

Maths et Démocratie

Sylviane Gasquet - Paris

“**Q**uel rapport entre mathématiques et démocratie”, m’a-t-on souvent demandé depuis que je commence à dire, comme pour me jeter à l’eau, qu’il me faut écrire sur ce thème... Quel lien peut-on tisser entre l’idéal démocratique et les mathématiques, discipline que j’ai choisi d’enseigner depuis trente ans? Ce n’est évidemment pas une question que je me posais chaque matin avant d’aller en cours! Ce sont les hasards des responsabilités que l’on m’a confiées qui inéluctablement m’ont menée à ces questions.

Une condition nécessaire...

Démocratie, mot magique? slogan? ou préoccupation intime donnant cohérence à nos actes en tous domaines? Il ne suffit pas d’avoir posé les grands principes de fonctionnement d’une société démocratique pour que celle-ci le soit effectivement. De la théorie à la réalité, il y a un minimum de conditions nécessaires pour que l’imprégnation démocratique ne soit pas limitée à des vœux de papier.

La plus élémentaire de ces conditions est, me semble-t-il, que la société en question soit constituée d’individus capables de penser par eux-mêmes. Ce qui implique donc une double contrainte à toute société voulant rester dans la voie de l’authenticité:

- apprendre aux adultes de demain à penser pour que chacun s’invente son double rôle d’homme social, autonome dans sa pensée individuelle et pourtant intégré dans l’évolution collective. Là est le difficile défi de l’institution Education. S’intégrer passe bien sûr par l’indépendance matérielle, et l’école, donc, doit aussi se soucier d’avenir professionnel, de savoirs techniquement utiles. Mais le risque est grand d’oublier la dualité fondamentale qui caractérise l’homme social, pour se polariser sur la production «d’éléments» adaptés précocement à tel ou tel emploi.

- permettre aux adultes d’aujourd’hui de comprendre les grands enjeux du monde actuel s’ils le souhaitent. (Qu’ils le souhai-

tent plus ou moins dépend en grande partie de leur propre formation de jeunesse, familiale et scolaire). Comment rendre l’information accessible compte tenu de sa masse et de sa technicité sans cesse croissantes? Ici, aucune institution, mais un fonctionnement libéral et anarchique des médias, média des ondes, média de papier.

Et les mathématiques dans tout cela?

Mon propos est précisément ici de montrer leur lien avec les deux volets précédents [Après les fenêtres (sur courbes), voilà les volets !] :

Premier volet : Faire des mathématiques à 15 ans, c’est-à-dire pour la quasi totalité des jeunes, dans le champ scolaire, cela apprend-il à penser? ou bien est-ce seulement une nécessité technique incontournable pour une formation «prête à l’emploi»? Les contenus des programmes scolaires et les méthodes de transmission permettent-ils cet apprentissage du «penser par soi-même» ou bien les mathématiques scolaires ne risquent-elles pas d’être la plus belle entreprise de préparation à la servilité mentale?

- Comment un élève peut-il forger sa capacité à raisonner alors que si souvent, dans l’apprentissage des mathématiques, les «comment» prennent le pas sur les «pourquoi» quand ils ne les effacent pas complètement.

Imaginez un dialogue du genre:

- dis, papa, pourquoi il faut mettre de l’essence dans la voiture ?
- Apprends d’abord la définition: l’essence est un hydrocarbure produit de la distillation du pétrole brut; puis les propriétés : l’essence est un liquide très volatil, odorant, inflammable et de densité 0,73. Plus tard tu verras pourquoi il faut remplir le réservoir...

Trop souvent sans doute, nous ne savons que passer d’un extrême à l’autre: tout démontrer ou tout admettre... Nous ne savons pas assez raconter les mathématiques... Quel manuel essaie de dire «pour-

quoi des fonctions»? «Pourquoi une écriture algébrique» ?

- Comment un élève peut-il se former sans apprendre à choisir? Qui dira les ravages de «la méthode générale».

Prenons quelques exemples :

- Le pivot de Gauss et une page de calculs pour résoudre un système qui à l'évidence se résout à vue!

Qu'on en juge...

$$\begin{aligned} 2x + y - z &= 1 \\ x - y + z &= 2 \\ 4x + 3y + z &= 3 \end{aligned}$$

(Le pivot de Gauss revient même dans les nouveaux programmes de terminales ES!)

- Dérivation systématique pour déterminer le sens de variation (en choisissant hypocritement les exemples pour que le signe soit étudiable!). Là il y a même déformation de l'image des fonctions... Outre qu'elles seraient toutes dérivables, qui plus est, elles auraient toutes une dérivée factorisable...

- Indications stupides dans les énoncés pour les primitives de $\ln(x+a)$, car on oublie, dans l'intégration par partie qu'on a le choix de la primitive de 1!

$$\int \ln(x+4) dx = ?$$

Posons $u' = 1$ et $v = \ln(x+4)$; alors $v' = 1/(x+4)$ et pour $u \dots$ choisissons $x+4$!

Alors

$$\int \ln(x+4) dx = (x+4) \ln(x+4) - \int 1 \cdot dx \dots$$

Point n'est besoin alors de «l'aide» si souvent proposée dans les textes : montrer que $x/(x+4)$ peut s'écrire sous la forme $a + b/(x+4)$!

J'entends d'ici les objections: déjà qu'on n'arrive pas à leur faire apprendre UNE méthode, alors s'il faut choisir ? Mais justement... N'est ce pas aussi le désintéret pour ce dressage mathématique sans finalité qui lasse les élèves, qui ne mobilise pas leurs qualités? Quel leurre de formation sommes-nous en train de répandre en acceptant cela?

Second volet : mes maths et les médias.

Les mathématiques jouent-elles un rôle dans l'information distribuée quotidiennement? Peuvent-elles être un maillon dans la formation du citoyen pour l'aider à devenir un consommateur critique d'information?

Qu'est-ce qui peut faire augmenter une moyenne? baisser un rapport? quel lien entre comparaison par différence et comparaison relative?

Prenons un exemple :

Le temps des élections !

Si le candidat de gauche affirme que le nombre des chômeurs a augmenté alors que son adversaire affirme que le taux de chômage a baissé, est-ce par ce qu'on peut faire dire n'importe quoi aux chiffres ou tout simplement parce que ces deux faits ne sont pas contradictoires?

Si le candidat d'extrême-droite affirme que l'effectif des prisonniers a doublé en 20 ans (vrai) pour se lancer ensuite dans une longue diatribe contre l'augmentation des délits..., qui songera qu'une autre raison est la cause de ce doublement ? Ce n'est pas le nombre d'entrées «dans la boîte» qui a doublé, mais la durée moyenne des peines prononcées...

Face à la complexité grandissante de nos sociétés, les mathématiques ont un rôle irremplaçable à jouer. «La première condition d'un progrès nous semble être la prise de conscience qu'un partage étendu d'un savoir organisé est inaccessible : la grande majorité des citoyens sera ignorante comme est ignorante la grande majorité des scientifiques sortis de leur champ de compétence» écrivait Michel Hulin (1). «Nous sommes voués à l'ignorance, écrivait-il encore, mais nous pouvons, nous devons encore lutter pour que ce soit une ignorance «de qualité», celle d'un esprit qui reste curieux, ouvert, critique, actif».

Pensée unique ou pensée critique ?

C'est dans cet esprit qu'une réflexion sur l'information chiffrée est entrée dans les programmes de mathématiques de la section Economique et sociale. Regrettons d'ailleurs qu'on ait cru nommer cela : mathé-

matiques appliquées à l'économie et aux sciences sociales, alors qu'il s'agit de mathématiques destinées à une meilleure appréhension de notre société. Mathématiques appliquées à la pensée critique.... et non mathématiques appliquées aux classes préparatoires ! (2)

A partir de ces deux points, bien d'autres interrogations peuvent naître. En particulier, l'initiation mathématique se faisant en milieu scolaire, il faudra bien se demander si les adultes chargés de cette initiation, nous, les «profs de math», sommes vraiment en situation de penser notre travail, ou si nous ne sommes perçus par l'institution, qu'en tant qu' OS chargés d'appliquer, carotte de l'avancement- promotion- décoration à la clé... Qu'on ne voit ici nulle agressivité envers qui que ce soit, mais un souhait : que les hiérarchies de tous ordres s'effacent pour laisser place à l'esprit de partition ... au sens mathématique!

C'est dans notre complémentarité reconnue que le système éducatif pourra puiser les ressources nécessaires pour dépasser l'opposition stérile : former plus de jeunes ou les former mieux. C'est bien à nous, les matheux, de prouver que le OU sait être inclusif... Pour éviter le leurre de la démocratisation factice des savoirs, n'encerclons plus la qualité par le quantitatif ! (3) □

1 LE MIRAGE ET LA NECESSITE. Presse de l'École normale supérieure. Michel Hulin, physicien, fut directeur du Palais de la découverte jusqu'à son décès en 88.

2 Expression de Pierre Aymard... Réunion APM, 2 octobre 94.

3 Comment croyez vous qu'il ait réagit mon vérificateur d'orthographe ?? Aucun sens du jeu!

4/ Systèmes linéaires

2. Considérons le système (S_1) :

$$\begin{cases} 2x + y - z = 1 \\ x - y + z = 2 \\ 4x + 3y + z = 3 \end{cases}$$

La matrice complète de ce système est :

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Par la transformation $L_1 \leftarrow L_2 - \frac{1}{2} L_1$, on obtient le système de matrice complète

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & -\frac{3}{2} & \frac{3}{2} & \frac{3}{2} \\ 4 & 3 & 1 & 3 \end{pmatrix};$$

par $L_1 \leftarrow 2L_1$, on obtient :

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & -3 & 3 & 3 \\ 4 & 3 & 1 & 3 \end{pmatrix};$$

par $L_3 \leftarrow L_3 - 2L_1$, on obtient :

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & -3 & 3 & 3 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \end{pmatrix};$$

par $L_2 \leftrightarrow L_3$, on obtient :

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & -3 & 3 & 3 \end{pmatrix};$$

et enfin par $L_3 \leftarrow L_3 + 3L_2$, on obtient :

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 12 & 6 \end{pmatrix};$$

Cette dernière matrice est la matrice complète du système

$$\begin{cases} 2x + y - z = 1 \\ y + 3z = 1 \\ 12z = 6 \end{cases}$$

qui admet pour unique solution $(1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$.

A noter qu'on aurait pu continuer ainsi la suite des transformations :

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 12 & 6 \end{pmatrix} L_2 \leftarrow \frac{1}{6} L_2 \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} L_3 \leftarrow L_3 - \frac{3}{2} L_2 \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$L_1 \leftarrow L_1 + \frac{1}{2} L_2 \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & \frac{3}{2} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} L_1 \leftarrow L_1 - L_2 \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Cette dernière matrice est la matrice complète du système

$$\begin{cases} 2x = 2 \\ y = -\frac{1}{2} \\ 2z = 1 \end{cases} \text{ qui admet}$$

pour unique solution $(1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$.