

PLOT

72

Brest-Loctudy *Mathématiques à la pointe (2^e partie)*

ISSN 03 97 74 71 - Vendu en France et à l'étranger.

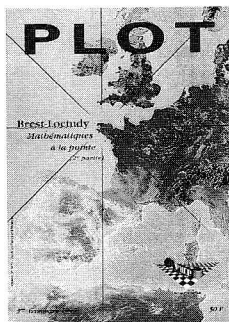
Organisé
par



Bretagne occidentale

3^{ème} trimestre 1995

50 F



Directrice de publication
Marie-Laure Darche-Giorgi

Comité de Rédaction
Jacques Borowczyk, Michel Clinard,
Daniel Boutté, Gérard Chauvat,
Jacqueline Collet, Roger Crépin,
Luce Dossat, Georges Le Nezet,
Serge Parpay, Raymond Torrent,
Michel Mirault, René Métregiste

Rédaction
Michel Darche

Secrétariat
Madeleine Schliender

Ventes
Patrick Marthe, Pierre Daudin

Publicité
Pascal Monseillier

Abonnements
PLOT APMEP
Université, BP 6759
45067 Orléans-Cedex 2

Prix d'abonnement
130 FF pour 4 numéros par an
Adhérent APMEP : 110 F
Abonnement étranger : 130 F
+ tarif avion

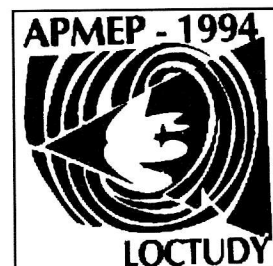
Photocomposition et maquette
i.c.e.

Impression
Fabrègue - St-Yrieix

Editeur
Associations régionales
de l'APMEP de Poitiers, Limoges,
Orléans - Tours, Nantes, Rennes,
Rouen, Toulouse, Brest, Caen,
Clermont-Ferrand et La Réunion

Diffusion
Adecum (Association pour le développement de l'enseignement et de la culture mathématique).
Publié avec le concours du Ministère de la Coopération et de la Francophonie

Les journées nationales de l'Apmep à Brest-Loctudy 2ème partie : Loctudy



Sommaire

- Maths et démocratie. Sylviane Gasquet, Paris	02
- L'analyse d'erreurs. Gras & Fontaine, Rennes	05
- Géoflash. B&P Hennequin, Sceaux	09
- L'évaluation EVAPM. Bodin & C°	13
- Pointu ! ... l'après-bac? Jean Aymes, Montauban	19
- Les maths vus par les profs de maths. Marc Bailleul	27
- Approche graphique de l'analyse. Sylviane Gasquet	31
- Maths pour qui ? Claudie Missenard, Paris	33
- Temps-Distance-Vitesse. Leclerc & Vanhille, CUEEP	36
- Modèles en collège. Alfred Bartolucci, Lyon	40
- Maths en vacances. Elisabeth Busser, Colmar	45
- Bon de commande, pour vous réabonner	48
- Sommaire du prochain PLOT	39

Editorial

De Brest à Loctudy.

Depuis 10 ans, le PLOT publie chaque année les compte-rendus des ateliers des journées de l'APMEP. Ils prennent une place importante qui nous oblige à les publier en au moins 2 numéros.

Les bretons, concrets, en ont tenu compte en plaçant leurs journées sous deux cieux: Brest et Loctudy. D'où nos 2 numéros, le précédent sur Brest et celui-ci sur les ateliers de Loctudy.

*Si vous voulez lire tous ces articles,
il suffit de vous abonner à PLOT
le journal des régionales Apmep...*

Maths et Démocratie

Sylviane Gasquet - Paris

“**Q**uel rapport entre mathématiques et démocratie”, m’a-t-on souvent demandé depuis que je commence à dire, comme pour me jeter à l’eau, qu’il me faut écrire sur ce thème... Quel lien peut-on tisser entre l’idéal démocratique et les mathématiques, discipline que j’ai choisi d’enseigner depuis trente ans? Ce n’est évidemment pas une question que je me posais chaque matin avant d’aller en cours! Ce sont les hasards des responsabilités que l’on m’a confiées qui inéluctablement m’ont menée à ces questions.

Une condition nécessaire...

Démocratie, mot magique? slogan? ou préoccupation intime donnant cohérence à nos actes en tous domaines? Il ne suffit pas d’avoir posé les grands principes de fonctionnement d’une société démocratique pour que celle-ci le soit effectivement. De la théorie à la réalité, il y a un minimum de conditions nécessaires pour que l’imprégnation démocratique ne soit pas limitée à des vœux de papier.

La plus élémentaire de ces conditions est, me semble-t-il, que la société en question soit constituée d’individus capables de penser par eux-mêmes. Ce qui implique donc une double contrainte à toute société voulant rester dans la voie de l’authenticité:

- apprendre aux adultes de demain à penser pour que chacun s’invente son double rôle d’homme social, autonome dans sa pensée individuelle et pourtant intégré dans l’évolution collective. Là est le difficile défi de l’institution Education. S’intégrer passe bien sûr par l’indépendance matérielle, et l’école, donc, doit aussi se soucier d’avenir professionnel, de savoirs techniquement utiles. Mais le risque est grand d’oublier la dualité fondamentale qui caractérise l’homme social, pour se polariser sur la production «d’éléments» adaptés précocement à tel ou tel emploi.

- permettre aux adultes d’aujourd’hui de comprendre les grands enjeux du monde actuel s’ils le souhaitent. (Qu’ils le souhai-

tent plus ou moins dépend en grande partie de leur propre formation de jeunesse, familiale et scolaire). Comment rendre l’information accessible compte tenu de sa masse et de sa technicité sans cesse croissantes? Ici, aucune institution, mais un fonctionnement libéral et anarchique des médias, média des ondes, média de papier.

Et les mathématiques dans tout cela?

Mon propos est précisément ici de montrer leur lien avec les deux volets précédents [Après les fenêtres (sur courbes), voilà les volets !] :

Premier volet : Faire des mathématiques à 15 ans, c’est-à-dire pour la quasi totalité des jeunes, dans le champ scolaire, cela apprend-il à penser? ou bien est-ce seulement une nécessité technique incontournable pour une formation «prête à l’emploi»? Les contenus des programmes scolaires et les méthodes de transmission permettent-ils cet apprentissage du «penser par soi-même» ou bien les mathématiques scolaires ne risquent-elles pas d’être la plus belle entreprise de préparation à la servilité mentale?

- Comment un élève peut-il forger sa capacité à raisonner alors que si souvent, dans l’apprentissage des mathématiques, les «comment» prennent le pas sur les «pourquoi» quand ils ne les effacent pas complètement.

Imaginez un dialogue du genre:

- dis, papa, pourquoi il faut mettre de l’essence dans la voiture ?
- Apprends d’abord la définition: l’essence est un hydrocarbure produit de la distillation du pétrole brut; puis les propriétés : l’essence est un liquide très volatil, odorant, inflammable et de densité 0,73. Plus tard tu verras pourquoi il faut remplir le réservoir...

Trop souvent sans doute, nous ne savons que passer d’un extrême à l’autre: tout démontrer ou tout admettre... Nous ne savons pas assez raconter les mathématiques... Quel manuel essaie de dire «pour-

quoi des fonctions»? «Pourquoi une écriture algébrique» ?

- Comment un élève peut-il se former sans apprendre à choisir? Qui dira les ravages de «la méthode générale».

Prenons quelques exemples :

- Le pivot de Gauss et une page de calculs pour résoudre un système qui à l'évidence se résout à vue!

Qu'on en juge...

$$\begin{aligned} 2x + y - z &= 1 \\ x - y + z &= 2 \\ 4x + 3y + z &= 3 \end{aligned}$$

(Le pivot de Gauss revient même dans les nouveaux programmes de terminales ES!)

- Dérivation systématique pour déterminer le sens de variation (en choisissant hypocritement les exemples pour que le signe soit étudiable!). Là il y a même déformation de l'image des fonctions... Outre qu'elles seraient toutes dérivables, qui plus est, elles auraient toutes une dérivée factorisable...

- Indications stupides dans les énoncés pour les primitives de $\ln(x+a)$, car on oublie, dans l'intégration par partie qu'on a le choix de la primitive de 1!

$$\int \ln(x+4) dx = ?$$

Posons $u' = 1$ et $v = \ln(x+4)$; alors $v' = 1/(x+4)$ et pour $u \dots$ choisissons $x+4$!

Alors

$$\int \ln(x+4) dx = (x+4) \ln(x+4) - \int 1 \cdot dx \dots$$

Point n'est besoin alors de «l'aide» si souvent proposée dans les textes : montrer que $x/(x+4)$ peut s'écrire sous la forme $a + b/(x+4)$!

J'entends d'ici les objections: déjà qu'on n'arrive pas à leur faire apprendre UNE méthode, alors s'il faut choisir ? Mais justement... N'est ce pas aussi le désintéret pour ce dressage mathématique sans finalité qui lasse les élèves, qui ne mobilise pas leurs qualités? Quel leurre de formation sommes-nous en train de répandre en acceptant cela?

Second volet : mes maths et les médias.

Les mathématiques jouent-elles un rôle dans l'information distribuée quotidiennement? Peuvent-elles être un maillon dans la formation du citoyen pour l'aider à devenir un consommateur critique d'information?

Qu'est-ce qui peut faire augmenter une moyenne? baisser un rapport? quel lien entre comparaison par différence et comparaison relative?

Prenons un exemple :

Le temps des élections !

Si le candidat de gauche affirme que le nombre des chômeurs a augmenté alors que son adversaire affirme que le taux de chômage a baissé, est-ce par ce qu'on peut faire dire n'importe quoi aux chiffres ou tout simplement parce que ces deux faits ne sont pas contradictoires?

Si le candidat d'extrême-droite affirme que l'effectif des prisonniers a doublé en 20 ans (vrai) pour se lancer ensuite dans une longue diatribe contre l'augmentation des délits..., qui songera qu'une autre raison est la cause de ce doublement ? Ce n'est pas le nombre d'entrées «dans la boîte» qui a doublé, mais la durée moyenne des peines prononcées...

Face à la complexité grandissante de nos sociétés, les mathématiques ont un rôle irremplaçable à jouer. «La première condition d'un progrès nous semble être la prise de conscience qu'un partage étendu d'un savoir organisé est inaccessible : la grande majorité des citoyens sera ignorante comme est ignorante la grande majorité des scientifiques sortis de leur champ de compétence» écrivait Michel Hulin (1). «Nous sommes voués à l'ignorance, écrivait-il encore, mais nous pouvons, nous devons encore lutter pour que ce soit une ignorance «de qualité», celle d'un esprit qui reste curieux, ouvert, critique, actif».

Pensée unique ou pensée critique ?

C'est dans cet esprit qu'une réflexion sur l'information chiffrée est entrée dans les programmes de mathématiques de la section Economique et sociale. Regrettons d'ailleurs qu'on ait cru nommer cela : mathé-

matiques appliquées à l'économie et aux sciences sociales, alors qu'il s'agit de mathématiques destinées à une meilleure appréhension de notre société. Mathématiques appliquées à la pensée critique.... et non mathématiques appliquées aux classes préparatoires ! (2)

A partir de ces deux points, bien d'autres interrogations peuvent naître. En particulier, l'initiation mathématique se faisant en milieu scolaire, il faudra bien se demander si les adultes chargés de cette initiation, nous, les «profs de math», sommes vraiment en situation de penser notre travail, ou si nous ne sommes perçus par l'institution, qu'en tant qu' OS chargés d'appliquer, carotte de l'avancement- promotion- décoration à la clé... Qu'on ne voit ici nulle agressivité envers qui que ce soit, mais un souhait : que les hiérarchies de tous ordres s'effacent pour laisser place à l'esprit de partition ... au sens mathématique!

C'est dans notre complémentarité reconnue que le système éducatif pourra puiser les ressources nécessaires pour dépasser l'opposition stérile : former plus de jeunes ou les former mieux. C'est bien à nous, les matheux, de prouver que le OU sait être inclusif... Pour éviter le leurre de la démocratisation factice des savoirs, n'encerclons plus la qualité par le quantitatif ! (3) □

1 LE MIRAGE ET LA NECESSITE. Presse de l'École normale supérieure. Michel Hulin, physicien, fut directeur du Palais de la découverte jusqu'à son décès en 88.

2 Expression de Pierre Aymard... Réunion APM, 2 octobre 94.

3 Comment croyez vous qu'il ait réagit mon vérificateur d'orthographe ?? Aucun sens du jeu!

4/ Systèmes linéaires

2. Considérons le système (S_1) :

$$\begin{cases} 2x + y - z = 1 \\ x - y + z = 2 \\ 4x + 3y + z = 3 \end{cases}$$

La matrice complète de ce système est :

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Par la transformation $L_1 \leftarrow L_2 - \frac{1}{2} L_1$, on obtient le système de matrice complète

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & -\frac{3}{2} & \frac{3}{2} & \frac{3}{2} \\ 4 & 3 & 1 & 3 \end{pmatrix};$$

par $L_1 \leftarrow 2L_1$, on obtient :

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & -3 & 3 & 3 \\ 4 & 3 & 1 & 3 \end{pmatrix};$$

par $L_3 \leftarrow L_3 - 2L_1$, on obtient :

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & -3 & 3 & 3 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \end{pmatrix};$$

par $L_2 \leftrightarrow L_3$, on obtient :

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & -3 & 3 & 3 \end{pmatrix};$$

et enfin par $L_3 \leftarrow L_3 + 3L_2$, on obtient :

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 12 & 6 \end{pmatrix};$$

Cette dernière matrice est la matrice complète du système

$$\begin{cases} 2x + y - z = 1 \\ y + 3z = 1 \\ 12z = 6 \end{cases}$$

qui admet pour unique solution $(1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$.

A noter qu'on aurait pu continuer ainsi la suite des transformations :

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 12 & 6 \end{pmatrix} L_2 \leftarrow \frac{1}{6} L_2 \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} L_3 \leftarrow L_3 - \frac{3}{2} L_2 \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$L_1 \leftarrow L_1 + \frac{1}{2} L_2 \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & \frac{3}{2} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} L_1 \leftarrow L_1 - L_2 \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Cette dernière matrice est la matrice complète du système

$$\begin{cases} 2x = 2 \\ y = -\frac{1}{2} \\ 2z = 1 \end{cases} \text{ qui admet}$$

pour unique solution $(1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$.

ANALYSE D'ERREURS D'ELEVES DANS DE COURTES DEMONSTRATIONS

Régis Gras (Rennes) et Marie-Danielle Fontaine (St Malo)

Cette présentation tire, pour une grande part, son contenu de la thèse d'Annie Larher soutenue à Rennes en février 1991 et d'un travail de l'équipe de didactique de l'IRMAR (Université de Rennes).

Des observations et quelques études plus approfondies de productions d'élèves, de 12-14 ans en particulier, sur les problèmes à démonstration géométrique, ont montré la multitude et la grande variété des procédures erronées des élèves, la structure de la solution étant pourtant déjà découverte. Certes, les erreurs puisent leur origine profonde dans l'absence de signification de la preuve mathématique et dans une carence de maîtrise du lexique nécessaire (puisque, donc, or, car ...), mais également de façon ou conséquente ou conjointe :

- dans une absence de rigueur dans l'articulation dissymétrique des trois éléments-clés de l'inférence :

hypothèse – théorème – conclusion ;

- dans la prise en compte d'indicateurs extrinsèques pour choisir l'un quelconque de ces éléments-clés :

- indicateurs formels (structure, rythme, ...)

- indicateurs sémiotiques (mot, lettre, symbole, ...)

- indicateurs sémantiques (un sens voisin, une utilisation antérieure,...)

Tout enseignant sait bien qu'il lui est difficile, voire impossible, de repérer à chaque fois dans une copie d'élève le type d'erreur commise et surtout sa répétition chez l'élève, sa fréquence dans la classe et les conditions dans lesquelles l'erreur s'élabore et apparaît. De plus, il lui est encore plus difficile de trouver pour chaque élève les situations qui permettraient de faire prendre conscience et déséquilibrer les procédures, voire les conceptions. L'ordinateur, en revanche, permet un travail plus individualisé et, surtout, une sanction immédiate de l'erreur et donc un retour de l'élève sur ses démarches.

Méthodologie retenue

Il semble donc important, pour mieux traiter ensuite ces procédures chez chaque élève, de les identifier et d'en repérer les circonstances d'apparition.

Notre tâche didactique et informatique consistera alors, à plus ou moins long terme :

- à construire des situations où les variables sont contrôlables ;
- à identifier et interpréter les erreurs et les conditions de leur émergence ;
- à construire un modèle prédictif de procédures erronées ;
- à élaborer des logiciels satisfaisant les objectifs didactiques.

Schématiquement, compte-tenu de ces objectifs, le micro-ordinateur est intégré sous deux aspects :

- aide tutorielle de l'élève dans une situation de problème à démonstration (logiciel DEFI : «Démonstration et Exploration de la Figure Interactives» que nous développons) ;

- aide pour l'enseignant à mieux comprendre les erreurs commises par l'élève et donc si possible à les corriger (logiciel présenté plus loin) .

Il apparaît nécessaire de limiter les variables en interaction dans une démonstration et pour cela de fournir à l'élève des situations où le sens entretenu par le but lointain de cette démonstration n'est pas le moteur essentiel et où le lexique est réduit.

Pour ce faire, on établira une liste de faits mathématiques (géométriques en l'occurrence) pouvant tenir lieu, suivant les situations, d'hypothèses ou de conclusions et une liste de théorèmes. Une inférence incomplète (voire un problème à démonstration) étant proposée, l'élève devra, de façon pertinente, choisir un ou plusieurs faits, un ou plusieurs théorèmes pour que soit validées l'inférence ou les inférences





successives. La tâche de l'élève sera exécutée sur micro-ordinateur, à l'aide d'un logiciel permettant un travail personnel, puis une analyse individuelle de ses réponses (après éventuellement deux essais).

Ce logiciel, appelé «Premier Pas» et conçu par André Simon et Alain Nicolas (Rennes) n'est pas à proprement parler un didacticiel mais plutôt un outil de diagnostic qui a trois fonctions :

- renforcement de l'apprentissage des règles de déduction à un pas ;
- bilan des acquis sur le point précédent ;
- révélation et moyen d'analyse des erreurs pour étude diagnostique.

Suivant le choix fait au départ par l'enseignant, l'élève dispose de plusieurs essais (ou non) et la bonne réponse lui est donnée (ou non).

Présentation du questionnaire

Un ensemble de 6 questions est donc proposé à des élèves de la 2ème année de collège (12-13 ans) après l'enseignement de quelques propriétés de la symétrie par rapport à un point (symétrie centrale). A chaque question correspond une inférence que l'élève doit compléter en choisissant un des 11 faits suivants à titre de conclusion:

Faits

- 1 (EF) et (CD) sont symétriques par rapport au point I
- 2 [MN] est le symétrique de [PR] par rapport au point I
- 3 (AB) et (CD) sont symétriques par rapport au point O
- 4 (MN) // (PR)
- 5 (CD) // (EF)
- 6 (AB) // (CD)

- 7 (AB) // (EF)
- 8 MN = PR
- 9 CD = EF
- 10 AB = CD
- 11 AB = EF

Théorèmes

- 1 La symétrie centrale conserve les longueurs.
- 2 Si (D) // (D') et (D') // (D''), alors (D) // (D'').
- 3 La symétrique d'une droite (D) par rapport à un point est une droite (D') // (D).
- 4 Si deux droites sont symétriques par rapport à un point alors elles sont parallèles.
- 5 Deux segments symétriques par rapport à un point ont même longueur.
- 6 La symétrie centrale conserve les directions.

Question : Hypothèse et théorème des listes ci-dessus étant donnés, trouver la conclusion tirée de la liste des faits (deux essais sont possibles à chaque question).

Démonstrations (voir tableau ci-dessous)

A travers le questionnaire, nous cherchons à contrôler les variables didactiques suivantes :

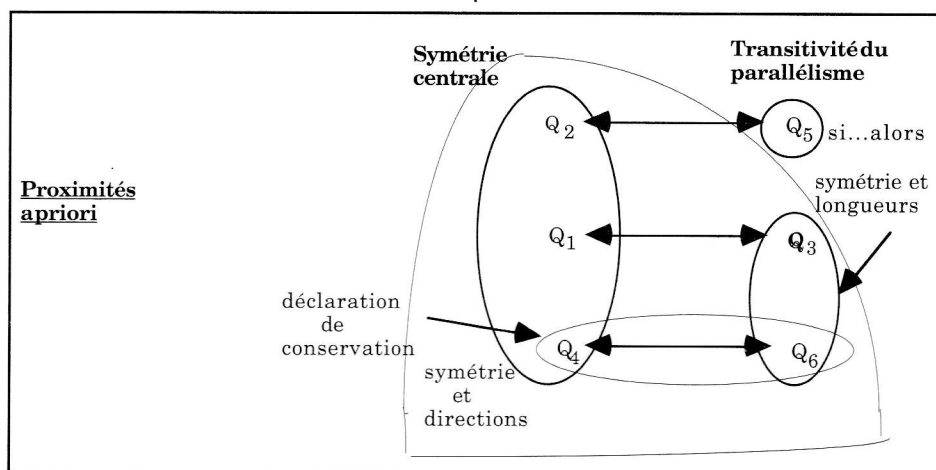
- le concept : 5 des 6 questions portent sur la symétrie centrale, une question porte sur la transitivité du parallélisme (question n° 5)
- la spécification ou instanciation des théorèmes (exemple : théorème 1 vs théorème 4)
- le degré de généralité de l'invariant relationnel (exemple : théorème 1 vs théorème 5)
- la complexité lexicale (exemple : « conserver ») ou conceptuelle (exemple : « direction »)
- la formulation en « si ... alors » (théorème 2)
- la symétrie de la relation entre les objets dénommés (exemple : fait 1 vs fait 2)
- la confusion entre // et = (exemple : fait 4 vs fait 8)
- l'expression de propriétés (exemple : théorème 1)

		Hypothèses	Théorème	? Conclusion (à trouver)
Q1	Hypothèse: 1 Théorème: 3 Conclusion: 5	(EF) et (CD) symétriques par rapport à I	Le symétrique de (D) par rapport à un point est (D') // (D)	(EF) // (CD)
Q2	Hypothèse: 4 Théorème: 4 Conclusion: 6	(AB) et (CD) symétriques par rapport à O	Si 2 droites sont symétriques par rapport à 1 point alors elles sont //	(AB) // (CD)
Q3	Hypothèse: 2 Théorème: 5 Conclusion: 8	[MN] symétrique de [PR] par rapport à I	2 segments symétriques par rapport à un point ont même longueur	MN = PR
Q4	Hypothèse: 3 Théorème: 6 Conclusion: 6	(AB) et (CD) symétriques par rapport à O	La symétrie centrale conserve les directions	(AB) // (CD)
Q5	Hypothèse: 6+5 Théorème: 2 Conclusion: 7	(AB) // (CD) et (CD) // (EF)	Si (D) // (D') et (D') // (D'') alors (D) // (D'')	(AB) // (EF)
Q6	Hypothèse: 2 Théorème: 1 Conclusion: 8	[MN] symétrique de [PR] par rapport à I	La symétrie centrale conserve les longueurs	MN = PR

Une analyse a priori de la complexité nous incite à prévoir les hiérarchies suivantes entre les différentes réussites

Ri: $R_2 > R_1 > R_4$; $R_3 \geq R_6$; $R_2 \geq R_3$; $R_6 > R_4$

On peut schématiser les proximités formelle, sémantique et référentielle, a priori, de ces six questions :



Nous avons entrepris pour ce questionnaire le traitement statistique des données recueillies suivant deux méthodes d'analyse : la classification hiérarchique (selon I.C. Lerman) et la classification implicative (selon R. Gras). Nous verrons plus loin les résultats que nous avons déduits de la seconde.

D'ores et déjà, nous pouvons nous demander sur quoi s'appuie la stratégie de décision de l'élève dans cet exercice très particulier qui consiste à faire un choix parmi un ensemble fermé de solutions. Elle est nécessairement fort proche de celle déployée dans les Q.C.M. (Question à Choix Multiples) et, en revanche, très différente de celle qui est suivie dans les démonstrations à plusieurs pas, dans les problèmes ouverts et même dans le logiciel D.E.F.I. Ici l'élève doit seulement retenir ou rejeter un élément d'une liste. Il n'a pas de véritable activité créatrice. De plus, le sens global n'est pas mobilisable; les seuls points d'appui sont le sens du pas de démonstration et l'ensemble langagier des assertions ou théorèmes dont l'élève dispose. Nous avons cependant remarqué, grâce à la répétition et à la concomitance d'erreurs, la stabilité de certaines procédures qui correspondent à des modèles de fonctionnement en équilibre aussi bien chez un élève particulier que chez l'élève en général. Les erreurs, que généralement nous appelons «erreurs de raisonnement», relèvent de causes profondément ancrées et pas seulement d'ordre logique. Elles tiennent aussi à la mécon-

naissance des objets traités (quand ce n'est pas du vocabulaire utilisé) ; et aussi, très fortement, lors de l'articulation hypothèse -> théorème -> conclusion, au pouvoir attracteur de certains mots, certains signes ou symboles, certaines formes (structures de phrases, rythmes, ...).

L'élève assemble plus, quand il se trompe, à partir d'un critère «signe» que d'un critère «sens». Il va puiser dans les solutions offertes les indices formels les plus vraisemblables, les plus pertinents pour lui.

Résultats : Paramètres des réussites

a) Moyennes

On retrouve la hiérarchie présumée a priori entre les réussites Ri aux 6 questions: R_2 (96,25 %), R_1 (78,75 %) et R_4 (72,5 %). De plus : $R_3 = R_6$ (87,5 %).

Le taux de réussite de Q_5 (85 %) est un peu inférieur aux taux de réussite de Q_3 et Q_6 (Q_5 ne fait pas référence à la symétrie centrale ; son théorème est instancié). Il est nettement inférieur à celui de Q_2 malgré la même formulation du théorème en «si ... alors ...» ; est-ce en raison de la double hypothèse?

b) Coefficients de corrélation entre les modalités «réussites» des 6 questions

Les plus fortes liaisons positives sont observées entre :

R_1 et R_2 (formulation différente du théorème mais même contenu) : $r = 0,38$

R_1 et R_6 ($r = 0,358$) : sont-ce les mêmes élèves qui ont des difficultés à commencer (Q_1) et à soutenir leur attention (Q_6) ?

R_3 et R_5 ont avec toutes les autres réussites un coefficient de corrélation très proche de 0 et même négatif sauf avec R_4 .



**Analyse implicative
des 6 réussites**
(à l'aide du logiciel C.H.I.C.)

Le tableau des implications permet de construire le graphe implicatif suivant orienté transitif, pondéré, associé à la relation de quasi-implication.

assez frappantes avec les classes formées a priori à partir des proximités formelles, sémantique et référentielle des 6 questions :

- séparation très nette de R5, réussite à la seule question relative à la transitivité du parallélisme ;
- classe (R1, R2) : les questions Q1 et Q2 ne diffèrent que par les expressions de

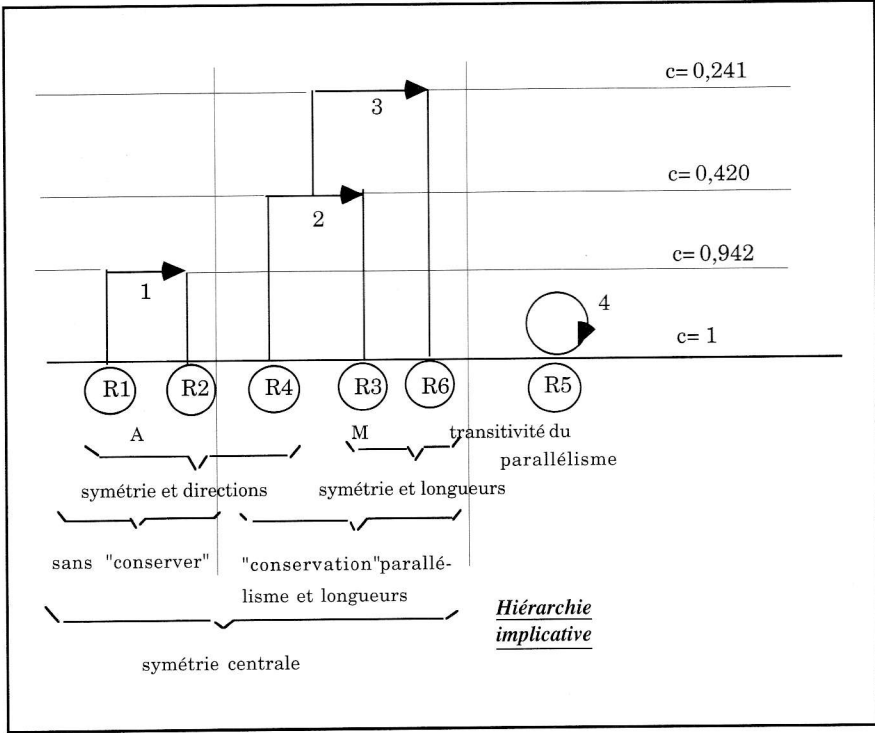
leurs théorèmes ; aucun de ceux-ci ne contient le mot «conserver» de compréhension ambiguë et, de toute manière, difficile pour les élèves ;

- classe (R4, R3, R6) regroupant les réussites aux deux questions (Q3) et (Q6) relatives à la propriété métrique de la symétrie centrale et la réussite à la question (Q4), de nature affine mais dont le théorème, comme celui de (Q6), est exprimé en terme de conservation.

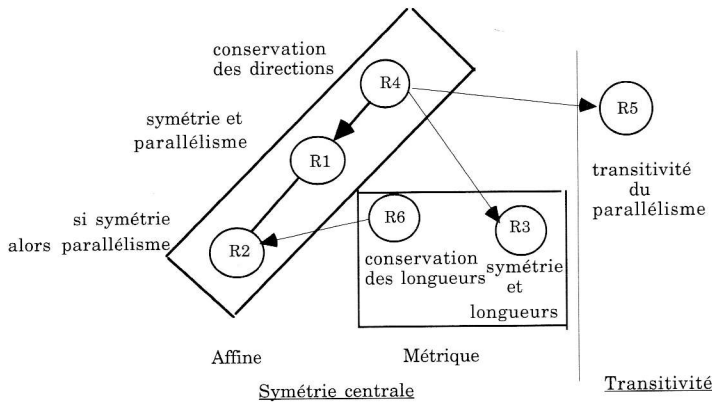
Ce dernier point placerait-il les 3 items à un même niveau de complexité ?

En conclusion, on aura vu la stabilité de certaines procédures utilisées par les élèves, stabilité soulignée par la

méthode d'analyse des données employées. Ce phénomène, s'il n'est pas nécessairement entièrement observable dans des démonstrations plus longues et plus ouvertes, n'en reste pas moins un élément complémentaire de diagnostic et d'interprétation de quelques comportements que l'on juge aberrants et qui pourtant sont significatifs d'une démarche ou d'une conception plus générale et en équilibre chez certains élèves.



Reprenant la méthode développée par R. Gras et A. Larher, on peut constituer des classes de réussites qui s'organisent ainsi en fonction des implications intra-classes.



Les valeurs des cohésions des classes, indices d'une significativité de leur constitution, sont indiquées à chaque niveau de la classification.

Nous retrouvons des similitudes



GEOFLASH

Un logiciel sous Windows pour la construction et l'animation de figures géométriques

Bernard et Patricia Hennequin, Sceaux

Historique

Dans le cadre de l'IREM (Institut de Recherche pour l'Enseignement des Mathématiques) de l'université de Paris VII, un groupe de professeurs de mathématiques spécialisés dans l'utilisation de l'informatique dans l'enseignement de leur discipline, animé par André Deledicq, se consacre à la conception et l'élaboration d'une encyclopédie imagée et animée de la géométrie pour les collèves sur CD-ROM. Pour disposer d'un moteur de fabrication de figures géométriques animées, coeur d'un tel projet, il a fait développer, avec l'aide des éditions ACL, un logiciel de construction et d'animation de figures géométriques, qui constitue un produit interactif et convivial à part entière.

L'Encyclopédie

L'encyclopédie animée de la géométrie sera construite autour d'un ensemble de thèmes organisés en arborescence. L'accès aux thèmes s'effectuera par un index de mots clefs, par navigation de type hypertexte entre thèmes voisins ou reliés, entre les différentes pages d'un thème, et par le parcours de l'arborescence. Les thèmes développés couvriront au moins le programme de géométrie de l'enseignement obligatoire (seconde incluse). Chaque thème possèdera une structure de base (pages de type Définitions, Constructions, Propriétés, Pour en savoir plus ...) qui sera enrichie en fonction des thèmes. Chaque page de l'encyclopédie comprendra un texte et une figure, animée automatiquement à l'arrivée dans la page, l'animation venant à l'appui du texte; l'utilisateur pourra, à la demande, animer interactivement la figure, en déplaçant les éléments mobiles, à la souris ou au clavier.

Environnement et outil de développement

Windows étant le standard de fait en matière d'interfaces graphiques sur PC, il a été choisi comme environnement de développement pour l'Encyclopédie et GEOFLASH; cela apporte beaucoup d'avantages : l'ergonomie générale de Windows est connue des utilisateurs de PC, ce qui facilite la prise en main; son interface de programmation offre l'indépendance vis à vis des périphériques de visualisation et d'impression; ses extensions multimédias permettent d'envisager le recours à des séquences sonores ou vidéo. Un tel projet rentrant tout à fait, par sa spécificité graphique, dans le champ d'application des techniques de la programmation objet, il a été conçu et développé avec le langage Pascal de Borland (version 7). L'auteur, Bernard Hennequin, ingénieur, est un spécialiste de la programmation objet en PASCAL (thème sur lequel il a publié un ouvrage chez Armand Colin).

GEOFLASH : un logiciel interactif pour l'enseignement de la géométrie

Geoflash est destiné tout particulièrement aux enseignants de mathématiques; il leur permet de construire facilement des figures géométriques pour leur présentation en classe sur un écran : ils peuvent les manipuler interactivement ou faire jouer des scénarios d'animation qu'ils auront prédéfinis. Ils disposent ainsi d'un **support pédagogique d'aide à la compréhension et à la conjecture**, ou à la démonstration, comme dans l'exemple montré en page 10. Une fonctionnalité «Copier/Coller» permet de récupérer dans un outil de mise en page (traitement de texte ou PAO) de son choix

les figures GEOFLASH, pour les inclure dans des documents papier de toute nature (support de cours, textes d'exercices, de problèmes ou d'examen).

Avec Geoflash, il est bien plus facile de préparer des figures pour un document papier qu'avec un outil traditionnel de DAO (dessin vectoriel); en effet, les figures géométriques de Geoflash sont mobiles : quand on déplace un des objets de la figure, tout ceux qui lui sont liés se déplacent avec lui en fonction de leur définition; on peut ainsi mettre très facilement la figure dans une position pertinente vis à vis de sa signification désirée dans le document papier. Cette fonctionnalité de récupération de figure par *Copier/Coller* a été utilisée pour élaborer l'exemple du présent document.

Exemple d'utilisation

La séquence décrite au bas des ces pages, constituée de plusieurs positions d'une même figure conçue et animée avec le logiciel, est l'illustration d'une des démonstrations du théorème de Pythagore.

Il reste ensuite à effectuer les mêmes opérations sur le carré supérieur droit. Les deux rectangles obtenus par déformation recouvrent le carré du bas, ce qui fournit une visualisation du théorème de Pythagore.

Fonctionnalités techniques

Le produit se présente sous la forme de deux modules liés :

- le Module d'écriture

Il sert à définir des figures géométriques sous la forme d'un texte, à l'aide d'un langage dont les mots clefs décrivent les objets géométriques de base et leurs caractéristiques.

- le Module d'animation

Il sert à voir les figures créées avec le compilateur, et à en animer les objets mobiles

interactivement; il permet en particulier d'enregistrer des scénarios d'animation.

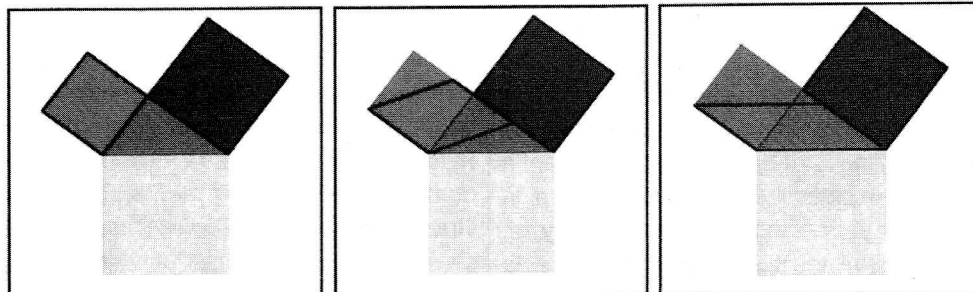
- le Module d'écriture

C'est un éditeur de texte multi-documents (MDI) permettant de définir des figures géométriques par des textes constitués de mots-clefs décrivant des objets géométriques de base (points, droites, segments, cercles, quantités, polygones, transformations...) et leurs caractéristiques (couleur, taille...).

Les différents types d'objets (une soixantaine au total) permettent d'effectuer les opérations usuelles de construction de la géométrie (par exemple faire passer une droite par deux points, prendre l'intersection de deux droites ...), de définir les transformations géométriques usuelles (translations, homothéties, rotations, symétries) et de les appliquer à des objets géométriques, et, grâce aux objets et quantités, d'effectuer des calculs à partir des objets de la figure, et de définir des objets avec le résultat de ces calculs. Chaque objet peut se voir attribuer un nom, qui peut apparaître sur la figure, et qui sert à le désigner pour y faire référence lors de la définition d'un autre objet lié à lui (on définira le milieu des points M et N par la commande «Milieu(M,N)»). Geoflash est doté d'une aide contextuelle qui introduit les concepts généraux, présente l'utilisation du logiciel et détaille la syntaxe de l'ensemble des mots-clefs.

Un texte de figure peut être vérifié à tout moment par le programme, et si la syntaxe est correcte, la figure correspondante est visualisée à l'écran, dans le module d'animation. La vérification syntaxique effectuée lors de la compilation concerne la validité des mots clefs, ainsi que le nombre, l'existence et les types de leurs paramètres. Toute erreur de syntaxe est signalée à l'utilisateur par un message contextuel, et le curseur est placé à l'endroit de l'erreur dans la fenêtre éditeur.

On construit la figure de Pythagore; on déforme d'abord le carré supérieur gauche en un parallélogramme en faisant glisser son côté supérieur droit parallèlement, ce qui ne change pas son aire.



Chaque objet est pourvu de paramètres dits d'aspect (déclarés par mots-clefs) permettant de spécifier ses caractéristiques d'affichage (couleur, taille...). Une des spécificités du produit est de pouvoir doter des objets d'un **aspect conditionnel**, c'est à dire variable en fonction de sa position : cela permet de mettre en évidence, lors des animations (manuelles ou pré-enregistrées), des positions particulières de la figure, correspondant à des propriétés géométriques remarquables; cette mise en évidence peut être effectuée par des changements de couleur ou de taille des objets.

Parmi les objets géométriques de base, certains sont complètement liés à d'autres par leur définition (milieu de deux points, cercle centré en un point passant par un autre, médiatrice d'un segment...). Ils ne pourront pas être manipulés directement lors d'une phase d'animation : ils bougeront éventuellement de façon liée si leurs antécédents sont déplacés (directement ou indirectement). Seuls pourront être manipulés directement dans une figure les objets ayant au moins un degré de liberté du fait de leur définition, par exemple : un point défini par ses coordonnées possède deux degrés de liberté, un point sur une droite ou un cercle en possède un...

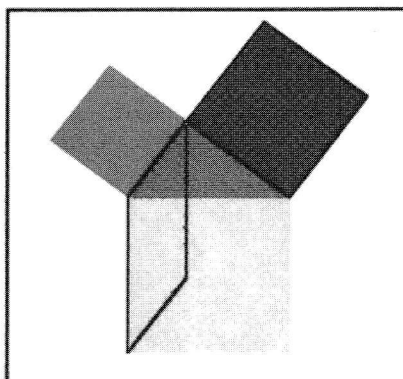
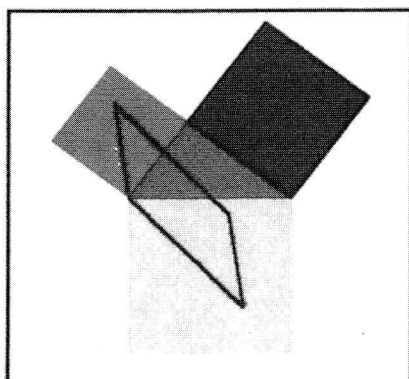
Un système de **procédures** permet d'éviter la saisie de séquences répétitives de commandes dans la définition d'une figure complexe, pour améliorer la lisibilité des textes de figures. Un système parallèle de macros permet la définition de nouveaux objets géométriques à partir des objets de base existants : cela offre une possibilité d'extension du langage; par exemple il n'existe pas d'objet "centre du cercle circonscrit", mais les objets de base permettent de le construire : on peut définir sa séquence de construction dans une macro,

et ensuite appeler cette macro en cas de besoin, comme si elle était un des mots clefs du langage de base. Cela a permis de restreindre au minimum vital la liste des objets de base, sans pour autant brider l'extensibilité externe du langage.

Le Module d'animation

Il offre une interface Multi-documents classique sous Windows. Dans chaque fenêtre peut être chargée une figure créée au moyen du module d'écriture. L'utilisateur a accès interactivement aux éléments mobiles de la figure (voir paragraphe précédent) qu'il peut déplacer à sa guise : cela provoque la mise à jour instantanée de l'ensemble de la figure, chaque objet étant recalculé en fonction de sa définition et de ses éventuels antécédents. Les objets mobiles peuvent être sélectionnés et déplacés au moyen de la souris ou du clavier. Quand le curseur de la souris est approché d'un objet mobile, il change de forme pour en indiquer la proximité. Une barre d'état, en bas de la fenêtre principale, renseigne sur l'objet mobile sélectionné, en fournissant son nom, sa position et la valeur de son pas de déplacement. Quand un des objets mobiles est sélectionné, on peut en changer le pas de déplacement (qui est propre à chaque objet). L'utilisateur peut demander que lors des déplacements, un ou plusieurs objets laisse(nt) à l'écran la **trace** de leurs positions successives. Un menu contextuel appelé par le bouton droit de la souris regroupe toutes les commandes accessibles en fonction de l'objet mobile sélectionné.

Tous les événements de déplacement ou de sélection d'objet peuvent être enregistrés dans des scénarios d'animation.



On fait ensuite tourner de 90 degrés le parallélogramme autour du sommet supérieur gauche du grand carré, ce qui ne change pas non plus son aire.

tion que l'on peut conserver : parmi les scénarios d'animation d'une figure, on peut en désigner un comme celui qui sera par défaut associé à la figure, en lui donnant le même nom : il sera chargé et lancé automatiquement lors du chargement de la figure.

Chaque fenêtre peut être mise en icône sur l'espace de travail : l'icône correspondante contient le dessin de la figure dans la position dans laquelle elle se trouvait lors de la mise en icône, et elle est animée si une animation pré-enregistrée se déroulait dans la fenêtre lors de sa mise en icône.

L'ensemble des figures chargées à l'écran lors d'une session de travail peut être sauvegardé dans un dossier, ce qui permet des les rappeler toutes en même

temps en une seule opération.

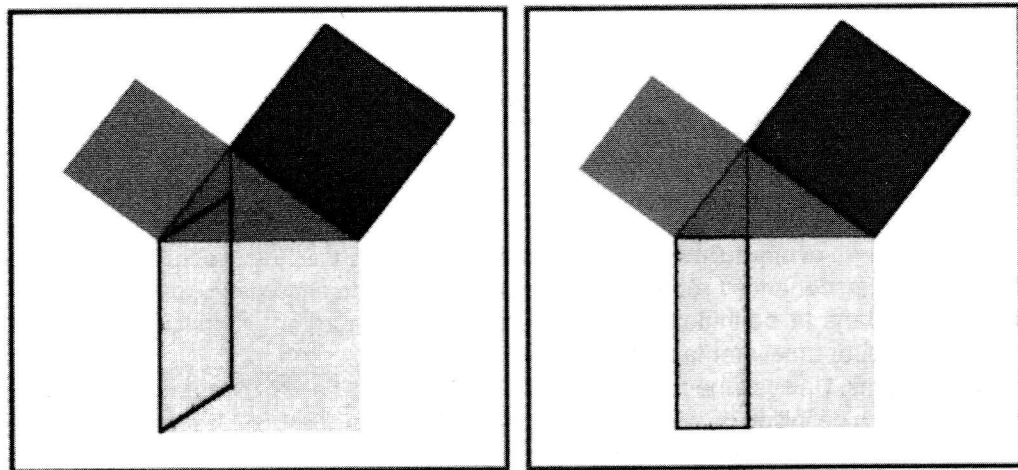
Le module de visualisation possède l'ergonomie standard des applications multi-documents pour l'accès aux fichiers : boîte de dialogue normalisée de chargement pour les figures et dossiers, chargement de fichiers par *Glisser/Déplacer* (Drag&Drop) depuis le gestionnaire de fichiers, mise en icône de figures ou dossiers dans le gestionnaire de programmes pour un charge-

Contacts

André Deledicq : 50, rue des Ecoles
75005 Paris

Bernard et Patricia Hennequin : 3, Avenue Carnot 92330 Sceaux

Didier Missenard : 3, allée Clément Marot 91400 Orsay



On fait ensuite glisser le côté droit du parallélogramme verticalement, pour le transformer en un rectangle à côtés parallèles au carré du bas, toujours sans changement de son aire.

L'évaluation EVAPM

Aspects méthodologiques de l'évaluation

Antoine BODIN, François COUTURIER et Régis GRAS

Cette analyse est centrée sur l'exploitation des résultats de l'Observatoire EVAPM.

Au cours des sept dernières années les enquêtes EVAPM ont produit des données importantes, en nombre comme en qualité, sur les acquisitions des élèves dans le domaine mathématique, et cela de la classe de Sixième à la classe de Première incluse.

Les brochures EVAPM réalisées en grande partie grâce au travail militant des membres de l'équipe EVAPM, présentent des résultats commentés et des analyses qualitatives que la plupart des observateurs s'accordent à trouver intéressants et susceptibles d'aider les collègues dans leur réflexion comme dans leur action.

L'un des principes d'EVAPM étant de mettre les résultats des évaluations à la disposition des enseignants aussi rapidement que possible, ces analyses n'utilisent qu'une partie de l'information disponible. De plus ces analyses, si elles répondent à certaines questions en posent de nouvelles.

ticulier l'analyse implicative développée par Régis GRAS et ses étudiants, ainsi que la théorie des Réponse aux Items (IRT) encore peu connue dans notre pays.

Ces méthodes seront rapidement présentées sur des exemples, mais le but de l'atelier est essentiellement d'amener les participants à se poser de nouvelles questions et à envisager différentes façons d'essayer d'y répondre.

Des fichiers de résultats statistiques seront disponibles, prêts à être traités en fonction des questions qui se dégageront. Le traitement pourra être fait sur place par les animateurs mais les participants qui voudraient aller plus loin pourront demander une copie des fichiers informatiques. L'atelier s'appuiera sur les nombreux documents EVAPM. Des texte permettant de rentrer dans la problématique de recherche (si ce n'est déjà fait) seront remis aux participants.

De nombreux exemples pourront être donnés, mais les animateurs de l'atelier comptent largement sur les participants pour faire émerger des questions :

Que souhaite-t-on savoir de plus ?

Que peut-on espérer mieux comprendre, relativement aux comportements observés chez des élèves en situation d'évaluation ?

Exemple de question analysée

Inégalité triangulaire

Si l'on avait une feuille assez grande, pourrait-on construire :

1°) Un triangle dont les côtés mesurent : 30 cm ; 18 cm ; 45 cm ?

☐ OUI ☐ NON

Coche la bonne réponse

Explique ta réponse

Oui et explication correcte
EVAPM 4/91 : 36 %

Non réponse
15 %

2°) Un triangle dont les côtés mesurent : 28 cm ; 14 cm ; 44 cm ?

☐ OUI ☐ NON

Coche la bonne réponse

Explique ta réponse

Oui et explication correcte
EVAPM 4/91 : 37 %

Non réponse
17 %

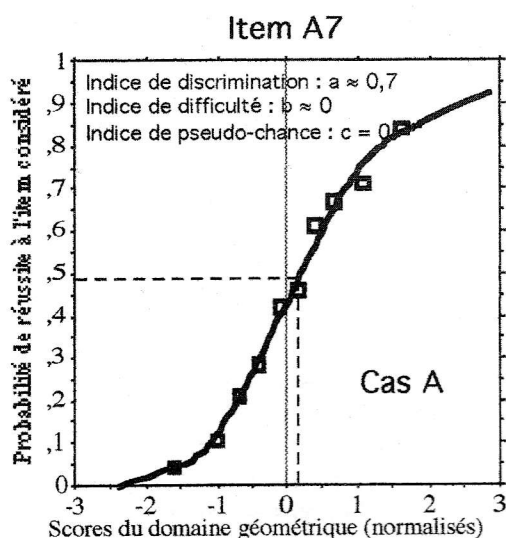
Réussite conjointe
EVAPM 4/91 : 30 %

EVAPM 4/91 Question A16-17

Le type de données recueillies justifie et autorise l'utilisation de méthodes d'analyse statistiques complémentaires et en par-

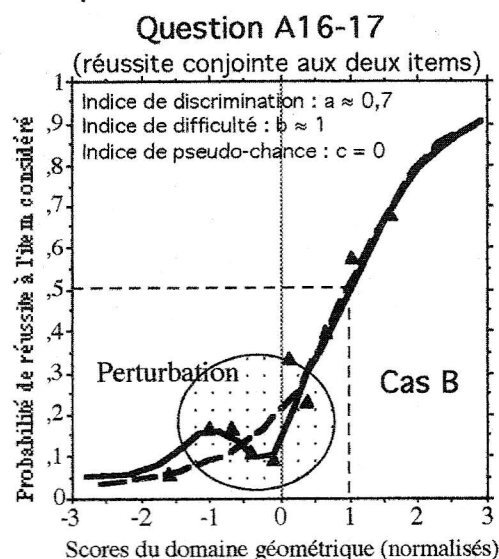
L'utilisation des données de masse telles que celles fournies par les enquêtes EVAPM et en utilisant des méthodes modernes d'analyse de données ?

Exemples de courbes de réponse



Cas A : ajustement ogival légitime

Cas B : ajustement ogival compromis et contredit par l'analyse didactique qui permet d'expliquer la perturbation observée



Données EVAPM 4/91

Les courbes de réponse du type de celles produites ci-dessus sont très utilisées dans le cadre de la théorie des réponses aux items, plus connue sous le nom d'IRT «Item response theory» (étude des qualités psychométriques et informatives des questions, constructions d'échelles.... A un niveau plus modeste (et moins controversé), elles sont très utiles pour étudier la validité didactique des questions par rapport à des domaines ou à des champs précisés (exemples lors de l'atelier et explication des divers indices utilisés).

Documents distribués lors de l'atelier et que vous pouvez demander à votre régionale de l'APMEP

- 1 - Une présentation générale de l'Observatoire EVAPM
- 2 - Une note méthodologique relative aux enquêtes EVAPM
- 3 - Un document «Mise en relief» présentant quelques résultats qui pourront être utilisés pendant l'atelier
- 4 - Les épreuves «A» de Quatrième 1991, «WA et WB» de Troisième 1992
- 5 - Un texte présentant une analyse implicite de l'épreuve WA de Troisième 1992 (méthode Régis GRAS)

14 Evaluation du fonctionnement du système d'enseignement des mathématiques en France

Antoine BODIN et Jean-Pierre SICRE, EVAPM

L'Observatoire EVAPM est un Groupe de Travail de l'Apmp, Equipe de recherche associée à l'INRP.

En premier lieu, nous chercherons à montrer pourquoi et de quelle façon il est possible de considérer que, au moins en France, l'ensemble des actions ayant pour finalité la transmission et le développement des connaissances et des savoirs du domaine mathématique peut être structuré en système.

Nous mettons ensuite en évidence l'existence et le positionnement d'un système partiellement isomorphe au premier : le sys-

tème de régulation de ce système de formation, avec en particulier ses actions de contrôle-évaluation (sans que la distinction soit toujours très claire).

En particulier, nous étudierons les relations existant entre les divers agents, institutions et catalyseurs de ce système de régulation :

Éléments strictement institutionnels :

Direction de l'Évaluation et de la Prospective, Inspection Générale et Régionale,

Direction des Lycées et Collèges,...

Éléments professionnels :

L'Association des Professeurs de Mathématiques et l'observatoire EVAPM, les IREM, la Société Mathématique de France, etc...

Éléments liés à la Recherche :

INRP, Recherche «fondamentale» en Didactique des Mathématiques et Groupe de Recherche du CNRS,

et aussi : Études internationales, média, organisations syndicales, parentales, etc.....

En fait il ne s'agira, dans ce qui précède, que de brosser le décor. L'essentiel devrait consister à se demander quels sont les faits, pouvant plus ou moins relever de l'évaluation, qui ont des effets sur le fonctionnement du système, et quels sont ces effets.

Chaque fois que possible, nous nous appuierons sur des exemples concrets et précis, c'est à dire à contenus mathématiques explicites.

La question qui nous intéresse peut encore s'énoncer d'une autre façon : comment se construisent les décisions qui gouvernent l'enseignement des mathématiques dans notre pays ? (Il serait en effet facile de montrer que, dans ce domaine, les choses varient considérablement d'un système éducatif à un autre).

La recherche n'est pas assez avancée pour que l'on puisse répondre avec suffisamment d'assurance à la plupart des questions qui peuvent se poser, et l'analyse systémique envisagée demande à être affinée et supporterait des mises en questions et des concours multiples.

Une première collaboration, amorcée avec des sociologues de l'éducation, pourrait contribuer à cet affinement. La prise en compte des connaissances et des représentations des enseignants est tout aussi essentielle. D'autre part, il est clair que notre sujet est directement lié à celui de la transposition didactique, même s'il le déborde sans avoir la prétention de l'épuiser ; nous ne développerons pas ce point ici.

Pour simplifier, nous serons amenés à distinguer deux types d'évaluation participant à la régulation du système :

- Évaluations du premier type : jugements d'évaluation fondés sur l'expérience ou l'opinion sans qu'une méthodologie puisse être mise en évidence et communiquée à autrui.
- Évaluation du deuxième type : actions

d'évaluation explicites et assorties d'une méthodologie communicable et susceptible d'être mise en examen (critique de la méthode).

Bien sûr, la plupart des jugements d'évaluation participent des deux types. Les définitions ci-dessus montrent que les deux types d'évaluations se caractérisent par des démarches différentes sans qu'il soit possible de postuler que les évaluations du premier type seraient de moins bonne qualité que celles du second type (dans notre cas, qu'elles conduiraient systématiquement à prendre de plus mauvaises décisions).

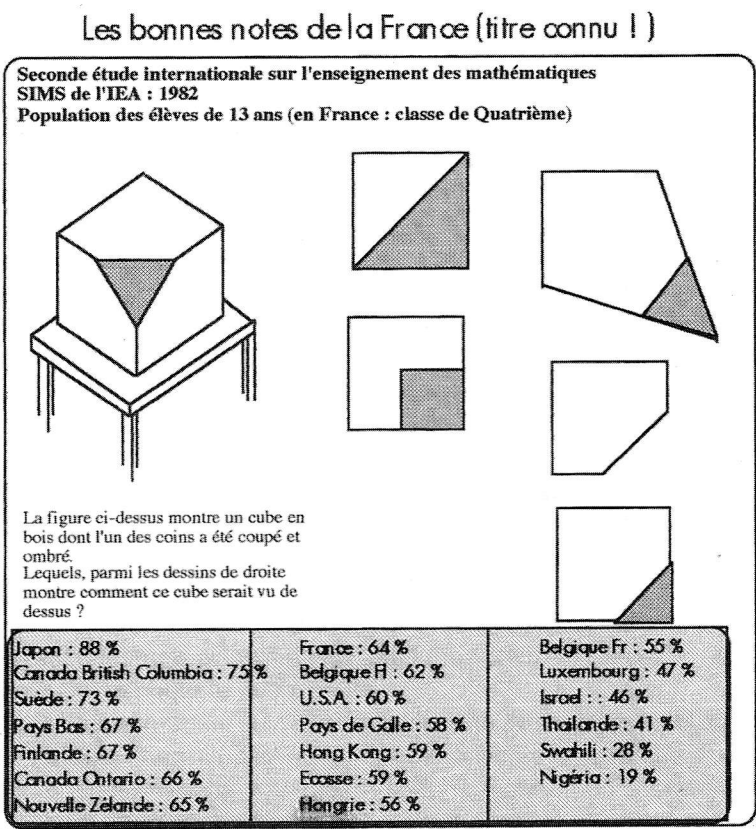
Notre hypothèse est que, jusqu'aux années 80, les évaluations du premier type dominaient largement dans notre système. Les idées et théories relatives aux évaluations plus instrumentées ne se sont développées qu'à partir des années 60 et ne sont que récemment parvenues à maturité (du moins dans notre pays)..

L'apport des études et évaluations internationales ?

Dans le système éducatif français, la Direction de l'Évaluation et de la Prospective (la DEP) occupe une place dominante en ce qui concerne l'évaluation institutionnelle, et même l'évaluation tout court (comme en témoigne sa forte implication dans des évaluations qui se présentent comme purement pédagogiques).

Le mot d'ordre du Directeur actuel de la DEP est bien connu : «*développer la culture de l'évaluation dans le système éducatif*» et il est certain que la DEP a fourni un travail très important depuis une dizaine d'années, travail qui a accru la qualité des évaluations réalisées, des indicateurs fournis et leur impact sur le système.

D'autres institutions ou organismes tels que l'INRP, les IREM, les MAFPEN, et...l'APMEP ont aussi contribué à développer l'évaluation dans le système éducatif. En particulier, l'Observatoire EVAPM, développé depuis 1986 dans le cadre de l'APMEP avec des concours ou appuis divers est généralement pris au sérieux aussi bien par les enseignants de mathématiques que par les chercheurs ou par les «*décideurs*».



L'intérêt d'un tel palmarès est très limité !
Ce n'est qu'une occasion pour signaler que sur les 175 questions de l'enquête, deux seulement concernent des objets de l'espace. Encore s'agit-il de questions de nature quasiment perceptive.
En fait, la situation des divers pays par rapport à l'enseignement de la géométrie de l'espace est très variable et il est quasiment impossible de trouver une question qui obtiennent l'agrément des pays engagés dans une telle étude.

Quelles évaluations ont des effets ?

Quelles évaluations ont des effets positifs sur le fonctionnement du système ?
Guy BROUSSEAU a depuis longtemps, avec d'autres, dénoncé les effets négatifs de certaines évaluations (1979 à CAMPINAS - texte cité). Nous voyons d'ailleurs facilement les effets réducteurs d'évaluations effectuées dans tel ou tel pays (mais peut-être aussi chez nous): «écrasement de l'apprentissage sur des objectifs insignifiants»... dressage et apprentissages uniquement procéduriers,... perte du sens des connaissances...

Toutefois il peut aussi y avoir des effets positifs (encore que définir cette expression ne serait pas facile, et il vaudrait mieux dire «qui semblent positifs»).

Ainsi, après les évaluations du SPRESE et de l'IEA en 1984, il était clair que les enfants de notre pays avaient perdu, en géométrie, des compétences que beaucoup considéraient comme importantes. La modification des programmes de collège qui s'ensuivit en 1985 a modifié la situation de façon importante et des effets massifs

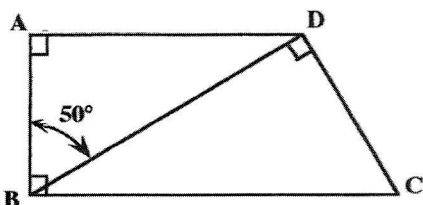
sont apparus en quelques points. La question présentée ci-dessus n'est qu'un exemple de questions qui semblent montrer que le niveau de compétence des élèves peut doubler en quelques années dans certains sous-domaines.

Les choses ne se passent pas toujours aussi bien!
Par exemple, l'observation de compétences jugées insuffisantes dans le domaine de la proportionnalité et les mesures prises (en définissant des capacités exigibles) ne semblent pas avoir suffi pour que suffisamment d'élèves parviennent à maîtriser la notion de pourcentage.

N.B.: Les réflexions et modélisations proposées doivent beaucoup à un travail collectif mené en 1990 et 1991 dans le cadre du Groupement de Recherche «Didactique et acquisitions des connaissances scientifiques» du CNRS (Sous la responsabilité de Gérard VERGNAUD, Guy BROUSSEAU et Antoine BODIN).

ABCD est un trapèze rectangle en A et B, l'angle $\widehat{BDC}$ est droit et $\widehat{ABD} = 50^\circ$

Indique la mesure des angles suivants, sans donner le détail des calculs:



Réussite conjointe :
EVAPM3/90 : 66 %

$\widehat{DBC}$

EVAPM3/90 : 82 %
DEP3/90 : 82,5 %
EVAPM6/87 : 27 %
SPRESE 3/84 : 48 %

$\widehat{ADB}$

EVAPM3/90 : 83 %
DEP3/90 : 82,7 %
EVAPM6/87 : 23 %
SPRESE 3/84 : 44 %

$\widehat{ADC}$

EVAPM3/90 : 73 %
DEP3/90 : 74,7 %
EVAPM6/87 : 17 %
SPRESE 3/84 : 36 %

Non réponse :
EVAPM3/90 : 05 %

Question d'origine SPRESE, utilisée dans l'évaluation fin de troisième 1990 organisée par la Direction de l'Évaluation et de la Prospective (D.E.P.), et utilisée simultanément dans EVAPM 3/90 avec l'autorisation de Monsieur le Directeur de la DEP.

Après une augmentation de 40%, un objet vaut 84 F.

Combien valait-il avant cette augmentation ?

Expliquez ce que vous faites pour trouver la réponse

Résultat exact

Quatrième 1989 : 05 %

Troisième 1990 : 22 %

Elèves orientés en Seconde LEG : 24 %

DEUG lettres et S.H. Paris 7 1985 : 30 %

Première 1993 :

Série S : 80 %

Elèves orientés en TC : 71 %

Série B : 59 %

Série A1 : 49 %

Série F : 53 %

Question non traitée
Première 1993 :

Série S : 04 %

Série B : 10 %

Série A1 : 11 %

Série F : 11 %

Introduction directe du
coefficient 1,4

Première 1993 :

Série S : 19 %

Elèves orientés en TC : 21 %

Série B : 17 %

Série A1 : 21 %

Série F : 19 %

Question Université PARIS 7

Pour aller plus loin

- **BODIN A. (1992)** - Les mathématiques en fin de Troisième générale - évolution des compétences observées chez les élèves au cours des années 80. In Rapport à Monsieur le Ministre de l'Éducation Nationale établi par Monsieur Claude THELOT, Directeur de la DEP (1992). Publié dans le dossier Éducation et formations n°17 d'octobre 1992 (DEP) et dans le bulletin de l'APMEP Février 1993.
- **BROUSSEAU G. (1979)** : Evaluation et théories de l'apprentissage en situations scolaires. Conférence faite à la rencontre CIEAEM de CAMPINAS (Polycopié).
- **Educational Testing Service (1991)** : Learning Mathematics - Princeton - USA.
Il s'agit du rapport international de l'étude largement rapportée en France par la presse en 1992 et qui classait la France 6ème sur 20 (ce qui n'a bien sûr aucune signification).
- **ROBITAILLE D.F. and all. (1993)** - Curriculum Frameworks for Mathematics and Science. TIMSS Monograph n° 1. Traduction française de la seconde partie (BODIN A) : TIMSS - une étude de l'IEA Présentation et traduction française de la grille de classification (framework for mathematics) utilisée dans le cadre de la Troisième Étude Internationale sur l'Enseignement des Mathématiques et des Sciences de l'IEA (disponible à l'IREM de BESANÇON).
- **ROBIN, D.; BARRIER, E. (1985)** : Enquête internationale sur l'enseignement des mathématiques Le cas Français. - Institut National de Recherches Pédagogiques (Paris)
- **THÉLOT C. (1994)** - L'évaluation du système éducatif français - Revue Française de pédagogie N° 107 - INRP. PARIS.

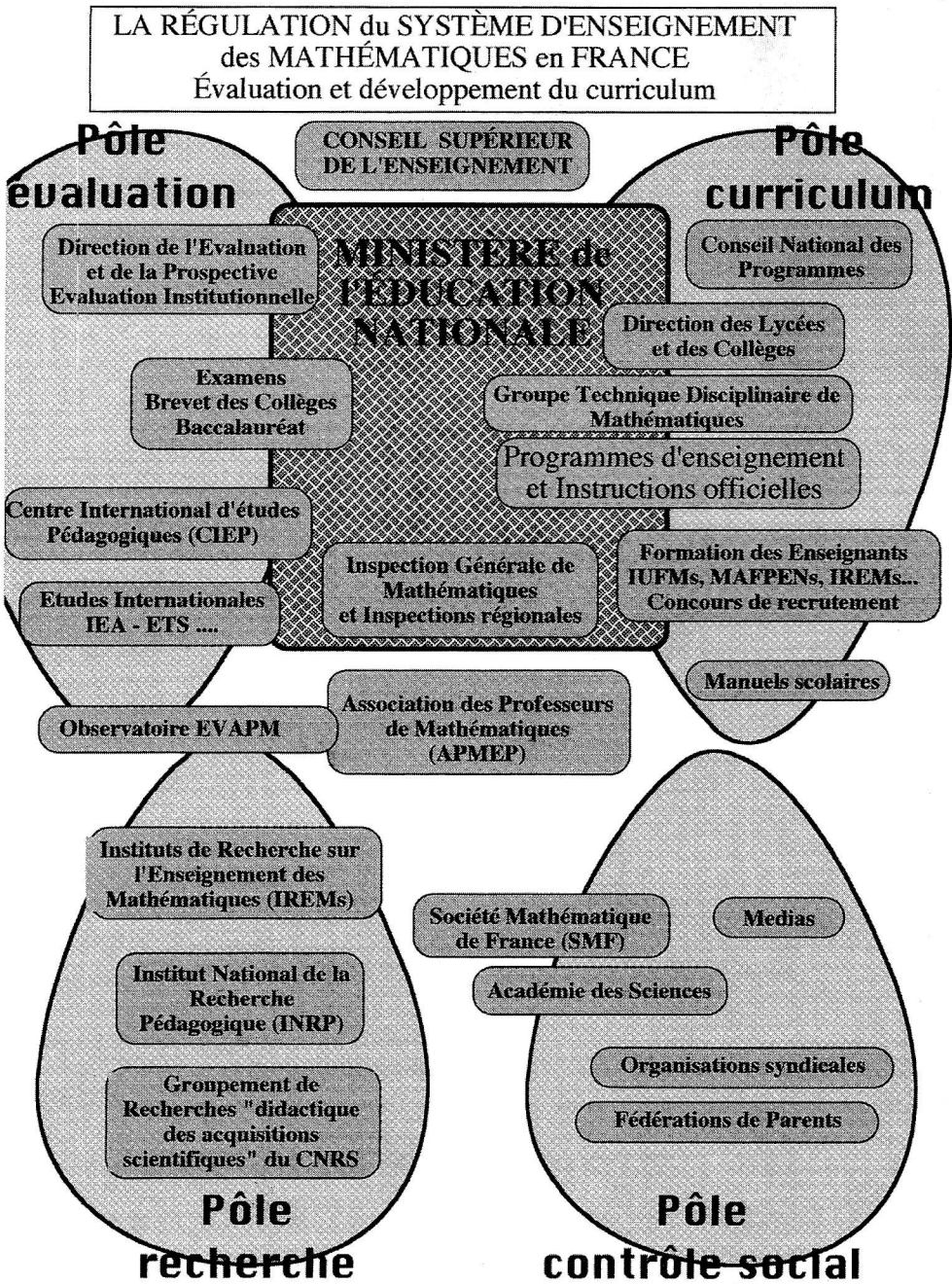
Les brochures EVAPM de l'APMEP

Ces brochures contiennent les épreuves, les résultats et les analyses des évaluations des programmes de mathématiques menées par l'APMEP (BODIN. A., et All)

- EVAPM6/87 Évaluation fin de Sixième 1987 (Paris 1987)
- EVAPM5/88 Évaluation fin de Cinquième 1988 (Paris 1988)
- EVAPM4/89 Évaluation fin de Quatrième 1989 (Paris 1989)
- EVAPM3/90 Évaluation fin de Troisième 1990 (Paris 1990)
- EVAPM6/89-5/90 Compléments 1991 des évaluations Sixième et Cinquième
- EVAPM2/91 Évaluation du programme de Seconde 1991 (Paris 1991)
- EVAPM1/93 Evaluation fin de Première 1993

Le fascicule 1 d'EVAPM1/93 (168 pages) est constitué des documents utilisés pour l'évaluation (dossier professeur).

Le fascicule 2 (192 pages), publié en 1994, contient les résultats et les analyses.



Pointu ! . . . l'après bac ?

Jean AYMES-Montauban

«Voyez toute la difficulté : on ne peut pas d'abord construire le rapport au savoir et ensuite enseigner, ce serait contradictoire. Nous devons donc construire un rapport au savoir qui n'est plus donné immédiatement chez les jeunes que nous accueillons, dans l'acte même où nous enseignons.»

Bernard CHARLOT

Les participants ont activement contribué à faire de l'atelier un moment d'échanges et de confrontations sur la question de la liaison lycée - post bac vis à vis de l'enseignement scientifique. 32 sont professeurs de lycée et enseignent à des niveaux divers de la seconde à la terminale, parmi eux trois enseignent en B.T.S. et un assure des Travaux Dirigés en DEUG; 3 professeurs de collège; 2 professeurs en I.U.T.; 3 professeurs en classe préparatoire (H.E.C., Math Sup ou Math Spé.); 2 sont universitaires (DEUG A, Magistère de Math et préparation à l'Agrégation) et 3 sont professeurs en Ecole d'Ingénieur.

Laissant délibérément de côté les aspects liés à la récente mise en place de la Rénovation des Lycées (particulièrement l'introduction d'enseignements de spécialité en Terminale), l'atelier a été principalement consacré à présenter un état des difficultés de l'insertion des lycéens dans les études supérieures scientifiques telles qu'elles apparaissent tout particulièrement après enquête auprès d'anciens lycéens. On a ensuite tenté de dégager des possibilités d'action. Elles sont bien entendu induites par l'angle de réflexion adopté : en se centrant presque exclusivement sur l'action des professeurs auprès du groupe de jeunes dont ils assurent la formation, elles n'abordent pas d'autres possibilités plus fortement liées, par exemple, à l'organisation. On peut, à ce propos, consulter les compte-rendus d'atelier publiés dans le PLOT après les Journées Nationales A.P.M.E.P. de LYON, STRASBOURG et POITIERS. (cf bon de commande page 48)

Trois temps d'activité ont été distingués:

- un bref moment pour que chaque participant informe un questionnaire;
- l'examen de réponses d'anciens lycéens à une enquête;



- une discussion sur quelques propositions de type pédagogique pour aider les jeunes à mieux s'insérer dans les études supérieures scientifiques.

Dans «Wolfgang, tu feras informatique!»
La Découverte
Le Monde

Questionnaire aux participants

Ce compte-rendu est l'occasion d'en proposer un court bilan a posteriori.

Insertion des lycéens dans les études supérieures scientifiques

Indiquez le genre (lycée ou post-bac) et la filière où vous enseignez.

- 1- D'après vous qu'est-ce qui caractérise le mieux la difficulté d'insertion des lycéens dans les études supérieures scientifiques?
- 2- En ce qui concerne l'enseignement des mathématiques, en quoi estimez-vous qu'il y a rupture et/ou continuité entre l'enseignement au lycée et l'enseignement après le bac?
- 3- Dans quelle mesure vous paraît-il possible d'aider les jeunes:
 - dès le lycée ? Comment?
 - dans les premiers temps du post-bac? Comment?
- 4- Observations complémentaires

Des manques dans les pratiques professionnelles

Les réponses sont d'abord un regard sur les élèves.

- C'est d'abord une expression de manques. «Manque de culture mathématique, manque d'habitude du raisonnement, de l'effort», «manque d'autonomie dans le travail», «manque d'adaptabilité à un type d'enseignement différent», «manque d'habitude au travail personnel», «la difficulté de concentration», «ils ne savent pas se poser de questions».
- Un rapport au travail scolaire différent est souligné. «Rythme de travail, nécessité d'un travail personnel performant», «méthodes de travail», «travail personnel», «la quantité de travail demandée».
- Des aides sur lesquelles l'atelier a permis d'échanger paraissent possibles, mais cela semble «très difficile compte-tenu du nombre d'élèves en T.S., de l'hétérogénéité et des épreuves de bac».

Ensuite des observations sur l'organisation et le fonctionnement des enseignements.

«La rupture entre les programmes», «maths. modernes disparues au lycée, supposées connues à la fac, du moins en partie», une «différence de méthodes», «trop de différences dans les contenus, les exigences, les méthodes», l'abstraction qui n'apparaît qu'après le bac». Alors n'est-ce pas ainsi un fort révélateur de ces manques qu'on attribue premièrement aux élèves mais qui ont aussi d'autres causes ?

Les pratiques pédagogiques sont aussi évoquées.

Au lycée, on conseille de «cesser de donner les réponses dans l'énoncé» alors qu'après «le travail demandé n'est plus l'application directe du cours (recettes annales du bac)», en effet «jusqu'en terminale l'énoncé du problème posé est très directif, l'élève n'a pas à établir sa propre stratégie; à la suite de quoi il est désorienté devant le travail demandé en math. sup. par exemple; la nécessité de la démonstration

n'est guère mise en évidence avant le bac». Tout ce constat sur la façon de faire des mathématiques émane aussi bien des professeurs de lycée que du post bac. Les élèves ont des manques dont une des causes pourrait bien être attaquée par les enseignants eux-mêmes.

Les «discours très décourageants de certains enseignants les premiers jours (en prépa), en fac trop d'anonymat», ou «les enseignants du supérieur ne se tiennent pas toujours au courant des changements de programmes de terminale et du niveau des élèves», et encore «les enseignants ignorent parfois les contenus des programmes de terminale et s'appuient sur des connaissances que des élèves n'ont pas». On déplore «Bourbaki est encore trop présent en université». A travers ces avis, c'est la prise en charge des enseignements des premières années qui est mise en jeu : pour aider les jeunes étudiants à tirer le meilleur d'eux mêmes face aux objectifs de formation de ce nouveau cycle d'autres modes d'organisation de la relation pédagogique sont certainement nécessaires.

Quelques réponses d'élèves

Ce sont en fait d'anciens élèves de terminale C 91-92 qui ont répondu lors de l'enquête du printemps 93.

Ils étaient élèves en terminale au lycée Jules MICHELET de Montauban. Un questionnaire leur a été adressé au printemps de leur première année dans le post-bac. Voici quelques réponses à cinq des questions posées.

Votre réussite scolaire ?

Comment estimez-vous votre degré de réussite cette année? en comparaison de l'an passé?

L. (INSA): Moyen - médiocre ; bien moindre.

E. (HEC): Moins catastrophique que je ne l'avais pensé.

B. (PCEM): Je suis assez content de moi, mais je ne serai fixé qu'avec le classement, après la seconde partie du concours (juin). Je me sens plus sûr de moi cette année parce que je peux gérer mon travail comme je veux.

G. (DEUG A): Assez bon; meilleur.

C. (HEC): Ca peut aller; c'est tout à fait incomparable: il faut totalement revoir son échelle de valeur.

S. (HEC): Très moyen; ridiculement mauvais.

C. (DEUG A): Convenable sauf en informatique; presque identique. Les notes peuvent être très bonnes et très hautes.

R. (Math Sup): Pas terrible; le jour et la nuit.

C. (Math Sup): Très mauvais; chute de 10 points.

L. (Math Sup): Bon; incomparable. On n'est pas jugé aux notes, mais au classement par rapport à la classe.

C. (INSA): Très moyen; très décevant.

M. (DEUG A): Correct voir bon; meilleur.

J.L. (Math Sup): J'avais 15 en Math et 14 en Physique en TC, on enlève 10 points à chaque matière et voilà ma moyenne en Math et Physique.

K. (Deug S. Eco): J'ai eu peu de notes mais elles sont plutôt bonnes.

S. (INSA): Pas très bon, décevant ; pas beaucoup de comparaison; l'an dernier je n'avais pratiquement jamais eu au dessous de la moyenne (1 ou 2 9/20), cette année sur mes deux premières notes j'ai 7/20 de moyenne. Au début c'était dû au manque de travail mais même avec un certain travail c'est très dur.

N. (BTS Compta Gestion): Bon; bon bien que l'évaluation soit différente. En effet la majorité des matières est totalement nouvelle (ce qui est très bien).

*Qu'est-ce qui vous a mis en difficulté ?
la quantité de travail ?
le rythme de travail personnel à fournir ?*

B. (DEUG A): Je pense que le S1 n'est pas un semestre difficile à condition de travailler régulièrement et comme le dit notre directeur ne pas «se perdre dans nos libertés».

E. (HEC): Le rythme est très soutenu (6 à 7 heures par jour) et pourtant on a toujours l'impression de ne pas en faire assez.

L. (Math Sup): C'est sûr que la quantité de travail est vingt fois plus importante que l'année dernière mais bien vite on en arrive à classer par ordre d'importance et négliger une grande quantité de travail demandé.

G. (DEUG A): Non on ne fait seulement que ce que l'on veut. Ceux qui veulent tout faire eux sont en difficulté.

R. (Math Sup): Pas vraiment, je m'attendais au changement.

C. (Math Sup): Oui c'est la principale difficulté.

L. (Math Sup): Non c'est largement faisable.

C. (INSA): Oui, en période de contrôles notamment.

*Qu'est-ce qui vous a le plus surpris ?
la forme des cours? l'attitude des professeurs?*

K. (DEUG S. Eco): Oui pour ceux de math et de droit où l'on ne fait que copier.

L. (Math Sup): Quasiment aucune différence.

R. (Math Sup): Non, presque comme au lycée; assez. Ils se fichent un peu des élèves «à la traîne».

C. (DEUG A): Oui mais dans un sens positif car jusqu'à maintenant les cours sont assez clairs et bien structurés; les profs que l'on a en cours sont plutôt froids. Ils récitent leur cours sans savoir si on comprend ou pas. Par contre en TD, le contact prof-étudiant est beaucoup mieux établi.

C. (Math Sup): La structure du cours est la même (classe de 30-40 élèves) mais le contenu est bien plus difficile car théorique; ils sont pour la plupart élitistes, très exigeants vis à vis du travail des élèves, le rythme du cours est aussi très élevé.

L. (Math Sup): La même qu'au lycée; très peu communicatifs.

B. (DEUG A): Je trouve que contrairement à ce qui est dit les profs sont à l'écoute des élèves, ceux qui posent une question obtiennent une réponse; de toute façon, il faut profiter des TD pour éclaircir les points obscurs. Ne vous attendez pas en cours à ce que le prof passe dans les rangs pour voir si vous avez compris, il a le nez collé au tableau et écrit à toute allure. Par contre certains n'hésitent pas à aller le voir à la fin de l'heure et il prend le temps de s'expliquer. Il ne faut surtout pas se laisser abattre, il existe aussi des livres bien faits à la bibliothèque.

*Qu'est-ce qui vous a le plus surpris ?
le contenu des cours ?*

B. (DEUG A): Beaucoup plus de démonstrations. Les cours en S2 sont de la forme: proposition, démonstration.

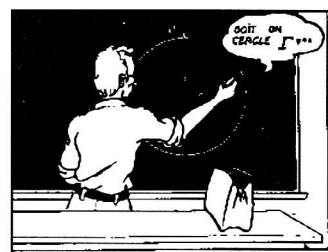
L. (INSA): Très théorique; manque de rigueur en math (de la part des profs) c'est déconcertant.

L. (Math Sup): différence énorme, de taille: en math tout est démontré rien ou presque n'est laissé au hasard et souvent tout est bien abstrait.

G. (DEUG A): Non.

Dessins de Joël DOUDOUX

Brochure APMEP n°70 «Ces problèmes qui font les mathématiques»



C. (Math Sup): Ils sont souvent théoriques (surtout en math) donc difficultés à se concrétiser dans la tête. Il y a aussi une grande quantité de théorèmes à savoir pour bâtir des raisonnements.

J.L. (Math Sup): très approfondis, on fait même avec notre prof du programme de spé (séries numériques, séries de fonctions).

S. (HEC): Certes on démontre tout en maths, on ne fait qu'1 à 2 heures d'exos.

Avec votre expérience actuelle, essayez de dire ce que vous estimez nécessaire au lycée pour mieux réussir les études que vous suivez?

B. (DEUG A): Il est nécessaire de s'organiser dans son travail.

L. (INSA): Une théorie plus subtile pour acquérir les vrais mécanismes scientifiques; resituer le programme de maths (plus abstrait); éviter de faire 50 fois les mêmes exos (la science n'est pas une vulgaire répétition, il faut créer).

E. (HEC): Je pense qu'il ne faut négliger aucune matière, même quand les maths deviennent envahissants.

L. (Math SUP): Ne pas négliger l'anglais, suivre particulièrement les maths (aurais-je dit cela un an auparavant?) et surtout noter les méthodes, les astuces de votre prof de math préféré (ce que je n'ai naturellement pas fait et je m'en mords les doigts).

L. (HEC): S'intéresser beaucoup plus à l'actualité, s'interroger continuellement.

G. (DEUG A): Plus d'exercices de recherche personnelle et moins d'exercices stéréotypés.

R. (Math Sup): S'habituer à travailler régulièrement, faire de bons choix au niveau des options en particulier. Je suis content d'avoir fait de l'histoire/géo ou de la biologie avant de ne plus m'occuper que de math et de physique.

C. (DEUG A): Le lycée devrait diversifier ses méthodes de travail et notamment donner plus d'autonomie aux élèves car à la faculté personne ne vous dit rien, il faut se débrouiller.

C. (Math Sup): Acquérir de bonnes méthodes de travail (rapidité); faire un peu d'algèbre; être bon pour faire une bonne prépa (!).

L. (Math Sup): La volonté de travailler et d'approfondir au mieux le programme (par des démonstrations) et un peu d'anticipation.

J.L. (Math Sup): Il faut au maximum dans

les matières scientifiques approfondir les cours même si on sort du programme. Raisonner un maximum dans le cas général et essayer déjà de pousser les élèves à raisonner dans l'abstrait.

L. (DEUG A): Bûcher un minimum, surtout en maths, pour acquérir de bonnes bases (mais pas trop, c'est pas la peine: il y a surtout du nouveau en DEUG).

M. (DEUG A): Apprendre à gérer son travail et le combiner au mieux avec les loisirs.

S. (HEC): Il faut être très motivé. Je suis sûr que l'on peut réussir dans cette voie grâce à ce seul facteur.

S. (DEUG S. Eco.): Rien de nécessaire pour ma filière et selon mon avis.

K. (DEUG S. Eco.): Travailler régulièrement.

Ruptures

Cette enquête interroge les étudiants sur leur cursus, leur vie étudiante, leur insertion dans les études supérieures, leur projet, leurs jugements sur les études secondaires, les conseils qu'ils donneraient à un futur étudiant... Elle a été adressée durant 4 années successives aux anciens élèves de la division de terminale C dont j'avais la charge au lycée Jules Michelet de Montauban. Le compte-rendu de l'atelier des Journées Nationales 93 a développé tout l'usage possible des réponses pour tenter d'infléchir les représentations des lycéens sur les études supérieures. Dans son mémoire de maîtrise, Nicole FROMENT en a analysé quelques aspects (voir bibliographie).

Dans ce lycée, les élèves de terminale C optent pour les études universitaires scientifiques (DEUG A), les classes préparatoires, les INSA ou quelques écoles d'ingénieurs recrutant des bacheliers, les STS ou les IUT, parfois les études médicales et rarement mais régulièrement des études littéraires (université de lettres, lettres supérieures, droit).

Année après année, les résultats de ces enquêtes successives m'ont amené à faire des constats que je crois assez transférables à d'autres contextes d'établissements... peut être à d'autres filières.

Pour ce qui concerne l'insertion des lycéens dans les études supérieures (tout particulièrement les études supérieures scientifiques), je constate trois ruptures fortement productrices d'échec:

• une **rupture conceptuelle** très difficile à surmonter pour des élèves qui ont suivi un enseignement en lycée conforme aux programmes de mathématiques dans leur lettre et leur esprit. Les jeunes étudiants sont terriblement surpris par le caractère soudainement très formel de l'enseignement qui leur est proposé. Il ne s'agit pas de ce qu'il est normalement convenu de rencontrer lorsqu'on change d'ordre d'enseignement. Les jeunes étudiants savent qu'on va exiger d'eux de nouvelles compétences... ils le souhaitent même. Il s'agit d'autre chose... que j'estime être un «dérageage». Depuis quelques années les programmes de mathématiques en lycée sont devenus moins formels. Leur caractère normatif est mal pris en compte après le baccalauréat, de ce fait les enseignements post-bac sont peu reliés aux apprentissages antérieurs. Du coup, peut-on aider efficacement les jeunes étudiants à entrer dans une conception plus abstraite des mathématiques aussi bien en terminale qu'au début des études supérieures?

Cette rupture est aggravée par une dérive qui se dessine par la force des choses dans les lycées: les missions formatrices du lycée se doivent de coordonner la visée d'une réussite au baccalauréat et la formation de l'élève en vue des poursuites d'études. Or cette coordination s'efface souvent au bénéfice exclusif de l'un de ces deux pôles; cela peut dépendre des classes, des professeurs, des établissements.

• une **rupture immédiate** en matière d'évaluation... puis d'estime de soi: en prépa «c'est la chute de dix points» comme disent des réponses à l'enquête. Pour des élèves réputés «bons» eu égard aux critères en vigueur au lycée... le choc est rude. Pour un jeune, perdre toute estime de soi comme c'est parfois le cas... peut conduire à un abandon. Est-ce encore contribuer à favoriser l'accès aux formations scientifiques tant prôné par ailleurs?

Peu d'enseignants de classe préparatoire mettent en place des dispositifs d'adaptation progressive au nouveau mode d'évaluation induit par la perspective de préparation à un concours.

• une **rupture dans le rapport au travail scolaire**: à un travail scolaire très accompagné, dans des cadres connus, comme il l'est normalement au lycée succèdent d'autres formes; que ce soit en prépa où les

élèves sont débordés par la quantité de travail mais bien suivis par leurs professeurs ou en fac où ils sont très peu suivis jusqu'à croire qu'il n'y a pas de travail personnel... tant que la période des partiels n'est pas en vue!

Là aussi des formes d'aide seraient à développer.

Aides ?

Ces aides, les participants les envisagent dans leurs réponses au questionnaire de départ. La plupart ont été discutées durant l'atelier en donnant la priorité au champ pédagogique, c'est à dire à des possibilités que le professeur peut normalement envisager dans la classe. Ceci ne conduit pas à oublier d'autres aspects comme organisation des enseignements, moyens, ... mais ils ne sont pas le propos ici.



Anticipations des contenus

La question des anticipations de contenus dès le lycée est peu revendiquée par les élèves. Du côté des professeurs: «ne pas refuser de dépasser le programme (si nécessaire)», «un peu d'algèbre au lycée serait utile», dès le lycée «un peu de logique, de théorie des ensembles» expriment un point de vue qui réinterroge le statut des programmes. Font-ils règle commune et partagée par tous? Et en quoi? S'agit-il encore d'un besoin «d'adapter les programmes du post-bac à ceux des lycées»? Ou bien s'agit-il d'une gestion «libérale» des programmes?

Or la diversité des perspectives de formation à l'entrée de l'enseignement supérieur tend à rendre réellement inopérante une anticipation de contenus des programmes de post-bac. Il y a de fait trop à anticiper pour satisfaire la diversité des

Dessin de Joël DOUDOUX

Brochure APMEP n°70

«Ces problèmes qui font les mathématiques»

Formulez,
Conjecturez,
Expérimentez,
Validez!

attentes. Alors, comme le souligne un professeur, «faire (peut-être) quelques activités hors programme

(mais pas nécessairement de niveau math-sup !) pour ouvrir les élèves à ce que sont réellement les maths. (par exemple ce qu'est la recherche)» est une piste plus à même d'apporter réponse à la complexité de l'obstacle. Cette personne poursuit en soulignant toute l'importance de «mettre un peu plus l'accent sur le cours : il faut qu'ils l'apprennent et pas seule-

ment savoir faire les exercices type bac». Ce qui n'est peut-être pas en contradiction avec cette suggestion d'un autre participant pour une aide dans les premiers temps du post-bac : «commencer par un cours de logique et leur montrer qu'en utilisant leur bon sens et leur réflexion, ils y arrivent mieux qu'en utilisant leur mémoire». Le développement des compétences logiques et méthodiques passe-t-il nécessairement par un cours ? N'est-il pas en fait le propos normal de l'activité mathématique ?

L'esprit de recherche

La promotion de l'esprit de recherche. «Cesser de donner les réponses dans l'énoncé» comme déjà cité, «les préparer davantage à la recherche de problèmes», «en sortant de temps en temps des problèmes type bac, en proposant des activités qui impliquent l'initiative des élèves» sont des préoccupations qu'on peut mettre tout à fait en œuvre avec les programmes actuels. Quelques exemples ont été produits dans les documents distribués lors de l'atelier, ils voulaient illustrer les huit moments de l'activité mathématique énumérés par les programmes de lycée : formuler un problème, conjecturer un résultat, expérimenter sur des exemples, bâtir une démonstration, mettre en œuvre des outils théoriques, mettre en forme une solution, contrôler les résultats obtenus, évaluer leur pertinence au regard du problème posé. Sont-ils suffisamment activés en classe ?

C'est encore en enrichissant leur «méthodologie», «en leur apprenant à donner du sens» qu'on aide les élèves.

Autres positionnements

D'autres positionnements de l'élève : «Rendre l'élève autonome, lui apprendre à se poser des questions», «avec le temps, ce qui est de moins en moins le cas en leur apprenant à être plus autonomes (utilisation de manuels)», «apprendre à tra-

vailler à plusieurs», par «tutorat par des élèves plus vieux (en cours dans certaines facs)», «encadrement en petits groupes de T.D.».

«Si pour un étudiant (le plus souvent passif en cours), l'on crée des conditions favorables (faire un exposé, conduire un projet, participer à un débat), alors il montre un intérêt et une ténacité dans le travail, insoupçonnables dans son comportement usuel». (Rapport DA CUNHA, juin 1989).

La relation enseignant-enseigné

La relation enseignant-enseigné est réinterrogée. «Faire en sorte que les enseignants de fac s'intéressent davantage d'une part à l'enseignement (ils ne pensent qu'à la recherche), d'autre part à ce que les élèves ont appris au lycée», «en respectant le niveau des élèves arrivant en post-bac», «tenir un peu compte de leur savoir et de leur savoir faire», aussi «prise en compte par les enseignants (du supérieur) de la réalité de leurs connaissances» ne sont pas, comme on pourrait le croire, exclusivement des propos de professeurs du second degré... animés d'une idée de recherche facile de boucs émissaires. La «massification» de l'enseignement secondaire produisant désormais ses effets sur le post-bac, d'autres types de prise en charge des nouveaux étudiants sont certainement à envisager. Ainsi «en supprimant la séparation cours-T.D.», «avoir une période d'aide par exemple dans un premier trimestre universitaire».



Action collective

Animer la question pédagogique à l'échelle académique autour de ce thème de la liaison lycée-post bac devient un vrai besoin. Sans cela seraient vains les objectifs d'une augmentation du nombre de jeunes formés dans la filière scientifique. Ils sont pourtant réaffirmés dans les derniers programmes de terminale au début de leur exposé des motifs. Or de nombreuses pistes de réflexion pourraient être offertes :

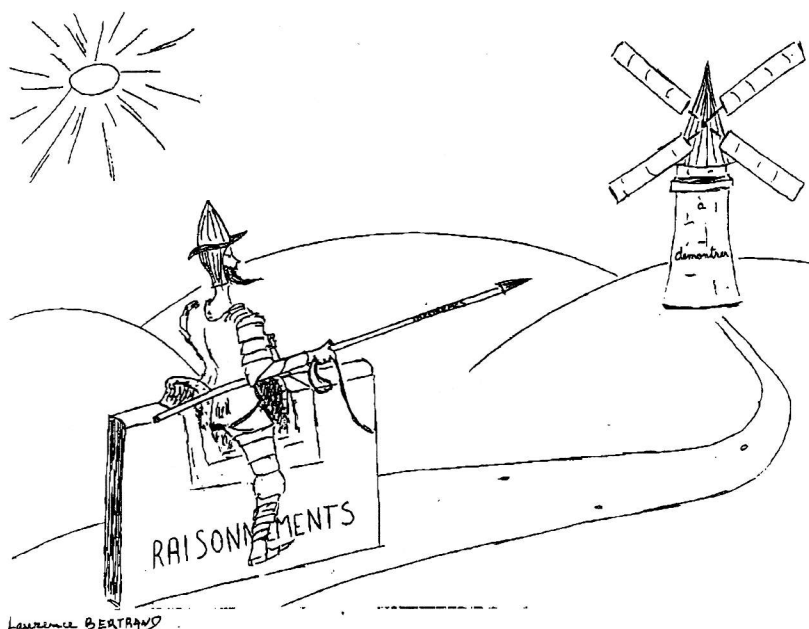
- **renforcer l'information** . . . notamment sur les programmes de lycée pour que les récentes évolutions soient mieux prises en compte. En outre les professeurs de lycée ont aussi à connaître les efforts d'adaptation faits dans le post bac.

- **imaginer et faire vivre** des moyens de communication entre enseignants : tant sur le devenir des élèves en termes de flux et de débouchés que sur les questions plus spécifiquement pédagogiques pour des adaptations mieux conscientes en échangeant notamment sur les exigences ou les attentes. Car au delà du programme, la manière de le traiter et les pratiques usuelles comptent beaucoup.

- **les progressions, les évaluations** peuvent faire l'objet de véritables actions de formation. Au lycée pour varier les objectifs visés, les formes (durées, fréquence, rôles), les contenus de ces évaluations ; après le baccalauréat pour oser explorer d'autres procédures plus aptes à insérer les jeunes étudiants dans les voies de formation nouvelles (initier à l'évaluation de type concours, apprendre à s'auto-évaluer selon que l'on est en prépa ou en fac). On peut mieux prendre appui sur les acquis du lycée pour donner sens aux concepts nouveaux du post bac car la formation secondaire est consistante et cohérente. En cela tout un jeu de raccords et de ruptures est possible: raccord avec les savoirs anciens et ruptures pour une construction de concepts vis à vis de problèmes à résoudre.

- **donner du sens aux études** tout particulièrement pour libérer la formation d'un enfermement trop étroit sur le baccalauréat et aussi tenter d'agir sur les représentations des lycéens sur les études post bac. L'enquête auprès des anciens élèves, utilisée en classe, a particulièrement été utile à cet égard.

- **l'activité mathématique** est toujours à remettre en question pour la rendre plus authentique . . . avec tout le rôle des pro-



blèmes justement ! Avoir à chercher joue un rôle formateur . . . la «fin de l'abstraction», selon un mot malheureux d'un Bulletin Officiel récent n'est donc vraiment pas à l'ordre du jour !

Agir pour une prise de conscience . . . sur le «système» pour faire mieux comprendre son fonctionnement et quelques unes de ses dérives :

- la notion de programme scolaire est un gage d'équité indispensable : elle ne peut être dévoyée sans le risque de graves injustices. A terme l'articulation des contenus des enseignements au lycée et dans le post bac (avec un pluriel !) ne saurait procéder d'adaptations résultant de décisions individuelles et hétéroclites sans que soit entamé le principe de l'égalité des chances.

- une «course à la performance» tend à se développer dans certains établissements. Comme ils semblent prioritairement préoccupés de leur image de marque . . . d'autant qu'on la mesure avec des indicateurs biaisés tels le pourcentage de reçus au bac ou autres . . . ils risquent d'aggraver encore un fonctionnement inégalitaire. Ne sera-t-il pas, par exemple, particulièrement utile d'examiner les mises en oeuvre des enseignements de spécialité en terminale durant les années à venir ? Les formes d'organisation adoptées vont-elles réellement concourir à la «formation d'un plus grand nombre de jeunes dans la filière scientifique» ?

- la «consommation d'école» est un travers

Dessin de Laurence
BERTRAND, élève en
terminale C

qui atteint la mentalité des élèves, comme la sociologie de l'éducation nous le signale. Ce qu'en dit Bernard CHARLOT à propos des élèves des « lycées de banlieues » est peut-être un peu généralisable, y compris à des élèves dont on dit qu'ils ne sont pas scolairement défavorisés : « Dans la logique de ces jeunes, il faut aller le plus loin possible pour avoir un bon métier. Cela ne veut pas dire qu'il faille aller très longtemps à l'école parce que l'on aura beaucoup de savoir, donc un bon métier. Le raisonnement implicite n'est pas celui-là mais : « Il faut survivre le plus longtemps possible, il faut passer, passer, passer le plus loin possible, et si je suis passé très loin et très longtemps, on me donnera, en quelque sorte de droit, un bon « métier » sans référence au savoir lui-même.

Nous sommes là dans un rapport à l'école, au savoir et au métier qui est, au choix, imaginaire, magique ou réaliste. C'est imaginaire parce que l'activité intellectuelle ne fait pas sens en tant que telle, l'idée de savoir ne fait pas sens en tant que telle, mais l'activité professionnelle est, elle aussi, méconnue, elle ne fait sens que par son statut, son niveau. »

Un défi ?

Tentons de conclure avec Bernard CHARLOT : « Cette contradiction forte entre démocratisation et élite traverse actuellement notre enseignement secondaire. Dès lors que l'on ouvre l'enseignement secondaire à tous, la sélection ne se fait plus avant d'entrer en sixième, elle se fait à travers des répartitions dans différentes filières, options ou autres, au cours même du cur-



sus d'enseignement secondaire. Et dès que vous ouvrez un nouveau passage, la contradiction sociale la plus forte porte sur ce pas-

sage. La zone des tempêtes des années 60 est le collège qui vient d'être démocratisé; la zone des tempêtes actuelle tend à devenir le lycée et tout particulièrement une classe, la seconde, qui est, au choix, le maillon faible ou le maillon fort. Maillon faible puisqu'elle subit les contradictions le plus fortes, maillon fort puisqu'elle tient. La zone des tempêtes est actuellement le lycée et est en train d'atteindre le premier cycle des universités. La zone des tempêtes du système scolaire est celle qui vient de se démocratiser. »

L'enjeu de la formation d'un plus grand nombre de jeunes vaut bien la peine qu'on essaie de tenir ensemble au moins trois visées : améliorer la formation scientifique par l'activité mathématique dans la classe, développer l'envie d'apprendre et la culture scientifique, oser les aménagements de structure pour des prises en charge plus efficaces. □

Alors l'après bac serait un peu moins . . . pointu !

Pour aller plus loin

- FROMENT Nicole, La transition terminale scientifique / études supérieures, Mémoire de Maîtrise de Sciences de L'Education, Université de TOULOUSE - Le MIRAIL, septembre 1994
- CHARLOT Bernard, conférence au Colloque de l'AFAE, 11-12-13 mars 1994, Administration et Education 1994, n° 3
- AYMES Jean, Accompagner le projet personnel de l'élève en classe, Brochure, Lycée Jules Michelet de MONTAUBAN
- GIROD de l'AIN Bertrand, Le cursus universitaire de mathématiques: une espèce en voie de disparition en France ? Article dans Revue Politiques et Management Public, Volume 12 n° 2, juin 1994
- Avec Emile BOREL 1871-1956, du lycéen au scientifique, Brochure d'activités, terminale C2 du lycée Jules Michelet de MONTAUBAN, 1992.
- Et les PLOT des années 94, 93, P92 et 91



L'enseignement des maths vu par les profs de ... maths !

Marc BAILLEUL - Cambes en Plaine (14)

Les représentations de l'enseignement des mathématiques chez des enseignants de cette discipline au collège et au lycée.

Lorsque nous sommes en formation continue, dans le cadre de stages MAFPEN par exemple, ne sommes-nous pas, nous, enseignants de mathématiques, aussi différents les uns des autres que ne le sont nos élèves ?

«Profs de maths», bien sûr, mais avec des histoires différentes, avec des connaissances différentes, avec des attentes différentes, avec des engagements différents. Au moment où tout nous incite, institutionnellement, à prendre en compte les individus-élèves qui sont devant nous dans nos classes et non un «individu générique moyen», le formateur d'enseignants, à quelque niveau qu'il intervienne, mais peut-être encore plus dans le cas de la formation continue, ne doit-il pas, lui aussi, se poser la question de ces différences ?

La formation continue

La fonction de la formation continue est de contribuer à l'adaptation des personnels aux savoirs et aux publics qui évoluent. Depuis 1974, bien des changements ont eu lieu, et pas seulement de ministres ! Des ruptures se sont produites. L'expression «enseigner les mathématiques» a-t-elle le même sens, maintenant qu'il y a vingt ans ? Institutionnellement, idéalement, socialement, individuellement ? Je pense qu'on peut avancer une réponse négative à cette question. Il suffit d'écouter les conversations dans les salles des professeurs pour s'en convaincre. Le formateur d'enseignants que je suis s'est intéressé, non pas à l'évolution des représentations de l'expression «enseigner les mathématiques», mais plus modestement à essayer de les identifier, en 1993, pour l'aider à mieux cerner la diversité évoquée plus haut et tenter de s'adapter, dans les actions de formation qu'il était amené à conduire, au public d'enseignants qui s'y était inscrit dans le cadre des plans académiques successifs.

Je qualifierai volontiers cette recherche d'exploratoire tant il est vrai que, si on admet généralement assez facilement que cette question des représentations de l'enseignement chez les enseignants est fondamentale dans la formation, on ne dispose encore que de peu de travaux en langue française sur ce thème, tout au moins concernant l'enseignement des mathématiques. Il convient toutefois de signaler ceux de A. Robert et J. Robinet à Paris VII et ceux de l'équipe de Grenoble autour de C. Comiti pour l'enseignement dans le secondaire et ceux de P. Tavignot pour les professeurs des écoles.

Une présentation en 5 temps

Il est construit en cinq temps. Le premier est plutôt une «mise en route», une sensibilisation au thème des représentations de l'enseignement à travers une activité de production à partir de termes inducteurs. Dans le deuxième, je présenterai la méthodologie employée, les outils mathématiques de traitement de données et un exemple de résultat. Le troisième temps sera l'occasion pour les participants de s'essayer à l'interprétation de graphes implicatifs. Dans le quatrième temps, nous nous pencherons sur les différences collège-lycée et le cinquième et dernier temps sera celui de l'échange autour de ce parcours dont je ne prétends pas qu'il soit le seul possible au «pays» des représentations de l'enseignement des mathématiques.

La méthodologie

Dans le cadre de ce document de présentation, je ne vais pas développer le premier point. La méthodologie de recueil de données et le traitement de ces données vont donc faire l'objet de ce paragraphe. Dans le champ de la psychologie sociale, les représentations sociales sont le

théorique	
symbolique	
concret	
motivant	
lassant	
socialisé	
individuel	
difficile	
utile	
ouvert	

faire	
parler	
écrire	
raisonner	
structurer	
savoir	
imaginer	
douter	
appliquer	
résoudre	

plus souvent étudiées à partir d'entretiens semi-dirigés ou de textes libres. On y emploie aussi des questionnaires, longs dans la majorité des cas. Dans le contexte d'origine de la recherche que j'ai menée, ces techniques se seraient avérées trop «chronophages». C'est pourquoi j'ai retenu la technique de l'association ordonnée de mots dans un corpus proposé.

Les gestes professionnels

Le premier problème est celui du choix des mots à proposer dans ce corpus. Où trouver ces termes destinés à caractériser l'enseignement des mathématiques et comment les choisir ?

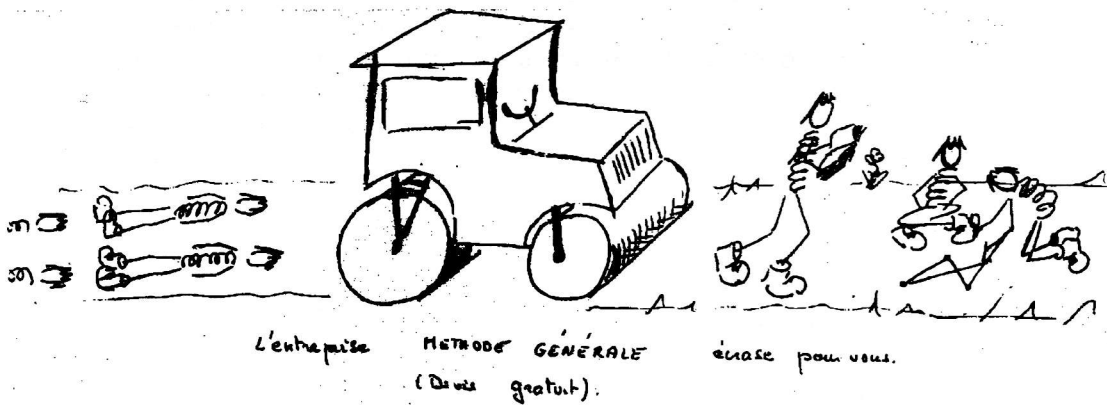
Dans la problématique qui était la mienne, celle d'une plus grande efficacité de la formation, c'est vers les «gestes professionnels» (Chevallard, 1990) que j'ai voulu orienter mon investigation : ceux que fait l'enseignant et ceux qu'il fait faire aux élèves, en particulier ceux qui dépendent de la nature du rapport au savoir (Chevallard, 1989) qu'entretiennent le professeur et les élèves. J'ai donc choisi des mots qui permettaient de caractériser ces gestes professionnels et ce rapport au savoir. Ils ont été inspirés par des lectures de propos de

mathématiciens (Nimier, 1989), mon expérience de formateur et les échanges à l'occasion de stages, mon expérience d'enseignant et les «échanges de salles des profs». Les mots ont été choisis avec des statuts grammaticaux différents pour pouvoir donner l'occasion aux personnes qui rempliraient le questionnaire d'émettre des jugements (adjectifs) et de caractériser leurs visions de l'enseignement en termes d'actions (verbes) ou de références «emblématiques» (substantifs). C'est ainsi qu'a pris corps le tableau ci contre.

D'où parlez-vous ?

Porter un regard sur l'enseignement des mathématiques dépend du point de vue que l'on adopte, c'est pourquoi il a été proposé aux enseignants auxquels ce questionnaire a été envoyé de positionner leurs choix dans quatre tableaux presque identiques mais dont seul le titre variait, en considérant :

- leur propre enseignement des mathématiques,
- leur idéal de l'enseignement des mathématiques,
- l'enseignement des mathématiques tel qu'ils le peçoivent autour d'eux,
- l'enseignement des mathématiques tel qu'ils pensent que l'Institution l'attend d'eux.



La consigne qui accompagnait ces tableaux était la suivante : «Pour caractériser l'enseignement des mathématiques en se plaçant dans chacun des quatre points de vue proposés, choisissez, pour chacun des quatre tableaux, trois mots exactement par colonne que vous ordonnez de 1 (celui auquel vous accordez la plus grande importance) à 3.»

L'hypothèse qui sous-tend ce choix méthodologique est la suivante : c'est à travers la concomitance des choix de mots et de leurs ordonnancements que se révélera le sens de ces choix.

Près d'une centaine de questionnaires exploitables ont été recueillis. Il faut noter, pour ce qui concerne les lycées, que seuls des collègues de lycées classiques ou techniques ont été contactés.

Quel traitement pour les données ?

Voulant m'intéresser à l'organisation des choix de mots et à l'éventuelle structuration qui se dégagerait de ces choix, il fallait disposer d'un outil d'analyse de données qui privilégie le caractère dissymétrique des liens qui peuvent exister entre deux variables. L'analyse statistique implicative m'est apparue comme un outil tout à fait approprié à cet objectif car permettant de construire des graphes orientés mettant en évidence cette structuration.

Pour des compléments mathématiques concernant l'analyse statistique implicative on pourra consulter [Gras, Larher, 1992 ; Larher, 1992 ; Bailleul, Gras, 1995; Bailleul, 1994]

Un exemple de «résultat»

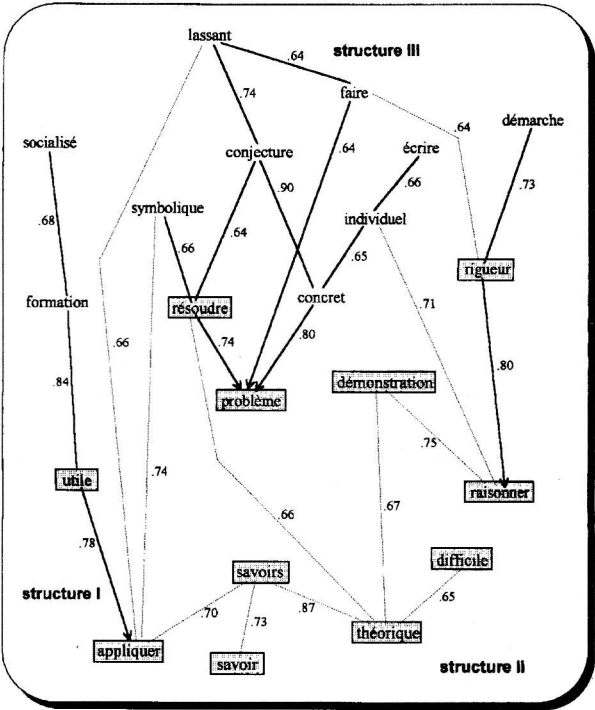
Le graphe que nous allons examiner ici est celui du point de vue «AUTOUR-LYCEE», l'enseignement des mathématiques tel que les enseignants de lycée le perçoivent autour d'eux, à travers leurs enfants, les discussions avec les collègues et même leurs propres souvenirs.

Il faut noter que quelques collègues (environ 5 %) se sont refusés à adopter ce point de vue.

socialisé ———> formation ———>
utile ———> appliquer

Je considère le chemin ci-contre comme une structure à lui tout seul tellement il est bien isolé du reste du graphe. Les mathématiques en tant que telles forment un objet fortement socialisé - en ce sens que tout le monde est convaincu qu'elles sont partout présentes- et qui occupe une place privilégiée dans le conscient et l'inconscient d'une société technologiquement avancée. Il s'ensuit une importante demande sociale de formation aux mathématiques qui échoit au système enseignant, formation qui doit être utile, au sens de la société, utilité qui sera jugée à l'aune de l'applicabilité des savoirs mathématiques enseignés. Ne peut-on déceler ici trace du débat qui divise les enseignants de mathématiques depuis de nombreuses années, opposant les tenants d'un enseignement des mathématiques «pures» aux tenants d'un enseignement de mathématiques «de service» ?

rigueur	
démonstration	
conjecture	
science	
savoirs	
jeu	
plaisir	
problème	
démarche	
formation	



Graphe implicatif construit sur les données du fichier AUTOUR-LYCEE

Maths pures ou maths de service ?

Je crois qu'on peut voir dans cette structure II, dans laquelle se trouvent d'ailleurs les trois mots qui ont les plus fortes occurrences dans ce graphe : «appliquer», «théorique» et «raisonner», un deuxième aspect de l'attente sociale par

rapport à l'enseignement des mathématiques, très fortement lié à l'image sociale des mathématiques elles-mêmes. Les mathématiques étant socialement perçues comme un ensemble théorique élaboré et stable dans lequel fonctionne un mode de raisonnement (le raisonnement mathématique dont l'image mythique est la démonstration), l'enseignement de cette discipline est perçu autour d'eux par les collègues qui ont répondu comme une réplique de ce fonctionnement interne des mathématiques, exercice par ailleurs jugé difficile [difficile > théorique].

Comme un malaise ?

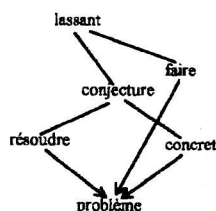
La structure III, que j'identifierai volontiers graphiquement à une sorte d'île coincée entre les deux autres structures, révèle à mon avis, ce que certains collègues perçoivent comme malaise dans l'enseignement des mathématiques actuellement autour d'eux, mais n'oublions pas qu'ils appartiennent à cet «autour».

Partant du constat que l'enseignement des mathématiques est actuellement lassant (peut-être dans son côté répétitif et application : [lassant → appliquer]), on peut penser que les collègues portant un regard sur ce qu'ils perçoivent autour d'eux y décèlent quelques pistes pour sortir de cet état de fait. Pour «faire faire des maths» aux

élèves, pour les faire conjecturer sur du concret (au sens premier du terme mais aussi au sens de ce que je peux toucher, appréhender, ce qui est devenu un outil pour moi, même s'il s'agit d'une notion mathématique - cf. dialectique outil-objet de R. Douady), pour qu'ils résolvent, alors il appartient aux enseignants de leur proposer des problèmes adéquats.

Cette interprétation optimiste me semble renforcée par la contrapposée de [lassant → appliquer] : si on se contente pas d'appliquer les mathématiques, alors leur enseignement n'est pas lassant. Pour caractériser cette structure, je dirais volontiers qu'on trouve ici l'enseignant à la recherche de stratégies «motivantes», pour lui et pour les élèves.

D'autres graphes seront proposés à l'interprétation des participants à l'atelier, nous comparerons les structures obtenues en collège et en lycée pour les différents points de vue et nous évoquerons la question de la «responsabilité» des individus à l'apparition des phénomènes mis en évidence, évaluée du point de vue mathématique par la notion de «contribution des sujets». Une discussion ne manquera alors pas de s'engager concernant les étapes de la recherche, la validité des interprétations à mettre en rapport avec la réalité des enseignants et de la classe. □



Bibliographie

- BAILLEUL, M. (1994). Analyse statistique implicative : variables modales et contribution des individus. Application à la modélisation de l'enseignant dans le système didactique, Thèse de l'Université de Rennes I.
- BAILLEUL, M., GRAS, R. (1995). L'implication statistique entre variables modales, in Mathématiques et Sciences Humaines, à paraître.
- CHEVALLARD, Y. (1959). Le concept de rapport au savoir. Rapport personnel, rapport institutionnel, rapport officiel, in Actes du Séminaire de Didactique des Mathématiques et de l'Informatique, LSD-IMAG, Grenoble.
- CHEVALLARD, Y. (1990). Elements de scénario pour le système d'étude d'IUFM, IUFM Aix-Marseille.
- COMITTI, C, GRENIER, D. (1993). L'observation, outil de modélisation de l'enseignant, acteur du système didactique, Atelier de l'Ecole d'été de Didactique des Mathématiques, St Sauves d'Auvergne.
- DOUADY, R, LAHRER, A. (1986). Jeux de cadres et dialectique outil-objet, in Recherche en Didactique des Mathématiques, vol.7, 2., La pensée sauvage éditeur, Grenoble.
- GRAS, R, LARHER, A. (1992). L'implication statistique, une nouvelle méthode d'analyse de données, in Mathématiques et Sciences Humaines, n°120.
- LARHER, A. (1991). Implication statistique et applications à l'analyse de démarches de preuve mathématique, Thèse de l'Université de RENNES I, RENNES.
- NIMIER, J. (1989). Entretiens avec des mathématiciens, IREM, Lyon.
- ROBERT, A, ROBINET, J. (1989, mars). Représentation des enseignants de mathématiques sur les mathématiques et leur enseignement, Cahier de DIDIREM, N°1, IREM, Université Paris VII.

Pour une approche graphique de l'analyse

Sylviane Gasquet - Paris

« Il y a longtemps que les graphiques ont mauvaise réputation »

Voici ce qu'écrivait Félix Klein il y a un siècle, en 1894 exactement, à propos d'un mémoire de Riemann comportant un aspect graphique dans ses raisonnements : « *La méthode est, de nos jours, très peu prisée des mathématiciens, habitués aux recherches abstraites. Il est d'autant plus satisfaisant de voir une autorité scientifique comme Riemann en faire usage lorsque l'occasion s'en présente, et savoir en tirer les conséquences les plus remarquables.* ».

De nos jours la situation ne s'est guère améliorée, tout au moins dans l'enseignement secondaire. Certes les instructions insistent sur l'importance des représentations graphiques; elles interviennent à peu près dans toutes les applications des mathématiques; et, si l'on veut « *donner du sens* » aux notions de base de l'analyse, fonctions, dérivées,... l'aspect graphique est indispensable. Il n'en reste pas moins que, dans l'esprit des enseignants, les représentations graphiques restent quelque chose d'assez marginal, peu rigoureux, et n'ayant au mieux qu'une valeur heuristique.»

Il semble urgent d'ouvrir le débat: « *Les représentations graphiques sont-elles seulement un support plus ou moins vague pour l'intuition et pour l'imagination ? Ou bien est-il possible qu'elles soient, à leur manière et dans certaines limites, un texte mathématique codant des informations précises, sur lesquelles il serait possible de raisonner de la manière la plus rigoureuse?* »

Cette question ne se résoudra pas en un exposé ou en un colloque! Je souhaite seulement exposer un certain nombre de pistes «avec pragmatisme, en examinant des exemples, et en regardant au cas par cas jusqu'où il est possible d'aller. Cette attitude, qui cherche à prouver le mouvement en marchant, paraît la seule raisonnable; elle permet d'éviter deux écueils majeurs. Le premier serait une docte discussion abstraite sur le «statut du gra-

phique»; je crains qu'une telle discussion ne soit assez stérile en l'état actuel des choses.

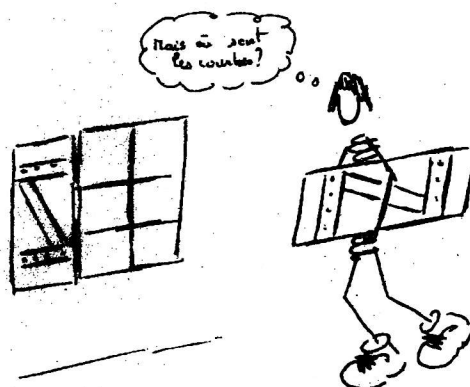
L'autre serait une tentative de codification par trop systématique des informations graphiques; on peut craindre qu'une telle tentative ne sombre rapidement dans le pédantisme et n'aille finalement, en ôtant tout sens au graphique, à l'encontre du but cherché.»

On l'aura compris, - guillemets obligent! - j'ai largement utilisé une tierce parole pour résumer l'état actuel de mes réflexions.

C'est qu'il s'agit d'un texte écrit par Bernard Malgrange, et qui, mieux que je ne saurais le faire, résume précisément la recherche que je tente de mener depuis quelques années dans mes classes. Le souci de donner une formation authentique aux élèves, plutôt que des connaissances techniques éparses et trop souvent non structurées, a été à l'origine de cette réflexion. Mais la difficulté a longtemps été de trouver un équilibre entre le gain de sens pour les élèves, d'une part, et une certaine perte de rigueur, d'autre part. Cela me semblait dommageable. Pourtant peu à peu, devant la richesse des idées émanant des élèves, j'ai acquis la conviction qu'ils faisaient ainsi une véritable entrée dans l'activité mathématique, et que peut-être il y avait moyen d'approprier la rigueur par le biais du graphique. Il suffirait d'explicitier suffisamment les conventions liées aux représentations graphiques pour qu'elles informent sans ambiguïté de certaines propriétés d'une fonction.

Autrement dit, qu'une représentation graphique ait le statut d'un énoncé.

Mais il ne faut pas tomber dans le piège du «tout graphique». Car la formation





de l'élève sera d'autant plus riche qu'on l'habitue justement à faire croiser diverses approches, à ne pas emprisonner sa pensée dans une seule façon de voir. Il s'agit, au delà des mathématiques, de forger une attitude mentale face à la complexité des savoirs et des connaissances.

Dans une présentation orale, il n'est pas question d'exposer une liste des conventions possibles, ce serait fastidieux et inutile! Mieux vaut montrer comment on peut les mettre en oeuvre sur des exemples où le cadre graphique a provoqué le cadre algébrique et conduit ainsi les élèves à développer véritablement une activité mathématique. On pourra voir aussi des types de questions que tout simplement on ne songe pas à se poser par une approche formelle des fonctions. On y découvrira aussi un aspect ludique trop souvent absent de nos cours d'analyse! Les exercices graphiques sur le produit de fonctions, les questions de conservation ou de perte de symétrie, autant de champs à peine explorés, et qui pourtant semblent fort riches...

L'approche graphique de l'analyse est souvent disqualifiée, rejetée au titre

d'illustration pour élèves en difficultés, moins noble que l'approche formelle. Au nom de quoi cette hiérarchie se maintient-elle? Quels privilèges sont ainsi défendus sous couleur de défense de la discipline? Quelle vision du passé tient-on à maintenir absolument? Cette attitude n'est pas neutre.

Tout d'abord, ce n'est pas neutre pour l'image des mathématiques... Enseigner en lycée ou en collège, c'est aussi préparer l'image sociale des mathématiques dans le futur proche. Pensons en particulier aux élèves des sections littéraires, vivier des futurs instituteurs, et auxquels on propose des mathématiques trop souvent fades et inodores... Ce n'est pas neutre non plus pour l'élève... Veut-on le mouler ou le former? Ce n'est pas neutre enfin pour l'idée qu'un enseignant se fait de son métier. □

Donner du sens

**au mathématiques pour nos élèves...
c'est aussi donner du sens
au métier de professeur !**

- extrait de la préface de « Fenêtres sur courbes » S. Gasquet & R. Chuzeville CRDP Grenoble-1994
- Autres textes :
- Liaison Math-Economie. S Gasquet & D. Glasman. CRDP Grenoble. 1984
- Les Mathématiques dans l'information. S. Gasquet & R. Chuzeville CRDP Grenoble. 1993 72-08

Maths à la pointe et au poinçon

Françoise Magna - Paris

32

Françoise Magna enseigne à l'Institut national des jeunes aveugles de Paris depuis 1986. Cet établissement public dépend du Ministère de la santé pour déficients visuels. C'est le seul établissement qui scolarise des jeunes du CM à la terminale. Différents points sont l'objet de nos préoccupations :

- l'écriture braille et les notations mathématiques brailles,
- Les conditions particulières de passation des examens (circulaire n°85-302 du 30/8/85),
- Les différents matériels pour prendre des notes en braille (tablette, machine à écrire

«style Perkins», bloc-note informatique braille,...),

- Le problème d'accès aux documents (transcription des livres, des sujets de devoirs, ...),
- Les façons de faire de la géométrie (cubarithme, planche à dessin style «planche Dycem», pliage,...),
- Les exigences qu'un enseignant doit avoir vis-à-vis d'élèves handicapés visuels (savoir reconnaître et admettre les difficultés liées
- L'absence de calculatrices parlantes (celles existant coûtent trop cher et ne sont pas programmables).

Pour en savoir plus lire les PLOT-Journées nationales Apmep des années précédentes. □

"Combien un système d'éducation libre de préjugés est utile au progrès de la raison humaine et qu'il est beau d'être appelé, comme vous l'êtes, à le présenter à vos concitoyens dans toute sa pureté et dégagé des nuages qui l'ont longtemps obscurci"
Laplace, (premières leçons sur la numération ; à propos de la numération binaire)
séances de l'Ecole Normale. An III de la République (17 janvier 1795)

33

Pour terminer cette remise en place historique, R. Crépin évoque les rapports fluctuants de l'Apmep avec l'inspection générale de mathématiques. Après la période antérieure à 1957, où Apmep et inspection vivaient en étroite convivialité, a suivi jusqu'en 1977 une période où l'Apmep s'est rapprochée de l'enseignement supérieur et éloignée de l'inspection générale. Il voit la période actuelle comme un retour à des rapports plus étroits avec l'inspection générale et en tire une certaine méfiance. Il rappelle que, tout en évitant les heurts, l'Apmep est et doit rester un groupe de pression.

Les filles à la pointe ?

Roger Crépin aborde alors plus directement le thème de l'atelier en reprenant ses trois questions introductives :

- Peut-on faire vivre aux enfants une véritable égalité des chances ? Là, sa réponse est négative pour plusieurs raisons liées en partie aux origines socio-culturelles des enfants.
- Le vent du large peut-il modifier les inégalités actuelles ? Ici, la réponse dépendra de chacun de nous. Seule l'attitude volontariste des enseignants militants, et d'abord des enseignantes, puisqu'elles sont majoritaires dans l'environnement des enfants, peut faire évoluer l'état des choses. Cela entraîne un changement dans les mentalités.
- Pourquoi les filles laissent-elles tomber les mathématiques ? A défaut de pouvoir fournir une réponse à cette question, Roger Crépin va démontrer l'acuité du problème à travers les résultats d'un certain nombre d'études.

C'est donc ce thème "femmes et mathématiques" qui occupera la dernière partie de l'atelier.

R. Crépin nous rappelle son appartenance à l'association "Pour une éducation

non sexiste" et son activité en liaison avec d'autres associations travaillant dans le même sens : Femmes et mathématiques, AFFDU, les femmes ingénieurs.

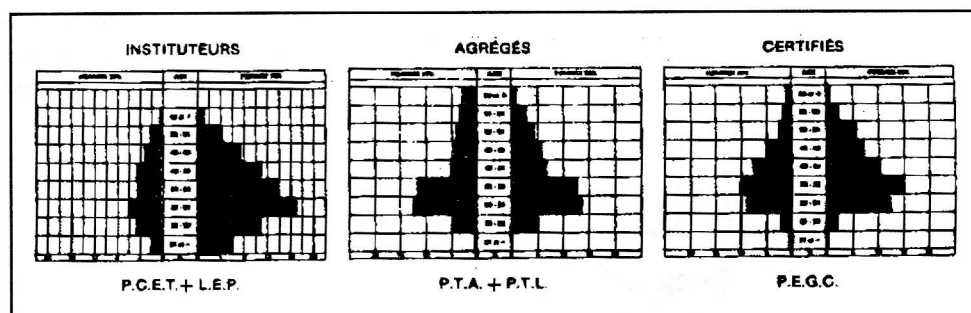
Il nous montre l'environnement des enfants, à partir des pyramides des âges de différentes catégories représentées: 70 à 80 % de femmes chez les instituteurs, à peu près 60% chez les professeurs certifiés, 50 % chez les agrégés, et on descend à 8% dans les professeurs d'université dans les disciplines scientifiques.

Il nous décrit les résultats d'un sondage (paru dans PLOT n°58, mars 94 p.8 à 12 et PLOT n° 66 1er trimestre 92 p.44 à 46) qui éclaire la façon dont filles et garçons voient les différentes disciplines scolaires et qui fait ressortir des différences de perception du rôle des disciplines enseignées et d'exigence vis à vis d'eux-même très significatifs entre les deux groupes.

Il nous donne aussi les résultats sexués de l'orientation, très parlants : 70 % environ des filles choisissent les sections A, B, G contre 30% dans les sections C, D, E et F. Enfin, il s'appuie sur les résultats séparés par sexe des évaluations EVAPM et en tire des graphiques qui sont effectivement très surprenants : dès la classe de 4ème, les filles ont des réussites globalement inférieures aux garçons; les deux groupes sont plus resserés en 3ème et enfin la classe de seconde montre une très nette domination des garçons.

Il signale aussi que la mixité des classes, à laquelle les filles sont pourtant attachées, renforce la tendance à la domination des garçons.

A partir de différents exemples pris dans les milieux enseignants eux-mêmes, il nous montre comment ces différences prennent racine dans des comportements sociaux profonds : il n'y avait que des hommes à la tribune à l'ouverture des Jour-



nées APM de Brest; dans un ménage de profs de maths préparant l'agrégation interne, c'est dans 9 cas sur 10 l'homme seulement qui prépare le concours ; malgré la loi Roudy, les demandes d'autorisation d'absence pour garde d'enfants malades sont demandées par les femmes à 50 contre 1...

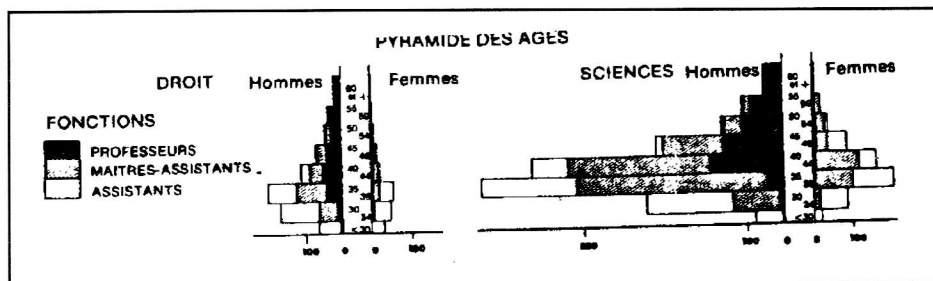
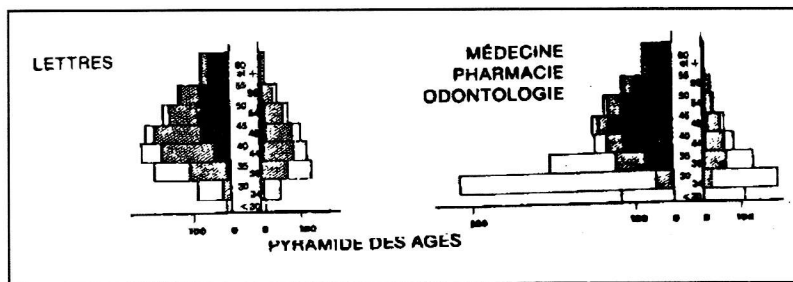
La créativité féminine

L'atelier se termine par un débat entre les participants. Ceux-ci déplorent qu'il soit si difficile de dépasser le stade de la constatation et cherchent des pistes de réflexion pour faire évoluer les mentalités. Un participant émet l'hypothèse que les femmes expriment autrement leur créativité et ne cherchent pas leur reconnaissance sociale de la même façon que les hommes. Une autre ne comprend pas pourquoi, alors que l'opposition globale de la société semble moins marquée, le problème du rapport aux mathématiques des filles évolue si peu.

Roger Crépin conclura sur la nécessité d'un effort continu de ceux qui veulent mener ce combat. Même si le milieu social joue un rôle prégnant, l'évolution ne peut venir que de nous, acteurs à la base de la formation des jeunes, et seul notre volontarisme peut permettre un jour de rééquilibrer la place homme-femme dans l'espace mathématique

Pour aller plus loin

- L'orientation scolaire et professionnelle (vol 20, n°3 septembre 1991). CNAM-INETOP, 41 rue Gay Lussac 75005 Paris
 - Diplômées, revue de l'AFFDU, n°58 septembre 1991. AFFDU, 4 rue de Chevreuse 75006 Paris
 - Revue Autrement, série Sciences en Société n°6 1992 sur "le sexe des Sciences", 4 rue d'Enghien 75010 Paris
 - Fille ou garçon, éducation sans préjugés. Colloque 1984 présenté par Catherine Valabrègue. Editions Magnard.
 - Vaincre le sexisme dans les livres,...non aux stéréotypes par Andrée Michel. 1986. UNESCO.
 - La mixité dans l'enseignement secondaire, un faux-semblant par Nicole Mosconi. PUF 1980.
 - L'école des filles. Quelles formations pour quels rôles sociaux par Marie Duru Bellat. L'Harmatton 1990.
 - Allez les filles ! par Baudelot et Establet. Le Seuil 1992.
- Voir aussi les PLOT des années précédentes



Temps, distance, vitesse

La dérivation et l'intégration, deux opérations réciproques

Jean-Pierre LECLERE et Bruno VANHILLE
C.U.E.E.P. de Lille

- Alors, prêt pour le grand voyage ?
- Oui, oui
- N'oublie pas, chaque minute je lis la vitesse et toi la distance et tu notes les deux valeurs sur ton papier.
... Ah ! il faudra s'arrêter à la station service pour faire le plein.
- Comme d'habitude, on fera une marche arrière parce que tu seras passé au dessus
- Bien, compteur à zéro et on y va.
- ... Je ne vois vraiment pas le lien avec tes dérivées et tes intégrations...

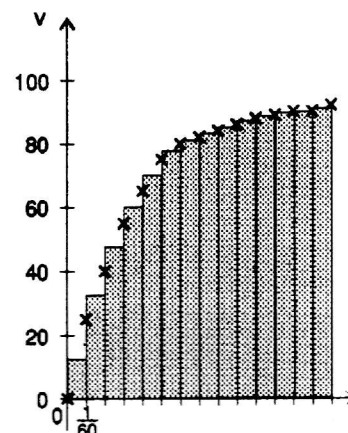
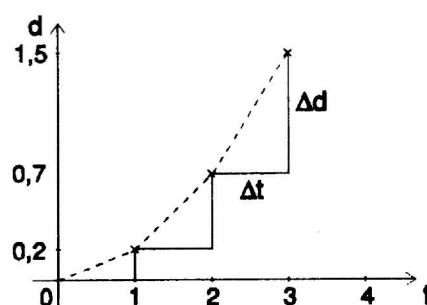
Ce dialogue au début de la vidéo pose d'emblée l'objectif de la séquence d'apprentissage qui sera notre propos : à partir d'une situation profondément ancrée dans la réalité de chacun, mettre en place les opérations de dérivation et d'intégration.

Cette séquence peut se caractériser rapidement comme suit :

- *Son thème central* : la réciprocité des opérations dérivation et intégration.
- *La situation choisie* : un déplacement en voiture durant lequel on relève les valeurs numériques de la distance parcourue et de la vitesse au compteur.
- *Le support utilisé* : un film vidéo.

Après leur court trajet en voiture, nos deux personnages vont mettre en place des procédés de calcul permettant à chacun de retrouver un relevé à partir de l'autre.

On peut les schématiser ainsi :

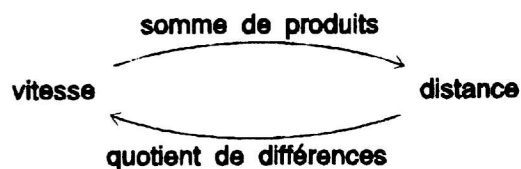


Nos deux protagonistes interprètent ensuite graphiquement les opérations.

Par cette approche quantitative les opérations leur apparaissent immédiatement comme réciproques l'une de l'autre.

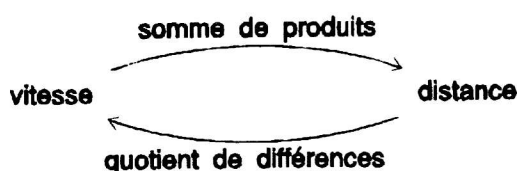
$$v = \frac{\Delta d}{\Delta t}$$

$$d = \sum v_m \times \Delta t$$

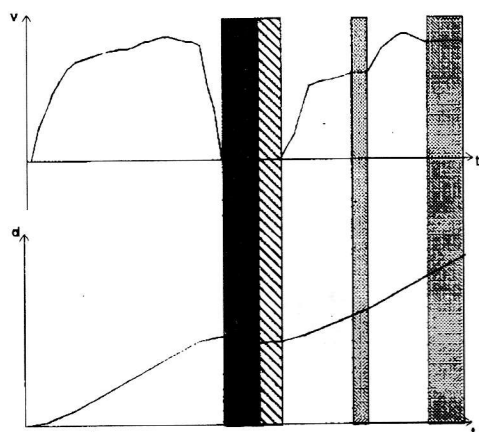


$$v = \frac{\Delta d}{\Delta t}$$

$$d = \sum v_m \times \Delta t$$



Ils terminent par une étude qualitative des courbes distance/temps et vitesse/temps



Vitesse → Distance

- Zone blanche : les vitesses sont positives, la distance parcourue augmente.
- Zone gris clair : la vitesse est constante, la distance croît régulièrement (segment de droites).
- Zone hachurée : temps d'arrêt du véhicule, la vitesse est nulle. La distance est constante.
- Zone gris foncé : entre la 27ème et la 30ème minute, le véhicule a effectué une marche arrière la vitesse est négative, la surface des rectangles se compte négativement, la distance décroît.

Distance → Vitesse

- Zone blanche : La distance est croissante. Le véhicule est en marche avant. La pente est positive. La vitesse est positive.
- Zone gris clair : La distance augmente régulièrement. La pente est constante (droite). Le véhicule avance à vitesse constante.
- Zone hachurée : La distance est constante.

Ceci correspond à un arrêt du véhicule. La pente est nulle (segment de droite horizontal). La vitesse est nulle.

- Zone gris foncé : La distance diminue. La différence entre deux distances successives est négative. La pente est négative. La vitesse est négative.

Cette construction des opérations dérivation et intégration par cette séquence relève de choix pédagogiques que nous explicitons en répondant aux trois questions que cette présentation soulève :

- pourquoi la réciprocité des opérations ?
- pourquoi temps-distance -vitesse ?
- pourquoi un film vidéo ?

Pourquoi les deux ?

Pourquoi mettre en place la dérivation et l'intégration comme deux opérations réciproques l'une de l'autre ?

La résolution d'un problème lié au modèle intégration/dérivation fait appel à des capacités multiples utilisant des outils divers et de nombreuses notions que l'apprenant doit donc intégrer dans une stratégie de résolution. Ce qui exige de lui non seulement des savoirs et des savoir-faire mais bien souvent une vue synthétique. Mais que proposer en termes d'apprentissage pour provoquer le recul nécessaire à cette vision globale ?

De deux opérations il s'agit de faire un seul modèle. La synthèse ne peut se faire qu'avec la réciprocité. Le quotient des différences et la somme des produits de valeurs infinitésimales, la détermination de pente et celle de la surface, le calcul

de dérivées et de primitives sont alors intégrés dans un ensemble où ils prennent tout leur sens. Chaque élément prend sens par rapport à sa réciproque en lien avec les autres éléments.

Pour autant, cette vue synthétique ne doit pas s'acquérir nécessairement en synthèse finale de l'apprentissage du modèle. On peut imaginer de développer l'ensemble des procédés de calculs formels et d'analyse qualitative à partir de l'approche quantitative présentée dans la vidéo. Cette dernière peut donc servir de support à une séquence pédagogique aussi bien en introduction qu'au cours ou en conclusion du travail sur le modèle.

Avoir une vision plus globale du modèle intégration/dérivation permet certainement une synthèse des notions de variations, dérivées, intégrale, primitive : c'est à dire d'enrichir sa conception. Mais il faut encore donner du sens à chaque chose, c'est à dire comme nous l'avons déjà écrit, ancrer le modèle dans la réalité. C'est là qu'intervient le choix de la situation.

Pourquoi avoir choisi le thème temps - distance - vitesse ?

Une double réponse à cette question :

- les notions de vitesse et de distance sont vécues quotidiennement par chacun,
- ce domaine est riche de confusions et d'idées fausses.
- La situation pourra donc à la fois donner du sens et poser problème.

Les relevés effectués sont ceux de la vitesse instantanée et de la distance totale. Or les procédés de calculs dont dispose immédiatement l'élève sont ceux correspondant au mouvement uniforme. C'est-à-dire la relation entre distance totale et vitesse moyenne.

La construction de deux processus est nécessaire : la somme tabulaire des produits des vitesses par les écarts de temps et le quotient des différences tabulaires des distances par les différences tabulaires des temps. Cette mise en place exige de l'apprenant un va et vient continu entre valeurs instantanées et valeurs moyennes, valeurs

des écarts et valeurs totales. Même si ce va-et-vient est problématique, il s'impose de toute évidence en l'apprenant.

Les opérations intégration et dérivation se mettent concrètement en place dans toute leur richesse opératoire et analytique à travers le modèle temps-distance-vitesse. Cela apparaît clairement dans l'étude qualitative qui est faite.

La situation donne du sens à chaque technique et chaque notion ce qui facilite les transferts et la formalisation.

Pour que la situation développe tout son potentiel nous n'avons donc pas cherché à éviter les interférences avec le vécu, nous avons voulu les intégrer à notre démarche pédagogique et pour ce faire le support est essentiel.

Pourquoi un film vidéo ?

Le choix du support est lié aux richesses intrinsèques des concepts d'intégration et de dérivation, et des notions de temps, de distance et de vitesse.

Pour rendre compte de leur globalité en un temps très court, l'image est requise. Car l'image est un dispositif économique, elle évite de passer par le dispositif verbal, oral ou écrit, qui est ici totalement inadapté. Non seulement, ce dispositif devrait rendre compte des représentations de l'ensemble des concepts utilisés, ce qui aurait pour effet de diluer l'essentiel dans un flot de précisions rarement utiles pour tous, mais il devrait encore prendre en compte les images mentales développées par chacun des individus aux cours de ces apprentissages préalables, ce qui est impossible. Ici en quelques minutes, l'apprenant reçoit une masse d'informations compactée que d'emblée il va décrypter grâce à l'ensemble de son vécu.

Attention, ce film n'est pas une expérience filmée dont on se fixerait pour objectif l'étude. Il expose non seulement l'expérience mais l'ensemble de son traitement jusqu'au formalisme associé, ceci en éliminant toute image où tout effet cinématographique superfétatoires : le film pédagogique n'a pas pour but d'informer mais d'instruire. Certes il contient l'information

que l'on pourra voir, entendre ou ressentir afin d'apprendre, de mémoriser ou de se représenter. Mais il propose en plus un dispositif opératoire d'acquisition. Ainsi le contenu didactique détermine le fond, le projet d'instruction la forme.

Notre intention est d'introduire une séquence pédagogique où les différents supports vont interagir dans des contextes d'apprentissage différents : un film pour l'exposé d'une situation et des opérations d'intégration et de dérivation, un relevé écrit des données pour une étude individuelle ou en petit groupe, un tableur/grapheur pour l'appropriation individuelle des procédés opératoires et les analyses graphiques, un débat oral pour la confrontation des hypothèses et conclusions.

En utilisant chaque support de l'information et du traitement pour sa qualité pédagogique, on parvient à faire acquérir au plus grand nombre une vision globale des techniques et des notions liées au modèle dérivation - intégration. Après avoir élargi et enrichi son champ conceptuel, l'apprenant pourra visionner à nouveau ce film et donner un autre sens à ce qu'il perçoit. □

BON DE COMMANDE

Cassette vidéo «DERIVATION-INTEGRATION»
accompagné d'un mandat administratif ou d'un chèque
adressé à l'ordre de :

CUEEP Agent Comptable de l'Université des Sciences
et Technologies de Lille.

Prix unitaire : 350F.
à retourner au :

CUEEP
Cité Scientifique. Bât. 5/6.
59655 VILLENEUVE D'ASCQ Cedex

SOMMAIRE DU PROCHAIN PLOT

Ateliers de Brest (suite et fin)

Objets mathématiques. Jean Yves Le Cadre & Yves Roué

L'Astrilabe. Léo Clauss, Colmar

Pour une refonte des connaissances. Marcel Dumont, Sahurs

Les CabriCôtiers. Yves Martin, La Réunion

Autres articles

Modélisation et représentation du réel. Richard Pallascio

Les aires, outil de démonstration. Henri Plane, Dijon

Henri Mondeux, Le pâtre calculateur de Touraine

Jacques Peletier, médecin en mathématiques, Poitiers 1579

Modules en Collège!

Alfred BARTOLUCCI, C.E.P.E.C. de LYON

Si aujourd'hui les modules sont institués seulement en lycée, rien n'interdit d'opérer des mises en oeuvre, dans le cadre des cours ordinaires, en collège. L'exemple qui suit, construit pour une classe de quatrième, en est une illustration.

Le principe est simple: il s'agit, de chercher à intervenir AVANT que les besoins qu'éprouvent des groupes d'élèves ne se transforment en obstacles à la réussite.

Plusieurs moments sont envisageables. Les ajustements et les régulations peuvent se faire:

- Avant le démarrage de la formation, en début de formation.
- En cours de formation.
- En phase terminale de la formation.

A ces différents moments correspondent différents types de modules.

Modules d'appui.

Ici, il s'agit d'abord d'assurer à chaque élève de bien prendre pied dans la formation dès le début en intervenant au niveau de la classe sur deux ou trois besoins élémentaires et fondamentaux pour un bon départ (septembre). Le tout est de déterminer ces besoins!

Modules de régulations.

Il est question de permettre à certains élèves de se ressaisir, de «rebondir» positivement sur la base de deux ou trois besoins prioritaires pour se donner toutes les «chances» d'atteindre les visées d'année (janvier).

Modules de détermination.

Là, on cherche à favoriser, au niveau de la classe, la prise de conscience ultime sur les enjeux de l'année ainsi que l'intervention sur des besoins déterminants pour suivre en classe supérieure (avril).

Définition des axes de besoins pour les modules.

Ici, la définition des besoins sur lesquels on aura à choisir d'intervenir a son importance pour la réussite du dispositif.

C'est le professeur qui détermine les besoins prioritaires sur lesquels il veut faire travailler ses élèves et ce en fonction :

- des apprentissages qui sont prévus dans les semaines à venir.
- des pré-requis fondamentaux à ses yeux.
- de la connaissance qu'il a des élèves tels qu'ils sont.
- des stratégies et des outils de remédiation dont il peut disposer.

Ce choix a une portée stratégique dans le dispositif de formation. Il relève des compétences de l'enseignant.

Le professeur ayant défini deux ou trois axes de besoins, il est maintenant nécessaire d'amener les formés à faire leur diagnostic. Nous partons de l'hypothèse que si l'enseignant a à créer les conditions pour que ce soit possible, il est essentiel que ce temps «de diagnostic» soit «authentiquement» assuré par l'élève (surtout s'il se sent en grande difficulté).

Ainsi, à partir des besoins prioritaires définis par le professeur, chaque élève est conduit à prendre conscience de ses points forts et de ses besoins afin de pouvoir choisir ce sur quoi il pense prioritairement devoir s'investir.

Pour faire son diagnostic, le formé peut prendre appui sur :

d'une part :

- la liste des besoins prioritaires (proposée par le professeur).

d'autre part :

- des travaux passés sur lesquels ont été repérées des erreurs,
- une confrontation avec un camarade sur la base d'une liste d'objectifs,
- une interrogation ciblée sur les besoins à faire ou à projeter de faire,
- ...

Le diagnostic n'a pas pour but d'être exhaustif et précis. Il s'agit «d'estimer» à priori sur quoi on aurait plutôt intérêt à travailler à partir de travaux réalisés, d'exercices qu'on n'a pas à faire mais qui per-

mettent de se jauger,... Les conclusions de ce temps peuvent être diverses :

- «je n'avais pas trop réussi mais en fin de compte maintenant ça va...»
- «ça, vraiment, j'ai besoin de retravailler dessus, ...»
- «j'ai assez bien réussi mais j'ai besoin d'y revenir, ce n'est pas bien clair...»

Organisation dans la classe de 2 ou 3 groupes de besoins.

Chaque groupe est constitué sur un besoin et dispose :

- de la durée (4 ou 5 séances groupées ou distribuées sur plusieurs semaines).
- d'un plan de travail (pour chacune des séances: activités et objectifs).
- d'un contrat de fonctionnement qui porte sur la répartition des rôles (un moniteur par groupe), sur quelques règles facilitantes et sur le scénario de travail qui est souvent:
 - 1er temps: recherche individuelle.
 - 2è temps: confrontation par binôme.
 - 3è temps: mise en commun dans le sous groupe de travail.

Le professeur circule de groupe en groupe sans intervenir directement sur «le savoir».

En fin de séance chaque groupe fait le point sur la séance en lien avec l'objectif poursuivi.

- D'une visée de remédiation: à la première séance l'élève connaît à quelle épreuve terminale il devra satisfaire dans une logique de co-évaluation.

Types d'activités

Remédier en lien avec un besoin d'élève ce n'est pas:

- faire plus,
- faire plus simple,
- décomposer la difficulté,
- ralentir le rythme de réalisation.

L'activité de remédiation ciblée sur un besoin doit être cruciale pour l'apprenant. Ici l'hypothèse qui est faite, c'est que seul l'apprenant peut remettre en cause ses conceptions erronées, ses procédures, ses démarches ou ses stratégies inadaptées. L'explication extérieure n'est d'aucun secours. Pour l'enseignant il s'agit de proposer des activités suffisamment complexes (intervenant sur divers registres cognitifs:

concepts, procédures, démarches, stratégies) et auto-questionnantes pour favoriser chez l'élève et par l'élève lui même les remises en causes et les ajustements qui s'imposent. On peut citer quelques exemples de telles activités:

- tâche obstacle (situation problème),
- activité de questionnement sur un concept: activité OUI/NON, QCM,
- activité de co-évaluation: sur la base de critères donnés ou à produire,
- activité d'élaboration, activité créative: réaliser une «fiche synthèse»,
- un mode d'emploi, fabriquer une épreuve, réaliser une schématisation,
- produire un dessin ou un slogan...

Exemple en Classe de quatrième MODULE "Mettre en équation"

Objectifs du module:

- . Mettre en formule.
- . Exprimer en fonction de.
- . Donner des équations équivalentes.
- . Distinguer les diverses utilisations du signe «est égal à».

Séance 1 : Mettre en formule

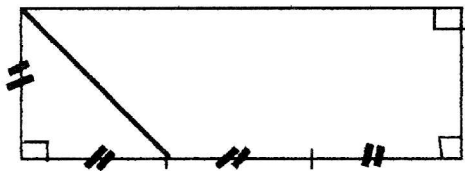
A - Voici une série de situations. Pour chacune, écrire une ou plusieurs formules qui rendent compte d'un aspect de la situation.

1. A chaque inspiration, on inspire 0,5 litres et on compte en général 17 inspirations par minute.
2. Charles IV a commencé à régner 335 ans après le début du règne de Hugues Capet et a cessé son règne 322 ans après la fin de celui du même Hugues Capet.
3. Dans une classe il y a trois filles de plus que de garçons.
4. Dans une usine il y a trois fois plus d'employées femmes que d'employés hommes.
5. Pendant les vacances j'ai travaillé. J'ai économisé une grande partie de mon gain et je l'ai placé sur mon livret à la caisse d'épargne.

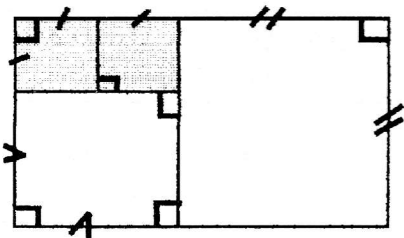
$a = b \times c$	$a = b + c + d$	$a = 2 \times b + c$
$a = 2 \times (b + c)$	$a = b - c$	$a = b / c$
$a = b \times (c + d)$	$a = b \times (c + d)$	$a = b \times c + d \times e$

6. En voulant couper une planche exactement au milieu j'ai commis une erreur de 1,5 centimètres.
7. Le montant de la facture de téléphone est composé d'un montant fixe correspondant à l'abonnement et d'un montant proportionnel au nombre d'unités consommées.
8. Pour remplir un bassin j'utilise un robinet qui a un débit régulier.

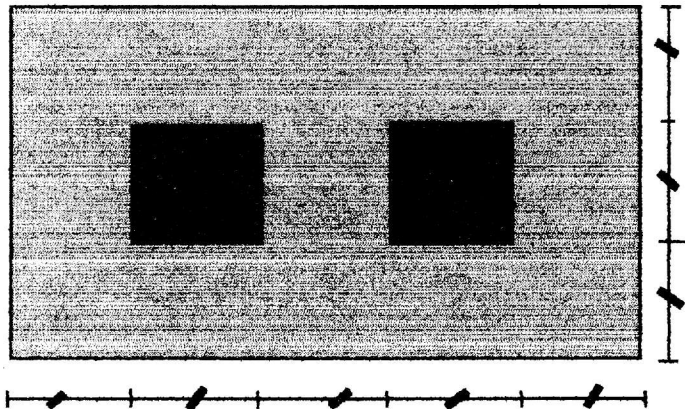
9.



10.



11.



Faire prendre conscience que pour toute situation, une formule rend compte d'un aspect de la situation. Une situation peut donner lieu à différentes formules.

B - Rechercher pour chaque formule, deux situations concernées par cette formule (voir schéma ci-dessus).

Objectif de la mise en commun

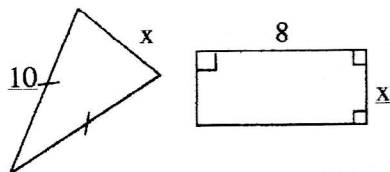
Faire mobiliser des situations familières et des situations mathématiques courantes (aire, périmètre,...).

Faire prendre conscience de la différence entre forme et fond. Un caractère de la forme est de pouvoir avoir plusieurs significations en fonction de la situation de référence: à partir d'une forme (une formule) la connaissance du contexte (la situation) permet de lire le fond (le sens). La même forme peut se référer à des fonds différents, le même fond peut prendre des formes différentes...

Séance 2 : Exprimer en fonction de l'inconnue

A - Exprimer en fonction de l'inconnue
par une égalité les conditions suivantes.

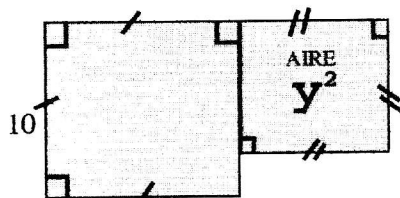
1.



Condition :

le triangle et le rectangle ont même périmètre.

2.



Condition :

le périmètre de la partie pointée est égal 56.

3. Un père a 37 ans, son fils a 9 ans.

Condition :

Dans h années, le père sera deux fois plus âgé que le fils.

4. Trois nombres entiers sont consécutifs.

Condition :

Leur somme est égale à 444.

5. Je partage une somme d'argent en 7 parts

Condition :

En partageant en 6 au lieu de 7 égales chacun reçoit 21,50 Francs en plus.

Objectif de la mise en commun

Faire distinguer une mise en forme relative une situation et l'expression d'une condition dans une situation donnée.

B - Inventer plusieurs problèmes semblables à ceux illustrant le A.

Objectif de la mise en commun

Faire mobiliser diverses situations, leur formalisation et l'expression d'une condition.

Faire s'exercer à la construction d'énoncés: se mettre en position de formuler une demande exécutable par une autre personne que soir même.

Prendre conscience que «le concepteur d'énoncé» part de ce qu'il attend de l'autre pour fabriquer l'énoncé, en particulier il part souvent de «la réponse».

Séance 3 : Reconnaître une écriture

A - Voici une série d'écritures OUI et une série d'écritures NON.

Dire pourquoi certaines sont OUI et pourquoi d'autres sont NON.

OUI

$$\begin{aligned} (3x-2) + 4 \cdot (2x-5) &= 2x \cdot (2x-5) + (3x-2) \quad \boxed{\text{ET}} \quad 2x = 4 \\ 3x-2 + x^2 &= x^2 + 3 \quad \boxed{\text{ET}} \quad 3x-2 = 21 \\ 45,6 \cdot (x+2) + 3,45,6 &= 10,45,6 \quad \boxed{\text{ET}} \quad x+5 = 10 \\ 5x-1 = 3 \quad \boxed{\text{ET}} \quad 5x-3 = 1 \\ 4x-7 = 11x+3 \quad \boxed{\text{ET}} \quad 2x-5 = 9x+5 \\ 7x-2 = 3 \quad \boxed{\text{ET}} \quad 3x = 5-4x \\ 3 \cdot [4 \cdot (2x+1)] &= x \cdot (4x+2) \quad \boxed{\text{ET}} \quad 12 \cdot (2x+1) = x \end{aligned}$$

NON

$$\begin{aligned} 5x \cdot 4 = 5 \quad \boxed{\text{ET}} \quad 5x \cdot 3 = 4 \\ (x-3) \cdot (x+5) &= (x-3) \cdot 2 \quad \boxed{\text{ET}} \quad x+5 = 2 \\ (2x+1) \cdot (x+2) + 8 &= (2x+1) \cdot 3 \quad \boxed{\text{ET}} \quad (x+2) + 8 = 3 \\ 2x+5 - 12 \quad \boxed{\text{ET}} \quad 2x = 12 \\ 5 \\ x \cdot 6 - 5 \quad \boxed{\text{ET}} \quad x \cdot 6 = 5 \\ x+3 - x+3 \end{aligned}$$

B - Voici des écritures OUI et des écritures NON mélangées. Trier les OUI et les NON.

OUI/NON

$$\begin{aligned} (x-5).x &= (2x-2).(x-5) & \text{ET} & \quad x = 2x - 2 \\ 2x &= x + 11 & \text{ET} & \quad x = 11 \\ 2x &= 3x - 4 & \text{ET} & \quad 0 = x - 4 \\ 7.(x-3) &= 8.(x-3) + 1 & \text{ET} & \quad 0 = (x-3) + 1 \\ 3.(x+1) &= 5.(x+1) + x & \text{ET} & \quad 3 = 5 + x \\ (3x-4)^2 &= 9.(3x-4) & \text{ET} & \quad 3x-4 = 9 \end{aligned}$$

C - Inventer plusieurs exemples OUI.

Objectif de la mise en commun

Faire prendre conscience:

- que si certaines manipulations «simplifient la vie».
- elles ne doivent pas affecter les solutions...

Séance 4 : Ecrire des équations, des égalités

A - Rechercher cinq formules dans vos livres de géographie, sciences physiques, biologie, technologie,...

Pour chacune de ces formules préciser la situation, les unités.

Imposer alors des conditions pour obtenir une équation simple d'une des formes suivantes.

$$\begin{array}{ll} a + x = b & a \cdot x = b \\ a - x = b & x - a = b \\ a / x = b & x / b = b \end{array}$$

Objectif de la mise en commun

Faire prendre conscience qu'un «problème équation» est une situation pour laquelle on impose des conditions et qui peut se ramener à des standards de traitement.

B - Faire l'inventaire à partir de tes cahiers et de tes livres des différentes utilisations qui sont faites du signe égale.

Présente le tout sur un transparent agréable et explicatif.

Objectif de la mise en commun

Distinguer: Egalité - égalité fausse - équation - identité - affectation - usage abusif

Séance 5 Résoudre des équations simples

A - Classer les équations du document 1. Pour chaque catégorie indiquer un scénario de résolution.

Objectif de la mise en commun

Faire prendre conscience de la différence de modalités de résolution entre d'une part:

$$\begin{array}{ll} a \cdot x = b & a + x = b \\ x - a = b & x / a = b \end{array}$$

et d'autre part :

$$a - x = b \quad a / x = b$$

B - Construire un QCM avec 10 items. Pour chaque item proposer une réponse et donner à choisir parmi 6 propositions d'équations pouvant avoir pour solution la réponse proposée.

Exemple : Parmi les équations suivantes lesquelles ont pour solution 0,5?

$$\begin{array}{ll} 3 \cdot h = 6 & 3/2 + p = 4 \\ x - 0,51 = 0,01 & 4/b = 8 \\ 1,2 - x = 0,7 & (x+1) \cdot 2 = 3 \end{array}$$

Objectif de la mise en commun

Prendre conscience des tendances d'erreurs. ☐

Mathématiques en vacance, une expérience réussie

Elisabeth Busser, Colmar

La quatrième Université Mathématique d'Été (UME) organisée par la Fédération Française des Jeux mathématiques (F.F.J.M.) vient à peine de se terminer que déjà les demandes d'inscription affluent pour l'été prochain. L'expérience aidant, l'entreprise a maintenant atteint son rythme de croisière : l'idée de mathématiques-plaisir fait son chemin !

Pourquoi des Universités Mathématiques d'été pour les jeunes ?

Rassembler durant une semaine ou deux de vacances des jeunes ouverts aux mathématiques et leur donner l'occasion de les pratiquer sans restriction, sans contrainte ni sanction, quoi de plus simple ?

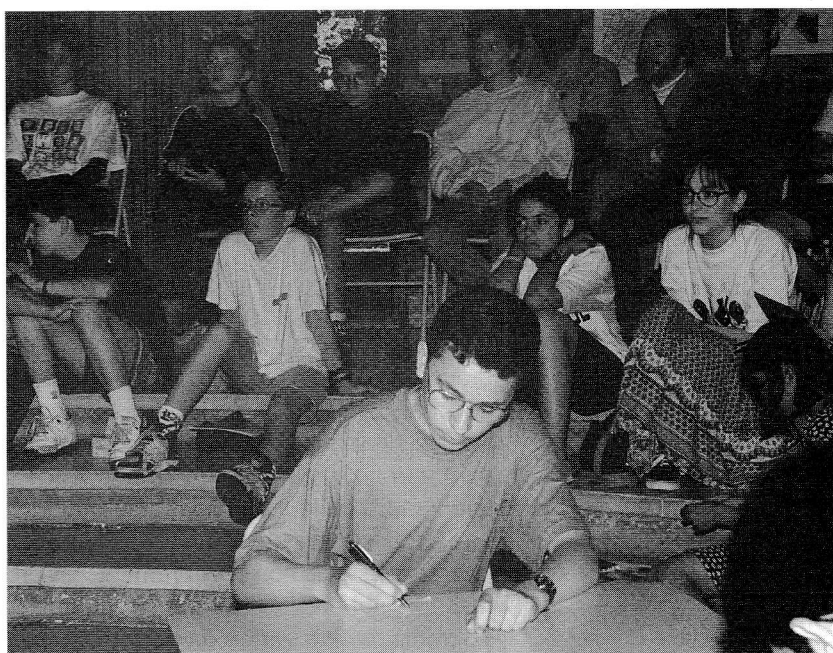
Emmener des jeunes en vacances mathématiques comme ils iraient faire de la voile, de la poterie ou du théâtre, quoi de plus naturel ?

Leur faire découvrir que les mathématiques vont au-delà de la discipline scolaire, qu'elles peuvent être ludiques, culturelles, en relation avec la plupart des formes d'expression présentes dans notre univers le plus familier, quoi de plus évident ?

Les Universités Mathématiques d'Été que nous organisons ne sont donc ni remise à niveau, ni soutien scolaire. Elles vont permettre à des jeunes trouvant peut-être que l'école laisse trop peu de place au jeu, au goût de la recherche, à l'approche intuitive, au plaisir de la découverte, de passer un moment entre eux, à vivre les mathématiques plutôt que les subir. L'idée-clef de ces séjours de vacances différents est de faire dans les congés d'été une pause mathématique, où l'on jette à cette discipline un clin d'œil complice, où l'on permet aux jeunes d'être tour à tour attentifs, mais aussi critiques, imaginatifs mais aussi adroits, dans une atmosphère de détente.

Déjà une longue histoire

Après un «bout d'essai» à Toulouse en 1991, où l'Université Mathématiques d'été a fonctionné, dans les locaux de l'Ecole Supérieure de l'Aéronautique, sur le modèle des «summer camps» américains, la F.F.J.M. a créé un produit adapté au modèle français d'éducation mathématique, qui s'est affiné au cours des années.



En juillet 1992, la deuxième UME a lieu à Parthenay, avec 60 participants, en adéquation parfaite avec le Festival Ludique International de la ville.

En juillet 1993, la troisième UME a lieu sur deux sites, Parthenay, avec 50 participants, et Annecy, avec 40 participants.

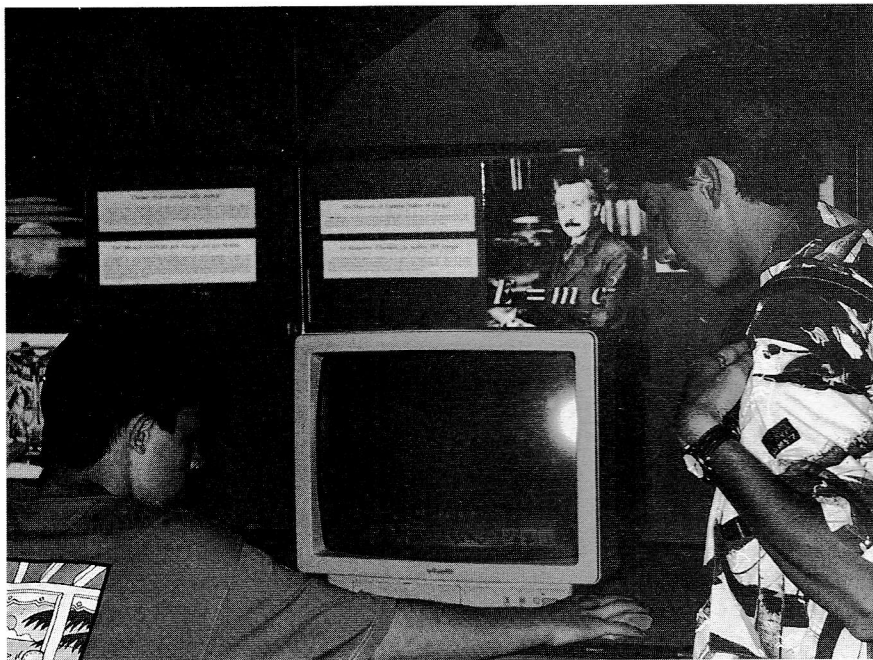
En juillet 1994, la quatrième UME se tient cette fois au Mans, dans les locaux de l'Université du Maine, avec 80 participants.

Parallèlement à l'Ume pour les jeunes, sont accueillis, depuis 1993, une vingtaine de professeurs étrangers en stage de formation à des pratiques d'un enseignement différent des mathématiques, par le jeu et le problème.

Des séjours pas comme les autres

L'UME diffère un séjour de vacances banal:

- par son organisation générale : pendant 8 ou 10 jours, vont vivre ensemble un grand



groupe de garçons et de filles, de la Sixième au post-bac, venus de tous les coins de France, choisis sur le seul critère de leur goût commun pour les mathématiques, et de la spontanéité de leur candidature. Autant dire que l'entreprise touche un vaste public!

- par la qualité de son encadrement : les professeurs sont nombreux (15 par groupe de 50 participants), venus de partout, spécialement connus pour leur enthousiasme leur savoir-faire.

- par l'ouverture offerte sur le monde mathématique : exposés de mathématiciens professionnels, rencontre d'artistes liés aux mathématiques, visites de sites scientifiques où les mathématiques sont partout présentes, échanges avec des chercheurs.

- par la variété du matériel pédagogique proposé : mise à disposition d'une bibliothèque de 300 ouvrages mathématiques, installation d'expositions permanentes de mathématiques, libre accès, dans des salles «informatique» bien équipées, à des ordinateurs de toutes tailles, à de puissants logiciels de PAO, au matériel vidéo le plus moderne.

- par leur programme, varié et attractif, montrant à ces jeunes la mathématique dans tous ses états :

- sensibilisation aux développements récents des mathématiques au travers de conférences faites par des professionnels des mathématiques, personnalités invitées,

- étude de textes mathématiques plus classiques dans le contexte d'une œuvre complète, traitée en détail jour après jour,
- travail de compilation et de recherche lors d'Ateliers de Recherche, où l'on fait une large part à l'imagination, à l'approche intuitive, au goût de la découverte. L'importante bibliothèque mise à disposition sur place trouve là toute sa raison d'être.

- réalisations concrètes alliant mathématiques et techniques les plus modernes à l'issue des séances de travaux pratiques tout au long de la semaine,

- plaisir de la recherche au cours de sessions interactives de problèmes ouverts.

- Par leur autonomie financière enfin : les séjours fonctionnent sans subvention d'aucune sorte, leur coût, d'un excellent rapport qualité-prix, est en effet entièrement supporté par les participants.

Ces séjours de vacances pas comme les autres permettent également de situer les mathématiques dans un contexte plus vaste de culture scientifique, en mettant en évidence le lien entre les mathématiques et les disciplines dites «non scientifiques» :

- les visites de sites scientifiques font une large place à la rencontre avec des chercheurs,
- la rencontre d'artistes liés aux mathématiques est favorisée,
- une large place est faite aux applications des mathématiques.

Les UME font sortir les mathématiques hors des murs de l'école :

- les expositions installées en permanence pendant le séjour sont aussi ouvertes au public,

- les rallyes mathématiques organisés pendant l'UME ont lieu dans la ville, et son suivi avec intérêt par la population. Ils donnent toujours lieu à une remise de prix, où sont invitées des personnalités locales.

Le travail mené avec les jeunes au cours de l'UME ne reste pas sans lendemain, puisque chacun emporte chez soi de nombreux ouvrages et documents, distribués gratuitement, rassemblant une étude approfondie de tous les thèmes traités.

L'Université d'Eté au jour le jour

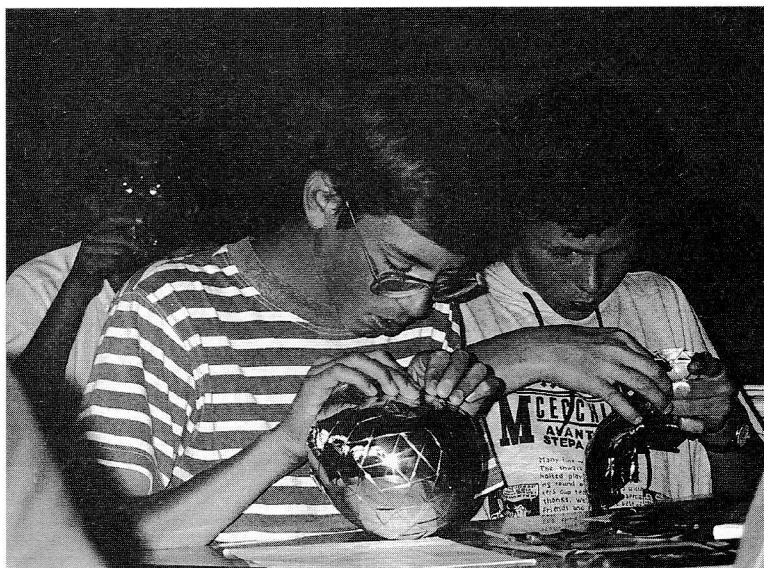
A l'UME, les jours se suivent mais ne se ressemblent pas. Les journées «ordinaires» alternent en effet avec les journées «extraordinaires».

Les journées ordinaires sont studieuses, et les stagiaires partagent leur temps entre:

- l'étude de texte le matin, où l'on travaille sur des parutions mathématiques récentes («Histoires de problèmes, histoire des mathématiques» Editions Ellipse 1993, «Ho les maths» Editions Dunod 1992, «Haha», Editions Belin 1992, «L'Univers mathématique» Editions La Farandole 1990...),
- les ateliers de recherche en fin de matinée, avec de nombreux thèmes offerts en simultané («polyèdres», «formes et couleurs», «calculs sur les grands nombres», «découpages et puzzles», «théorème de Fermat», «figures articulées», «constructions au compas seul»...)
- les activités sportives en début d'après-midi (tennis, piscine, sports d'équipe...)
- les travaux pratiques dans l'après-midi, où l'on fait véritablement des mathématiques appliquées (gravure sur zinc de courbes et surfaces, projets informatiques, cryptographie, réalisation d'un sondage d'opinion en vraie grandeur, montage video, conception et édition d'un journal...)
- les conférences faites en début de soirée par des mathématiciens professionnels ou des personnalités touchant au monde des mathématiques («Courbes et surfaces de l'espace», «histoire des notations mathématiques», «frises et pavages», «théorie de la décision», «mathématiques et astronomie», «mathématiques et art»,...)
- les sessions de problèmes en soirée, où priorité est donnée à la recherche en petits groupes.

Les journées extraordinaires il se passe effectivement des choses extraordinaires :

- une excursion avec visite de sites scientifiques («CERN» à Genève avec rencontre de chercheurs travaillant sur place, «Futuroscope» à Poitiers, observatoire, maison de Léonard de Vinci, avec les maquettes de ses machines...),
- un Rallye mathématique, véritable course en plein air, avec remise des prix le soir,



- une compétition de jeux logiques, également primée, toutes manifestations enrichissantes sur le plan intellectuel, mais aussi fort divertissantes!

Entre temps, les participants, tels de véritables chercheurs, rédigent leurs travaux, qui sont publiés sous forme d'une brochure «Mathématiques en vacances», se documentent à la bibliothèque, utilisent abondamment les ordinateurs mis à leur disposition, échangent entre eux des programmes informatiques, montent des expositions à thèmes mathématiques. Ils repartiront chez eux non seulement la tête pleine de souvenirs, mais aussi avec toute une documentation. En plus de la brochure qu'ils ont réalisée, leur est offerte celle que les animateurs ont écrite pour eux, rassemblant tous les thèmes étudiés au cours du séjour, ainsi que les livres dont ils auront fait l'étude approfondie de nombreux passages.

En offrant ainsi à ces jeunes une image de «*mathématiques-plaisir*», ils vivront autrement. Ils pourront à leur tour montrer à leur parents, à leurs amis, que les mathématiques sont vivantes, qu'elles sont en plein essor, qu'elles ont des applications dans tous les domaines, même les plus inattendus, qu'on peut les pratiquer dans la bonne humeur, les aimer même si on n'y excelle pas, et y trouver beaucoup de joies et de satisfactions. Le sourire des jeunes participants, leur entrain, le fait qu'ils demandent, nombreux à revenir, qu'ils entraînent avec eux des camarades, n'est-il pas d'ailleurs le meilleur signe de bonne santé de l'entreprise, et aussi la meilleure récompense de ses organisateurs? □