

Pour une approche graphique de l'analyse

Sylviane Gasquet - Paris

« Il y a longtemps que les graphiques ont mauvaise réputation »

Voici ce qu'écrivait Félix Klein il y a un siècle, en 1894 exactement, à propos d'un mémoire de Riemann comportant un aspect graphique dans ses raisonnements : « *La méthode est, de nos jours, très peu prisée des mathématiciens, habitués aux recherches abstraites. Il est d'autant plus satisfaisant de voir une autorité scientifique comme Riemann en faire usage lorsque l'occasion s'en présente, et savoir en tirer les conséquences les plus remarquables* ».

De nos jours la situation ne s'est guère améliorée, tout au moins dans l'enseignement secondaire. Certes les instructions insistent sur l'importance des représentations graphiques; elles interviennent à peu près dans toutes les applications des mathématiques; et, si l'on veut « *donner du sens* » aux notions de base de l'analyse, fonctions, dérivées, ... l'aspect graphique est indispensable. Il n'en reste pas moins que, dans l'esprit des enseignants, les représentations graphiques restent quelque chose d'assez marginal, peu rigoureux, et n'ayant au mieux qu'une valeur heuristique.»

Il semble urgent d'ouvrir le débat: « *Les représentations graphiques sont-elles seulement un support plus ou moins vague pour l'intuition et pour l'imagination ? Ou bien est-il possible qu'elles soient, à leur manière et dans certaines limites, un texte mathématique codant des informations précises, sur lesquelles il serait possible de raisonner de la manière la plus rigoureuse?* »

Cette question ne se résoudra pas en un exposé ou en un colloque! Je souhaite seulement exposer un certain nombre de pistes «avec pragmatisme, en examinant des exemples, et en regardant au cas par cas jusqu'où il est possible d'aller. Cette attitude, qui cherche à prouver le mouvement en marchant, paraît la seule raisonnable; elle permet d'éviter deux écueils majeurs. Le premier serait une docte discussion abstraite sur le «statut du gra-

phique»; je crains qu'une telle discussion ne soit assez stérile en l'état actuel des choses.

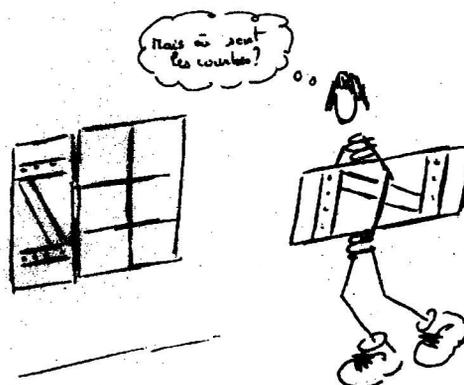
L'autre serait une tentative de codification par trop systématique des informations graphiques; on peut craindre qu'une telle tentative ne sombre rapidement dans le pédantisme et n'aille finalement, en ôtant tout sens au graphique, à l'encontre du but cherché.»

On l'aura compris, - guillemets obligent! - j'ai largement utilisé une tierce parole pour résumer l'état actuel de mes réflexions.

C'est qu'il s'agit d'un texte écrit par Bernard Malgrange, et qui, mieux que je ne saurais le faire, résume précisément la recherche que je tente de mener depuis quelques années dans mes classes. Le souci de donner une formation authentique aux élèves, plutôt que des connaissances techniques éparses et trop souvent non structurées, a été à l'origine de cette réflexion. Mais la difficulté a longtemps été de trouver un équilibre entre le gain de sens pour les élèves, d'une part, et une certaine perte de rigueur, d'autre part. Cela me semblait dommageable. Pourtant peu à peu, devant la richesse des idées émanant des élèves, j'ai acquis la conviction qu'ils faisaient ainsi une véritable entrée dans l'activité mathématique, et que peut-être il y avait moyen d'appivoiser la rigueur par le biais du graphique. Il suffirait d'explicitier suffisamment les conventions liées aux représentations graphiques pour qu'elles informent sans ambiguïté de certaines propriétés d'une fonction.

Autrement dit, qu'une représentation graphique ait le statut d'un énoncé.

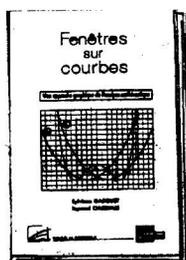
Mais il ne faut pas tomber dans le piège du «tout graphique». Car la formation



de l'élève sera d'autant plus riche qu'on l'habitue justement à faire croiser diverses approches, à ne pas emprisonner sa pensée dans une seule façon de voir. Il s'agit, au delà des mathématiques, de forger une attitude mentale face à la complexité des savoirs et des connaissances.

Dans une présentation orale, il n'est pas question d'exposer une liste des conventions possibles, ce serait fastidieux et inutile! Mieux vaut montrer comment on peut les mettre en oeuvre sur des exemples où le cadre graphique a provoqué le cadre algébrique et conduit ainsi les élèves à développer véritablement une activité mathématique. On pourra voir aussi des types de questions que tout simplement on ne songe pas à se poser par une approche formelle des fonctions. On y découvrira aussi un aspect ludique trop souvent absent de nos cours d'analyse! Les exercices graphiques sur le produit de fonctions, les questions de conservation ou de perte de symétrie, autant de champs à peine explorés, et qui pourtant semblent fort riches...

L'approche graphique de l'analyse est souvent disqualifiée, rejetée au titre



d'illustration pour élèves en difficultés, moins noble que l'approche formelle. Au nom de quoi cette hiérarchie se maintient-elle? Quels privilèges sont ainsi défendus sous couleur de défense de la discipline? Quelle vision du passé tient-on à maintenir absolument? Cette attitude n'est pas neutre.

Tout d'abord, ce n'est pas neutre pour l'image des mathématiques... Enseigner en lycée ou en collège, c'est aussi préparer l'image sociale des mathématiques dans le futur proche. Pensons en particulier aux élèves des sections littéraires, vivier des futurs instituteurs, et auxquels on propose des mathématiques trop souvent fades et inodores... Ce n'est pas neutre non plus pour l'élève... Veut-on le mouler ou le former? Ce n'est pas neutre enfin pour l'idée qu'un enseignant se fait de son métier. □

**Donner du sens
au mathématiques pour nos élèves...
c'est aussi donner du sens
au métier de professeur !**

- extrait de la préface de « Fenêtres sur courbes » S. Gasquet & R. Chuzeville CRDP Grenoble-1994
- Autres textes :
- Liaison Math-Economie. S Gasquet & D. Glasman. CRDP Grenoble. 1984
- Les Mathématiques dans l'information. S. Gasquet & R. Chuzeville CRDP Grenoble. 1993 72-08

Maths à la pointe et au poinçon

Françoise Magna - Paris

Françoise Magna enseigne à l'Institut national des jeunes aveugles de Paris depuis 1986. Cet établissement public dépend du Ministère de la santé pour déficients visuels. C'est le seul établissement qui scolarise des jeunes du CM à la terminale. Différents points sont l'objet de nos préoccupations :

- l'écriture braille et les notations mathématiques brailles,
- Les conditions particulières de passation des examens (circulaire n°85-302 du 30/8/85),
- Les différents matériels pour prendre des notes en braille (tablette, machine à écrire

« style Perkins », bloc-note informatique braille,...),

- Le problème d'accès aux documents (transcription des livres, des sujets de devoirs, ...),
- Les façons de faire de la géométrie (cubarithme, planche à dessin style « planche Dycem », pliages,...),
- Les exigences qu'un enseignant doit avoir vis-à-vis d'élèves handicapés visuels (savoir reconnaître et admettre les difficultés liées
- L'absence de calculatrices parlantes (celles existant coûtent trop cher et ne sont pas programmables).

Pour en savoir plus lire les PLOT-Journées nationales Apmep des années précédentes. □