait jamais défaut, répand ses forces à la ronde – bien que les hommes n'admireront pas sa lumière, mais pensent que cette habitude leur des due – telle la faculté de dénombrer et de mesurer, en laquelle réside toute la sagacité du raisonnement, n'est pas revendiquée par les hommes qui vivent bien sûr avec leur sens, pour la raison que nulle part rien de tel ne se présente à leur pensée. Mais ceux qui désirent avoir un discernement au-dessus du vulgaire, contemplent la force de la lumière, cherchent la cause, règlent le mouvement du Soleil à leur calcul, et se préparent à pénétrer cet art que le vulgaire ne remarque pas. D'où ils tirent d'abord un plaisir incroyable, puis font partager à tout le genre humain les admirables usages de leur activité. Et puisque l'habileté du calcul n'a été accordée qu'à l'homme – en quoi il comprend qu'il diffère des Bêtes brutes –, la science du calcul avec ordre et rectitude distingue l'homme instruit de l'ignorant. Et quand je dis "Nombre", je dis en même temps Mesure Géométrique, harmonie Musicale, et mouvements Célestes : aucun morceau de tout cela n'existe sans les Nombres. Mais il a été donné à peu d'hommes de jouir de cet avantage : ceux à qui ce fut donné, ceux-là justement sentent qu'entre les arts qui regardent vers le profit ou vers l'ambition, et ceux qui résident dans la contemplation Mathématique, il y a autant de différence qu'entre un corps et une âme, c'est-à-dire qu'entre la Terre et le Ciel et ils s'aperçoivent, dès qu'il ont bu les premières liqueurs à ces fontaines, une fois imprégnés d'une connaissance véritable et solide, ils s'aperçoivent qu'alors seulement ils savent quelque chose, qu'auparavant ils ne savaient rien. Enfin ils comprennent combien il est plus prestigieux d'avoir étudié, même peu, dans un domaine élevé, qu'à volonté dans un domaine sans importance.

Mais je me laisse peut-être entraîner trop loin, moi qui ai dit en commençant que ces disciplines n'avaient nul besoin de la recommandation des mots. Je préfère revenir à mon port : de peur qu'emporté par des vents favorables, je n'use d'une navigation plus longue qu'il n'est nécessaire. Il faut qu'arrivent au sujet présent, ceux qui désirent jouir du plaisir et de l'utilité de ces arts. En effet, si dans un sujet si important et si digne d'un homme bien né, j'ai besoin de mots pour vous animer et vous conforter, c'est que l'espoir est nul ou bien petit de vous voir entreprendre ce qu'exigent la dignité et l'ampleur du sujet. Je vous confirme une seule chose : c'est

qu'il n'y a rien qui pût être d'un plus grand ornement de beauté dans les événements heureux, d'une plus grande consolation dans l'adversité. Si les fureurs de la guerre recommencent à se déchaîner, si la famine ou la peste vous accablent, enfin si la dévastation et l'abandon arrivent au genre humain, comme le bouleversement des affaires et des temps semble le présager, il n'y aura aucune occupation où vos esprits se reposent avec plus de sûreté. Cette considération surtout doit vous avertir et vous inciter à embrasser ces arts : si le monde éclatait, s'effondrait, comme dit le Poète, ce sont ces arts qui vous préserveraient, rassurés et impavides, de la ruine que vous auriez vue avant. La profession et l'exécution des Lois, seront pour vous un métier commun avec beaucoup d'hommes. Les Médecins ont des collègues en très grand nombre dans l'exercice de leur art. Grande est la foule des Théologiens. Mais les arts de la Mathématique, s'ils sont arrivés jusqu'à la construction essentielle de la vie, jusqu'à la faculté de raisonner ouvertement admise, ils dirigeront et soutiendront de leur règle et de leur cordeau non seulement les études de tous les autres arts, mais encore par leur excellence, ils vous procureront un prestige remarquable parmi les plus doctes. Et certainement si vous me placez au rang qu'il me plaît de vous demander, si vous me tenez à un prix aussi haut que vous semblez le manifester, il n'y aura pas de raison pour que Poitiers ne vous tienne lieu de Paris. On envoie les enfant à Paris pour apprendre les Lettres ; vous, vous arrivez à Poitiers déjà plus instruits et mieux armés en réflexion, en jugement. Ce que vous avez appris jusqu'à présent, et combien vous avez progressé dans les disciplines, vous en êtes personnellement conscients : ce que vous avez à apprendre ensuite, vous devez, encore et encore, vous en souvenir. Et si vous avez laissé de côté quelque chose, avant ce moment-ci, quelque chose qui fût de votre ressort, et à quoi vous engageaient vos dispositions naturelles et vos désirs, – ce que font fréquemment les adolescents privés de leurs maîtres, ou peut-être trop soumis à ces maîtres qui ne souffrent pas que leurs élèves comprennent ce qu'eux-mêmes n'ont pas appris dans le passé – cet oubli, vous voyez qu'aujourd'hui par un hasard merveilleux vous allez le récupérer, pour prendre possession de cet enseignement. Pour moi, alors que je pouvais honorablement et commodément me retirer ailleurs, je suis resté à Poitiers, dans l'espoir que ma venue pousse vos esprits aux études, que personne ne semble pouvoir aider et animer avec plus de plaisir, pour ne pas dire plus de conscience. Il vous appartiendra que cette opinion, que j'ai présumée de

vous, demeure intacte. Moi, je vous promets ma peine, mon zèle, tout mon travail enfin, aussi longtemps que vous le voudrez : or vous aurez le devoir de le vouloir aussi longtemps que vous serez contents de vos progrès. Attention, quand tout est à votre portée, attention à ne pas donner l'impression que c'est vous qui vous manquez à vous-mêmes.

Les quatre arts mathématiques

Pour le reste, puisque il y a quatre parties des arts Mathématiques : Arithmétique, Géométrie, Astronomie, Musique, j'ai décidé de vous en donner, dans l'ordre, des explications préalables. Et bien, maintenant, c'est à partir de la Sphère, qui embrasse les rudiments de l'Astronomie, que nous avons placé le commencement, comme une sorte de prélude. Puisque des modèles se sont présentés actuellement, en même temps, nous sera donnée une commodité pour l'enseignement des autres parties. A cela s'ajoute que la considération de la Sphère offre d'elle-même une compréhension facile et sans problèmes. En effet elle a été comme matérialisée et son maniement s'offre aux sens. Or les sens sont les interprètes familiers de l'esprit, et rapportent à l'esprit ouvertement et clairement les images des objets hors de portée. Je continue, parce que j'estime que beaucoup d'entre vous se sont penchés sur les Nombres déjà auparavant : et même pour ceux qui n'ont pas étudié les Nombres, l'explication de la Sphère, grâce au raisonnement appliqué que nous utilisons habituellement, tant dans l'enseignement que dans nos écrits, nous allons la rendre claire et évidente : pendant tout ce temps, nous avons décidé d'enseigner l'Arithmétique chemin faisant : la connaissance de l'Arithmétique vous remettra en récente mémoire ces points de la Sphère qui requièrent l'office des Nombres. Donc la matière de l'Astronomie est le Ciel que les Auteurs Latins appellent le Monde ; parmi eux, Plinie a dit le Monde infini, et semblable au fini. Certains ne comprenant pas ce point ont retourné l'argument, devenu Fini et semblable à l'infini. Interprétation qui est bien loin du sentiment de Plinie, comme l'indique ouvertement ce qu'il avance ensuite sur le Monde, d'une manière resserrée il est vrai comme d'habitude, mais avec force et d'une manière appropriée. Le Ciel encore, pour Virgile est appelé :

*"Le Monde, tel que vers la Scythie et les hauteurs
du Riphée plein d'ardeur*

Il s'élance, et s'écrase infléchi vers les Austers

Lybiens"

(Virgile - Géorgiques I-240)

Quant à la composition du Monde, elle est représentée par ce modèle réduit de la Sphère: qui est à la mesure du volume qu'on peut manier et faire tourner dans sa main. Immense bienfait de Dieu à l'égard des hommes : lui qui a donné aux mortels le pouvoir de construire son univers, non seulement pour qu'ils le contemplent de loin, mais encore, pour qu'ils le tiennent englobé dans un espace étroit et resserré. A l'aide de ce petit Globe, nous élevons nos regards de la Terre vers le Ciel, de manière que nous nous figurons que nous baissions les yeux vers la Terre du haut du Ciel. Nous parcourons le Ciel en tous sens, sans nous égarer : et nous nous promenons librement comme dans une demeure magnifiquement construite. Nous distinguons les positions des Astres, leurs levers et leurs couchers, avec certitude et continuité : nous répartissons les durées des jours et des nuits par leurs parcours, et nous les réglons à l'exécution de nos affaires – l'organisation de l'Année, des mois et des jours étant établie d'après le Soleil et la Lune. Platon disait fort justement que les yeux avaient été donnés à l'homme pour contempler le Ciel : c'est-à-dire que l'acuité de l'esprit lui a été concédée pour saisir la science des Astres. Et certes l'homme est une chose bien méprisable, s'il ne s'élève au-dessus des choses humaines.

La sphère céleste

Il est honteux de voir le ciel comme une sorte de voûte plâtrée d'un enduit, – ce qu'on fait aussi dans le délire de l'esprit – , si nous n'examinions pas, avec l'intelligence, le mouvement et la loi du Ciel. Les matelots et les paysans ont appliqué autrefois des noms aux Astres. Et l'on voit d'après les ouvrages des écrivains anciens que les Agriculteurs ont connu couramment les levers et les couchers des astres : pour la pratique de l'Agriculture, ils indiqueront les moments non d'après le catalogue tout nu des jours Fastes, mais en saisissant la conjonction du Soleil et des Astres. Bien que les Paysans eussent acquis cette connaissance par leur seule observation patiente, ne l'ayant pas encore atteinte par les leçons de l'étude, certes leur diligence, leur persévérance représentent ouvertement un blâme pour la paresse et l'inertie de ceux qui, alors qu'ils se croient de loin les plus instruits, sont ignorants des éléments qui contiennent la véritable gloire de la science. Les Poètes font çà et là mention des Astres, Homère, Hésiode et Aratus ouvertement : et puis Virgile, Horace, Ovide, Lucain, et Manilius, d'une manière approfondie.

*De inutilibus libris.
Inter precipuos pars est mihi reddita stultos
Prima: rego docili fastaque vela manu.
En ego possideo multos/ quos raro libellos
Perlego: tum lectos negligo: nec sapio.*



Celui qui se serait chargé d'expliquer ces auteurs, en ignorant cette science, celui-là s'expose, à très juste titre, à se faire mépriser de ses élèves. Quoi de plus honteux en effet que de se piquer de commenter un Auteur dont on ne comprend pas les passages les plus brillants ? On en arrive ou bien à tenter de les passer sous silence sans les expliquer, ou bien, si on veut les expliquer, à le faire, non d'une façon scientifique, mais en se fiant à un sens impropre ? Et à présent où sont ceux qui s'affichent en public sous le nom de Poètes, alors que la principale dignité de la Poésie leur manque ? Un Poème sans les ornements de l'Astronomie fait l'effet d'un corps sans vêtement décent, ou d'un jardin sans aucun charme. Le mouvement constant des astres, certain et éternel, par lequel se gouvernent l'ordre et la disposition des choses d'ici-bas, atteste la sagesse de l'esprit éternel : cet esprit a voulu que la contemplation de son être et l'admiration qui se porte vers ces spectacles invariables fussent fondées sur l'ordre et la composition des corps célestes, comme dans un Théâtre le plus grandiose. Ceux qui ont rejeté la connaissance de cette discipline, comme Epicure, et ses sectateurs, sont tenus à bon droit pour "athées". Il n'y a jamais eu de peuple si sauvage ou barbare, qui n'ait admiré la beauté des corps Célestes : au point que ces peuples reculés aux limites de la terre, alors qu'ils n'ont jamais entendu le nom de Dieu, ni ne l'ont conçu en esprit, ont vénéré le Soleil et la Lune : grand témoignage évidemment de leur faiblesse, mais qui serait un exemple pour les nations instruites que la sagesse de Dieu doit se contempler dans les plus beaux ouvrages de la Nature des choses. L'homme a été nommé par les anciens un "microcosme" – et certes par de multiples arguments –, soit parce qu'il porte sur sa face deux yeux de lumière, comme le Ciel a le Soleil et la Lune, soit parce que la systole et la diastole du Cœur et des artères rappellent le mouvement des astres, dans leur aller retour : mais surtout à cause de la conformation tout à fait céleste des membres et des humeurs du corps.

La divine symétrie

Ces caractères dont nous avons parlé, sont en effet communs à l'homme et aux Bêtes brutes. Mais la configuration humaine a obtenu du sort, par faveur divine, cette symétrie qui a été digne d'exercer à la fois l'esprit et la raison : grâce à cette disposition, l'homme meut et entraîne à son gré son corps tout entier animé et ses sens : mieux encore, il soumet à ses lois

et à ses techniques les Terres, Mers, et tout ce qui prend naissance en elles ; puisqu'il a reçu ce pouvoir du Ciel, sans aucun doute, quand il contemple le Ciel, c'est lui-même qu'il regarde et observe ; et il reconnaît qu'il est né pour admirer dans le Ciel, comme dans un miroir, la sagesse de l'archétype. Et quand il se laisse glisser de cette contemplation vers les choses d'ici-bas, alors seulement il comprend combien de plaisir, combien d'usage pratique lui apporte la perception des choses d'en haut, pour labourer, pour voyager, pour naviguer, enfin pour accomplir toutes les entreprises les plus lourdes, et pour les répartir selon les temps qui leur conviennent. Au milieu de cette Machine, est située la Terre, comme un centre, c'est-à-dire un point dans le Monde. Sur ce point les mortels établissent les supports des Empires et des Royaumes : Dans cet espace minuscule, ils se battent pour leurs territoires et leurs frontières, et pour la conquête du pouvoir : ils pratiquent les meurtres, les incendies, les pillages : et c'est sur ces faits glorieux vraiment qu'ils fondent leurs Annales, et leurs histoires ; en restant ignorants des choses Célestes et de leur nature. Ils arrachent l'or du sein de la terre pour l'y recacher presque aussitôt au même endroit. Ils retirent tout de la Terre par la force comme s'il n'était rien qu'elle ne dût fournir d'elle-même : En revanche, plus ils ont obtenu de biens, moins ils en usent, comme si la Terre ne devait plus rien produire à l'avenir : et ils ne réfléchissent jamais que ce qu'on acquiert par violence, fraude, ou même hasard, est perdable par la suite dans les mêmes conditions : qu'on a plus de peine à conserver qu'à chercher à se procurer : qu'aucune fortune n'est moins fiable que la meilleure. Et cependant, on est si loin d'observer les choses d'en haut, qu'on dirait que le Ciel a été placé sous la Terre : Que s'il ne s'offrait pas aux regards des gens malgré eux, il semblerait vraiment qu'aucun Ciel n'existe pour ces avarés, ces ambitieux, ces scélérats. Du reste l'Auteur de ce Commentaire sur la Sphère, était Anglais, dur, raboteux dans son nom même, grossier et rugueux dans son style.

Et pourtant ce petit Livre a supporté déjà une durée de trois siècles et même au-delà. Et c'est lui jusqu'à aujourd'hui qui est en vogue dans les Ecoles au-dessus des autres Auteurs, qui après ces époques se sont consacrés au même genre d'argumentation : ceux-ci, même s'ils le dépassent par l'élégance du style, et peut-être même par l'application, ont été jusqu'à présent séparés de cet Ecrivain tant par l'époque que par un certain bonheur du génie. C'est encore lui qui a laissé un livre sur le régime de

l'année Ecclésiastique, qu'il a lui-même intitulé le Comput, dans un vocabulaire si barbare qu'on dirait qu'il a mis tous ses efforts à éviter d'écrire en Latin : ce qu'il faut attribuer à la condition de l'époque. Et oui, ces siècles ont paru misérables et infortunés aux hommes de notre temps ; mais moi, je les estime infiniment heureux en comparaison de notre époque à nous : à laquelle absolument rien ne manque pour qu'elle soit au comble du malheur. Et vraiment si le choix avait été donné à mon esprit, avant qu'il ne se glissât dans mon corps, le choix de saisir la vie à un moment convenu, j'aurais préféré tout à fait naître en ce siècle lointain plutôt qu'à notre époque si lamentable : aujourd'hui bien sûr, il faut ou bien être scélérat et criminel ou bien servir les scélérats et les infâmes : à moins qu'il ne soit permis aux hommes de cœur de se trouver dans cette situation exceptionnelle où Personne ne peut commander à l'homme qui est au-dessus de la Fortune : elle qui n'a aucun droit de chasser la Vertu, ni arracher ce qu'elle n'a pas donné elle-même. Et naturellement dans ma situation actuelle, à moins d'avoir obtenu une meilleure condition d'études, j'aimerais mieux être Jean Desacrobosco, écrivain de la Sphère, que Marcus Tullius Cicéron, ignorant de l'Astronomie.

L'Astrologie !

Car à quoi servent les mots, si la matière manque ? Ne vaut-il pas mieux faire montre d'une science sans élégance plutôt que d'une ignorance quoique diserte ? Ce Jean à nous a atteint le Ciel en esprit, a méprisé les mots, dans sa recherche des sommets au plus haut degré des Choses. Tandis que Cicéron, comme il a fait passer l'éloquence avant toutes les facultés de l'esprit, dans cette grande abondance de mots, s'est montré exactement sans voix, c'est-à-dire incapable de parler correctement. Et jamais la République ne s'est portée plus mal que dans ces illustres temps si éloquentes. Il défendait en personne les accusés les plus nuisibles, et bien sûr les sauvait : mais dans le même temps il perdait l'Etat. Par ses Philippiques il a tellement provoqué Antoine que tout en affichant qu'il poursuivait l'ennemi de l'Etat, il a fait disparaître et lui-même et la République. A ce point de mon discours je parlerais de l'Astrologie, si ne se fixait à l'instant dans ma mémoire cette pensée que sur l'Astrologie il est préférable de n'en rien dire plutôt que d'en parler trop peu. A propos d'elle il faut soumettre toute appréciation à la connaissance de la cause et aux témoignages des événements. Cependant j'ai apporté ici ces

mots du Poète, et ils peuvent se rapporter à notre sujet :

**S'élever là-haut vers les cimes,
Voilà l'œuvre, voilà l'effort : bien peu ceux
qu'a aimés
Jupiter favorable, que l'ardente Vertu a por-
tés vers l'éther.
Ceux-là l'ont pu, étant nés des Dieux.**
(Virgile - Enéide IV - 128)

Et puisque nous en sommes arrivés aux vers, il me plaît de rapporter aussi à ce propos ceux que j'ai écrits autrefois dans ce sens, tirés de nos brouillons, ou plutôt retranchés du nombre,
**Donc, allez, faites pencher vos esprits vers
les beaux arts,
Vous qui êtes nés pour un Ciel heureux, et
pour de meilleures heures :
Que la tourmente ne vous abatte pas, en
vous prenant à l'improviste :
Et, qu'avec la foule, en désordre, un souffle
pesant ne vous submerge pas au fond des
eaux.**

**Sûrement le temps viendra bientôt s'en
iront au vent
Les vanités fumeuses, les fumeuses ambi-
tions :
Et l'infortuné courtisan déplorera les
pompes vaines.
Ah ! Quels grands châtiments de leurs
crimes expieront les siècles impies !
Alors, vœux inutiles au Ciel, et trop tard,
Les Rois réclameront la paix perdue, les
traités violés,
Epouvantés par les avertissements des
Dieux. Déjà sur la Terre
Sont suspendus d'affreux désastres : La
Nature souffre
Dans sa lourde masse : et, pour l'heure
épuisée, délaisse ses forces
Pour réparer ses forces.**

A une époque plus récente, nous avons écrit ces autres vers,

**Voici que les esprits, tout en voyant les
actes de Dieu, si nombreux et si grands,
Les ont méprisés, oublieux des Dieux ; et,
race de Géants,
Avec obstination ils assiègent le
Ciel, bouleversent toutes les mers,
Ebranlent les Terres : et puis, tous
ennemis de tous,
Ils fatiguent à l'envi leurs destins en
attentats vengeurs.
Chacun va jusqu'où le pousse une
débauche effrénée,
L'audace est la seule forme de pou-
voir souverain.**

Les lois font collusion avec les
armes, et les armes à leur tour
Se jouent des lois, à pillage égal des
deux côtés.

Et ce n'est pas assez de ruiner tout
à la ronde par le fer et le feu,
Hélas, aux tables mêmes, une mort
perfide se prépare ;

On simule l'affection, pour pouvoir
trahir son ami :

Pour estomper l'effet d'un saisisse-
ment dans une réunion publique,

On dispose pour le poison d'un
retard calculé au gré du sommelier,
Et l'immuabilité du Destin vacille et
obéit au zèle de l'exécutant.

Le mari est au service des amours
honteuses de sa femme, et elle de son
mari,

Alternent sur le lit, tantôt l'épouse,
tantôt la maîtresse :

Et Vénus pervertit les usages de la Nature
et de la parenté.

Le sort gouverne en secret les excès qu'il
gouvernait au grand jour :

Et la Vertu est le jouet d'un art plus que
magique.

L'interprète du droit élude la loi : le profes-
sant lui-même,

Il accepte ce qu'il interdit : le parjure,
l'usure, le meurtre.

La cause de Dieu est devenue la cause des
hommes : Et pourtant Celui-là

Dans ce procès sera témoin unique, juge et
vengeur.

En effet quand les hommes pensent qu'il
n'y a rien de trop haut pour leurs audaces
C'est pourtant avec leurs forces à eux
qu'ils iront

Tout droit à l'abîme : et il ajoutera lui-même
ruines sur ruines

Lui, le Maître : il dépeuplera les Terres de
leurs Peuples, et les villes de leurs
citoyens ;

Et les vastes champs de leurs cultivateurs.

Le Soleil verra tous les Royaumes flam-
boyants de guerres,

Du point où il sort de la Terre, au point où il
s'enfouit dans les eaux,

Et sur la route où il aperçoit en oblique le
Borée et l'Auster.

La sinistre famine et la sinistre peste : la
fureur et la colère du Ciel

Consumeront ce qu'a laissé la guerre, et
terrasseront tout dans l'épouvante ;

Pour le crime suprême, la vengeance
suprême se prépare.

De plus, quand la Terre sera gonflée d'un
excès de poids, c'est le Soleil

Qui la nettoiera de plus près, et de ses
flammes écrasera l'ensemble du globe.

Cependant Saturne même rejoindra son
Père,

Une fois ramené en sens inverse le pôle
des Signes : et bientôt s'ensuivront

Pour la Terre des ténèbres inconnues, et
des éclipses de la Lune,

Et la position des Astres inconnue dans
l'éternel lointain ;

Pour que rien ne manque au comble du
Destin, aux siècles

En voie de renouveau, la Nature se faisant
l'interprète de la Loi Divine.

Alors succéderont l'honnête simplicité, la
Vertu qui ne sait pas mentir ;

Elles répareront les usages des choses, et
les arts

Peu à peu, Dieu leur servant de guide :
pour que se maintienne en tous lieux

La Nature riche de ses ressources, et qu'à
travers le temps éternel

En successions continues alternent la
mort des choses et leur naissance :

Et que soit à jamais dans le Monde l'accord
des forces en désaccord :

Qu'une race pure d'initiés, et les semences
congénitales au Monde

Confîées à la Terre pour le meilleur, renais-
sent.

Ces vers que j'avais gardés à part moi
bien longtemps, je les ai produits ici, parce que
je pensais que je devais terminer cette Exhor-
tation, par le prestige de l'Astrologie, à laquelle,
à mon avis, doivent être rapportés tous les fruits
des études Mathématiques : étant donné qu'elle
est l'interprète éblouissante de la sagesse et de
la majesté éternelles de Dieu, pour les hommes
purs et honnêtes, qui, seuls, sont aptes à la com-
préhension de cette science admirable à tous
égards : quant aux malhonnêtes, aux impies, qu'il
faut repousser et déloger, je l'affirme, du sanc-
tuaire des Mathématiques, la science est pour
eux un objet d'horreur et dont il faut beaucoup
se venger. C'est pourquoi, prenez courage ; et
dans le nombre de ceux qui veulent être et se
dire nés pour l'étude complète des disciplines les
plus illustres, ayez le bonheur de vous mettre sur
les rangs. □

J'AI DIT

François Loget (Centre François Viète, Histoire des sciences et des techniques. Université de Nantes) a soutenu en 1994 un mémoire de DEA sur Jacques Peletier et Pierre de la Ramée : rupture philosophie/mathématique en France au XVIe s. Giovanna Cifoletti, responsable d'un séminaire "Histoire culturelle des mathématiques, la tradition française de l'algèbre au XVIe s. a soutenu une thèse à Princeton en 1994 sur Jacques Peletier, Guillaume Gosselin et l'algèbre française au XVIe s.).



Introduire Thalès en troisième

Marcel COMBES - Saint-Quentin (02)

Préliminaire

La situation décrite ci-dessous a été expérimentée dans une classe de troisième à deux reprises lors des années scolaires 91/92 et 92/93. Le déroulement de ces deux séances a été identique malgré la prise en charge des élèves de la situation dès le début de celles-ci. Je ne suis intervenu que pour solliciter certaines justifications et pour orienter en fin de séance l'action des élèves vers la propriété de Thalès dans sa forme souhaitée c'est-à-dire :

Etant donné un triangle OAB
A' un point de [OA]
B' un point de [OB]

d) si (AB) est parallèle à (A'B')
alors $OA/OA' = OB/OB'$

r) si $OA/OA' = OB/OB'$
alors (AB) est parallèle à (A'B')

Le choix personnel de présenter "la propriété de Thalès et sa réciproque" à partir de la même séance est dû au fait que, comme la propriété de Pythagore, cette propriété n'est pour moi qu'un simple changement de cadre.

Le passage "cadre géométrique" —> "cadre numérique" est appelé propriété (directe) et le passage inverse "cadre numérique" —> "cadre géométrique" étant appelé propriété réciproque.

Le terme "réciproque" a donc ici deux significations :

- logique
- fonctionnelle.

Objectif de l'activité

Utiliser le savoir-faire des élèves sur les fractions (reconnaissance de fractions

égales et simplification des fractions) pour faciliter la découverte de la propriété de Thalès.

Matériel utilisé

Cercles concentriques de rayons 1 cm, 2 cm, 3 cm, 4 cm etc... (une dizaine de cercles possibles sur une feuille format A4).

Préparation de l'activité

1) Distribution de la feuille sur laquelle est dessiné les cercles concentriques. Faire observer la mesure des différents rayons.

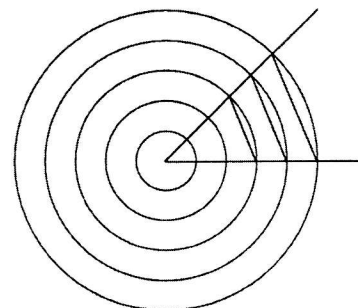
2) Faire tracer deux demi-droites de centre O et repérer les points (A_i) et (B_i) intersection des demi-droites avec les cercles. On remarquera qu'il y a identification entre l'indice i des points et les mesures OA_i ou OB_i.

3) Poser le problème :
Trouver toutes les droites parallèles dans cette figure.

Déroulement de l'activité

1°) (durée 5 mn). Les élèves ont proposé tout de suite la famille de droites (A_iB_i). J'ai sollicité une justification de ce résultat et la présence de quelques élèves qui ont rappelé la "propriété des milieux" a suffi pour déclencher oralement un prolongement de cette propriété à des graduations régulières (déjà vue a priori dans la classe précédente) et une validation (orale) du résultat par l'ensemble de la classe.

2°) (durée : 20 mn). Sollicitant d'autres droites parallèles, quelques élèves tracent (A₁B₂) et (A₂B₃) et affirment qu'elles sont



parallèles. Les autres élèves font de même et certains mettent en doute l'affirmation. Le prolongement des tracés des droites, proposé par les élèves eux-mêmes, permet de confirmer l'erreur. Des élèves proposent alors (A_1B_2) et (A_2B_4) en justifiant tout de suite par la propriété de la droite des milieux et l'affirmation est prolongée aux droites (A_1B_{2i}) .

A partir de ce moment fusent de nombreuses propositions du même type. Les résultats obtenus sont écrits et certains sont obtenus mentalement, la référence aux transformations des fractions étant implicites dans le fonctionnement des élèves. On propose aussi de chercher quel doit être l'indice du quatrième point connaissant ceux des trois autres.

Exemple : Trouver i pour que $(A_2B_3) \parallel (A_6B_i)$ (vérification possible sur le dessin) ou Trouver i pour que $(A_9B_5) \parallel (A_iB_{10})$ (vérification non possible sur le dessin).
3°) (durée : 15 mn). J'oriente alors la discussion en proposant des questions du type les droites (A_6B_9) et $(A_{10}B_{15})$ sont-elles parallèles ?

Le fait de ne pas pouvoir les tracer toutes les deux n'est plus un obstacle et la justification de la réponse est obtenue en explicitant l'égalité des fractions $6/9$ et $10/15$. J'ai rappelé à ce moment-là que cette égalité était équivalente à l'égalité $6/10 = 9/15$. Je demande alors d'écrire une ou plusieurs égalités qui permettraient de justifier le parallélisme des droites (A_iB_j) et $(A_{i'}B_{j'})$. L'obtention des égalités

$$i/j = i'/j' \text{ ou } i/i' = j/j'$$

ne pose pas de difficultés.

Après avoir rappelé que les indices correspondent aux distances, on obtient les égalités sous forme de rapport de distances et l'égalité $OA_i/OA_{i'} = OB_j/OB_{j'}$ est mise en valeur de manière arbitraire de ma part,

4°) (durée : 10 mn). Je propose alors de déshabiller l'activité et de ne retenir que les points O, A, A', B, B' (voir le schéma ci-dessous) et demande d'énoncer des phrases liant parallélisme et rapports égaux dans un tel contexte.

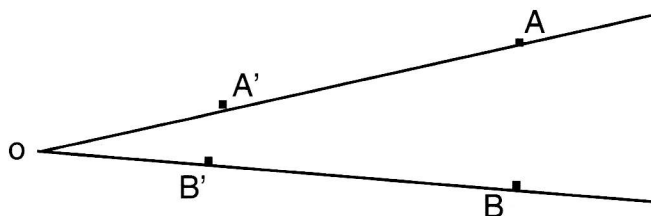
Les deux affirmations suivantes sont retenues :

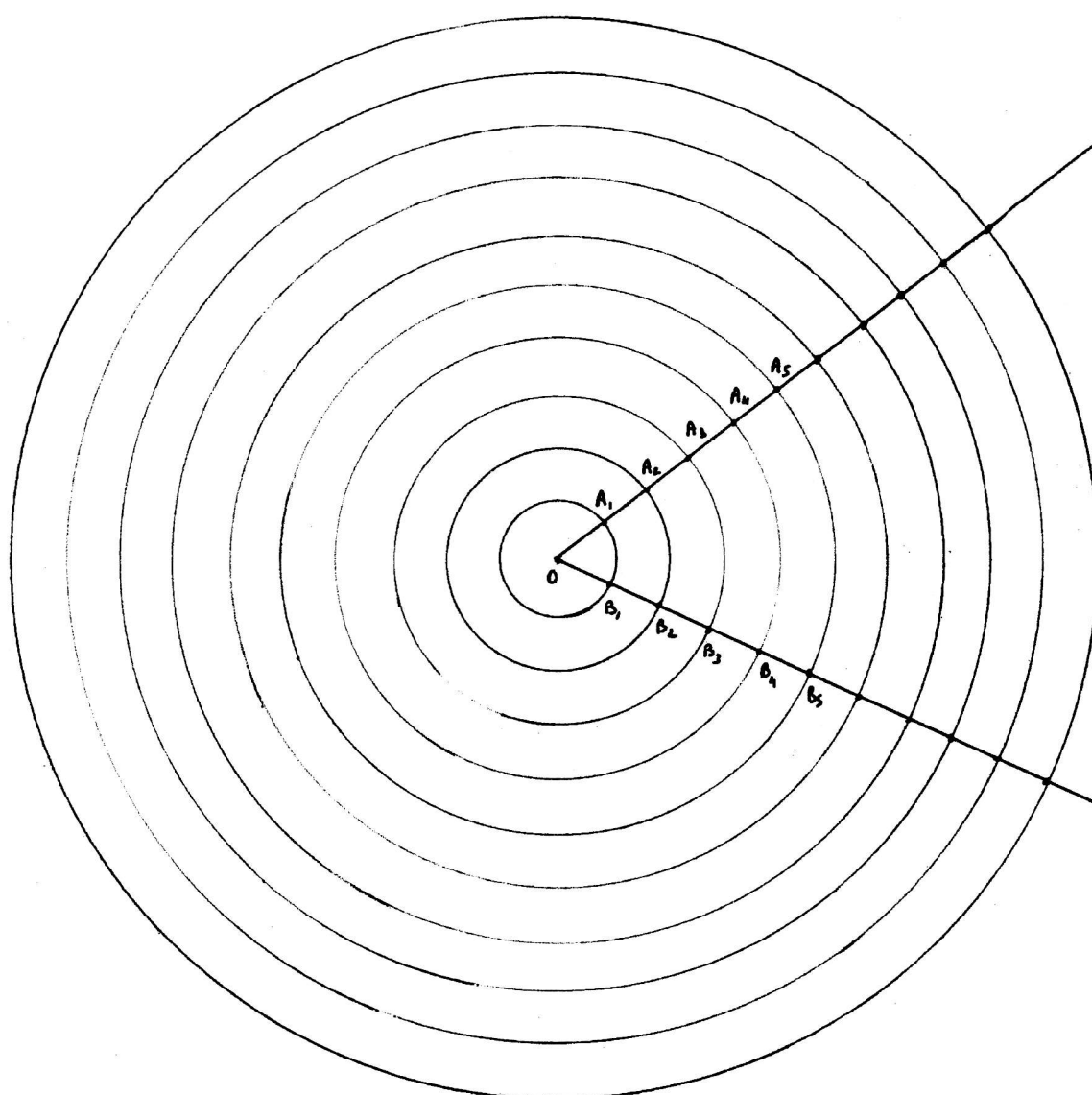
D : "si (AB) est parallèle à $(A'B')$
alors $OA/OA' = OB/OB'$."

R : "si $OA/OA' = OB/OB'$
alors (AB) est parallèle à $(A'B')$."

Cette activité dont la durée ne dépasse pas l'heure a été prolongée pendant la séance suivante de la "démonstration" de la propriété de Thalès et surtout d'exercices d'application.

Sa "reproductibilité" dont je suis personnellement convaincu est laissée à titre de question et je suggère aux collègues qui l'expérimenteraient de me faire part de leurs remarques ou suggestions. □



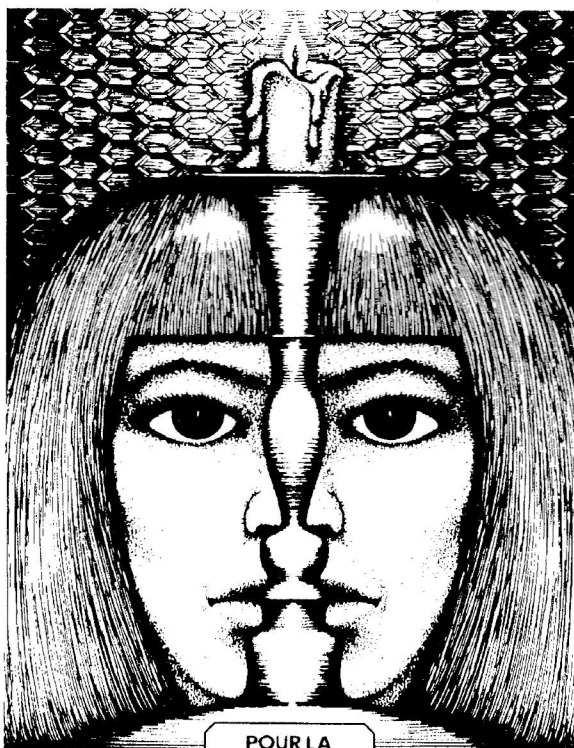


A-Plot-strophes

Jean Paul Delaye : **Logique, informatique et paradoxes**

Forte récolte de livres parus récemment et qui valent le détour de vos lectures studieuses ou culturelles.

JEAN-PAUL DELAHAYE



POUR LA
SCIENCE
DIFFUSION BLIN

Le premier : Logique, informatique et paradoxes nous vient d'un auteur bien connu des lecteurs des récréations informatiques de Pour la Science.

Jean-Paul Delahaye écrit, sérieusement, des mathématiques amusantes tout en montrant que les avancées de la recherche ne doivent pas être réservées aux seuls spécialistes. Très gentiment, il nous a proposé plusieurs idées de manipulations pour Maths 2000, du jeu de pile ou face par téléphone au vote inconscient. Voici la préface de l'auteur qui en dit plus que tout commentaire :

La logique est un domaine paradoxalement paradoxal. Alors qu'on prétend

y déterminer les règles à respecter pour ne pas tomber dans des paradoxes, c'est là qu'on en rencontre le plus grand nombre. Et

l'on ne sait pas toujours les éliminer. Cet affrontement direct avec ce qui fait le plus peur à un être rationnel (la contradiction), cette volonté de traquer l'imprécision et l'incohérence ont cependant conduit le logicien à développer des armes et des techniques qui se révèlent utiles dans d'autres domaines. Ainsi la logique a donné aux mathématiciens le langage formalisé de la théorie des ensembles, qui les met à l'abri des paradoxes (du moins jusqu'à présent) et qui, même s'il est trop étroit pour poser tous les problèmes que les logiciens aiment se poser, est bien assez large pour l'usage pratique des mathématiciens (N. Bourbaki, le célèbre mathématicien français polycéphale, s'en contente).

La représentation des informations, la manipulation symbolique des connaissances, les rapports que les vérités entretiennent constituent le domaine de la logique ; il n'est pas étonnant que, lorsqu'il s'agit de construire des machines à manipuler de l'information, de la connaissance et des vérités, la logique ait son mot à dire. C'est tellement vrai que les logiciens avaient pensé aux ordinateurs avant même que les ingénieurs ne s'y mettent. Alan Turing, en 1936, introduisait le concept de calculateur élémentaire (aujourd'hui appelé machine de Turing), qui n'est rien d'autre que la version abstraite de l'ordinateur.

Depuis, logique, informatique et paradoxes s'entremêlent, enrichissant notre compréhension du monde de l'abstrait tout en produisant une connaissance concrète qui s'applique partout et de mieux en mieux. Comme la physique l'a montré depuis belle lurette, l'abstrait et le concret ne sont jamais opposés, mais au service l'un de l'autre. C'est en informatique que les théories mathématiques les plus difficiles s'appliquent le mieux et le plus rapidement, et c'est en étudiant les problèmes techniques qu'elle rencontre que l'informatique stimule

et féconde les théories mathématiques et physiques.

Grâce à une série de courts chapitres indépendants, que nous avons cherché à rendre attrayants, vous entrerez dans le monde merveilleux et fascinant :

- de l'indécidabilité (aussi puissantes que soient les machines futures, nous savons déjà qu'elles ne pourront pas tout faire) ;
- des paradoxes de la prédiction (qui devraient nous troubler si nous les prenions au sérieux) ;
- de l'aléatoire absolu (défini il y a seulement quelques années) ;
- de la déduction logique (qu'on n'a jamais fini de comprendre et qui est au centre des travaux de l'intelligence artificielle) ;
- de l'induction mécanique (qui mathématise certaines questions philosophiques et leur donne quelquefois des réponses inattendues) ;
- de la cryptographie quantique (qui permet ce qu'on croyait impossible et est sur le point de s'appliquer) ;
- des hyperensembles (dont chacun d'eux est un paradoxe à lui tout seul et qui pourtant s'organisent en une théorie étonnamment cohérente) ;
- d'une théorie des stratégies (dont les conclusions définissent une morale du comportement social, et éclairent certains aspects de la théorie de l'évolution) ;
- des êtres semi-vivants (que sont les virus informatiques et qu'un résultat d'indécidabilité protège contre une élimination définitive) ;
- de la complexité des objets et des algorithmes (qu'il faut maîtriser par exemple pour connaître les nombres premiers) ;
- des systèmes formels (dont les théorèmes de Gödel justifient l'importance et expliquent des limites) ;

et de bien d'autres découvertes récentes qui renouvellent nos conceptions fondamentales du monde, et nous montrent un univers où l'esprit tente de comprendre l'esprit, de le recréer et de s'en amuser.

La fée annonce :

1 - Je ne me trompe jamais dans mes prédictions;
2 - Voici une boîte rouge (en foncé) et une boîte bleue (en clair);
3 - Tu pourras ouvrir soit la boîte bleue, soit la boîte rouge ET la boîte bleue, et tu prendras alors le contenu des boîtes ouvertes;
4 - Dans la boîte rouge, je mettrai 100 francs;
5 - Avant de remplir la boîte bleue, je ferai une prédiction (que je ne te communiquerai pas) :
si je prédis que tu prendras la boîte bleue toute seule, je mettrai 1 000 francs à l'intérieur ;
si je prédis que tu prendras les deux boîtes, je ne mettrai rien dans la boîte bleue.
Que faut-il faire ?
Deux raisonnements apparemment rationnels conduisent à deux conclusions opposées.

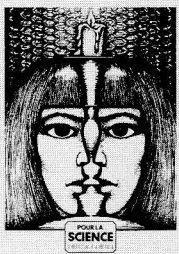
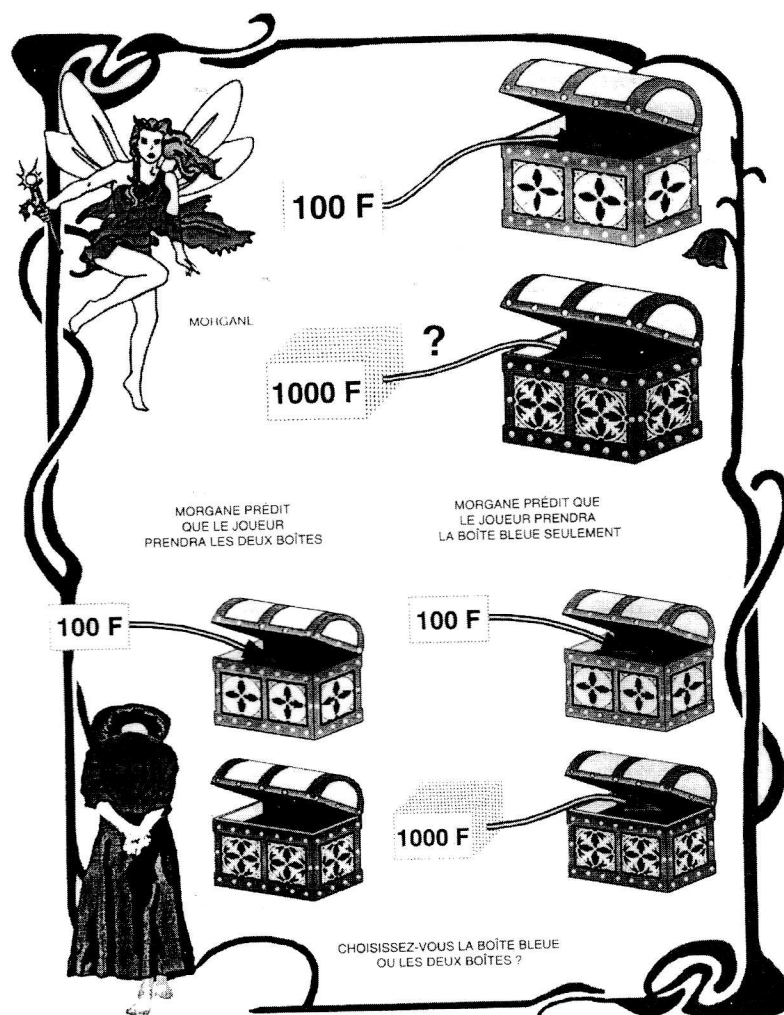


Table des matières

- Calculabilité et machines de Turing
- L'indécidabilité en mathématiques et en physique
- Gödel
- Machines, prédictions et fin du monde
- Le désordre total existe-t-il ?
- La cryptographie quantique
- Chaînage avant et déduction logique
- Vote inconscient
- Complexités
- Thermodynamique et informatique théorique
- L'inférence inductive
- Les virus
- L'altruisme récompensé
- L'altruisme perfectionné
- Algorithmes et preuves probabilistes
- IP - SPACE
- Les automates
- Les Hyperensembles
- Longueur d'une démonstration
- Le réalisme en mathématiques et en physique



Claudine Robert :

L'empereur et la girafe

Leçons élémentaires de statistiques
de Claudine Robert, Diderot Editeur, Arts et
Sciences.

Présentation par l'auteur

Le statisticien est-il un ogre mangeur de gros tableaux de nombres, qui éructe des valeurs moyennes et dessine des histogrammes pour ponctuer ses pompeux discours ? Ou alors, est-ce un naïf obstiné, cherchant derrière n'importe quel amas de chiffres des secrets merveilleux ?

A notre avis, le statisticien serait plus simplement une sorte de bipède curieux, qui se donne des moyens de satisfaire en partie sa curiosité. La statistique lui apporte des outils et des concepts permettant, dans

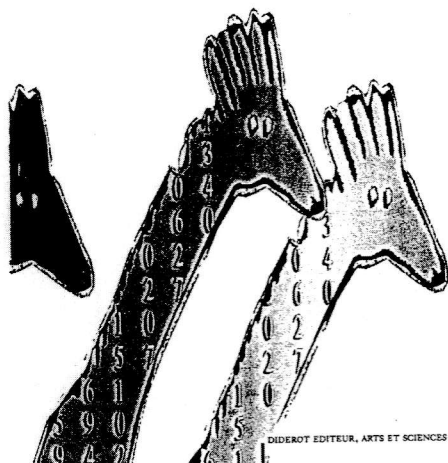
des domaines variés, de formuler des questions et de répondre à certaines d'entre elles, tout en évaluant la marge d'erreur possible.

La statistique est-elle, comme on le dit parfois, une forme élaborée du mensonge ? si tel était le cas, elle susciterait l'intérêt de tous et s'enseignerait aisément (il n'est qu'à songer à l'attrait d'un "cours du mensonge de haut niveau").

La statistique est en fait une discipline scientifique, composée de deux branches. La première est la statistique descriptive, qui, comme son nom l'indique, a pour objet de décrire et synthétiser des données recueillies dans un but précis. La deuxième est la statistique inférentielle, dont l'objet est de résoudre des problèmes à l'aide de modèles probabilistes des données aléatoires (des données aléatoires sont des résultats d'expériences dont on ne sait pas, ou dont on ne peut pas, prévoir le résultat exact).

Il y a des allers et retours nombreux entre statistique descriptive et inférentielle. En effet, il est souvent impossible de faire

des commentaires sensés et objectifs de ce que l'on voit sur des données (par exemple des fluctuations d'ampleurs inattendues) sans se placer dans des modèles. De plus, on ne modélise jamais des données sans les avoir préalablement décrites et représentées sous forme de tableaux ou de graphiques. Enfin, la représentation des données, sous une forme clairement accessible



à nos yeux et à notre esprit, permet de dégager des questions pertinentes et conduit souvent à chercher des lois des phénomènes observés, c'est-à-dire à modéliser.

Les six premières leçons ont trait à la statistique descriptive. Elles peuvent être lues dans n'importe quel ordre. Le titre de chaque leçon se rapporte à l'étude qui y est présentée. Sous le titre figurent les notions de statistique abordées, toujours dans l'esprit suivant : à quel besoin répondent ces notions, et pourquoi choisir celles-là plutôt que d'autres, qui à première vue feraient tout aussi bien l'affaire ?

Nous prenons ici le temps qu'il faut pour réfléchir sur des questions simples. Les livres de statistique appliquée à un domaine particulier (économie, sociologie, biologie, médecine) ne peuvent pas "traîner autant", mais nous pensons que cette lenteur est propice, voire indispensable, à l'acquisition du mode de pensée et de raisonnement propre à la statistique.

Dans ces six leçons, qui ne nécessitent aucun bagage mathématique particulier et aucune connaissance des domaines abordés, nous posons des questions au lecteur. Vous pouvez continuer à lire, c'est-à-dire utiliser ce livre comme un ouvrage de vulgarisation, qui en deux heures

de lecture vous donnera un aperçu sur la statistique descriptive élémentaire. Si, par contre, vous voulez utiliser ce livre pour mieux comprendre des comptes rendus d'études de statistique descriptive, ou en vue de pratiquer vous-même la statistique, alors fermez momentanément ce livre, et prenez le temps d'élaborer votre propre réponse aux questions posées. La mémorisation de quelques définitions et concepts propres à la statistique descriptive, et la possibilité de les appliquer ultérieurement, se fera naturellement après cette étape préliminaire de réflexion.

Les trois dernières leçons introduisent à la statistique inférentielle. La leçon 7 traite du lien entre expérience aléatoire et théorie des probabilités. Il a fallu des siècles pour qu'émerge la théorie des probabilités, et nous ne pouvons pas conduire le lecteur à l'intérieur de cette théorie seulement par des discours. Nous devons introduire des notations précises, présenter des définitions, faire état de formules et de théorèmes : cette leçon est plus difficile que les autres, mais il est possible de se contenter de la survoler avant de passer aux leçons suivantes.

La leçon 8 parle de hasard, de sa définition en statistique et de sa simulation. De nos jours, le hasard n'est considéré ni comme une réalité physique, ni comme un pis-aller face à notre ignorance. Le hasard est un modèle particulier de certains phénomènes imprévisibles, c'est une partie de notre vision du monde qui permet d'en prédire avec une étonnante précision quelques aspects. Nous insistons en particulier sur ce qu'on entend, en statistique, par "choix au hasard". Notre expérience d'enseignement nous a en effet montré qu'il existait une grande confusion née de l'interférence entre le langage de la vie quotidienne et celui de la statistique.

La leçon 9 introduit les notions de tests, de fourchettes de sondage et d'intervalles de confiance. Ce sont là les outils de base pour la pratique de la statistique. Dans les trois dernières leçons, nous utilisons des formules que nous ne pouvons pas démontrer dans le cadre de ce livre. Le lecteur échaudé par des contacts difficiles avec l'écriture des formules mathématiques pourra utiliser ce livre pour apprendre à mieux les déchiffrer. Mais il pourra aussi, en première lecture, ne pas s'attarder sur les formules : nous avons voulu, donc essayé,



qu'il ait cependant une bonne idée de l'histoire qui se raconte.

Nous souhaitons que le lecteur prenne plaisir, dans ce livre, à faire un peu de statistique.

Sommaire

- Leçon 1 : Le tir à l'arc
Intermède : les trois poissons
- Leçon 2 : Baudelaire, Poincaré et bien d'autres variables qualitatives, distribution de fréquences
Intermède : Les sabots
- Leçon 3 : Trente-huit girafes
Moyenne, médiane, variance
Intermède : La taille de l'empereur de Chine
- Leçon 4 : En effeuillant la marguerite...
Moyenne, médiane, quartiles, déciles, variance, diagramme en boîte
- Leçon 5 : Hippase de Matapont
Lois empiriques
- 1. L'incommensurabilité du côté d'un carré et de sa diagonale
- 2. Le théorème de Pythagore
- Leçon 9 : La marmite du statisticien
Intervalle de dispersion, test, fourchette de sondage, intervalle de confiance
Intermède : Un million de décimales de π

Barbara Burke Hubbard :

Ondes et ondelettes La saga d'un outil mathématique

Editions Belin

*A quoi bon un livre
sans images ni dialogues,
pensait Alice...*

Lewis Carroll, Alice au Pays
des Merveilles

Quand j'avais quatre ou cinq ans, j'ai demandé à ma mère comment, au

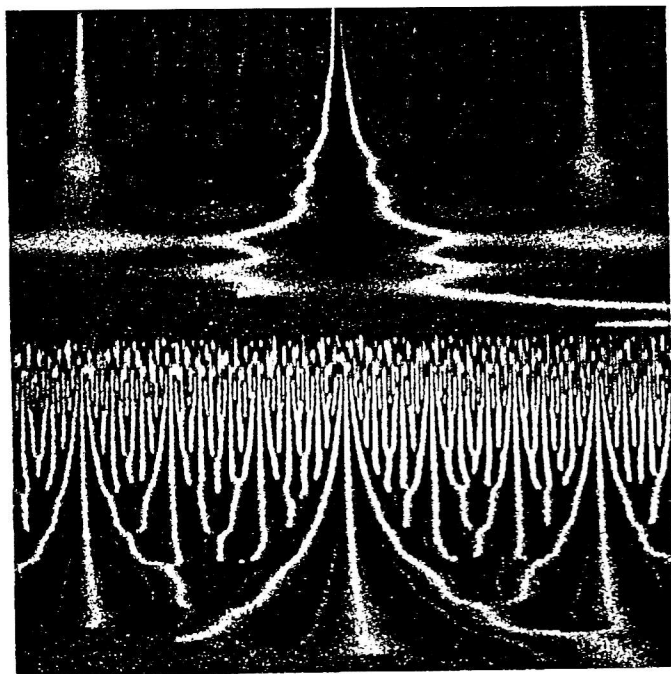
juste, on fait les bébés ; sa réponse était tellement saugrenue que, bien qu'elle ne me mentît jamais, je ne l'ai pas crue. J'avais parfois la même impression en écrivant ce livre : des faits que les chercheurs semblaient trouver naturels, même banals, me paraissaient bizarres et surprenants. Ce que j'ai voulu faire dans ce livre est de les rendre à la fois curieux et compréhensibles.

Le projet a pris corps lorsque Stephen Mautner, du National Academy of Sciences Press, à Washington, m'a demandé d'écrire un article sur les ondelettes, destiné à un ouvrage sur les "frontières de la science" (A Positron Named Priscilla). Je ne connaissais rien à l'analyse de Fourier et je n'avais jamais entendu parler des ondelettes. Ma seule qualification mathématique (non négligeable) était d'avoir épousé un mathématicien ; ayant passé mon année terminale de lycée à Moscou, où mon père avait été envoyé comme journaliste, je n'ai pas étudié le calcul différentiel et intégral, et, à l'université, j'ai soigneusement évité les cours de mathématiques.

Un travail passionnant et déconcertant a alors commencé, qui m'a fait réfléchir sur les possibilités de communiquer des idées mathématiques sans exiger une formation spécialisée.

Les mathématiciens affirment que les mathématiques ne sont pas un sport : on ne peut pas comprendre les mathématiques, et y prendre plaisir, sans les pratiquer. Un mathématicien qui essaie de communiquer son sujet aux profanes se trouve tout de suite en difficulté. "Cela devient de plus en plus vague", se lamente Robert Stricharts, de l'Université Cornell (Ithaca, New York), en me parlant des espaces fonctionnels. "Quand je respecte la vérité, je ne suis pas compris, et quand je suis compris, je m'écarte de la vérité".

Parler sans être compris est inutile et mentir est trop pénible : le plus souvent les



Le parcours du lecteur

Ce livre est à la fois modeste et ambitieux. Il propose une introduction à un vaste sujet, que j'ai voulu rendre accessible à ceux qui n'ont pas, ou peu, de formation mathématique. J'espère qu'il contient toutefois assez de précisions pour que les lecteurs possédant quelques connaissances mathématiques le jugent utile.

mathématiciens abandonnent, si jamais ils ont eu le courage d'essayer. Il serait dommage d'en rester là. Il existe certainement une limite à ce qu'on peut, sans formation, comprendre des mathématiques, mais je suis convaincue que nous sommes loin d'avoir atteint cette limite irréductible. Il existe des idées mathématiques qu'on peut mettre à la portée d'un public plus large, et qui méritent de l'être – même si ce qui est communiqué demeure une appréciation plutôt qu'une connaissance utilisable.

Personne ne prétend que seuls les généticiens, qui modifient le génome des cellules, doivent savoir ce que c'est que l'ADN, ni que seuls les physiciens et chimistes doivent savoir que la matière se compose d'atomes. En mathématiques on fait souvent le contraire ; on oblige les enfants et les étudiants à apprendre des techniques sans leur montrer qu'elles sont fondées sur des idées intéressantes, ou qu'elles permettent d'aborder des questions passionnantes. D'où le désarroi de certaines personnes quand les enfants se servent de calculatrices : selon eux, les mathématiques se réduisent aux calculs et, si ces derniers sont effectués par une machine, il ne reste plus de mathématiques.

L'analyse de Fourier et les ondelettes donnent l'occasion de tenter une autre approche. L'idée de représenter une information sous des formes différentes – en une transformée de Fourier ou en une transformée en ondelettes – a eu une énorme influence, intellectuelle et pratique, sur notre société.

L'ouvrage propose trois niveaux de lecture. L'article principal ne contient pas de formules. Quand les mathématiciens – ou les spécialistes en traitement du signal – expliquent quelque chose, tôt ou tard ils écrivent des formules. Je les laisse faire. Pour eux, c'est la manière la plus précise et économique d'exprimer leur pensée ; ils pensent communiquer quelque chose, et il ne serait pas gentil de trop les désabuser.

Cependant montrer une formule à quelqu'un qui a du mal à se rappeler si Σ veut dire somme ou intégrale, c'est comme si on demandait à quelqu'un qui ne sait pas situer les notes de musique sur une portée d'analyser la partition d'une fugue à quatre voix de Bach.

Cette réaction n'est pas exclusive aux personnes sans formation scientifique. "Existe-t-il un livre sur la géométrie fractale écrit en anglais, sans intégrale, sigma et tout un tas d'autres symboles bizarres que je n'ai pas encore appris ?" demanda un jour un étudiant en informatique à mon mari.

En 1857, âgé de 66 ans, Michael Faraday, célèbre pour ses travaux reliant le magnétisme et l'électricité, écrivit à James Clerk Maxwell, qui en avait 26 : "Quand un mathématicien qui étudie les faits et résultats physiques est arrivé à ses conclusions, ne peut-il pas les exprimer dans le langage de tout le monde aussi pleinement, clairement et précisément qu'en formules mathématiques ? Si oui, ne serait-ce pas un grand service, pour des gens comme moi, de les

exprimer ainsi ? – de traduire les hiéroglyphes, pour que nous puissions aussi étudier ces faits physiques en effectuant des expériences ? Je crois que cela est possible, parce que j'ai toujours constaté votre capacité à m'exprimer de manière parfaitement claire vos conclusions. Celles-ci, bien qu'elles ne me permettent pas de comprendre toutes les étapes de votre méthode, me donnent des résultats ni au-dessus ni au-dessous de la vérité, et si clairs que j'arrive à penser et à travailler à partir d'eux. Si cela est possible, ne serait-ce pas une bonne chose que les mathématiciens qui traitent de ces sujets nous donnent les résultats dans cette forme populaire, utile, maniable, aussi bien que dans la forme qui leur appartient ?”.

“Quand j'emploie un mot, il signifie ce que je veux qu'il signifie, ni plus ni moins”, déclare Humpty Dumpty dans *De l'autre côté du miroir*, de Lewis Carroll. De même, les chercheurs dans le domaine des ondelettes prêtent parfois un nouveau sens aux mots existants : dilater peut signifier contracter, grande échelle peut vouloir dire petite échelle, décimer veut parfois dire couper en deux. Même si on se limite aux définitions standard, les phrases peuvent être interprétées d'une manière différente de celle voulue. En plus de la transformation de Fourier et la transformation en ondelettes, il existe une transformation qui change une information dite ou écrite en une information comprise par l'auditeur ou le lecteur ; dans le cas du langage commun – comme j'ai eu maintes occasions de le constater – la reconstruction du signal initial n'est que trop rarement parfaite.

Les articles complémentaires (indiqués par un filet gris), plus détaillés, contiennent des formules, en dépit des dangers qu'elles impliquent. Le premier danger est de dévoiler les erreurs qui pouvaient passer inaperçues tant qu'on restait imprécis. Le mathématicien René Thom présentait un jour une conférence quelque peu nébuleuse ; ses auditeurs ont réclamé des précisions, puis, ingrats, ont décelé des erreurs dans ses formules. “Bien sûr que je vais me tromper, si l'on m'oblige à être précis”, protesta-t-il.

L'autre danger, comme je l'ai dit, est d'effrayer certains lecteurs. “Quand je vois une formule, ça me donne des angoisses ; je me demande toujours si je vais comprendre” m'a confié un collègue. Ne vous

effrayez pas : tout est expliqué en détail, au risque d'irriter ceux qui n'ont pas besoin de ces développements. (Je présume des souvenirs d'algèbre et de trigonométrie, mais le calcul différentiel et intégral, bien qu'utile, n'est pas essentiel).

Découvrir les mathématiques

Trop souvent, il me semble, les mathématiques sont envisagées comme un ensemble de résultats et de techniques, plutôt que comme une entreprise humaine. Cela est trompeur. Les mathématiques sont exigeantes, capricieuses et impitoyables ; on peut, d'un instant à un autre, avoir une idée qui illumine tout un domaine ; on peut aussi voir un édifice de résultats construit laborieusement pendant des mois ou des années s'effondrer à cause d'une lacune qu'on ne peut pas combler, ou qui, une fois comblée, réapparaît ailleurs. Il faut être amoureux des mathématiques pour supporter les moments de doute et les périodes de sécheresse, quand les idées ne viennent pas ou se révèlent fausses.

Contrairement à l'image commune du mathématicien solitaire perdu dans les abstractions, les mathématiciens travaillent ensemble avec autant d'intimité que les musiciens dans un quatuor à cordes : la collaboration est la règle, pas l'exception, et traverse souvent les frontières nationales. Toutefois le côté humain des mathématiques est bien dissimulé ; l'écriture mathématique, comme le dénoncent Philip J. Davis et Reuben Hersh dans *The Mathematical Experience*, respecte “une convention stricte : cacher soigneusement tout indice qui montre que l'auteur, ou le lecteur, est un être humain”.

Dans l'enseignement aussi, on commence en général par la fin : les connaissances sont exposées froidement et on ne voit pas par quel chemin on les a acquises. On peut se croire stupide de ne pas comprendre immédiatement, alors que, souvent, c'est après bien des années que les mathématiciens obtiennent ces résultats et s'y sentent à l'aise. Les Grecs étaient angoissés par les nombres irrationnels ; au XVI^e siècle, les nombres négatifs étaient considérés comme des solutions “impossibles” ; au XVIII^e siècle, on apprenait la division à l'université.

Même quand on n'est pas intimidé par les mathématiques, on ignore parfois qu'elles constituent un sujet de recherche, qu'elles recèlent des questions sans réponses, voire des questions non encore formulées. Il arrive aussi qu'on reste insensible à la beauté et au caractère surprenant des résultats, car ceux-ci sont présentés avec trop de pudeur, comme autant de dates historiques à mémoriser.

J'aime autant le chemin parcouru que l'arrivée au but ; je considère l'analyse de Fourier et les ondelettes comme des outils, mais aussi comme une belle histoire à raconter, une histoire d'idées et de personnes que j'espère vous faire un peu connaître. Je suis profondément reconnaissante aux chercheurs en France et aux Etats-Unis qui ont partagé avec moi, non seulement les résultats de leurs travaux, mais aussi leur contexte humain.

Toutefois cette approche humaniste n'est pas tout à fait juste. Même quand on se limite aux mathématiques, l'attribution des découvertes est difficile. Comment évaluer l'influence d'une conversation ou d'un article, d'une réponse – ou d'une question – parvenue au bon moment, sans parler de toutes les mathématiques antérieures ? "On distribue les noms de théorèmes comme les noms de rues", aurait déclaré André Weil. Faire justice à tous ceux qui ont contribué à l'élaboration de la théorie des ondelettes est particulièrement délicat : ces mathématiques se sont développées indépendamment dans plusieurs domaines ; de plus, le monde des ondelettes déborde d'activité. Je n'ai pas pu, dans ce cadre limité, mentionner tous les chercheurs qui font partie de cette histoire et qui méritent d'y trouver leur nom. J'espère qu'ils me le pardonneront.

Prologue

Le mathématicien américain Michael Frazier a été élevé dans la bonne tradition selon laquelle les vraies mathématiques, faites par de vrais mathématiciens, sont et restent sans utilité. "Je pensais que je ne ferai jamais de la recherche appliquée, et j'en étais fier", se souvient-il. "On étudiait l'analyse harmonique pour l'amour du sujet; l'appliquer était impur, par définition". Toutefois, en 1991 et 1992, il se surprit à utiliser une construction mathématique pour

extraire d'un fond sonore bruyant le bruit caractéristique de la coque d'un sous-marin. A St-Louis (Missouri), Victor Wickerhauser utilisait les mêmes mathématiques pour permettre au FBI de stocker les empreintes digitales à moindre coût. A l'Université Yale, Ronald Coifman s'en servait également pour dévoiler les secrets d'un enregistrement détérioré de Brahms au piano. En France, Yves Meyer, de l'Université de Paris-Dauphine, expliquait aux astronomes comment utiliser ces nouvelles techniques pour étudier la structure à grande échelle de l'Univers.

Depuis une dizaine d'années, un nombre considérable de mathématiciens, qui normalement se voueraient aux abstractions de la recherche pure, se salissent les mains avec enthousiasme au contact de nombreux projets pratiques. Ces études sont diverses, mais elles utilisent toutes un nouveau langage mathématique, dont l'alphabet consiste en des oscillations identiques – des "ondelettes" – judicieusement étirées ou comprimées.

Tout un éventail d'informations – une voix, des empreintes digitales, une photo, des radiographies médicales, des émissions provenant de l'espace, des ondes sismiques – peut être traduit en ce nouveau langage, qui fut développé indépendamment dans différents domaines. Souvent, cette transformation en ondelettes réduit le temps de calcul, facilite l'analyse, la transmission et la compression de l'information, ou son extraction du "bruit" environnant. En peu de temps, les ondelettes ont acquis un nombre impressionnant de convertis. Quand Olivier Rioul a commencé sa thèse de doctorat à l'Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications, en 1989, "les ondelettes constituaient encore, pour la communauté scientifique, un sujet marginal en traitement du signal... Aujourd'hui, écrivait-il trois ans plus tard, on ne compte plus le nombre de chercheurs qui ont publié dans ce domaine... de thèses qui y sont consacrées, ou de livres parus ou en cours de parution...".

Des chercheurs enthousiastes ont même pensé que les ondelettes pourraient supplanter l'analyse de Fourier, un vénérable langage mathématique utilisé chaque fois que l'on téléphone ou que l'on fait fonctionner un téléviseur. Maintenant on constate

que les deux langues se complètent, et on tente de les combiner, voire de créer de nouvelles langues au-delà des ondelettes. "Chaque langue a ses forces et ses faiblesses, remarque Yves Meyer, un des fondateurs du sujet. Le français est efficace pour l'analyse, pour la précision, mais moins adapté à la poésie et à l'expression des sentiments. C'est peut-être la raison pour laquelle les Français aiment tant les mathématiques. J'ai des amis qui parlent l'hébreu, qui me disent que l'hébreu exprime beaucoup mieux que le français les images poétiques. Face à l'information, il faut se demander quelle langue l'exprime le mieux. Le français ? L'hébreu ? L'anglais ? Les lapons ont quinze mots pour la neige, donc si on veut parler de neige, le lapon sera un choix indiqué".

Le langage de Fourier convient à certaines tâches de traitement de l'information, le langage des ondelettes à d'autres, les langages hybrides à d'autres encore. L'important, c'est que pour la première fois depuis très longtemps – presque deux siècles, si on remonte à la naissance même de l'analyse de Fourier – on a le choix.

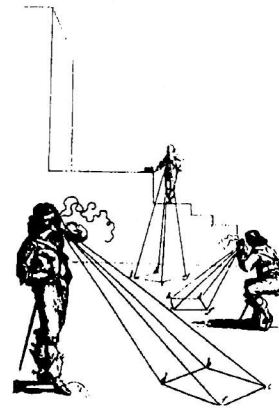
Sommaire

- 1. L'analyse de Fourier : un poème transforme notre monde
- 2. La recherche de nouveaux outils
- 3. Un nouveau langage acquiert une grammaire
- 4. Les applications
- 5. Au-delà des ondelettes

Liste des articles complémentaires

- L'analyse mathématique
- La transformation de Fourier a convergence des séries de Fourier
- Calculer les coefficients de Fourier à l'aide d'intégrales
- La transformation de Fourier rapide
- La transformation en ondelettes continue
- L'orthogonalité et les produits scalaires
- Voyages entre espaces fonctionnels
- La multirésolution
- Les algorithmes pyramidaux de Burt et Adelson
- Les multi-ondelettes

- La transformation en ondelettes rapide
- Le principe d'incertitude de Heisenberg
- La mécanique quantique
- Les ondelettes et la vision
- Quelle ondelette ?
- Les ondelettes, la musique et la parole
- La meilleure base
- La transformation d'information



François Tesseyre :

Vidéo : Ecoutezvoir et les maths

François Tesseyre donne une place prépondérante aux mathématiques dans ses productions audiovisuelles. Réalisés avec des mathématiciens français, ces films sont un outil privilégié pour la formation des maîtres et, bien utilisés, ils peuvent être un outil de culture mathématique de tout premier plan pour une utilisation dans les classes.

En voici la liste :

Éléments finis et réfrigérants atmosphériques (50 mn)

Présentation d'une méthode de calcul aujourd'hui largement utilisée par l'ingénieur.

Application à une grande structure: les tours de refroidissement des centrales nucléaires.

Tambour, que dis-tu ? (7 mn)

Il existe des liens entre la forme des objets, les sons qu'ils émettent, et leur spectre de vibration. A partir d'exemples de la vie quotidienne et de l'industrie, notions de fréquence et de mode propre.

Epsilon / Déformation (15 mn)

Toute déformation peut se ramener à ceci : d'un état à un autre, deux points quelconques de la matière se rapprochent ou s'éloignent. Ainsi, c'est à la seule géométrie que le mécanicien doit son premier concept fondamental dans l'étude des milieux continus : le tenseur des déformations (ϵ).

Y a-t-il un mathématicien dans la salle ? (12 mn)

Faire des maths, est-ce un métier ? Réponses contrastées de lycéens, enseignants, chercheurs et praticiens.

Du tableau noir au crayon (23 mn)

La modélisation et le calcul de structures, de phénomènes et de processus liés à la production d'électricité est l'activité commune aux équipes du Service Informatique et Mathématiques Appliquées d'EDF. Présentation de quelques domaines d'applications et du Centre de Calcul, l'un des premiers d'Europe.

L'ironie du sort (13 mn)

Du "Calcul des Chances" au probabilités, de l'"Arithmétique Sociale" aux statistiques, le hasard, depuis trois siècles, ne cesse d'investir le domaine scientifique. Aujourd'hui, quels nouveaux champs d'étude s'ouvrent au probabiliste ?

Le film fait partie de la série "Mosaïque Mathématique" proposée par J.M. Kantor.

D'une nature fractale (8 mn)

La notion de fractale, introduite par B. Mandelbrot, ouvre au physicien de nouvelles perspectives dans l'analyse de formes et de phénomènes désordonnés. Réflexions sur le rôle des mathématiques dans la compréhension de la complexité de la nature.

Mathématiques, mon village (136 mn)

Le Premier Congrès Européen de Mathématiques à la Sorbonne à Paris. Où le "Village" des mathématiciens, dispersé sur la planète, se retrouve physiquement. Portrait de la communauté, rencontre avec des chercheurs.

L'esprit des mathématiques (10 mn, 7 mn, 5 mn)

La démonstration est l'activité fondamentale des mathématiciens. A partir d'un exemple connu, des chercheurs nous font vivre un peu de leur expérience quotidienne.

La modélisation

Autre démarche naturelle du mathématicien, la modélisation s'est étendue ces dernières années à de nombreux domaines d'application grâce aux techniques numériques. Exemples, explications, et réflexions sur la notion de modèle.

Le "village"**des mathématiciens**

Dispersée sur la planète, la communauté des mathématiciens trouve son identité à travers démarches et attitudes communes. Bref portrait en quelques touches.

Série de 3 films courts intégrée à l'espace Mathématiques renouvelé de l'exposition permanente Explora (Cité des Sciences et de l'Industrie).

La nouvelle étoile du berger (28 mn)

Comment l'humanité est-elle passée de la contemplation du ciel divin au lancement de satellites artificiels ? Réflexion d'un berger qui contemple le ciel ; visites chez l'Astronome, le Mathématicien, l'Ingénieur, qui nous proposent quelques éléments de compréhension du système des planètes et de l'histoire de la Mécanique Céleste.

La dynamique du lapin

Module pilote de la série "Dynamique Holomorphe" pour l'enseignement et la recherche en Mathématiques. Description et étude dynamique d'un ensemble de Julia. Projet en cours de réalisation. □

