

Temps, distance, vitesse

La dérivation et l'intégration, deux opérations réciproques

Jean-Pierre LECLERE et Bruno VANHILLE
C.U.E.E.P. de Lille

- Alors, prêt pour le grand voyage ?
- Oui, oui
- N'oublie pas, chaque minute je lis la vitesse et toi la distance et tu notes les deux valeurs sur ton papier.
... Ah ! il faudra s'arrêter à la station service pour faire le plein.
- Comme d'habitude, on fera une marche arrière parce que tu seras passé au dessus
- Bien, compteur à zéro et on y va.
- ... Je ne vois vraiment pas le lien avec tes dérivées et tes intégrations...

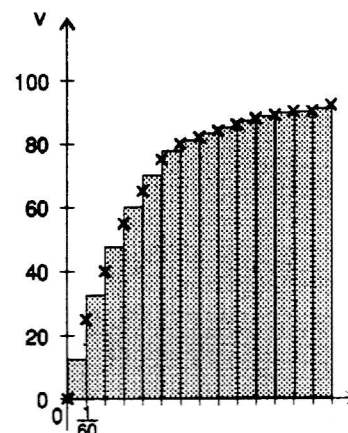
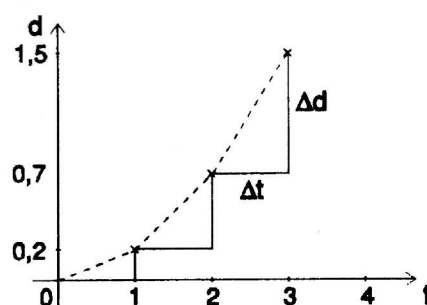
Ce dialogue au début de la vidéo pose d'emblée l'objectif de la séquence d'apprentissage qui sera notre propos : à partir d'une situation profondément ancrée dans la réalité de chacun, mettre en place les opérations de dérivation et d'intégration.

Cette séquence peut se caractériser rapidement comme suit :

- *Son thème central* : la réciprocité des opérations dérivation et intégration.
- *La situation choisie* : un déplacement en voiture durant lequel on relève les valeurs numériques de la distance parcourue et de la vitesse au compteur.
- *Le support utilisé* : un film vidéo.

Après leur court trajet en voiture, nos deux personnages vont mettre en place des procédés de calcul permettant à chacun de retrouver un relevé à partir de l'autre.

On peut les schématiser ainsi :

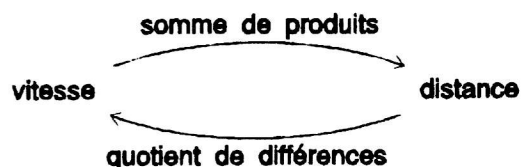


Nos deux protagonistes interprètent ensuite graphiquement les opérations.

Par cette approche quantitative les opérations leur apparaissent immédiatement comme réciproques l'une de l'autre.

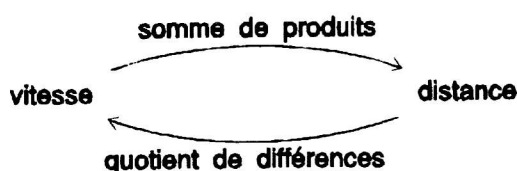
$$v = \frac{\Delta d}{\Delta t}$$

$$d = \sum v_m \times \Delta t$$

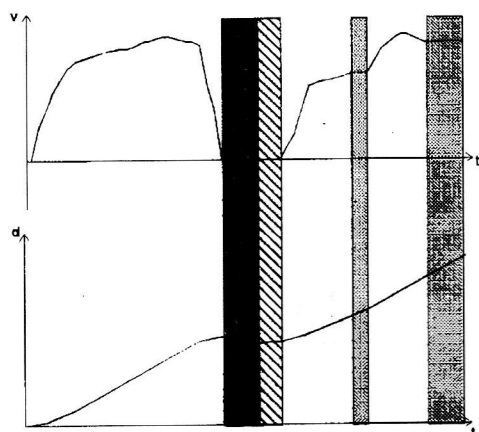


$$v = \frac{\Delta d}{\Delta t}$$

$$d = \sum v_m \times \Delta t$$



Ils terminent par une étude qualitative des courbes distance/temps et vitesse/temps



Vitesse → Distance

- Zone blanche : les vitesses sont positives, la distance parcourue augmente.
- Zone gris clair : la vitesse est constante, la distance croît régulièrement (segment de droites).
- Zone hachurée : temps d'arrêt du véhicule, la vitesse est nulle. La distance est constante.
- Zone gris foncé : entre la 27ème et la 30ème minute, le véhicule a effectué une marche arrière la vitesse est négative, la surface des rectangles se compte négativement, la distance décroît.

Distance → Vitesse

- Zone blanche : La distance est croissante. Le véhicule est en marche avant. La pente est positive. La vitesse est positive.
- Zone gris clair : La distance augmente régulièrement. La pente est constante (droite). Le véhicule avance à vitesse constante.
- Zone hachurée : La distance est constante.

Ceci correspond à un arrêt du véhicule. La pente est nulle (segment de droite horizontal). La vitesse est nulle.

- Zone gris foncé : La distance diminue. La différence entre deux distances successives est négative. La pente est négative. La vitesse est négative.

Cette construction des opérations dérivation et intégration par cette séquence relève de choix pédagogiques que nous explicitons en répondant aux trois questions que cette présentation soulève :

- pourquoi la réciprocité des opérations ?
- pourquoi temps-distance -vitesse ?
- pourquoi un film vidéo ?

Pourquoi les deux ?

Pourquoi mettre en place la dérivation et l'intégration comme deux opérations réciproques l'une de l'autre ?

La résolution d'un problème lié au modèle intégration/dérivation fait appel à des capacités multiples utilisant des outils divers et de nombreuses notions que l'apprenant doit donc intégrer dans une stratégie de résolution. Ce qui exige de lui non seulement des savoirs et des savoir-faire mais bien souvent une vue synthétique. Mais que proposer en termes d'apprentissage pour provoquer le recul nécessaire à cette vision globale ?

De deux opérations il s'agit de faire un seul modèle. La synthèse ne peut se faire qu'avec la réciprocité. Le quotient des différences et la somme des produits de valeurs infinitésimales, la détermination de pente et celle de la surface, le calcul

de dérivées et de primitives sont alors intégrés dans un ensemble où ils prennent tout leur sens. Chaque élément prend sens par rapport à sa réciproque en lien avec les autres éléments.

Pour autant, cette vue synthétique ne doit pas s'acquérir nécessairement en synthèse finale de l'apprentissage du modèle. On peut imaginer de développer l'ensemble des procédés de calculs formels et d'analyse qualitative à partir de l'approche quantitative présentée dans la vidéo. Cette dernière peut donc servir de support à une séquence pédagogique aussi bien en introduction qu'au cours ou en conclusion du travail sur le modèle.

Avoir une vision plus globale du modèle intégration/dérivation permet certainement une synthèse des notions de variations, dérivées, intégrale, primitive : c'est à dire d'enrichir sa conception. Mais il faut encore donner du sens à chaque chose, c'est à dire comme nous l'avons déjà écrit, ancrer le modèle dans la réalité. C'est là qu'intervient le choix de la situation.

Pourquoi avoir choisi le thème temps - distance - vitesse ?

Une double réponse à cette question :

- les notions de vitesse et de distance sont vécues quotidiennement par chacun,
- ce domaine est riche de confusions et d'idées fausses.
- La situation pourra donc à la fois donner du sens et poser problème.

Les relevés effectués sont ceux de la vitesse instantanée et de la distance totale. Or les procédés de calculs dont dispose immédiatement l'élève sont ceux correspondant au mouvement uniforme. C'est-à-dire la relation entre distance totale et vitesse moyenne.

La construction de deux processus est nécessaire : la somme tabulaire des produits des vitesses par les écarts de temps et le quotient des différences tabulaires des distances par les différences tabulaires des temps. Cette mise en place exige de l'apprenant un va et vient continu entre valeurs instantanées et valeurs moyennes, valeurs

des écarts et valeurs totales. Même si ce va-et-vient est problématique, il s'impose de toute évidence en l'apprenant.

Les opérations intégration et dérivation se mettent concrètement en place dans toute leur richesse opératoire et analytique à travers le modèle temps-distance-vitesse. Cela apparaît clairement dans l'étude qualitative qui est faite.

La situation donne du sens à chaque technique et chaque notion ce qui facilite les transferts et la formalisation.

Pour que la situation développe tout son potentiel nous n'avons donc pas cherché à éviter les interférences avec le vécu, nous avons voulu les intégrer à notre démarche pédagogique et pour ce faire le support est essentiel.

Pourquoi un film vidéo ?

Le choix du support est lié aux richesses intrinsèques des concepts d'intégration et de dérivation, et des notions de temps, de distance et de vitesse.

Pour rendre compte de leur globalité en un temps très court, l'image est requise. Car l'image est un dispositif économique, elle évite de passer par le dispositif verbal, oral ou écrit, qui est ici totalement inadapté. Non seulement, ce dispositif devrait rendre compte des représentations de l'ensemble des concepts utilisés, ce qui aurait pour effet de diluer l'essentiel dans un flot de précisions rarement utiles pour tous, mais il devrait encore prendre en compte les images mentales développées par chacun des individus aux cours de ces apprentissages préalables, ce qui est impossible. Ici en quelques minutes, l'apprenant reçoit une masse d'informations compactée que d'emblée il va décrypter grâce à l'ensemble de son vécu.

Attention, ce film n'est pas une expérience filmée dont on se fixerait pour objectif l'étude. Il expose non seulement l'expérience mais l'ensemble de son traitement jusqu'au formalisme associé, ceci en éliminant toute image où tout effet cinématographique superfétatoires : le film pédagogique n'a pas pour but d'informer mais d'instruire. Certes il contient l'information

que l'on pourra voir, entendre ou ressentir afin d'apprendre, de mémoriser ou de se représenter. Mais il propose en plus un dispositif opératoire d'acquisition. Ainsi le contenu didactique détermine le fond, le projet d'instruction la forme.

Notre intention est d'introduire une séquence pédagogique où les différents supports vont interagir dans des contextes d'apprentissage différents : un film pour l'exposé d'une situation et des opérations d'intégration et de dérivation, un relevé écrit des données pour une étude individuelle ou en petit groupe, un tableur/grapheur pour l'appropriation individuelle des procédés opératoires et les analyses graphiques, un débat oral pour la confrontation des hypothèses et conclusions.

En utilisant chaque support de l'information et du traitement pour sa qualité pédagogique, on parvient à faire acquérir au plus grand nombre une vision globale des techniques et des notions liées au modèle dérivation - intégration. Après avoir élargi et enrichi son champ conceptuel, l'apprenant pourra visionner à nouveau ce film et donner un autre sens à ce qu'il perçoit. □

BON DE COMMANDE

Cassette vidéo «DERIVATION-INTEGRATION»
accompagné d'un mandat administratif ou d'un chèque
adressé à l'ordre de :

CUEEP Agent Comptable de l'Université des Sciences
et Technologies de Lille.

Prix unitaire : 350F.
à retourner au :

CUEEP
Cité Scientifique. Bât. 5/6.
59655 VILLENEUVE D'ASCQ Cedex

SOMMAIRE DU PROCHAIN PLOT

Ateliers de Brest (suite et fin)

Objets mathématiques. Jean Yves Le Cadre & Yves Roué

L'Astrilabe. Léo Clauss, Colmar

Pour une refonte des connaissances. Marcel Dumont, Sahurs

Les CabriCôtiers. Yves Martin, La Réunion

Autres articles

Modélisation et représentation du réel. Richard Pallascio

Les aires, outil de démonstration. Henri Plane, Dijon

Henri Mondeux, Le pâtre calculateur de Touraine

Jacques Peletier, médecin en mathématiques, Poitiers 1579