Introduire Thalès en troisième

Marcel COMBES - Saint-Quentin (02)

Préliminaire

La situation décrite ci-dessous a été expérimentée dans une classe de troisième à deux reprises lors des années scolaires 91/92 et 92/93. Le déroulement de ces deux séances a été identique malgré la prise en charge des élèves de la situation dès le début de celles-ci. Je ne suis intervenu que pour solliciter certaines justifications et pour orienter en fin de séance l'action des élèves vers la propriété de Thalès dans sa forme souhaitée c'est-à-dire :

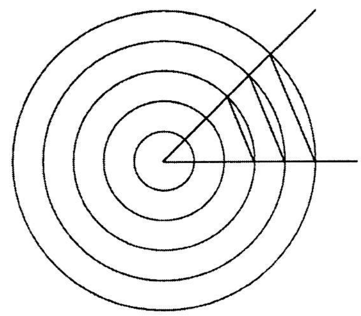
> Etant donné un triangle OAB
> A' un point de [OA]
> B' un point de [OB]
>
> d) si (AB) est parallèle à (A'B')
> alors OA/OA' = OB/OB'
>
> r) si OA/OA' = OB/OB'
> alors (AB) est parallèle à (A'B')

Le choix personnel de présenter "la propriété de Thalès et sa réciproque" à partir de la même séance est dû au fait que, comme la propriété de Pythagore, cette propriété n'est pour moi qu'un simple changement de cadre.

Le passage "cadre géométrique" —> "cadre numérique" est appelé propriété (directe) et le passage inverse "cadre numérique" —> "cadre géométrique" étant appelé propriété réciproque.
Le terme "réciproque" a donc ici deux significations :
– logique
– fonctionnelle.

Objectif de l'activité

Utiliser le savoir-faire des élèves sur les fractions (reconnaissance de fractions égales et simplification des fractions) pour faciliter la découverte de la propriété de Thalès.



Matériel utilisé

Cercles concentriques de rayons 1 cm, 2 cm, 3 cm, 4 cm etc... (une dizaine de cercles possibles sur une feuille format A4).

Préparation de l'activité

1) Distribution de la feuille sur laquelle est dessiné les cercles concentriques. Faire observer la mesure des différents rayons.

2) Faire tracer deux demi-droites de centre O et repérer les points (A_i) et (B_i) intersection des demi-droites avec les cercles. On remarquera qu'il y a identification entre l'indice i des points et les mesures OA_i ou OB_i.

3) Poser le problème :
Trouver toutes les droites parallèles dans cette figure.

Déroulement de l'activité

1°) (durée 5 mn). Les élèves ont proposé tout de suite la famille de droites (A_iB_i). J'ai sollicité une justification de ce résultat et la présence de quelques élèves qui ont rappelé la "propriété des milieux" a suffi pour déclencher oralement un prolongement de cette propriété à des graduations régulières (déjà vue a priori dans la classe précédente) et une validation (orale) du résultat par l'ensemble de la classe.

2°) (durée : 20 mn). Sollicitant d'autres droites parallèles, quelques élèves tracent (A_1B_2) et (A_2B_3) et affirment qu'elles sont parallèles. Les autres élèves font de même et certains mettent en doute l'affirmation. Le prolongement des tracés des droites, proposé par les élèves eux-mêmes, permet de confirmer l'erreur. Des élèves proposent alors (A_1B_2) et (A_2B_4) en justifiant tout de suite par la propriété de la droite des milieux et l'affirmation est prolongée aux droites (A_iB_2i).

A partir de ce moment fusent de nombreuses propositions du même type. Les résultats obtenus sont écrits et certains sont obtenus mentalement, la référence aux transformations des fractions étant implicites dans le fonctionnement des élèves. On propose aussi de chercher quel doit être l'indice du quatrième point connaissant ceux des trois autres.

Exemple : Trouver i pour que (A_2B_3) // (A_6B_i) (vérification possible sur le dessin) ou Trouver i pour que (A_9B_5) // (A_iB_{10}) (vérification non possible sur le dessin).

3°) (durée : 15 mn). J'oriente alors la discussion en proposant des questions du type les droites (A_6B_9) et $(A_{10}B_{15})$ sont-elles parallèles ?

Le fait de ne pas pouvoir les tracer toutes les deux n'est plus un obstacle et la justification de la réponse est obtenue en explicitant l'égalité des fractions 6/9 et 10/15. J'ai rappelé à ce moment-là que cette égalité était équivalente à l'égalité 6/10 = 9/15. Je demande alors d'écrire une ou plusieurs égalités qui permettraient de justifier le parallélisme des droites (A_iB_j) et $(A_{i'}B_{j'})$. L'obtention des égalités

$$i/j = i'/j' \text{ ou } i/i' = j/j'$$

ne pose pas de difficultés.

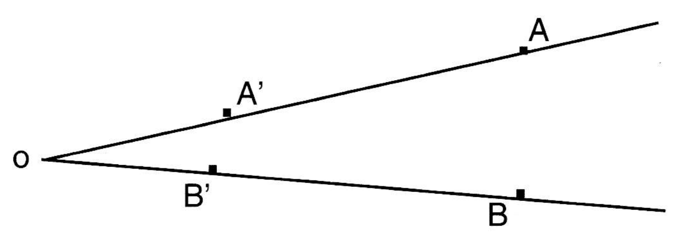
Après avoir rappelé que les indices correspondent aux distances, on obtient les égalités sous forme de rapport de distances et l'égalité $OA_i/OA_i' = OB_i/OB_{i'}$ est mise en valeur de manière arbitraire de ma part, 4°) (durée : 10 mn). Je propose alors de déshabiller l'activité et de ne retenir que les points O, A, A', B, B' (voir le schéma ci-dessous) et demande d'énoncer des phrases liant parallélisme et rapports égaux dans un tel contexte.

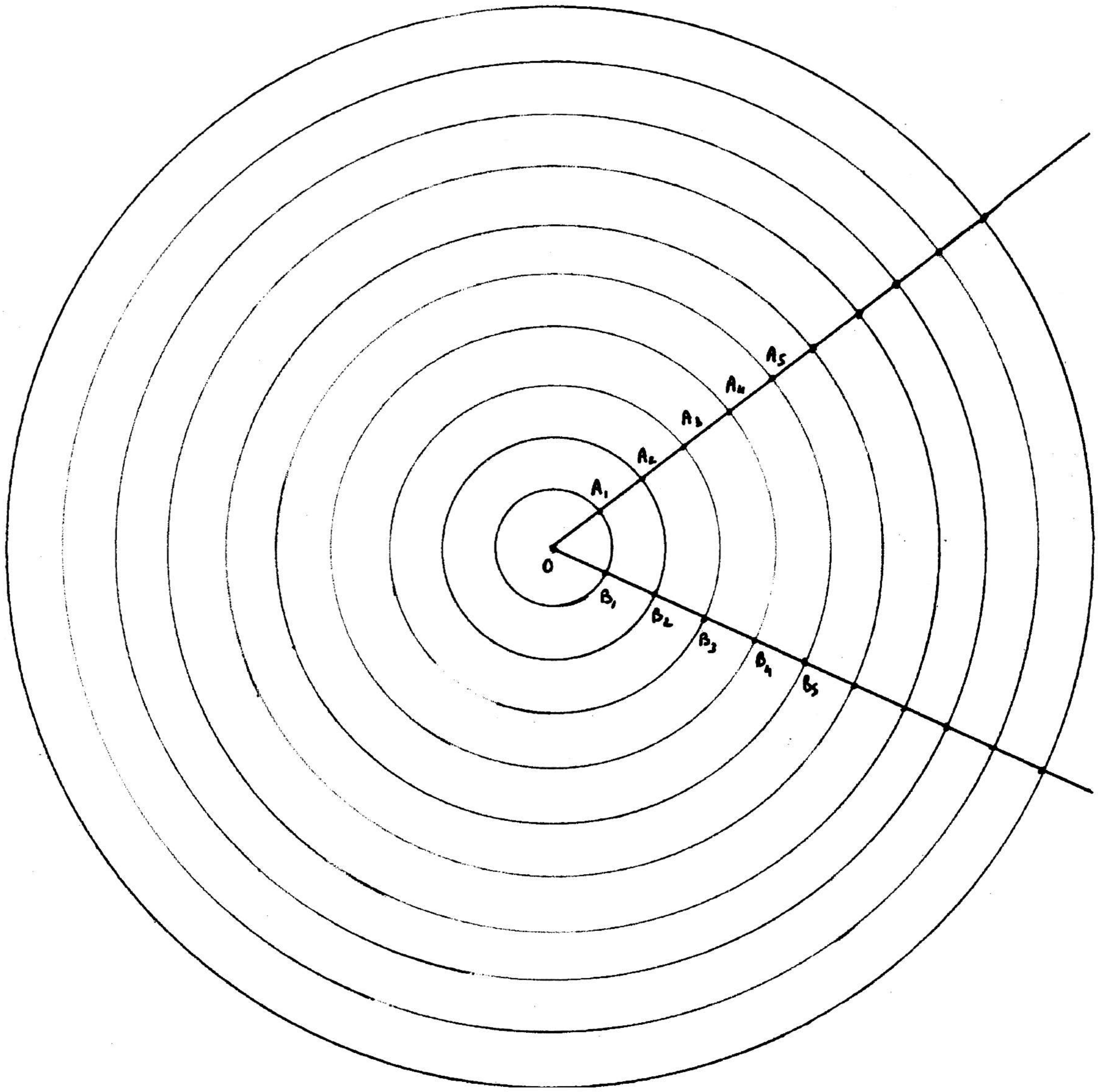
Les deux affirmations suivantes sont retenues :

D : "si (AB) est parallèle à (A'B')
alors OA/OA' = OB/OB'."
R : "si OA/OA' = OB/OB'
alors (AB) est parallèle à (A'B')."

Cette activité dont la durée ne dépasse pas l'heure a été prolongée pendant la séance suivante de la "démonstration" de la propriété de Thalès et surtout d'exercices d'application.

Sa "reproductibilité" dont je suis personnellement convaincu est laissée à titre de question et je suggère aux collègues qui l'expérimenteraient de me faire part de leurs remarques ou suggestions. ❑




A1
A2
A3
A4
A5
O
B1
B2
B3
B4
B5