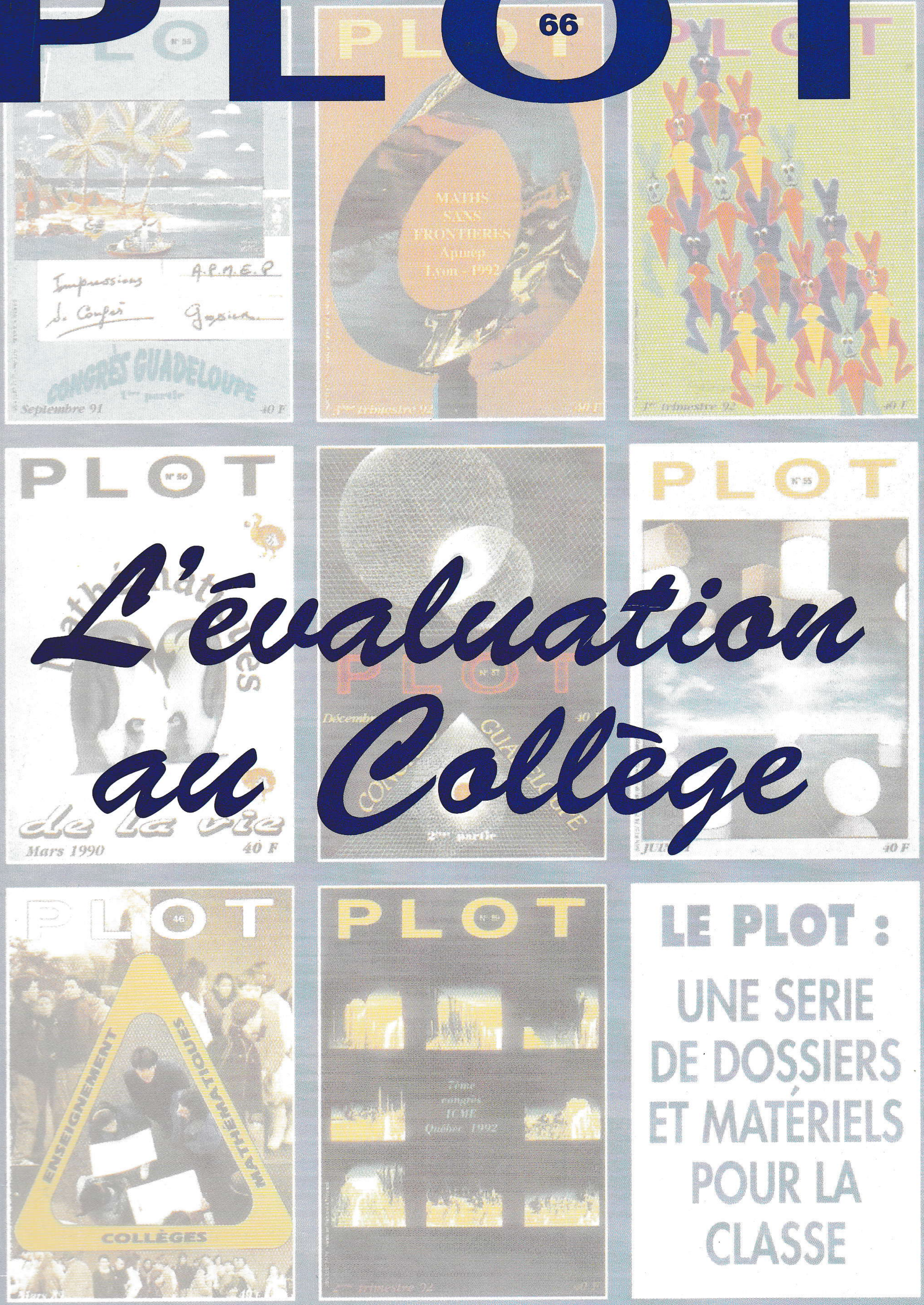
ÉCOLES COLLEGES LYCÉES

PLOT

66

L'évaluation au Collège



LE PLOT :

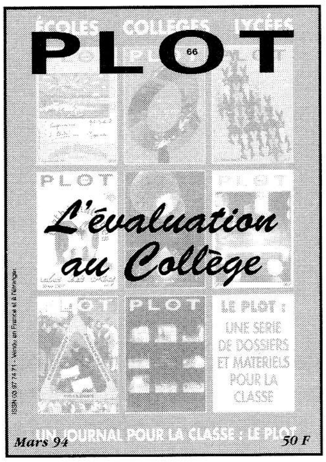
UNE SERIE DE DOSSIERS ET MATÉRIELS POUR LA CLASSE

UN JOURNAL POUR LA CLASSE : LE PLOT

Mars 94

50 F

ISSN 03 97 74 71 - Vendu en France et à l'étranger.



Directrice de publication
Marie-Laure Darche-Giorgi

Comité de Rédaction
Jacques Borowczyk, Daniel Boutté, Gérard Chauvat, Jacqueline Collet, Roger Crépin, Luce Dossat, René Gauthier, Georges le Nezet, Ginette Mison, Serge Parpay, Raymond Torrent, Michel Mirault, René Métrégiste.

Rédaction
Michel Darche, Michel Clinard

Secrétariat
Madeleine Schlienger

Ventes
Patrick Marthe, Pierre Daudin

Publicité
Pascal Monsellier

Abonnements
PLOT APMEP
Université, BP 6759
45067 Orléans-Cédex 2

Prix d'abonnement
120 FF pour 4 numéros par an
Adhérent APMEP : 100 F.
Abonnement étranger : 120 F.

Photocomposition et maquette
i.c.e.

Impression
Fabrègue - Limoges

Commission paritaire
63181 - ISSN 0397-7471

Editeur
Associations régionales de l'APMEP de Poitiers, Limoges, Orléans-Tours, Nantes, Rennes, Rouen, Toulouse, Brest, Caen, Clermont-Ferrand et La Réunion

Diffusion
Adecum (Association pour le développement de l'enseignement et de la culture mathématique).
Publié avec le concours du Centre National des Lettres et du Ministère de la Coopération

SOMMAIRE

EDITORIAL

Plot 66, premier numéro de l'année 94.
Encore une année de programmée pour les lecteurs du journal avec ce numéro promis depuis longtemps et réalisé grâce au concours des "évaluateurs" de l'IREM et de la MAFPEN d'Orléans qui décrivent ici les exploitations possibles (souhaitables ?) des outils exploités au Collège.
Les deux prochains numéros vous présenteront les compte-rendus des **journées nationales de l'Apmep à Poitiers.** Puis, ce sera, suivant "l'avancement des dossiers" un numéro sur **algèbre et symétrie au collège** suivi de deux numéros originaux élaborés à partir de nouvelles expositions :
- l'une réalisée avec nos collègues de l'Université d'Abidjan sur **les jeux mathématiques en Afrique.**
- l'autre, déjà présentée au CCSTI de Poitiers lors des journées nationales sur **le chaos de l'école !**
Tout un programme !
Pour être sûr aujourd'hui de recevoir tous ces numéros, une seule solution :
vous abonner pour au moins deux ans !

L'équipe du Plot

L'évaluation au service du dialogue

Jacky LAURENT - Châteauroux

L'évaluation est, selon nous, au centre de l'acte pédagogique.

Bien sûr, enseigner n'est pas uniquement évaluer. Chaque discipline a sa cohérence et ses priorités didactiques. Il ne s'agit pas ici de présenter un système dans lequel évaluer serait le principal acte pédagogique. Les élèves doivent acquérir des connaissances, des savoir-faire, des techniques propres à chaque discipline. Il est bien normal de considérer que le principal souci de l'enseignant est de faire en sorte que ces acquisitions soient possibles pour un grand nombre d'élèves.

Un système d'observations

Il reste à s'assurer que ces acquisitions soient faites. Limiter l'évaluation à cette seule vérification reste beaucoup trop restrictif. Avoir pour souci de mieux connaître les élèves, leurs points forts ou faibles semble ouvrir plus de perspectives pour le travail. La tâche de l'enseignant va alors consister, dans ce cadre, en l'élaboration de tout un système d'observation du travail de l'apprenant qui soit le plus fiable possible, tout en respectant le souci premier du professeur : enseigner aux élèves.

Nous allons maintenant préciser les caractéristiques qu'un dispositif d'évaluation doit présenter pour se situer dans le cadre que nous fixons à notre réflexion. Pour permettre un dialogue entre le professeur et l'élève, ou entre le professeur et la famille de l'élève, il faut avant tout utiliser un système qui soit clair pour tout le monde.

Ce souci de clarté doit se porter au niveau des critères de l'évaluation. Ils seront communiqués à tous les partenaires, enfants, familles, collègues, ... afin que tout dialogue s'effectue sur des bases connues de tous.

Un outil pour dialoguer

Dans ce cadre, la connaissance de l'élève doit s'accroître au fur et à mesure que le processus d'évaluation se déroule. Le professeur doit alors pouvoir communiquer les informations dont il dispose à tous les partenaires de l'éducation de l'enfant.

Enfin, connaissant mieux ses élèves, on peut penser que l'enseignant pourra mieux adapter sa pédagogie à leur profil. Il est important qu'un dispositif quel qu'il soit serve la pédagogie et présente quelque avantage lors de son utilisation dans le cadre de la préparation des cours et des activités pour les élèves.

Voilà donc présenté le cadre dans lequel doit se situer, selon nous, un dispositif d'évaluation au service d'un dialogue constructif avec l'enfant, sa famille ou tout autre partenaire.

Nous allons maintenant décrire la façon dont nous procédons avec les élèves. Il s'agira ensuite d'établir clairement en quoi notre dispositif semble s'inscrire dans le cadre fixé ici.

Le dispositif

Une affirmation très importante pour commencer :

Tout le travail mené dans le cadre de l'évaluation n'a pas profondément modifié le déroulement des cours. Nous verrons quelques effets "feed back", mais ce n'est pas le thème central de cette réflexion.

Présentation :

• Tout repose sur la rédaction puis le codage d'objectifs cognitifs en Maths

— Premier niveau de clarification : un contrat est passé entre le professeur et les élèves sur :

. les contenus de l'enseignement

. les supports de l'évaluation

— Second niveau de clarification : une lettre, autant destinée à la famille qu'à l'élève, annonce que les résultats aux objectifs revêtiront une grande importance dans l'avis qui sera formulé sur le travail des élèves durant l'année de troisième.

• Utilisation des résultats aux objectifs

— Le pointage par les élèves sur leur liste : la famille et l'enfant peuvent suivre les résultats au fur et à mesure du travail.

— Les "familles" d'objectifs permettent de donner un autre sens à cette évaluation : deux sortes de rubriques ont été définies :

A/ Celles qui permettent d'établir un mini portrait cognitif de l'enfant :

. Activités numériques

. Activités géométriques

. Activités avec intervention de la mémoire

. Activités avec conceptualisation

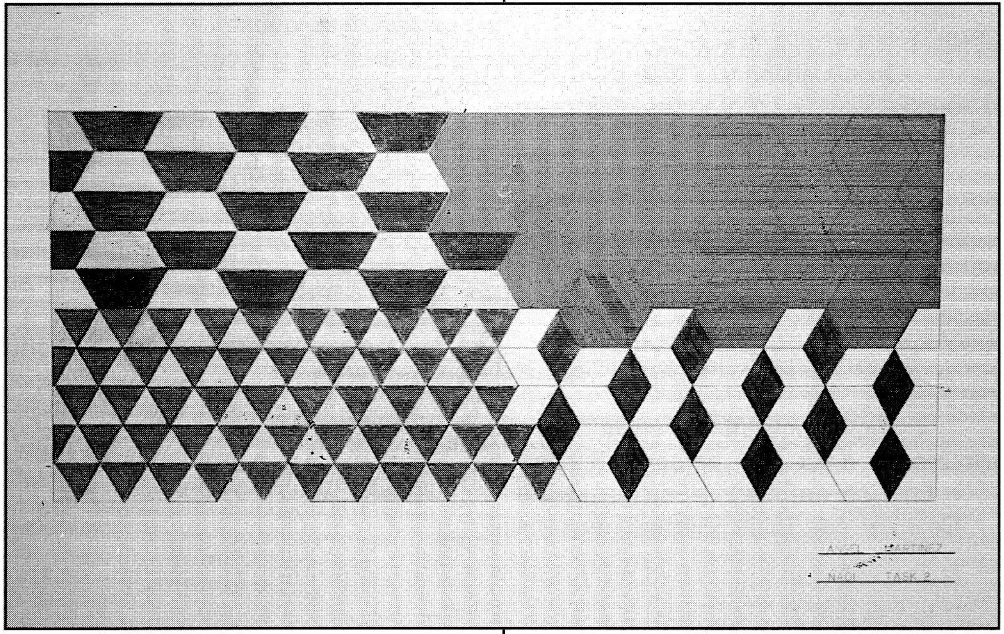
. Résolution de problèmes

Il faudra préciser, dans la rédaction complète, ce que recouvrent les trois dernières rubriques. Des exemples commentés seront présentés, ainsi que la raison qui a poussé à créer de telles rubriques et à y faire figurer ces objectifs.

B/ Les fiches de la fiche bilan de fin de troisième : à présenter en indiquant comment se font les prises d'information.

• Où est l'avantage de tout cela ?

a) Les élèves connaissent les bases sur lesquelles ils sont évalués au niveau de l'appréciation finale.



L'évaluation et l'appréciation deviennent ainsi plus transparentes, puisque reposant sur des bases connues et vérifiables.

b) Il est possible de faire la part des choses entre le travail personnel (A3) et les difficultés rencontrées (rubriques A5 et A6).

Le rapport entre les notes chiffrées et le pourcentage total d'objectifs atteints permet d'avoir des informations sur :

— le degré de maîtrise des notions

— le caractère plus ou moins superficiel du travail (citer des exemples ici)

• Le dialogue

Il peut s'établir sur des bases claires.

a) L'ensemble est géré par ordinateur.

. Pour chaque élève, une fiche est présentée et commentée à la famille lors des rencontres.

. Toutes les remarques sont fondées sur des résultats objectifs.

. Il est possible de donner des conseils pour des domaines posant des problèmes à l'enfant.

b) Une fiche bilan est établie en cours d'année sur la base de ce qui a été testé :

. Les points à problème y sont montrés.

. Des conseils peuvent y être formulés : ici il sera fait mention des résultats au questionnaire sur la gestion mentale qui peuvent permettre de personnaliser les appréciations. Il est à noter que nous nous plaçons là dans une optique d'évaluation formative à partir d'informations tirées d'épreuves d'un type plutôt sommatif.

• En quoi améliorons-nous la connaissance de l'élève ?

Dans cette partie il s'agira de reprendre et résumer ce qui précède :

. On a une bonne idée du degré d'assimilation d'un programme sur la base d'une soixantaine d'objectifs testés.

. Les résultats par familles d'objectifs indiquent plus précisément les domaines qui posent des problèmes et ceux pour lesquels la réussite est bonne.

. A tout cela s'ajoutent les informations sur la gestion mentale :

qui affinent la connaissance de l'élève,

qui montrent à l'élève qu'on s'intéresse à lui plus personnellement.

• Les retombées pédagogiques

Ce n'est pas l'objet principal de cette réflexion, mais on peut préciser rapidement les points les plus importants :

. Les objectifs : un contrat pédagogique.

. Une à deux séances de rattrapage d'objectifs en troisième (encore de l'évaluation plutôt formative).

. Des conseils donnés pour la bonne maîtrise au niveau de la résolution de problèmes.

. Des conseils et des entraînements pour la gestion mentale :

l'évocation

l'utilisation des mots étiquettes

En conclusion

Les développements précédents attestent que le dispositif s'inscrit bien dans le cadre fixé au début.

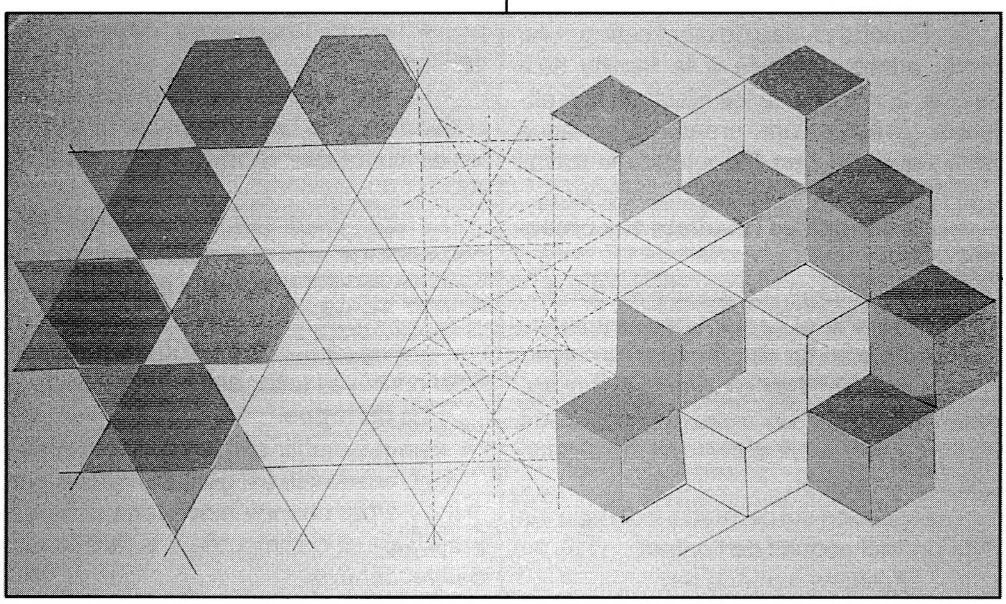
Ce qui reste à mette en œuvre ou à perfectionner :

. mieux expliquer aux familles ce qui est fait pour en faire de vrais partenaires,

. mieux indiquer aux collègues ce qu'on peut faire au niveau de l'évaluation afin : de généraliser le système pour les Maths pour les niveaux $4^{ème}$ et $3^{ème}$ au moins

de rendre ce dispositif pluridisciplinaire.

Pour cela il faudrait se doter d'un dispositif informatique simple d'utilisation permettant d'avoir facilement des résultats par famille d'objectifs et d'éditer des fiches. ❑



Exploitation des données de l'évaluation 6^e

Gérard LERICHE - Vendôme

• Tentative de description d'un processus d'aggravation des difficultés
• Création d'un outil au service de la décision

Cette évaluation du cycle élémentaire n'a pas pour fonction de discriminer les élèves, les classes, les collèges...

Sinon, elle s'exposerait en ne répondant pas aux attentes des idées reçues, à des conflits qui, dans le domaine des certitudes, n'ouvrent pas la voie au progrès.

Il en est ainsi :

— de tous les credo aux déterminismes liés à la naissance, à la psychologie, au contexte économique, culturel.

— de toutes les niches professionnelles que chacun se forge, liées aux pratiques écologiques sociales de référence, à leurs représentations, aux tâches d'exécution.

Diagnostiquer des états de connaissance

Elle a pour fonction de diagnostiquer des états de connaissance de certains objets de savoir aussi proches que possible de la réalité.

Elle s'entoure d'une méthodologie reconnue et acceptée, qui permet l'interrogation, la discussion, la négociation, la décision circonstanciée pour élaborer des stratégies d'apprentissage.

Elle se veut donc être aussi une approche volontairement didactique de certains faits d'enseignement.

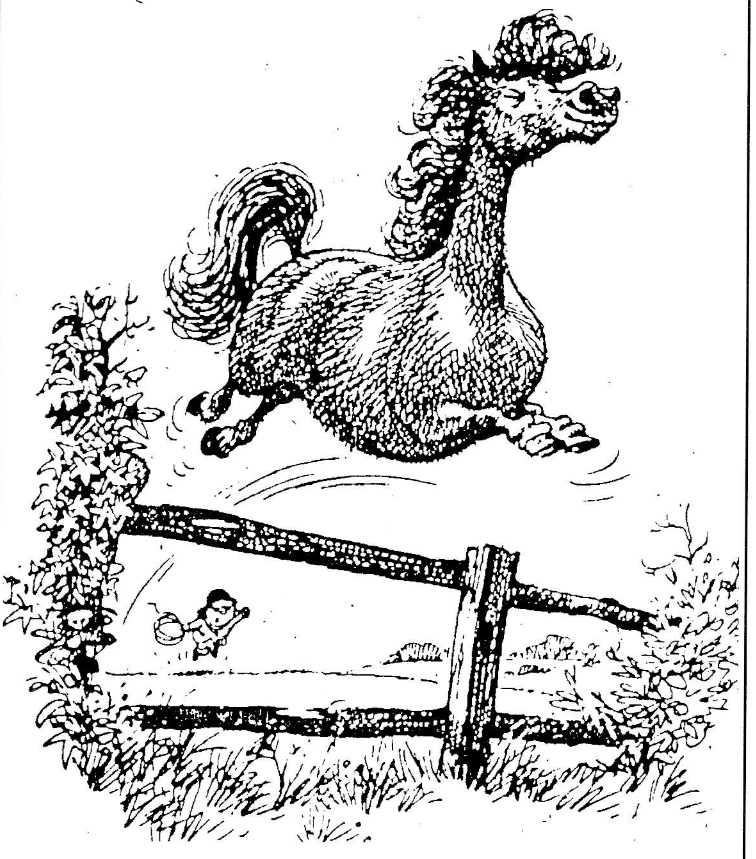
La difficulté, c'est que la masse d'informations qu'elle met à la disposition de l'enseignant est très importante.

Sa gestion présente donc un coût en temps professionnel qui, pour beaucoup, a contribué à un certain découragement.

De plus, il n'est pas sûr que les directions de recherche entreprises par les enseignants soient opportunes pour une exploitation immédiate.

Enfin, le fait de n'avoir que des objets de savoir atomisés, de les traduire en termes d'acquisitions oui-non, n'interrogent pas suffisamment et beaucoup se laissent dire que l'évaluation conforte ce que l'on savait déjà.

Il paraît alors nécessaire de proposer des traitements de données suffisamment simples permettant la réflexion et la prise de décision rapide et mieux circonstanciée, qui tient compte de l'évolution de chaque élève et de l'évolution de la classe par rapport à la connaissance.



Obstacle naturel

La mise en place d'une méthodologie

Regroupement des compétences

Les évaluations 1990-1991 des élèves entrant en sixième comportent une centaine d'items qui ont été regroupés en cinq domaines de connaissances.

— la numération décimale et les nombres décimaux codé (N)
— les techniques opératoires codé (O)
— le sens des opérations codé (S)
— la géométrie codé (G)
— la réception, le traitement, la production d'informations codé (R)

Conceptualisation algorithmisation opérationnalisation représentation communication par le langage..., implicitement, l'évaluation aborde des phénomènes méta-cognitifs. Reste à les révéler.

Chaque domaine s'intéresse aux compétences suivantes, énoncées en terme d'opérationnalisation :

N — lire la numérotation décimale de position
— classer les entiers naturels
— intercaler
— opérer avec les puissances positives et négatives de dix

O — utiliser des algorithmes pour calculer (les quatre opérations)

S — mettre en œuvre la structure additive ou multiplicative
. dans des problèmes à une opération
. dans des problèmes liés aux grandeurs aire-périmètre

G — reconnaître quelques figures-types
— utiliser les instruments adaptés pour mettre en œuvre les relations d'incidence (orthogonalité, distance, milieu)
— reproduire une figure

R — lire des énoncés de registres variés
— valider des réponses
— estimer des mesures
— enchaîner des déductions
— mettre en œuvre le raisonnement proportionnel
— formuler un énoncé, une description de figure.

Obstacle épistémologique

Le regroupement de compétences ainsi proposé permet de générer des problématiques liées à l'acquisition des connaissances.

L'analyse préalable permet d'avancer que :

— les compétences liées à (N) sont en étroite relation avec les concepts-élèves de IN et de ID⁺ et les modalités d'appropriation de ces concepts,
— les compétences liées à (O) sont plutôt associées à la mise en œuvre d'une pensée algorithmique,
— les compétences liées à (S) relèvent, ici, de la mise en place des structures additives et multiplicatives,
— les compétences liées à (G) révèlent l'état de représentations mentales d'objets géométriques simples et de leurs mises en relations,
— les compétences liées à (R) traduisent le rapport de l'élève aux faits langagiers plus particulièrement au langage mathématique.

Combinaison des regroupements

Si un élève n'a pas atteint le seuil de 75 % dans un regroupement, il y sera déclaré en échec. Comme il peut en connaître plusieurs, il apparaît 32 possibilités qu'on peut regrouper en six classes :

1. les élèves ne connaissant aucun domaine de difficultés
2. les élèves connaissant un domaine de difficultés

3. les élèves connaissant deux domaines de difficultés
4. les élèves connaissant trois domaines de difficultés
5. les élèves connaissant quatre domaines de difficultés
6. les élèves connaissant cinq domaines de difficultés

Nous pouvons les regrouper en trois classes afin de faire des comparaisons avec les évaluations traditionnelles chiffrées.

1. La classe A composée de 1 et 2.
2. La classe B composée de 3 et 4.
3. La classe C composée de 5 et 6.

Des problématiques

Il se pose déjà trois questions :

— les classes formées auront-elles des effectifs semblables ? Sinon, quels enseignements pourra-t-on en tirer ?

— pour les élèves connaissant le même domaine de difficultés, devront-ils avoir la même remédiation selon qu'ils connaissent un, deux, trois... domaines de difficultés ?

— les classes A et C sont souvent bien repérées par les enseignants et leurs réponses bien adaptées. Mais pour la classe B, les élèves réussissent mais échouent de temps à autre, c'est le règne des encouragements et des avertissements.

Connaissons-nous exactement leurs difficultés ? Répond-on à leurs besoins ?

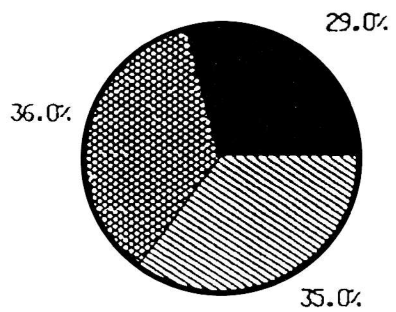
Les résultats
Les interprétations

La loi des trois tiers

En considérant les classes A, B, C définies auparavant, les élèves se répartissent de la façon suivante :

29 % en classe A, 36 % en classe B, 35 % en classe C.

Trois niveaux



Graphique 1

Exercice 23 Julien 6ème

a. 240 × 10 = 2,40

b. 281,28 × 100 = 28128,00

c. 3,72 × 1000 = 3720,00

d. 16,2 : 10 = 16,20

e. 825 : 100 = 82500

f. 2127 : 1000 = 2127000

2. Une répartition significative

Le x^2 montre que les intervalles de confiance sont significatifs pour les classes 4 et 5 mais que pour les classes 2 et 3, l'échantillonnage est à peine suffisant.

Tout en restant prudent, l'investigation demeure possible.

1 domaine de difficultés

Le manque de maîtrise des techniques opératoires affecte 30 % de cette classe, soit 5 % de l'échantillonnage.

L'étude des livrets des élèves a permis de révéler entre autres raisons, que certaines leçons n'avaient pas été faites à l'école élémentaire. La remédiation est alors facile à envisager.

Le manque de maîtrise de la numération (22 % de la classe, 3,5 % de l'échantillon) provient surtout de la conceptualisation de ID^+ qui est en cours et souvent mal menée.

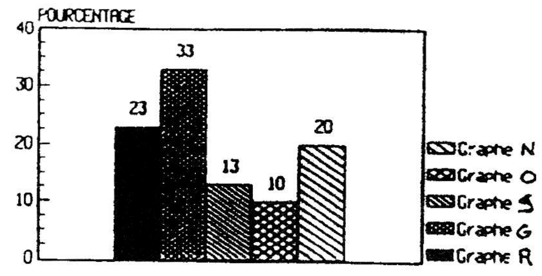
Le manque de maîtrise des faits langagiers utilisés en mathématiques (20 % de la classe, 3 % de l'échantillon) a mis en évidence que l'étude de certains registres (tableaux...) n'a pas été suffisamment abordée ou que les élèves appartiennent à des cultures différentes. Un fait qui tend à prouver que l'appel au quotidien pour illustrer certaines notions est souvent chargé de trop d'implicites et met même de bons élèves en difficultés.

Le manque de maîtrise du sens des opérations et de la géométrie semble n'affecter qu'un nombre limité d'élèves de cette classe.

Mais il faut rester prudent aux regards des données de 1991 qui infirment cette tendance. Il est vrai que les items proposés en géométrie présentaient des figures plus difficiles à lire. Quant au sens des opérations, les items proposés mettaient en œuvre des difficultés supplémentaires.

Dans l'ensemble l'origine des difficultés rencontrées par ces élèves sont faciles à repérer et la remédiation n'en est que plus aisée.

Répartition des élèves connaissant un domaine de difficultés



Exercice 18

Complète les phrases ci-dessous

a. Dans le nombre 124,753 le chiffre des centaines est 1 et 7

b. Dans le nombre 180,254 le chiffre des dixièmes est 1 et 2

c. Dans le nombre 328,315 le chiffre des dizaines est 3 et 3

d. Dans le nombre 123,456 le chiffre 4 est celui des 1 et 4

Amandine (6e)

2 domaines de difficultés

Il se dégage dans cette classe deux catégories qui traduisent deux liaisons très fortes :

NS (20 % de la classe soit 4 % de l'échantillonnage)

et

NR (20 % de la classe soit 4 % de l'échantillonnage).

Le manque de maîtrise de NS, après étude des livrets, montrent que l'acquisition des structures multiplicatives reste très fragile et qu'elle est remise en cause dès qu'une autre difficulté se présente telle la gestion des nombres décimaux.

De même la structuration des nombres décimaux n'est pas bien établie, et souvent les fonctions X 10..., : 10... sont réduites à des algorithmes auxquels les élèves donnent un sens souvent éloigné de celui auquel on voudrait qu'ils accèdent.

Le manque de maîtrise de NR vient surtout des faits de langue :

— le contexte de lecture n'est pas pris en compte : écris un nombre compris entre 82 et 87 s'interprète comme place "géographiquement" un nombre entre 82 et 87 d'autant plus que l'emplacement a été prévu typographiquement.

— la proximité de phonèmes dixièmes/ dizaines induit de nombreuses erreurs,

— l'accès au codage pas préparé,

— le vocabulaire utilisé est mal défini, la congruence sémantique trop prégnante (Jean a 15 billes de plus se traduit par une addition quel que soit le contexte). La liste n'est pas exhaustive.

La réciproque est vraie.

Ne pas maîtriser IN conduit à des règles -élèves du genre :

— "Quand on multiplie, on trouve un nombre plus grand".

— "Quand on divise..."

ce qui ne manque pas de perturber la lecture, le traitement d'informations... mais il faut reconnaître que les livrets ne nous ont donné que peu d'exemples.

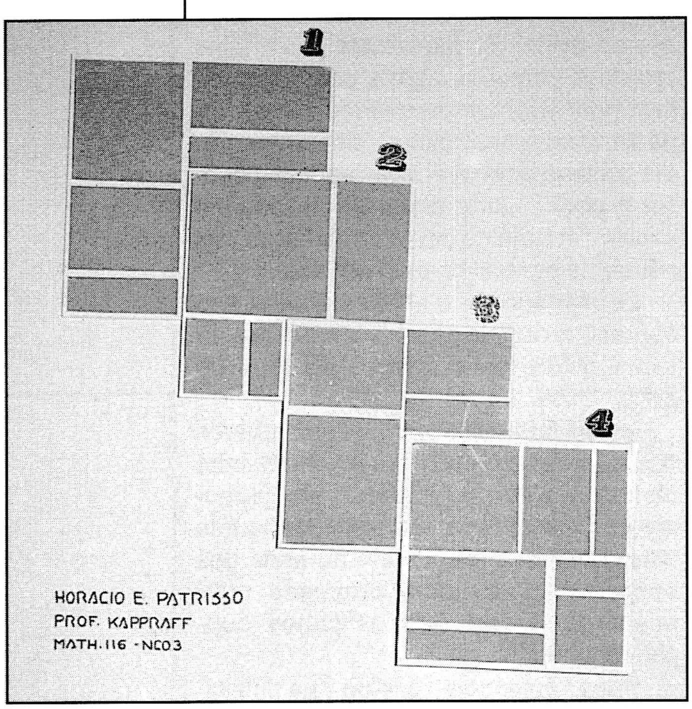
Nous avons là chez ces élèves qui dans l'ensemble réussissent, des règles-élèves qui se construisent et qui risquent de les mettre en difficulté pus tard mais souvent en présentant beaucoup de défauts.

Aux enseignants d'y remédier le plus rapidement possible.

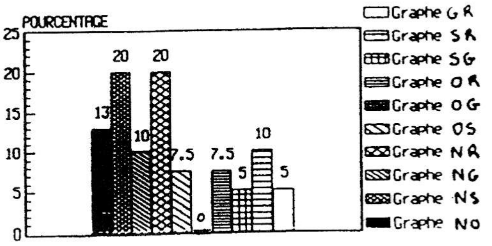
En revanche les autres liaisons OG-OR-SG... ne sont guère significatives donc difficilement interprétables.

Les données de 1991 semblent confirmer la tendance mais elles accentuent une autre catégorie SR.

Les structures additives s'imposent lors de la lecture d'un énoncé, où les difficultés de lecture ne permettent pas le bon choix. Elles sont certainement la cause des nombreuses erreurs produites par les élèves de cette catégorie.



Répartition des élèves connaissant deux domaines de difficultés



Je possède 137 billes. J'en ai 42 de plus que mon frère.
Combien mon frère en possède-t-il ?

137 + 42 = 179
Mon frère à 179 billes.

O. (6ème)

On achète 7,20 m de fil électrique à 4 F le mètre.
Combien a-t-on payé ?

7 x 4F = 28 + 4 = 32F
8 x 4 = 32F
On a payé 32F

?. (6ème)

3 domaines de difficultés

Sans discussion aucune, le manque de maîtrise de NSR affecte 45 % des élèves, soit 7 % de l'échantillonnage.

Nous sommes là en face d'un fait important. Ces élèves qui savent conduire des algorithmes, avoir des représentations justes de figures et manipuler des instruments de géométrie n'arrivent pas à maîtriser les faits de langue, donner du sens aux opérations, et structurer l'ensemble des décimaux positifs.

Après étude des livrets, tout se passe comme si, ils privilégiaient :

— le langage familier au détriment du langage mathématique,

— l'utilisation de règles-élèves justes dans quelques situations mais fausses mathématiquement si on ne précise pas les limites du champ d'application,

— le recours à une pensée algorithmique, la plus aisée à mettre en œuvre.

Ils vivent ainsi des situations de classe où règne l'ambiguïté.

Et il est fort probable que le discours mathématique habituel tenu en classe ne prenne plus de sens pour ces élèves.

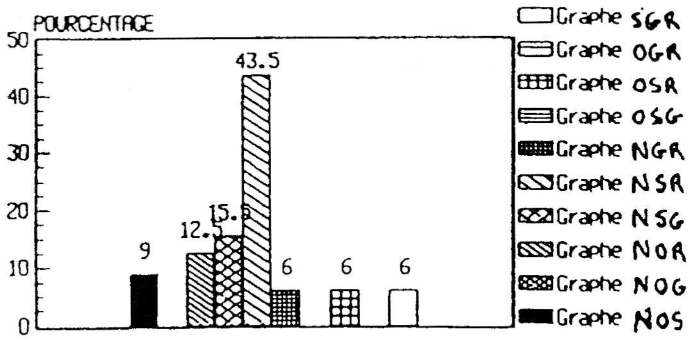
La dévolution des activités mathématiques, les formulations codées, la recherche d'arguments, les validations, les institutionnalisations opportunes... sont des passages obligés pour l'accès à la culture mathématique.

Quant aux autres catégories, les effectifs ne sont pas significatifs.

N'avons-nous pas là, la justification pour lier le géométrique, domaine de réussite de ces élèves et le numérique, tout en veillant à la rigueur du langage utilisé ?

Les données 1991 confirment cette tendance mais accentuent une autre catégorie SGR ce qui peut s'expliquer facilement compte tenu de la remarque du premier paragraphe.

Répartition des élèves connaissant trois domaines de difficultés

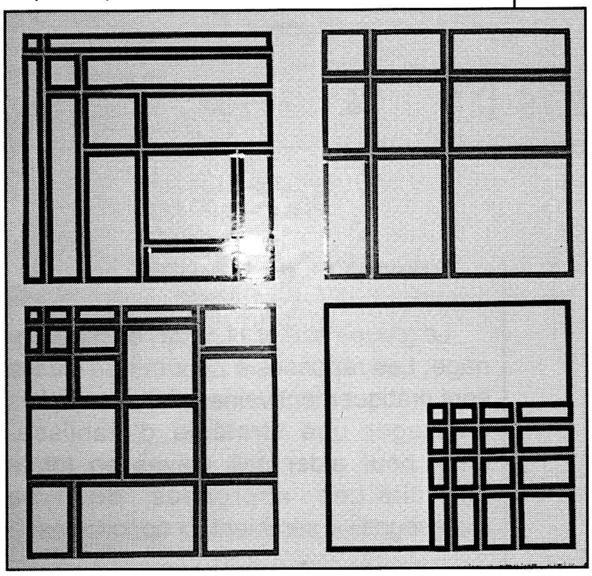


4 domaines de difficultés

Le manque de maîtrise de NOSR domine (55 % soit 12,5 % de l'échantillonnage). Seule, la géométrie permet à ces élèves d'avoir un recours. Les techniques opératoires ne sont plus assurées.

Les élèves sont déstabilisés.

Une deuxième catégorie NSGR, à l'effectif plus modeste, se dégage (28 % soit 6 % de l'échantillonnage) pour qui le domaine de réussite s'établit autour des techniques opératoires.

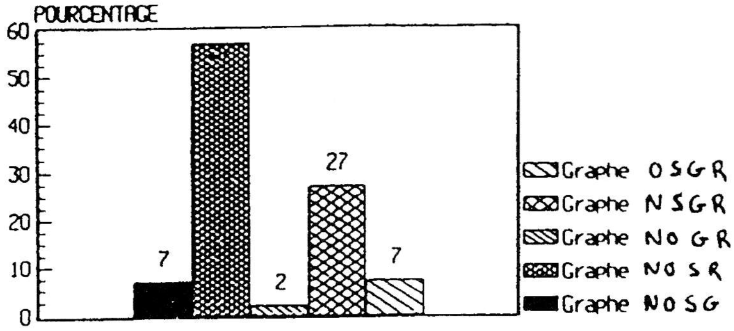


Il semble peu abusif d'y voir le fruit d'un enseignement intensif.

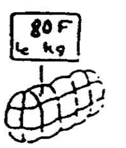
Sans cela, il est fort probable que les élèves de cette catégorie appartiendraient au cinquième groupe.

Les données 1991 confirment la tendance à quelques nuances près.

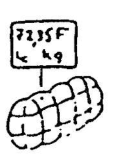
Répartition des élèves connaissant quatre domaines de difficultés



Le prix d'un kilo de rôti de boeuf est de 80 F. Mr Jambonneau en achète 3 kg.
Quelle est sa dépense ?



80. ⊠ 3... = 240 F



Le prix d'un kilo de rôti de boeuf est de 72,35 F. Mr A. Talon en achète 0,8 kg.
Quelle est sa **dépense** ?

72,35 ⊡ 98. = 90..

5 domaines de difficultés

Le groupe atteint 11 % de l'échantillonnage. Les réponses à apporter en classe sont pratiquement vaines. Il faut cette fois envisager une stratégie d'établissement pour aider ces élèves en totale difficulté.Les approches de type métacognitive semblent ici opportunes.

Un processus d'aggravation des difficultés

Supposons un bon élève qui pour une raison ou pour une autre connaît un domaine de difficultés.

Les données nous offrent trois entrées possibles avec toute la prudence qui s'impose et qui sont N, O, R.

Supposons qu'il rencontre un deuxième domaine de difficultés, il est révélateur que N et R s'associent et que les difficultés en N induisent des difficultés en S. En revanche O n'a pas induit d'autres domaines de difficultés du moins d'une manière significative.

Tous se passe comme si, la mauvaise conceptualisation due à la difficulté de maîtriser le langage fonctionnel perturbait la mise en place des structures multiplicatives et du raisonnement proportionnel.

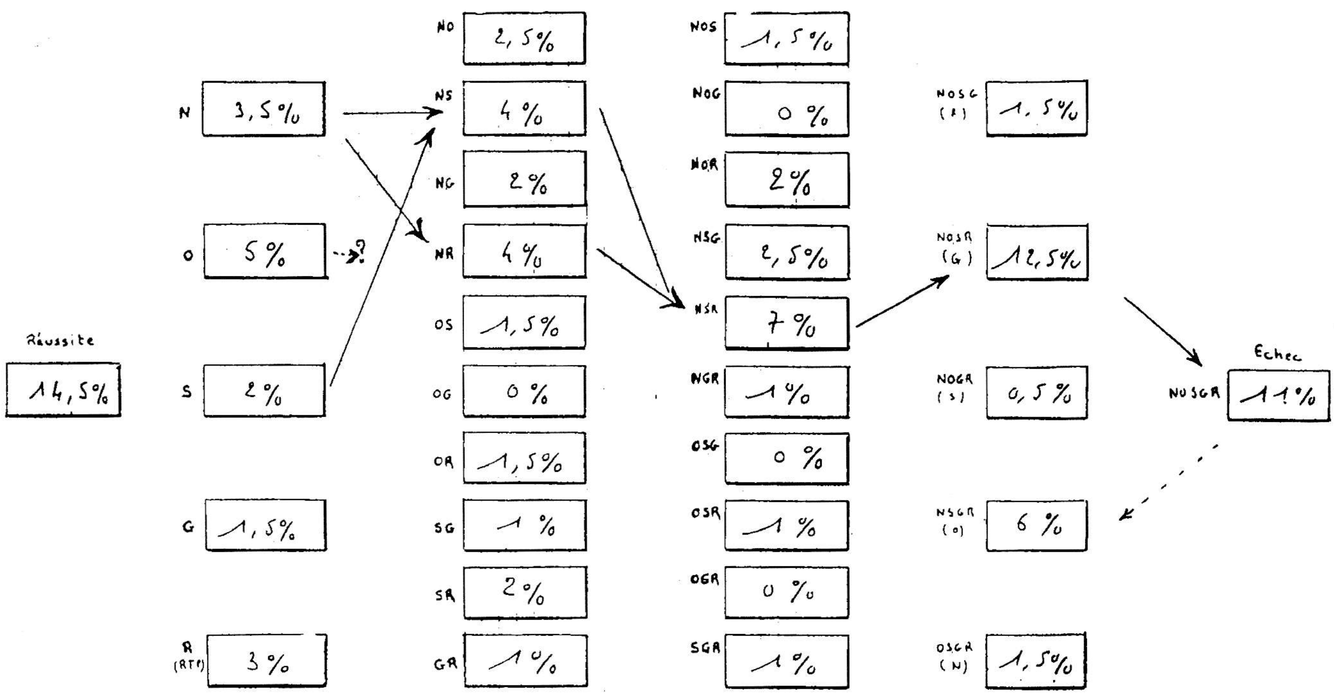
Les apprentissages proposés ont créé, à l'insu des enseignants, des dysfonctionnements dans l'appropriation des connaissances qu'il faut tout de suite repérer et corriger si l'on ne veut pas que l'élève connaisse l'aggravation suivante.

Sans conteste, les difficultés en numération décimale, les difficultés pour maîtriser le langage fonctionnel, la perte de sens des opérations font synergie. Il y a tout lieu de penser que l'élève n'accorde plus de sens aux activités mathématiques. Il ne lui reste que les techniques opératoires et quelques activités de géométrie pour se retrouver.

Mais il semble que ce recours ne dure qu'un temps. Bien vite, l'élève connaîtra l'aggravation suivante : difficulté de maîtriser des techniques opératoires pour n'avoir que quelques représentations justes de figures géométriques. Les perturbations deviennent techniques. L'échec est total.

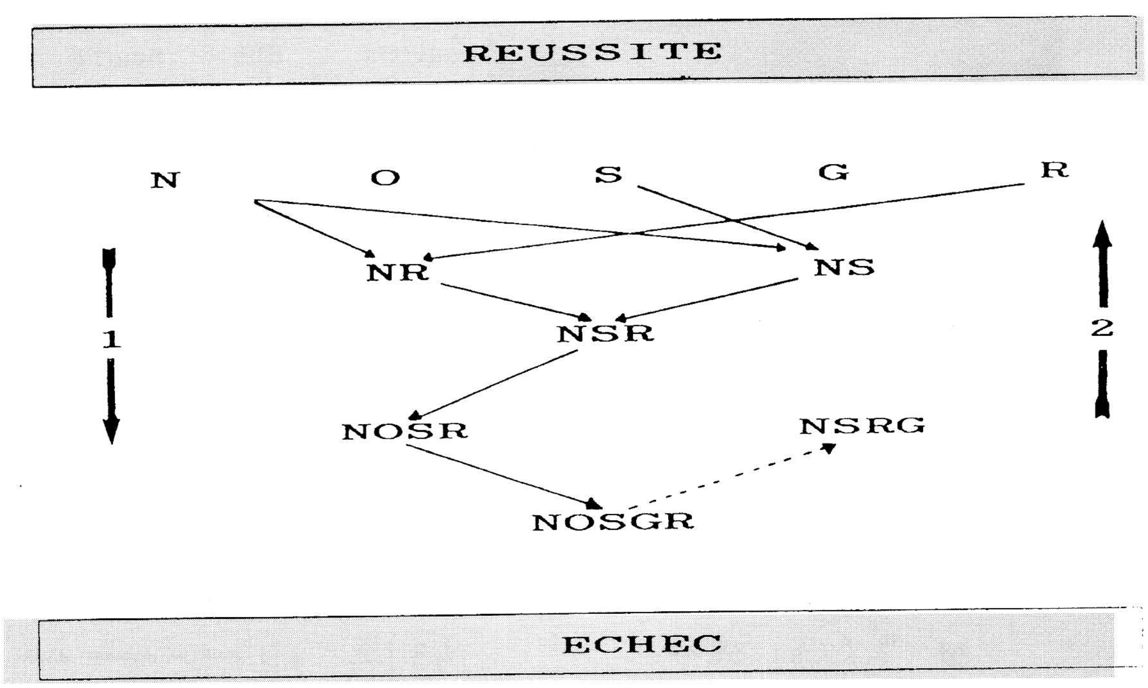
Ce processus induit par les données porte à penser que les activités d'apprentissage ne dégagent pas assez de sens, que le recours au langage disciplinaire n'est pas ressenti comme une nécessité, que les connaissances ne sont pas reconnues comme avant tout des outils au service d'un projet. Beaucoup d'élèves en souffrent et vivent à plus ou moins longue échéance ce processus d'aggravation.

Dysfonctionnement localisés dans l'appropriation de certaines connaissances >< Les activités mathématique ne prennent plus de sens >< Perturbations techniques importantes



Echantillon de 1038 élèves (1990).
Académie Orléans-Tours

De l'étude des données, peut s'extraire le tableau synthétique suivant :



1 - Processus d'aggravation des difficultés
2 - Processus possible de réduction des difficultés

Pour conclure

Le dispositif de traitement des données peut être repris pour sa propre classe.

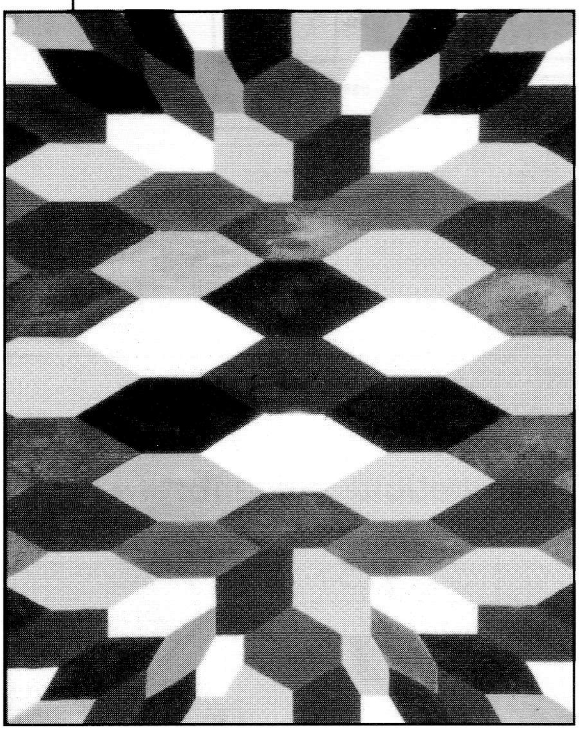
Il aboutira à l'obtention d'un descriptif tel celui joint en annexe qui comportera quatre aspects :

— le mise en évidence des domaines de difficultés que rencontrent la classe et chaque élève,

— la mise en questionnement des effets inducteurs des domaines de difficultés,

— la prise en compte de l'évolution probable des domaines de difficultés,

— la mise en questionnement pour éviter cette évolution.



Pavages d'hexagones à côtés parallèles et égaux

Si l'on se réfère aux pratiques courantes, ce processus d'aggravation des difficultés n'est pas pressenti.

La réussite globale des élèves de la classe A fait que la présentation des savoirs se fait souvent très rapidement.

Elle s'apparente plus à un rite qu'à une approche réfléchie.

"De tout façon, il y en a qui réussissent toujours pour justifier la démarche".

Quant aux élèves de la classe B qui ont des notes autour de la moyenne, ils ne bénéficient guère de stratégies d'apprentissage adaptées.

Ils constituent le tiers caché du collège qui, à un moment ou un autre du cursus scolaire, va apparaître si l'on n'y prend pas garde, en grande difficulté.

L'étude de ces données plaide pour que ces élèves aient le temps de s'approprier les problématiques proposées, créatrices de sens et de savoirs.

Pour les élèves de la classe C, ne faudrait-il pas inverser le schéma d'aggravation des difficultés pour qu'il devienne un processus de réduction des difficultés.

Créer des îlots de connaissances-ressources, créer des situations qui leur permettent de retrouver la confiance et la mise en œuvre du raisonnement et des savoirs. Et enfin aborder les objets de savoirs indispensables à notre époque.

L'approche proposée, de mise en œuvre simple, permet d'établir une image de la classe et des élèves dans une perspective évolutive des rapports aux savoirs. Elle nourrit un questionnement sur l'apprentissage et permet ainsi de prendre des décisions plus circonstanciées.

<u>**Exercice 34**</u>

des hesitations révélatrices

Julie souhaite acheter 8 stylos de même prix.

La marchande lui demande 72 F.

Julie n'a que 43 F.

Combien peut-elle en acheter au maximum ?

1) $8 \times 9 = 72$ un stylo coûte 9 F

* recours à des connaissances ressources

2) $9 \times 43 = 387$

$43 \div 9$: 70, 07 | 47,0

elle peux acheter 47 stylos

* mis en oeuvre d'un raisonnement

* dommage la bonne réponse était si proche.

Exemple d'une intervention mieux ciblée :

Classes de Mme Barbier-Morgand et M. Creuxlebois

Après l'évaluation de septembre 1992, les élèves de sixième du Collège Gérard Yvon (Vendôme) ont été répartis selon leur profil constitué à partir des domaines de difficultés.

L'équipe de professeurs de mathématique bénéficiant d'une séquence de concertation a élaboré après avoir fait un choix, une intervention de 8 séquences ayant pour objectif de donner du sens aux opérations.

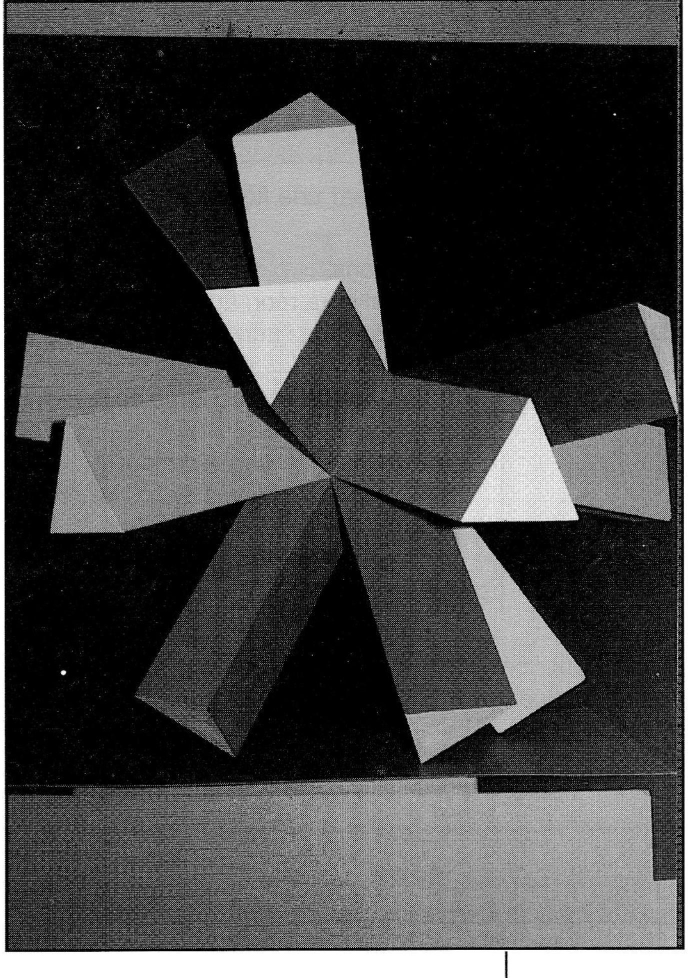
Elle a utilisé une séquence de tutorat que deux professeurs de mathématique assuraient.

Seuls les élèves n'ayant qu'une difficulté (S) ont été choisis ce qui a formé deux groupes de 12. L'équipe a pensé que ceux qui cumulaient plusieurs domaines de difficultés dont (S) avaient besoin d'une intervention plus complexe donc demandant une réflexion plus soutenue qu'elle ne pouvait mener cette année.

Le contenu s'inspire fortement du livre "Lire en mathématique" (édition Retz) dont vous trouverez quelques exemples page suivante.

Il a été retenu :

1. Rechercher la question, la réponse étant donnée.
2. Retrouver la bonne question, les énoncés étant donnés.
3. Reconnaître le mot clé dans un énoncé.
4. Retrouver les énoncés, les opérations étant données.
5. Construire un énoncé à partir d'opérations enchaînées.
6. Rechercher la donnée manquante pour répondre à la question.
7. Organiser un calcul à partir d'un problème donné.



Une évaluation a été faite qui a donné satisfaction.

Remarque :

Après expérience, il semble possible de faire bénéficier de cette aide les élèves connaissant deux domaines de difficultés dont (S).

L'équipe a redéfini une autre intervention de 8 semaines dont l'objectif est la construction de figures géométriques. Les élèves ont été choisis à partir de leur profil d'échec en (G) cumulé ou pas avec un autre domaine de difficultés.

En résumé, le document élaboré à partir des données de l'évaluation permet de mieux définir rapidement les besoins des élèves et donc de répondre avec plus d'efficacité.

L'expérience en cours semble profitable. Reste à un groupe de chercheurs le soin de valider ces approches.

I. Quelle est la question ?

Associe les données suivantes à leur **réponse** en les reliant par une **flèche**
Attention : tu peux avoir plusieurs possibilités.

Conseils : pose-toi des questions concernant les données proposées et écris-les sur ton cahier de brouillon, afin de reconstituer des textes de problèmes. Ensuite résous ces problèmes pour vérifier que la réponse correspond bien à la donnée choisie.

Données

a) J'ai roulé pendant 2 h à la vitesse de 75 km/h.

b) J'achète un jouet 15 F, le commerçant me fait 10 % de réduction.

c) La longueur d'un rectangle est 15 cm. Son aire est 150 cm^2.

d) Le segment [AB] mesure 9 cm. La longueur du segment [AC] est les 2/3 de celle de [AB].

Réponses

e) J'ai payé 13,50 F.

f) La largeur du rectangle est 10 cm.

g) La longueur de [BC] est 1/3 de celle de [AB].

h) J'ai parcouru 150 km.

i) Ma remise est 1,50 F.

j) La longueur de [BC] est 3 cm.

II. Retrouvons la bonne question

Relie les données aux questions correspondantes par une flèche.

Données

a) Dans un collège sont inscrits 350 externes et 150 demi-pensionnaires.

b) J'ai 25 ans en 1988.

c) Ma voiture consomme 8 l d'essence aux 100 km.

d) Mon père a eu 50 ans en 1975

e) Un pull coûtait 100 F.
Il est soldé 80 F.

f) Le soleil se lève à 7 h 35 mn et se couche à 19 h 28 mn.

Questions

g) Quel sera mon âge en l'an 2000 ?

h) Quelle est l'année de naissance de mon père ?

i) Quel est le pourcentage de la réduction ?

j) Quelle est la durée du jour ?

k) Combien d'élèves sont inscrits au collège ?

l) Quelle sera ma consommation pour parcourir 550 km ?

Tu peux ainsi reconstituer des énoncés d'exercices. Ecris-les sur ton cahier de brouillon et résous alors chaque exercice.
Par exemple, complète l'énoncé :
Un pull coûtait 100 F. Il est soldé 80 F

III. Reconnaître le mot clé

Souligne le mot qui te paraît le plus important dans chacun des textes suivants puis écris-le dans la colonne de gauche.

1) Les 2/3 du réservoir de ma voiture sont vides.
Quelle est la capacité de mon réservoir s'il contient encore 15 l d'essence ?

2) La longueur d'un terrain rectangulaire mesure 5 m de plus que sa largeur. Exprime cette longueur en fonction de la largeur.

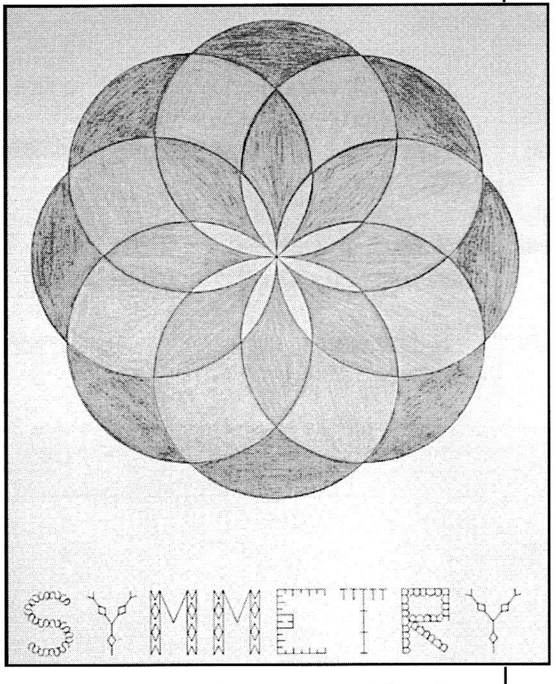
3) La longueur d'un champ rectangulaire est le double de sa largeur. Calcule les dimensions du champ si son périmètre est 1200 m.

4) La longueur totale des arêtes d'un parallélépipède rectangle est 1800 cm. Calcule ses dimensions sachant qu'elles sont proportionnelles à 6, 5 et 4.

5) Dessine un triangle rectangle en A et la hauteur issue de A.

6) Tous les points d'un cercle sont équidistants du centre.

7) Une cassette est vendue 45 F et un disque 45 tours est vendu 15 F. J'achète 5 disques 45 tours et un disque 33 tours affiché 72 F. Quelle est ma dépense ?



J'ai une réponse!.. Quel est le problème?

IV. Retrouvons les énoncés

Emilie a mal rédigé son devoir de mathématiques. Elle n'a pas écrit les numéros d'exercices, ni les phrases réponses. De plus, elle n'a fait qu'une ligne de calculs à chaque fois.

— Retrouve les numéros de problèmes puis trouve la bonne phrase réponse et écris-la au-dessus de la ligne d'opérations.

— Complète sur ton cahier de brouillon ce qu'Emilie a oublié d'inscrire et trouve les résultats qu'elle n'a pas recopiés.

a)

$$(80 + \frac{80 \times 15}{100}) \times 3 =$$

b) $2000 + (455 \times 12) =$

c) $(2 \times 0{,}75)\ (0{,}1 \times 0{,}1) =$

d) $(3 : 60) \times 15 =$

e)

$$450 \times (\frac{40 \times 30}{2}) =$$

1 Un terrain a la forme d'un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent quarante et trente mètres. Il est vendu quatre cent cinquante francs le mètre carré. Quel est le prix du terrain ?

2 On veut carreler la façade d'une baignoire avec des carreaux de forme carrée mesurant dix centimètres de côté. Combien faudra-t-il de carreaux sachant que la baignoire mesure deux mètres de long sur soixante-quinze centimètres de haut ?

3 Trois amis décident de dîner au restaurant. Ils choisissent un menu affiché quatre-vingts francs, service non compris. Sachant que le service s'élève à quinze pour cent du prix du repas, trouve le montant de l'addition que le serveur leur apportera à la fin du dîner.

4 Antoine décide d'acheter un scooter. Le vendeur lui propose de régler de la manière suivante :

— deux mille francs le jour de la livraison, puis douze mensualités s'élevant chacune à quatre-cent cinquante-cinq francs.

A combien lui revient son scooter ?

5 Alexandra met un quart d'heure pour se rendre de chez elle au collège en marchant. Sachant que sa vitesse moyenne est de l'ordre de trois kilomètres à l'heure, à combien de kilomètres du collège Alexandra habite-t-elle ?

V. manque des données

Les problèmes suivants sont impossibles à résoudre. Il y manque des données. Trouve ce qui a été oublié.

1. Un libraire achète un livre 20 F. Il en vend 12. Quel est son bénéfice ?

2. Un magnétoscope est vendu 3500 F. Quel bénéfice mensuel réalise un commerçant qui vend 10 magnétoscopes par mois ?

3. Un capital a rapporté un intérêt annuel s'élevant à 1250 F. Trouvez le capital.

4. Un coureur automobile a parcouru les 24 tours d'un circuit en 5 h. Quelle est sa vitesse moyenne ?

5. Trouver le périmètre d'un rectangle dont la longueur mesure 15 cm.

6. Une mère de famille fait ses comptes au retour d'un semaine passée aux sports d'hiver :
— location 3000 F.
— 4 forfaits de ski à 600 F par personne.
— nourriture 1000 F.
— 3 pleins d'essence à 4,80 F le litre.
— dépenses diverses 350 F.
A combien est revenue cette semaine de vacances ?

7. Dans une élection, 62 % des électeurs inscrits ont voté. Quel est le nombre d'inscrits ?

8. Tracer un triangle isocèle ABC et son axe de symétrie.

EVALUATION EN MATHEMATIQUES A L'ENTREE EN 6e

COLLEGE : Académie Orléans-Tours
COLLEGE LOUIS PASTEUR
41160 MOREE
Téléphone 54.82.60.55

NOM ET PRENOM DE L'ELEVE :

Madame, Monsieur,
Voici, pour votre enfant, les résultats de l'évaluation en MATHEMATIQUES.
Pour chaque domaine de compétences, les résultats sont donnés en pourcentage. Vous pourrez ainsi apprécier ses réussites.
Dans l'ensemble, un score autour de 70 % de réussite est attendu.
A l'initiative du collège, des rencontres PARENTS-PROFESSEURS seront organisées.
Le Principal de l'établissement vous donnera toutes les informations nécessaires à ce sujet.

	DOMAINE	CONNAISSANCE	POURCENTAGE DE REUSSITE	POURCENTAGE DE NON-REPONSES
N	NUMERATION ET NOMBRES DECIMAUX	Numération de position		
		Numération décimale		
		Intercalation et comparaison de nombres		
O	TECHNIQUES OPERATOIRES	Opérations avec les entiers		
		Opérations avec les décimaux		
S	SENS DES OPERATIONS	Problèmes utilisant une addition ou soustraction		
		Problèmes utilisant une multiplication		
G	FIGURES GEOMETRIQUES	Lecture d'un dessin		
		Construction et reproduction de figures		
R	MAITRISE DU LANGAGE MATHEMATIQUE	Lecture d'un énoncé Lecture d'un tableau Lecture d'un formulaire...		
		Organisation d'une démarche (résolution de problème, justification de choix, sens donné à un résultat,...)		
		Ecriture d'un texte en langage mathématique		
à titre indicatif : résultat global en mathématiques				

Approche du raisonnement au collège

Patrick WIERUSZEWSKI - Morée-sur-loir

Dans cet article, il s'agit de donner une information, de présenter une pratique des stages et de baliser quelques pistes d'entrée sur le thème proposé.

Les affirmations, entendues ici et là (salles des professeurs, conseils, stages, etc.) : "ils ne sont pas logiques", "ils ne savent pas raisonner", en parlant des élèves, révèlent à la fois un constat qu'on peut penser trivial mais aussi un profond désarroi chez les enseignants.

Ainsi, lors de l'animation des stages dits de réponse suite à l'évaluation nationale sixième de la D.E.P., le besoin s'est fait sentir d'intervenir DANS la discipline sur les difficultés d'ordre langagier rencontrées en classe, tant à l'oral qu'à l'écrit, dès l'abord d'une question attachée à la mise en place d'un raisonnement.

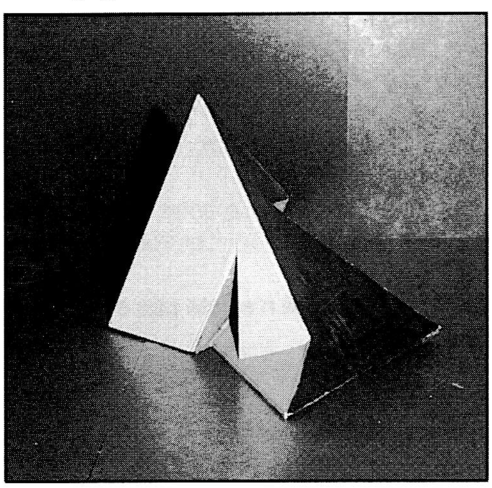
Langage oral et langage écrit : caractéristiques et décalages ?

Langage naturel et langage scientifique : spécificités et différences ?

Quels dysfonctionnements liés au(x) langage(s) dans un raisonnement ?

Quel(s) langages dans quelle(s) discipline(s) ? Etc.

Pour entrer dans cette problématique, j'ai choisi de m'inspirer largement des travaux du groupe "Apprentissage de Raisonnement" de l'IREM de Grenoble. Je développe et commente deux "axiomatiques", l'une définissant Logique et langage courants, donnant un statut à un mode de raisonnement naturel, l'autre Logique et langage scientifiques ; je propose, dans une deuxième partie, un inventaire des travaux entrepris par les IREM concernant l'initiation au raisonnement déductif et l'apprentissage de la démonstration au collège. Enfin, en annexe, figure "le Test des Cosmonautes", activité-support liée à "langages et logiques".



Logique
et
langages
courants ⟷ scientifiques

Tout enseignant doit faire face à deux types d'exigences apparemment contradictoires :

— Il doit apporter à ses élèves des savoir-faire (méthodes, algorithmes, mécanismes) précis et efficaces et ce, dans une durée fixée par l'institution scolaire.

— Il doit chercher à cultiver un savoir et, dans le même temps à développer la logique, l'imagination de ses élèves afin de favoriser l'autonomie de ceux-ci dans leurs apprentissages.

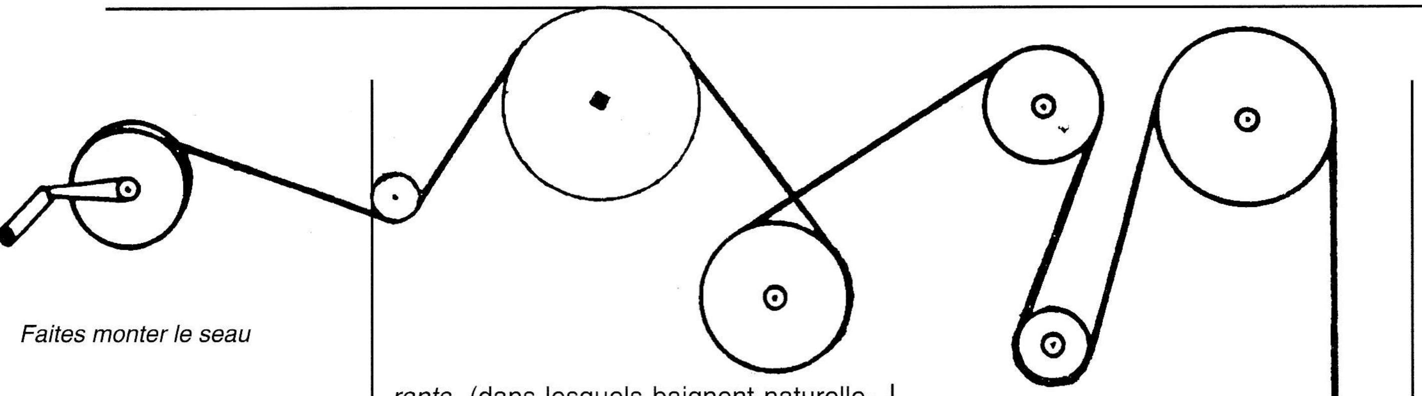
Devant cette double exigence, l'enseignant se heurte à un dilemme vécu par l'élève :

• soit ce dernier n'a pas de bases solides : et alors pas de possibilité de développement intellectuel,

• soit les algorithmes lui sont proposés trop tôt, l'élève devient un "automath" et son besoin de chercher, d'imaginer et de comprendre est négligé, voire évacué.

Ce problème est vécu quotidiennement dans la classe, en particulier, au collège avec des groupes, par définition, hétérogènes. Comment proposer des réponses positives face à cette double contrainte ?

C'est à partir du langage, élément fondamental de la communication élève-professeur, qu'on peut apporter les premiers éléments de réponse. Pour ce faire, il s'agit de définir *logique et langage cou-*



Faites monter le seau

rants (dans lesquels baignent naturellement les élèves) et *logique et langage scientifiques* (référents de l'enseignant en situation d'émettre un savoir).

Par l'étude d'un exemple (volontairement naïf), on peut mettre en évidence au moins deux interprétations "logiques" d'un même énoncé : une interprétation naturelle ou courante et son interprétation scientifique. Un adulte à un adolescent : "Si tu réussis ton brevet ALORS t'auras un V.T.T.".

Quelles interprétations ?

(i) du point de vue du langage courant : pas d'ambiguïté. Il paraît "logique" (évident) tant pour l'adulte que pour l'adolescent que celui-ci n'aura un V.T.T. QUE s'il réussit son brevet ou mieux (!) que, si l'adolescent ne réussit pas son brevet, il n'aura pas de V.T.T.

(ii) du point de vue du langage scientifique : cet énoncé propose une condition SUFFISANTE mais non NECESSAIRE (il peut exister d'autres raisons pour [enfin] obtenir le V.T.T. tant attendu ! Ouf !).

Voici, résumées, les différences d'interprétation et de fonctionnement de "chaque" logique, rencontrées en classe (cf. brochure "Apprentissage au raisonnement" de l'IREM de Grenoble).

Langage et logique courants (L.L.C.)

(1) Principe du maximum d'information

Une phrase n'est vraie que si elle dit tout ce que l'on sait.

Le récepteur attend toujours de l'émetteur d'un message que celui-ci dise la vérité au sens usuel, c'est-à-dire en particulier qu'il pense que ce qui n'est pas dit n'a effectivement pas lieu.

(2) Principe du vrai statistique

Est vrai au sens usuel ce qui a lieu dans la majorité des cas. On dit que l'"exception confirme la règle".

(3) Principe de symétrie

(point sensible du raisonnement de type logico-déductif).

Une implication sous-entend presque toujours son implication réciproque.

(4) L'affectivité joue un rôle non négligeable.

Langage et logique scientifiques (L.L.S.)

(1) Valeur de vérité d'une phrase

Une phrase n'est vraie que si ce qu'elle annonce (conclusion) arrive toujours dès lors qu'on respecte certaines conditions (hypothèses).

(2) Certitude et contre-exemple

Un seul événement vérifiant la ou les hypothèses sans respecter la conclusion *suffit* à prouver que l'énoncé est faux.

(3) Hypothèse(s) et conclusion(s) ne sont pas permutables

Il y a indépendance entre une implication et son implication réciproque.

(4) L'affectivité n'existe pas en logique scientifique.

Ce tableau appelle quelques commentaires et illustrations.

Principe (1) dit du maximum d'information : l'auteur de cette appellation est B. Dumont. La revue petit x n° 1 (1983) propose une situation tout à fait pertinente qui fait fonctionner l'ensemble des principes modélisés ci-dessus : une étude détaillée du "test des cosmonautes" est réalisée en annexe.

En étudiant les valeurs de vérité d'une phrase, on peut mettre en évidence la cohérence "logique" des principes définis dans le tableau précédent (A vos plumes et à vos souvenirs du cours de logique !).

La phrase "Les agriculteurs possèdent tous un tracteur" *s'interprète* naturellement, logiquement pour l'élève comme "Les agriculteurs et eux seuls possèdent tous un tracteur et, par conséquent, les professeurs, les pilotes de lignes, ... n'en possèdent pas, sinon on nous l'aurait dit (!). De plus, l'agriculteur (malchanceux !) qui n'a pas de tracteur est bien l'exception qui confirme la règle.

On continue !

P est la déclaration ; Paul Inome est un agriculteur.

Q est la déclaration ; il possède un tracteur.

La phrase "Si Paul Inome est un agriculteur, alors il possède un tracteur" traduit l'implication "P $\Rightarrow$Q" ou "si P alors Q".

Etudions deux lectures possibles de cette phrase :

(1) Paul Inome est un agriculteur mais il ne possède pas de tracteur.

Du point de vue langage courant et langage scientifique, la phrase "si P alors Q" est fausse, en effet :

Langage courant

Pas possible, il y a erreur puisque Paul Inome est un agriculteur, c'est DONC qu'il possède un tracteur (en vertu du principe 1).

Langage scientifique

Par convention, "si P alors Q" est vrai dans les cas P Vrai et Q Vrai, P Faux et Q faux et P faux et Q vrai, "si P alors Q" est FAUX dans le cas P Vrai et Q Faux (c'est le cas ici).

(2) Paul Inome n'est pas agriculteur mais il possède quand même un tracteur.

Du point de vue langage courant la phrase "si P alors Q" est fausse alors qu'elle est vraie du point de vue langage scientifique, en effet :

Langage courant

La phrase "si P alors Q" est fausse CAR il y a contradiction "logique" avec le fait que "Si Paul Inome n'est pas un agriculteur, alors justement il ne possède pas de tracteur". C'est la phrase sous-entendue par "si P alors Q". Par habitude, on aboutit de "si P alors Q" à "si non P alors non Q", puis par contraposée à "si Q alors P" (!)

C'est le principe 3 !

Langage scientifique

"si P alors Q" est VRAI dans le cas où P est faux et Q est vrai (c'est le cas ici).

Remarque : je n'étudie pas les deux autres réalisations : P Vrai et Q Vrai puis P Faux et Q Faux pour la valeur de vérité de "si P alors Q".

Présenté en stage, ce travail plutôt formel amène une certaine déstabilisation chez les collègues : raisonner "juste" sur des principes non scientifiques pour éclairer un mode d'argumentation n'est pas habituel ! On se retrouve placé en situation d'élève.

Cependant, pour entrer dans cette problématique de façon non anecdotique il paraît essentiel de diriger la réflexion dans ces directions.

Comment passer de l'un à l'autre ?

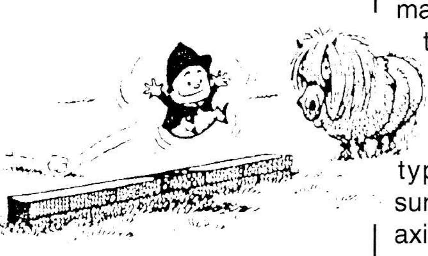
Toutes les distinctions nettement identifiables dans le tableau existent dans la classe et il paraît important voire indispensable de faire ressentir ces différences car chacun de ces deux langages a des fonctions bien spécifiques.

(i) la qualité principale du langage courant est la souplesse puisque sa fonction est la communication entre les individus, il véhicule, par conséquent, des implicites, des non-dits, des raccourcis, des sous-entendus et engendre nécessairement des erreurs et des malentendus.

(ii) le langage scientifique doit décrire explicitement des faits observables et identifiables et, par conséquent, s'interdire de posséder aucune des "qualités" du langage courant.

1 – **La monstration**

Le professeur montre comment il faut démontrer ou construire un raisonnement.



Les difficultés de "passage" du langage courant au langage scientifique ne se situent, en fait, ni dans une langue ni dans l'autre, mais dans *leur fonctionnement.*

Le travail essentiel de l'enseignant revient alors à faire comprendre à l'élève que rigueur, précision, clarté sont des nécessités élémentaires de tout travail scientifique car le danger des détournements de sens, de perte d'informations reste présent dans tout énoncé. A charge, pour l'enseignant, de garder présent à l'esprit que :

— rien n'est évident : ce qui est évident aujourd'hui est le fruit de longues années de travaux et de recherches,

— les erreurs, les non-sens des élèves existent aussi parmi la communauté scientifique,

— la résolution d'un problème (comprendre de quoi il s'agit, imaginer une solution, la mettre à l'épreuve puis la communiquer) exige une grande motivation du chercheur (tant élève qu'adulte),

— il existe un (parfois) profond décalage "maître-élève", autre que celui lié aux savoirs, qui s'ajoute aux différents problèmes liés à la communication enseignant-enseigné.

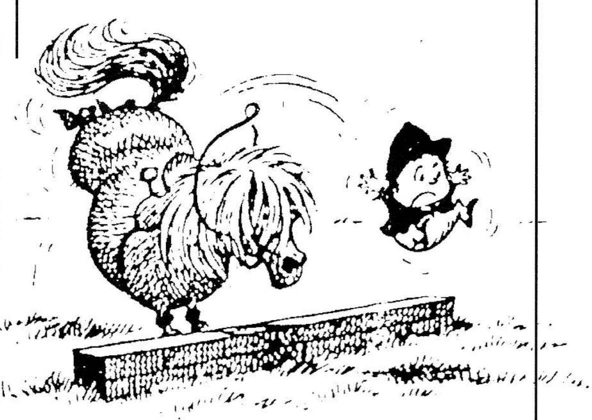
On comprend alors aisément qu'une conception linéaire de l'apprentissage ou qu'une trop rapide et importante axiomatisation ne sont pas des méthodes suffisamment dynamiques et sûres (encore moins qu'un savant mélange des deux !).

Les démarches efficaces sont difficiles voire ardues à mettre au point, il me semble que la didactique des mathématiques pose les VRAIS problèmes et permet d'entrevoir des réponses concrètes sans nier que sa grande faiblesse réside dans sa confrontation au système social.

Quelques pistes didactiques

1. Rendre significative toute activité mathématique en donnant un sens à tout travail.
2. Varier les présentations des concepts en les adaptant à l'auditoire.
3. Privilégier un raisonnement de type inductif (théorie primitive surabondante) plutôt que déductif (théorie axiomatique minimale).
4. Présenter et faire vivre aux élèves des situations où le hasard vient ébranler la certitude pour les habituer à conjecturer (à partir d'un pari, par exemple) et à rechercher des preuves.
5. Diminuer l'activité monstrative du professeur et favoriser l'action chez l'élève par une réelle dévolution; ceci afin de permettre à l'élève de réorganiser ses propres connaissances dans le but d'en améliorer l'efficacité.
6. Mettre à l'épreuve les conjonctures émises, c'est-à-dire créer des situations de type conflictuel et utiliser ainsi la composante sociale liée à tout apprentissage pour encourager l'élève à la formulation dans le langage mathématique et familiariser sa pratique de la logique scientifique.
7. etc.

La deuxième partie de l'article apporte un éclairage plus complet et plus général sur quelques-unes des pistes explicitées ci-dessus.



2 – **La dévolution**

Comment le professeur réussit à faire que l'élève s'approprie le problème.

Le problème appartient à l'élève, il n'est plus, momentanément, celui du professeur.

Contribution des IREM

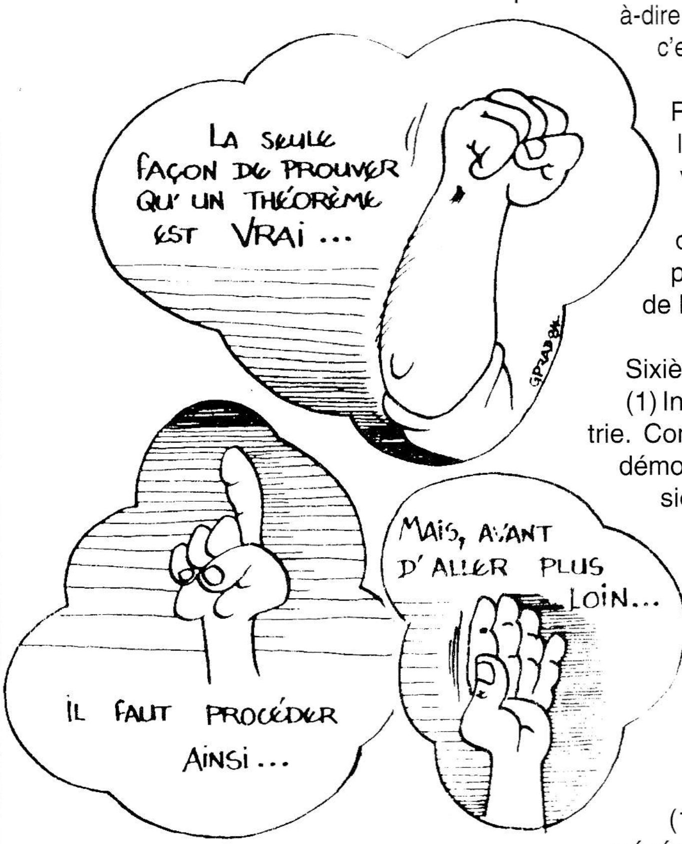
Un objectif de l'enseignement des mathématiques au collège est l'apprentissage du raisonnement. La pratique scolaire consiste à faire produire une démonstration par l'élève comme résolution d'un problème posé par l'enseignant. Cette pratique appelle alors toute une problématique centrée sur la question suivante :

Quelles difficultés et quels obstacles rencontre l'enseignant pour faire apparaître des démarches de preuve chez l'élève ?

On peut citer pour l'enseignant:

ses difficultés à identifier et à caractériser des erreurs puis pour construire une réponse à ces erreurs (A ce sujet, les évaluations CE2, 6e, 2e constituent des outils privilégiés d'appréhension de ces difficultés).

pour l'élève, le besoin d'argumenter,



de prouver, de démontrer ne semble pas naturel (dire, voir, affirmer, nier, mesurer, compter, ... SUFFIT);

ses difficultés à abandonner une conviction (fausse) malgré sa mise en échec par la production d'une preuve par autrui ;

ses difficultés liées à l'importance des usages quotidiens de toute forme d'argumentation;

et, en particulier, ses difficultés liées au(x) langage(s);

difficultés liées au contrat (implicite) : toute question posée par le professeur amène obligatoirement une réponse "raisonnée" !

Dans la suite sont répertoriés les travaux engagés par les IREM sur cette problématique. De par la variété et la richesse des entrées choisies, on peut mesurer des avancées significatives qui attestent de la complexité à mettre en place des situations d'enseignement visant à un apprentissage de la démonstration.

— **IREM de Poitiers** (D. Gaud, J.-P. Guichard, M. Marot, C. Robin, etc.)

Pourquoi vouloir démontrer ? (après énoncé d'une conjecture).

On distingue deux fonctions de la démonstration :

(i) démontrer pour CONVAINCRE c'est-à-dire étudier la question "est-ce que c'est vrai ?".

(ii) démontrer pour COMPRENDRE c'est-à-dire étudier la question "pourquoi est-ce vrai ?".

Pour le premier cycle, la démarche suivante est alors proposée pour l'apprentissage de la démonstration :

Sixième et cinquième

(1) Initier à la PREUVE en géométrie. Comment faire évoluer vers la démonstration à travers la progression : VUE —> MESURE — > LOGIQUE ?

(2) Prendre en compte la preuve dans tout type de situations, en particulier des situations relevant du calcul numérique, littéral, voire algébrique.

Quatrième et troisième

(1) et (2) des deux classes précédentes.

(3) apprendre à formuler une démonstration.

(4) distinguer les niveaux de réponses demandées par un vocabulaire spécifique, par exemple : vérifier, prouver, démontrer, déterminer, etc.

Dans l'esprit de cet article, on peut noter que le souci explicite lié à la formulation apparaît clairement dans le paragraphe (3). Il s'agit, là, de l'ultime étape selon une progression exposée dans l'article de "Petit x", référencé ci-après.

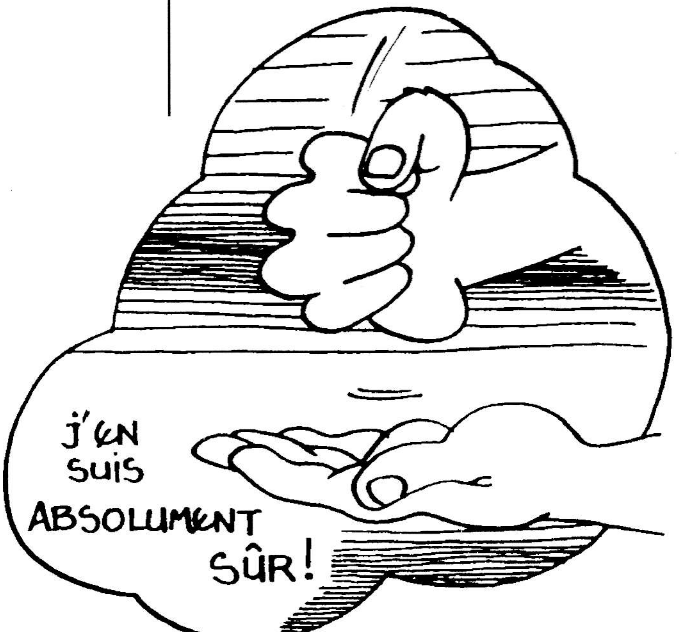
Eléments de bibliographie

— Gaud D. et Guichard J.-P. (1984) : *Apprentissage de la démonstration* , Petit x n° 4, Edition IREM de Grenoble.
— IREM de Poitiers : *Reproductions de figures planes en sixième. Aires et périmètres du CM à la seconde. Calcul*

littéral au collège (plusieurs fascicules).

— **IREM de Grenoble** (N. Balacheff, M. Legrand, etc., groupe "Apprentissage du Raisonnement").

Deux directions de recherche : notions théoriques introduites par N. Balacheff et la notion de "débat mathématique" développée par M. Legrand.



1. N. Balacheff distingue trois types de discours : l'explication, la preuve et la démonstration. Il appelle *explication* tout discours tenu par quelqu'un dont l'objectif est de communiquer à un autre le caractère de vérité d'un énoncé mathématique. Il appelle *preuve* des explications acceptées par d'autres, à un moment donné. Il appelle *démonstration* une preuve particulière possédant des caractéristiques sociales (seules preuves acceptées par les mathématiciens), liées à la forme (par le respect des règles bien précises)) et liées à la nature idéale des objets mathématiques. Par la suite, N. Balacheff expose une typologie des preuves produites par les élèves placés face à une situation de validation d'une conjecture : des preuves pragmatiques, liées à l'action et à l'expérience, aux preuves intellectuelles qui demandent alors une prise de recul par rapport à l'action. La démonstration est une forme évoluée de preuve intellectuelle.

Suivant cette typologie de preuves, la langage évolue du naturel au mathématique en passant par un niveau *fonctionnel* caractérisé par l'application d'un premier symbolisme : il y a décontextualisation pour mener à la démonstration.

2. Pour favoriser l'apprentissage de la démonstration, il faut permettre aux élèves de s'approprier les règles du débat mathématique qu'on peut résumer par :

• un énoncé mathématique est soit vrai, soit faux.

• un contre exemple suffit pour invalider un énoncé mathématique.

• pour débattre en mathématiques il faut s'appuyer sur des règles clairement formulées.

• des exemples vérifiant un énoncé mathématique ne suffisant pas à le valider.

• en mathématiques, "voir" sur un dessin ne permet pas de prouver.

Eléments de bibliographie

— Balacheff N. *Preuve et démonstration en mathématiques au collège.* Revue RdM (volume 3.3). Edition La Pensée sauvage.

IREM de Grenoble : *Apprentissage du raisonnement* (épuisé), Revue Petit x (trois numéros par an).

— **IREM de Lyon** (G. Arsac, G. Germain, M. Mante, etc.)

La résolution de problème occupe une place centrale dans l'enseignement des mathématiques. La pratique des *problèmes ouverts* et des *situations-problèmes* participe à l'apprentissage de la démonstration et cultive de nouvelles pratiques pédagogiques.

Qu'est-ce qu'un *problème ouvert* ?

C'est un problème

1. d'énoncé court et compréhensible,

2. ne contenant ni la méthode, ni la solution, et

3. permettant à chacun qui le cherche de faire des essais.

L'objectif consiste donc à rendre au problème une place importante dans l'activité des élèves *en classe.* Cette pratique vise alors à permettre aux élèves de développer une démarche scientifique semblable à celle employée par la communauté scientifique sur le modèle : *essayer* puis *conjecturer* puis *tester* puis *prouver* tout en cherchant à s'approprier les "règles du débat mathématique" énoncées plus haut.

Eléments de bibliographie

— IREM de Lyon (1988) *Problème-ouvert et situation-problème.*
— IREM de Lyon (1992) *Initiation au raisonnement déductif au collège.* Edition Presses Universitaires de Lyon.
— IREM de Lyon Bulletin inter-IREM : *suivi scientifique,*
nouveaux programmes de 6ème(1985-1986),
nouveaux programmes de 5ème(1986-1987)
nouveaux programmes de 4ème(1987-1988),
nouveaux programmes de 3ème(1988-1989),
liaison collège-seconde.

— IREM de Strasbourg (R. Duval, F. Pluvinage, J.-C. Rauscher, etc.)

L'entrée choisie est de nature plus linguistique. Les travaux s'articulent autour du texte et de l'argumentation pour aborder les "problèmes de mathématisation" (compréhension de textes, phénomènes de congruence et de non-congruence, importance fondamentale du mode de raisonnement naturel, etc.)

Pour citer R. Duval : (cf. éléments de bibliographie)

"Etant donné que l'argumentation constitue le mode naturel du raisonnement et qu'elle peut prendre des formes discursives plus ou moins organisées, deux questions didactiquement importantes se posent.

Dans quelle mesure le recours à des situations qui mobilisent spontanément l'argumentation ne favoriserait-il pas la découverte de la démonstration, de sa nécessité et de ses procédures ?

Et dans quelle mesure un travail d'apprentissage sur l'argumentation est-il possible ?"

Cette dernière question est d'ailleurs de nature pluri-disciplinaire, elle interpelle celui qui s'interroge sur l'enseignement du français (voir les différents articles des collègues de français).

Eléments de bibliographie

— Duval R. (1993) *Argumenter, démontrer, expliquer : continuité ou rupture cognitive ?* Petit x n° 31. Edition IREM de Grenoble.
— Duval R. et Egret M.-A. *Introduction à la démonstration et apprentissage du raisonnement déductif* (à paraître).
— IREM de Strasbourg U.L.P. *Le livre du problème* (épuisé). Edition Cedic.
— IREM de Strasbourg U.L.P. *Revue annuelle : Annales de didactique et de sciences cognitives.*

— IREM de Besançon, des Pays de Loire, et de Paris VII (groupe MATH), **Commission Inter-IREM** (Histoire et Epistémologie des Mathématiques).

J'invite le lecteur à se diriger vers la lecture du "gros" pavé intitulé : *la démonstration mathématique dans l'histoire* ; édité par les IREM de Besançon et de Lyon et diffusé par l'IREM de Lyon. En quatrième page de couverture on peut lire :

"De la géométrie grecque aux démonstrations automatiques de l'intelligence artificielle, la démonstration mathématique a connu dans l'histoire plusieurs formes et différentes significations. Bien souvent la légitimation d'un type de démonstration est accompagnée d'hésitations, de difficultés et de controverses.

... (cet ouvrage) propose aux lecteurs de penser la démonstration dans ses aspects à la fois historiques, épistémologiques, philosophiques et didactiques".

Eléments de bibliographie complémentaires

— Houdebine J. (1990) *Démontrer ou ne pas démontrer ? Voilà la question.* Revue Repères n° 1 chez Tropiques Editions.
— Barbin E. (1988) *La démonstration mathématique : significations épistémologiques et questions didactiques.* Bulletin vert n° 366 de l'A.P.M.E.P.
Il faut aussi mentionner l'existence de *logiciels* d'aide à l'apprentissage de la démonstration ou d'initiation au raisonnement déductif (ARL, GEO chez Chrysis, DEFI chez IRMAR de Rennes, CHYPRE chez IREM de Lorraine, etc.).
Enfin, la commission Inter-IREM "Premier cycle" envisage de produire en 1994 une brochure intitulée : Raisonnement.

Le Test des Cosmonautes

(Pour tout public : de la classe de sixième à la salle des professeurs !)

Une réunion de cosmonautes du monde entier a lieu à Paris. Les cosmonautes américains portent une chemise rouge.

Question 1

A l'aéroport on voit quelqu'un qui porte une chemise rouge. Est-il cosmonaute américain ?

oui non on ne peut pas savoir

Question 2

A côté de lui il y a quelqu'un qui porte une chemise blanche. Est-il cosmonaute américain ?

oui non on ne peut pas savoir

Question 3

Le haut-parleur annonce l'arrivée d'un cosmonaute russe. Porte-t-il une chemise rouge ?

oui non on ne peut pas savoir

Question 4

Dans le hall on voit un cosmonaute américain en manteau. Porte-t-il une chemise rouge ?

oui non on ne peut pas savoir

Déroulement de l'activité

Etape 1 : (durée < 10 mn) chaque élève répond individuellement au test.

Etape 2 : (10 mn ≤ durée ≤ 20 mn) les élèves placés en groupe de 2 ou 3 discutent le problème et rédigent une réponse et une explication COMMUNE (adhésion du groupe à la réponse proposée).

Etape 3 : (durée ≤ 10 mn) chaque élève est alors invité à expliquer ses éventuels changements d'opinion entre la réponse individuelle et la réponse du groupe.

Etape 4 : les professeurs donnent la réponse (et entament éventuellement un débat).

Consignes supplémentaires

— le travail n'est pas noté

— pas de communication possible entre élèves, entre groupes

— pas d'intervention du professeur pendant l'activité (des étapes 1 à 3).

Remarque : A la pratique de ce test, un travail de mise au point du vocabulaire peut être envisagé avant l'étape 1. En effet, les mots cosmonautes, aéroport, haut-parleur et hall (en particulier) sont parfois mal appréciés de certains élèves.

L'analyse détaillée de cette activité (déroulement, réponses, analyse des procédures, éléments de statistiques, etc.) figure dans l'article "Les Cosmonautes" de M. Legrand dans la revue Petit x n° 1.

Commentaires

A propos du test lui-même, on peut considérer la situation comme éventuellement artificielle (non exigible !) car aucune connaissance mathématique n'est nécessaire pour répondre aux questions posées. Cependant, il faut connaître *le fonctionnement des mathématiques.* De fait, cette situation sollicite la mise en jeu de *plusieurs séries de raisonnements* :

(i) des raisonnements "directs" (par réponses à une question)

(ii) des raisonnements "indirects" (par raisonnement sur des réponses déjà proposées pour en formuler de nouvelles).

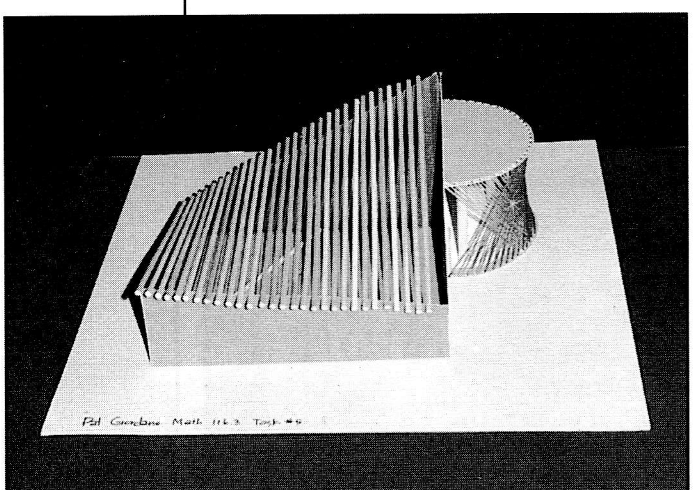
On peut noter aussi une difficulté d'ordre didactique attachée à la réponse "On ne peut pas savoir". Il est difficile de valider cette réponse de par l'existence du contrat (implicite) : toute question déclenche une réponse fiable et sûre !

Enfin, le programme stipule de "faciliter la mise en œuvre de courtes séquences déductives" (autrement que par des démonstrations formelles). Cette activité y contribue, à mon sens. ❑

Périmètre et aire

Catherine PARVERY, Patrick WIERUSZEWSKI - IREM d'Orléans

Ce qui suit est un inventaire des difficultés rencontrées sur les concepts de périmètre et d'aire et plus généralement de "dimension" d'un objet géométrique, fait après analyse des résultats de l'évaluation sixième. Il est suivi d'une présentation d'activités élaborées en stage et de travaux entrepris par des chercheurs en didactique des mathématiques.



Evaluation nationale d'entrée en 6ème

Les notions de périmètre, d'aire et de volume, dissociées de toute activité liée à la mesure, font appel plus généralement au concept de dimension d'un ensemble de points.

Au cours des stages que nous avons animés ces dernières années nous avons eu l'occasion d'étudier avec les stagiaires dans les livrets de l'Evaluation Nationale de sixième les items se rapportant à ce concept.

Nous avons observé de manière régulière au fil des années que les élèves sont en échec sur ce sujet, non seulement au début de la classe de sixième, mais aussi au lycée : c'est ce qui nous a conduits à nous intéresser plus précisément à cette question.

Nous avons travaillé avec les stagiaires, analysé les erreurs sur les livrets des élèves et élaboré des activités, mais nous avons aussi étudié des articles de recherche, en particulier les travaux de R. Douady et M.-J. Perrin de l'IREM de Paris VII.

Nous présentons ce travail d'analyse au travers de trois axes principaux :

- les résultats aux Evaluations Nationales de sixième en 1989, 1990 et 1991 : une étude de phénomènes qui induisent des erreurs chez les élèves.
- un exposé théorique sur le concept.
- quelques activités possibles avec les élèves : c'est volontairement que ces activités ne sont pas des fiches toutes prêtes mais plutôt des pistes d'étude ainsi qu'elles ont été proposées en stage et travaillées avec les collègues.

Chacun pourra éventuellement y trouver des idées, adaptera à sa personnalité et au type de travail qu'il entend poursuivre avec ses élèves.

Il convient tout d'abord de situer l'opération Evaluation Nationale en mathématiques à l'entrée en sixième de la DEP. On retrouve ce type d'opération à l'entrée en CE2 et à l'entrée en Seconde.

C'est d'ailleurs en étudiant de plus près les productions des élèves sur les notions de périmètres et d'aires que nous avons décidé de mettre en chantier tout ce travail.

Objectifs et caractéristiques

Il ne s'agit pas de lister l'ensemble des objectifs liés à cette action mais de retenir ceux qui nous paraissent importants :

- permettre aux parents de lire une évaluation différente d'une note.
- permettre une lecture plus rigoureuse des performances des élèves par les enseignants, l'administration, les parents.
- s'inscrire dans un processus de démocratisation de l'enseignement par une évolution et un élargissement de la référence sociale.
- permettre de développer des actions de recherche par apport de "matière première".
- permettre de dynamiser des actions de formation continue.

...

Bien qu'il y ait des choses à dire, notre propos n'est pas de nous intéresser aux modalités liées à l'évaluation. Nous allons plutôt chercher à la caractériser.

Cette évaluation est qualifiée de *diagnostique.* Un premier commentaire s'impose.

On a trop tendance en lisant "*évaluation diagnostique* " à ne retenir que l'aspect instantané d'un état de connaissances à un moment donné. Bien souvent le qualificatif anecdotique remplace diagnostique !

En fait, il s'agit non seulement de reconnaître des acquis mais aussi de localiser les difficultés des élèves, d'en repérer les causes et par conséquent de prévoir des réponses spécifiques (Cette évaluation est un outil au service de la décision, voir l'article : Exploitation des données de l'évaluation sixième).

Evolution sur la durée

En 1989 (année de lancement), l'évaluation proposait 77 prises d'informations (=items) réparties sur 33 exercices en 4 séquences de moins d'une demi-heure chacune. Les champs d'application parcourus sont codés N, O, S, L et D.

N : nombres et numération.
O : techniques opératoires.
S : sens des opérations.
L : lecture et exploitation des données.
D : organisation d'une démarche.

De 90 à 92, on note une nette évolution tant au point de vue quantitatif que du point de vue contenu. En effet, on observe une augmentation considérable du nombre de prises d'informations (plus d'une centaine d'items) toujours réparties sur 4 séquences.

De plus, la dénomination et la spécification des champs ont changé. On retrouve cinq champs codés N, O, S, G et R, G et R étant :

G : travaux géométriques.
D : réception, traitement et production d'informations.

Cependant, le nombre d'items concernant le champ O a considérablement diminué. Et, dans le même temps de nouveaux exercices apparaissent : lecture de tableaux, questionnements sur les grandeurs, exercices communs aux deux disciplines français et mathématiques, ... Enfin, des compétences transversales sont introduites permettant de repérer des objectifs tels que savoir observer, savoir se situer dans l'espace, savoir se situer dans le temps...

On remarque donc que l'évaluation sixième se modifie, se transforme, progresse tout en respectant son caractère diagnostique.

Résultats nationaux

Ils sont fournis par une brochure de la DEP "les dossiers, éducation et formation" : Evaluation CE2-6e.

Le traitement des données est fait en pourcentage pour chaque code, chaque item, chaque exercice et ceci globalement par champs avec indication du score moyen de réussite (chaque année supérieur à 70 %).

Pour être complet, un autre document est édité pour communiquer des études plus fines, mais sa diffusion semble confidentielle ou tout du moins limitée.

Quelques remarques :

1. **Les résultats dépassent 70 % de réussite** : on peut donc considérer que les tests sont qualitativement "bons". Cependant, si on s'arrête à cette seule lecture, il y a danger de voir là une nouvelle norme. On peut simplement estimer des performances comparables sur les quatre années. Il faut aller plus loin.

2. A la lecture de cette brochure, on observe :

• des pourcentages significatifs de **réussite** sur des objets de savoir bien définis : les élèves ont des connaissances !

• des pourcentages significatifs sur un inventaire (éventuellement limité) de types d'erreurs permettant de repérer certaines causes de difficultés et certaines connaissances mal faites.

On peut faire le commentaire suivant : le professeur a une *lecture atomisée, parcellaire* du savoir d'un élève. En conséquence, la tendance de normer l'élève par rapport aux résultats nationaux est grande. De plus, une lecture limitée à ce seul type de traitement conforte dans l'idée d'apporter des réponses de type *accumulatif*. Un dysfonctionnement ayant été repéré, on cherche à y remédier en accumulant, sous diverses formes, les exercices sur l'erreur pistée, ce qui peut alors dispenser d'investir d'autres approches possibles pour apporter des réponses aux erreurs. *Ce type de document est inducteur de pratiques scolaires.*

Analyse des résultats

Il nous a paru important de présenter la totalité des exercices sur périmètres et aires depuis 1989.

En 1992, on remarque une reprise d'exercices des années 90 et 91. On note une stabilité certaine des résultats. On observe une nette évolution sur le sujet qui nous intéresse : un seul exercice en 1989, cinq exercices distincts en 1992.

Exemples d'exercices et analyses

Calculer une aire avec un formulaire

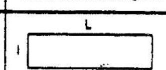
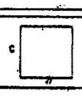
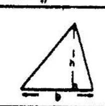
Exercice 24 -1990 - Entrée en 6ème

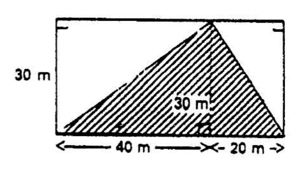
Formulaire :

On veut calculer en mètres carrés (m2), l'aire de la partie hachurée.

a. Recopie la formule d'aire que tu utilises :

FORMULAIRE

Noms des figures	Représentation des figures	Dimensions	Formule de l'aire
Rectangle		Longueur : L largeur : l	$\mathcal{A} = L \times l$
Carré		Côté : c	$\mathcal{A} = c \times c$
Triangle		base : b hauteur : h	$\mathcal{A} = (b \times h) : 2$



On veut calculer en mètres carrés (m²), l'aire de la partie hachurée.

a. Recopie la formule d'aire que tu utilises :

1 2 9 0 / 71

b. Écris tes calculs et donne le résultat :

D 1 3 9 0 / 72

$\mathcal{A}$ = m²

R 1 2 9 0 / 73

Résultats

a) 16,3% de réussite et 43% de non reponses.

b) * D 39,5% réussite c'est à dire de démarche correcte mais 57% de démarches incorrectes ou d'absence de réponse.

* R 27,4% réussite.

b. Ecris tes calculs et donne le résultat :

A =_____ m2

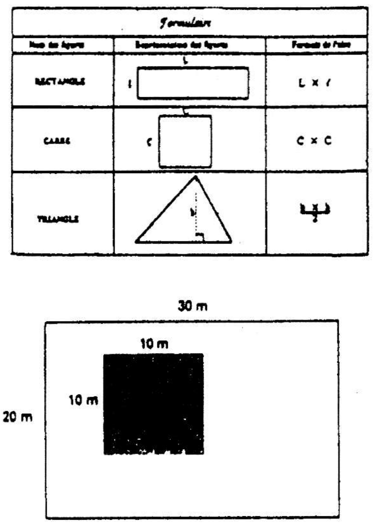
Résultats :

a) 46,3 % de réussite et 43 % de non réponses.

b) • 39,5 %de démarche correcte mais 57 % de démarches incorrectes ou d'absence de réponse.

• 27,4 % de réponses correctes.

Exercice 26 -1989 - entrée en 6ème



Le rectangle représente un terrain.
Le carré grisé représente l'emplacement d'une maison.

a. Calcule le périmètre du terrain. 1 2 3 9 0

b. Calcule l'aire totale du terrain. 1 2 3 9 0

c. Calcule l'aire du terrain occupé par la maison (partie grisée). 1 2 3 9 0

Résultats

a) 57% réussite et 32% réponses fausses (aire pour périmètre et réponses erronées)

b) 33% réussite et 35% réponses fausses (24% code 2: périmètre au lieu de aire)

c) 32% réussite et 33% réponses fausses.

Formulaire :

Le rectangle représente un terrain.

Le carré grisé représente l'emplacement d'une maison.

a. Calcule le périmètre du terrain.

b. Calcule l'aire totale du terrain.

c. Calcule l'aire du terrain occupé par la maison (partie grisée).

Résultats

a) 57 % de réussite et 32 % de réponses fausses (aire pour périmètre et réponses erronées).

b) 33 % de réussite et 35 % de réponses fausses (24 % : périmètre au lieu de aire).

c) 32 % de réussite et 33 % de réponses fausses.

— — — — — — — —

•••............................

Commentaires

L'exercice 26 en 1989 proposait de calculer une aire avec un formulaire .

Or la première consigne demande de calculer un périmètre ! On peut observer ici un premier décalage entre le souci de perfection d'élaboration d'un exercice sur un objet de savoir déterminé et sa "réalisation", c'est-à-dire les réponses des élèves. Ce premier effet pervers disparaît dès 1990.

Pour l'exercice 24 de 1990, on demande toujours de calculer une aire avec un formulaire, mais tout questionnement sur le périmètre a disparu et on demande dans l'item a un lien explicite entre le formulaire et l'exercice. Une question se pose : utiliser un formulaire fait-il partie du contrat habituel au primaire ? On enregistre 43 % de non réponses à cet item. En outre, si plus de 46 % des élèves ont balisé la bonne formule, ils ne sont plus que 27,4 % à réussir à calculer l'aire du triangle. On ne sait pas, pour cet exercice, d'où proviennent les erreurs, ni même les réussites !

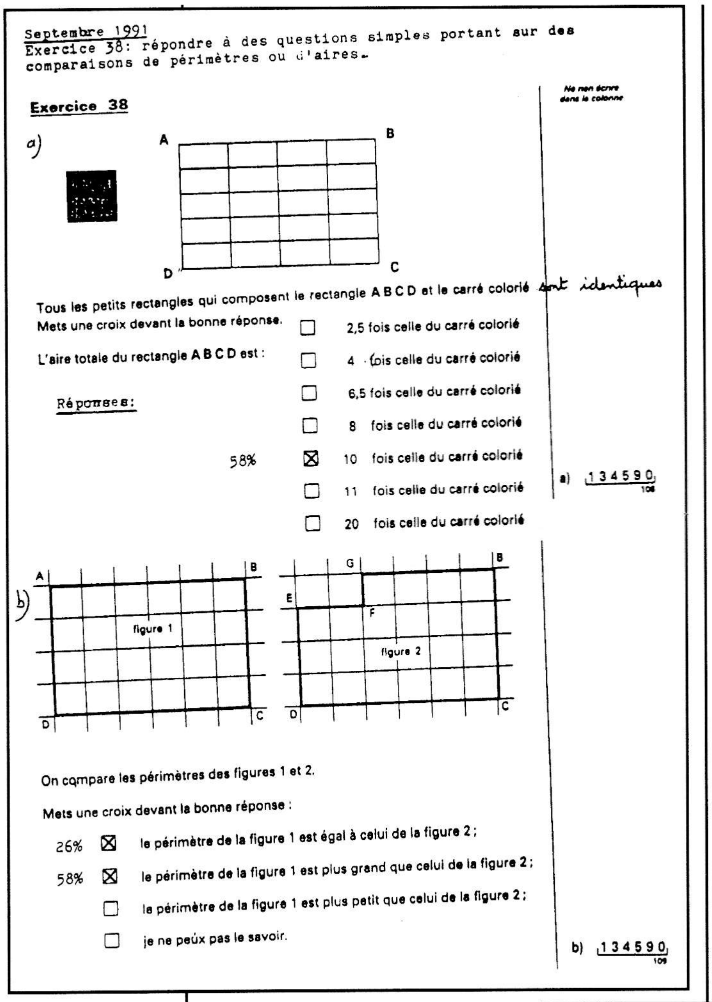
En conclusion, sur les quatre années, moins d'un élève sur trois réussit à calculer une aire avec un formulaire.

Et pour le périmètre ?

Exercice 38 -1991- Entrée en 6ème

Objectif : répondre à des questions simples sur des comparaisons de périmètres ou d'aires.

Tous les petits rectangles qui compo-



sent le rectangle ABCD et le carré colorié sont identiques. Mets une croix devant la bonne réponse.

L'aire totale du rectangle ABCD est :

2,5 fois celle du carré colorié

4 fois celle du carré colorié

6,5 fois celle du carré colorié

8 fois celle du carré colorié

58 % 10fois celle du carré colorié

11fois celle du carré colorié

20fois celle du carré colorié

On compare les périmètres des figures 1 et 2.

Mets une crois devant la bonne réponse :

26 % le périmètre de la figure 1 est égal à celui de la figure 2 ;

58 % le périmètre de la figure 1 est plus petit que celui de la figure 2 ;

le périmètre de la figure 1 est plus petit que celui de la figure 2 ;

je ne peux pas le savoir.

Exercice 28 -1991- Entrée en 6ème

Objectif : calculer un périmètre ou une aire par somme ou différence

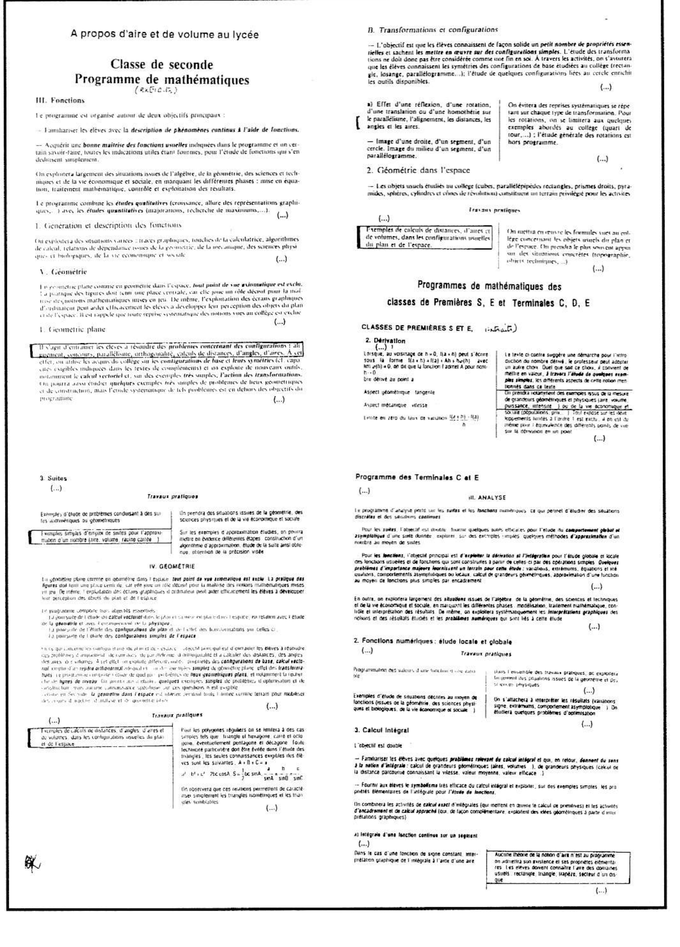
Triangle A
Triangle B

Le périmètre du triangle A est 12 m.
Le périmètre du triangle B est 17 m.
La figure F est formée à l'aide des deux triangles, comme indiqué sur le dessin.
Quel est le périmètre de la figure F ?
Ecris tes calculs :

Le périmètre de la figure F est : ______ m

Réponses :
20,3 % de réussite mais 45,5 % ont ajouté les deux périmètres.

______................



Commentaires

Les exercices identiques 35 de 1991 et 33 de 1992 demandent de calculer le périmètre d'un trapèze rectangle connaissant les longueurs des côtés. On note une réussite "normale" autour de 70 %. Cependant il ne s'agit de l'objectif premier de cet exercice (exercice non présenté ici).

A partir de 1990, on rencontre un type nouveau d'exercice portant sur l'objectif : répondre à des questions simples portant sur des comparaisons de périmètres ou d'aires. Il s'agit des exercices identiques 36 de 1990 et 36 de 1992 (non présenté) et de l'exercice 38 de 1991.

Pourquoi ? Nous faisons l'hypothèse que ce type d'exercices rejoint un champ de recherche actuel sur la notion de dimensions et sur les structures additives et multiplicatives (voir les travaux de G. Vergnaud (INRP) et des IREM).

Ce qui frappe à la lecture des résultats, pour ces trois exercices, c'est l'échec massif aux Items *b* qui valide l'existence de l'idée chez les élèves que si l'aire est plus grande, alors le périmètre l'est aussi. On peut même ajouter, qu'en 1991, on a vraiment l'impression "qu'il manque un morceau" au rectangle, figure régulière bien connue des élèves. De plus, très peu d'élèves se réfugient dans la réponse "je ne peux pas savoir" (toujours l'effet contrat !).

En conclusion, sur les trois dernières années, moins d'un élève sur trois réussit à répondre à des questions simples portant sur des comparaisons de périmètres ou d'aires. Le choix explicite de près d'un élève sur deux de ranger les périmètres comme les aires atteste clairement d'une connaissance mal faite sur le concept de dimension. Il s'agit donc de retravailler et de reconstruire cette connaissance.

Enfin, pour abonder dans le sens de notre analyse, les résultats obtenus aux exercices identiques 28 de 1991 et 29 de 1992 montrent que la confusion entre aire et périmètre conduit l'élève à appliquer la règle d'additivité des aires à un calcul de périmètres : près d'un élève sur deux a ajouté les deux périmètres, sans compter les "autres réponses" ou "absence de réponses" !

Pour conclure

Quelques mots pour conclure notre longue (?) étude.

L'apport de matière première fournie par les résultats à l'évaluation à l'entrée en sixième permet à la fois aux enseignants et aux chercheurs de se pencher sur les mêmes vraies difficultés liées à la dimensionnalité d'un ensemble de points.

A notre niveau, dans la suite de l'article, nous allons chercher à poursuivre notre analyse et à présenter des pistes de travail.

Progressivité des acquisitions et nécessité de réinvestissement

Nous trouverez en fin d'article un document résumant le programme du collège : à chaque niveau une notion nouvelle est étudiée nécessitant le réinvestissement des connaissances antérieures et des extraits des programmes des classesde 2de, 1ère et terminales.

Un travail important est effectué à l'école primaire. Cependant on peut remarquer dans certains manuels des documents ou formulaires dont voici deux exemples et qui peuvent induire et effectivement produire chez les enfants différents types d'erreurs.

Nous pouvons à la lecture de ces documents faire ces remarques :

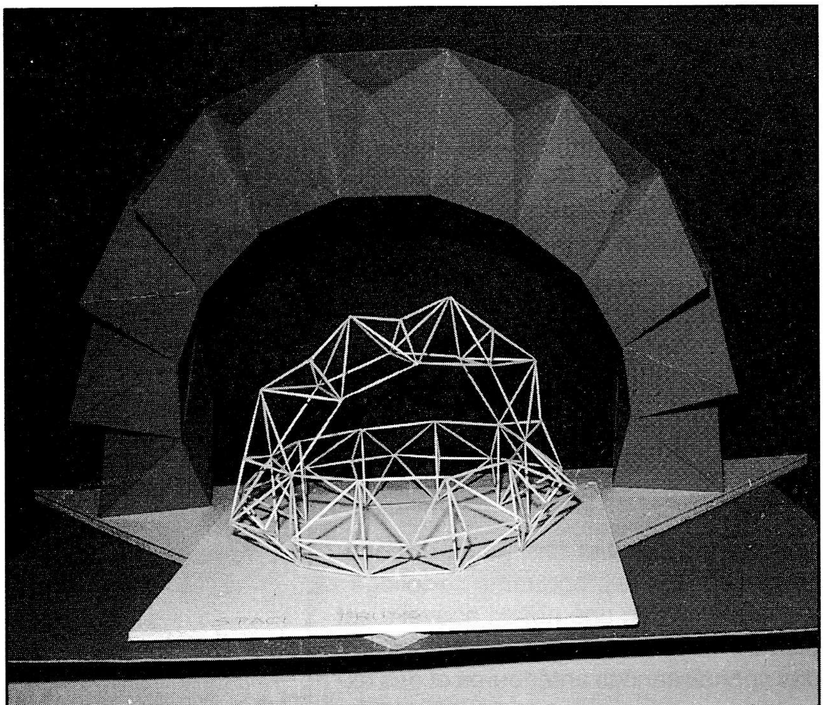
- il y a une formule pour calculer le périmètre du cercle, du rectangle, du carré mais pour les autres figures ? Les triangles, parallélogrammes et trapèzes n'ont donc pas de périmètre !... ou alors comment faire pour le calculer ?

- le triangle isocèle pourrait éventuellement avoir un périmètre... quant aux autres triangles ?

Ces pratiques induisent le comportement suivant : seules les figures "régulières" ont une aire ou un périmètre, et en se sécurisant avec une "formule" l'enfant cherche un refuge et perd complètement le sens du problème.

- chaque "formule" de périmètre est donnée avec une notation multiplicative ce qui est contraire à sa nature additive et viendra ensuite perturber la notion d'aire, de dimension 2, qui , elle, relève d'une structure multiplicative.

Nous proposons que les "pseudo-formules" de calcul de périmètres soient rem-



placées par des énoncés non fermés dans un quelconque algorithme de calcul : par exemple

"pour calculer le périmètre d'une figure j'ajoute les longueurs des côtés".

(Nous rappelons qu'il s'agit d'une étape dans un processus de reconstruction d'une connaissance !).

Formulaires pour calculer des périmètres et des aires

Hatier : réussir en CM1

Cercle : périmètre = diamètre x 3,14
aire = rayon x rayon x 3,14

Rectangle : périmètre = (Longueur + largeur) x 2
aire = Longueur x largeur

Carré : périmètre = côté x 4
aire = côté x côté

Triangle :

$$\text{aire} = \frac{\text{base x hauteur}}{2}$$

Parallélogramme : aire = Longueur x hauteur

Trapèze :

$$\text{aire} = \frac{\text{(grande base + petite base) x hauteur}}{2}$$

N'oublions pas non plus lorsque nous travaillons avec des élèves en début de sixième que de façon tout à fait naturelle, ces enfants sont en cours de maturation intellectuelle et que sans même être particulièrement en difficulté la perception qu'ils ont de l'espace est en cours d'évolution.

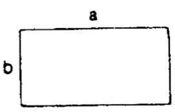
Thirioux : CM2

83 calculs de périmètres

Pour chaque figure ci-dessous :
• construis un exemple ;
• indique de quelles informations tu as besoin pour calculer le périmètre ;
• mesure pour trouver ces informations, puis calcule le périmètre ;
• compare ton calcul avec celui de tes camarades ;
• explique la formule.

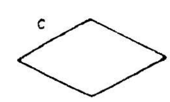
• Rectangle :

$\mathcal{P} = (a + b) \times 2$



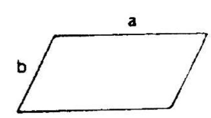
• Losange ou carré :

$\mathcal{P} = c \times 4$



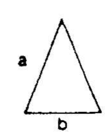
• Parallélogramme :

$\mathcal{P} = (a + b) \times 2$



• Triangle isocèle :

$\mathcal{P} = (a \times 2) + b$



Géométrie et dimensions

La maîtrise des notions de dimension 1, 2 et 3 est nécessaire dans le domaine géométrique aussi bien qu'algébrique et fonctionnel : on retrouve de nombreuses activités en lycée, liant la notion de fonction à la géométrie, d'étude de variation d'un volume en fonction d'une dimension par exemple.

N'oublions pas la nécessité de cette maîtrise pour une étape ultérieure encore, comme support à l'intuition dans l'intégration multiple en particulier.

Le lecteur trouvera ici des exemples d'activités et de problèmes au second cycle, à propos des distances, des aires, des volumes au lycée.

Eléments de repères théoriques. Vocabulaire utilisé dans le travail concernant les aires et les périmètres.

Surface plane (objet géométrique)

Partie bornée d'un plan dont l'intérieur (non vide) est limité par une ou plusieurs courbes fermées de longueur finie.

l'aire (classe d'équivalence) est une grandeur mesurable

par déplacement (découpage, recollement...).

les surfaces se superposent ou s'incluent.

Les surfaces occupent "plus ou moins" de place dans le plan.

La notion d'aire a pour but de rendre compte de l'occupation d'un plan indépendamment de la forme.

à unité fixée, la mesure d'une aire est un nombre.

(unité de mesure des aires, système MKS).

Segment (objet géométrique)

de droite, sous-ensemble non vide d'une droite

intersection de deux demi-droites d'origines distinctes.

la longueur (classe d'équivalence) est une grandeur mesurable

par superposition les segments de droite sont "plus courts", "superposables" ou "plus longs".

La notion de longueur a pour but de rendre compte du caractère commun à plusieurs segments

à unité fixée, la mesure d'une longueur est un nombre.

(unité de mesure des longueurs, système MKS).

Compléments :

On pourra noter aussi que périmètre et aire ne sont pas "si indépendants que cela".

Voici une conjecture vieille de 2 000 ans : «Si p est le nombre qui mesure le périmètre d'une figure d'aire a, alors

$$p2 > 4 \pi a \text{ !}$$

Confusions entre grandeurs et **mesure :**

1. On trouve différents emplois du mot "unité" selon le contexte : il désigne soit un nombre soit une grandeur, d'où des difficultés de conceptualisation.

2. L'écriture des calculs sur les grandeurs incite à confondre grandeur et nombre (de par l'analogie de structure entre ensembles de grandeurs et ensembles de nombres).

3. Quelques exemples de confusion entre grandeur et nombre :

• exemple 1 : "pour réaliser un abat-jour en ficelle il faut 3 mètres de ficelle. Si on en fait plusieurs, la longueur de ficelle est le triple du nombre d'abats-jours... ". Observation : la longueur est un nombre ?

• exemple 2 : (grand classique) "le cercle trigonométrique est un cercle de rayon 1...". Cet énoncé doit être pris dans le sens suivant : "le cercle dont la mesure du rayon est prise pour unité de longueur". Selon le contexte rayon désigne : "tout segment qui joint le cercle à un point du cercle" ou "la longueur commune de tels segments". Quels sens sont compris par les élèves ?

Exemples d'exercices au 2d cycle

Partage de solide et problèmes d'optimisation

<u>*Utilisation de la dérivation dans des problèmes de géométrie (révisions).*</u>

Classe de T.C/E
Collection Spirales
Tome 1. Ed. Belin

Les faces ABC, ACD et ABD d'un tétraèdre ABCD sont des triangles rectangles isocèles de sommet principal A tels que AB = AC = AD = 12 cm. Soit E un point du segment [AB]. On note x la distance AE. Le plan parallèle aux droites (AD) et (BC) contenant E coupe respectivement en F, G et H les droites (AC), (CD) et (DB).

1. Faire une figure. Quelle est la nature du quadrilatère EFGH ? Exprimer l'aire **A(x)** du quadrilatère EFGH en fonction de x. Etudier la fonction **A** sur l'intervalle [0 ; 12]. Pour quelle position de E sur [AB] l'aire est-elle maximale ?

2. Exprimer le volume V(x) de la pyramide EFGHA en fonction de x. Etudier les variations de la fonction **V** quand E décrit le segment [AB].

3. Démontrer que, pour x = 6 et seulement pour cette valeur, le quadrilatère EFGH partage le tétraèdre ABCD en deux solides de même volume.

4. Démontrer qu'il existe une sphère S contenant les points A, E, F, G, H et préciser la position de son centre O. Exprimer le rayon r(x) de S en fonction de x. Etudier les variations de la fonction f : x —> $[r(x)]^2$. En déduire les variations de la fonction r. Pour quelle position de E sur [AB] le volume de la sphère S est-il minimal ?

5. On désigne par I le milieu de [AD] et par K le milieu de [BC]. Démontrer que O est un point du segment [IK].

Brochure AIRES
IREM de Poitiers

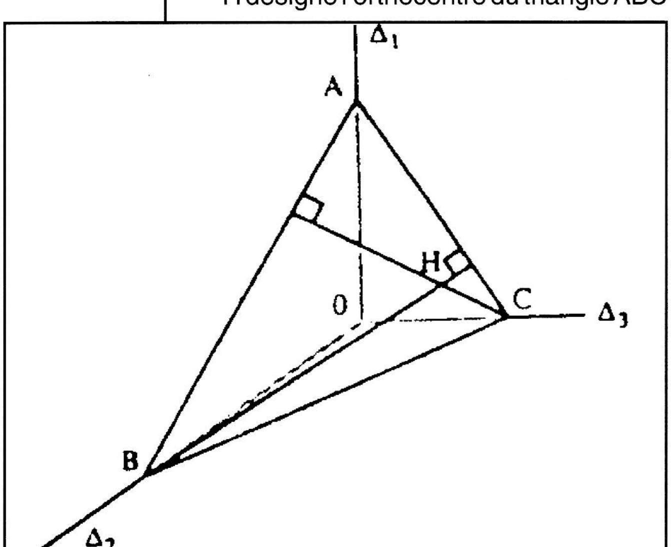
1er exercice :

Dans l'espace, on considère 3 demi-droites D_1, D_2 et D_3 concourantes en O et telles que

$D_1 \perp D_2$, $D_1 \perp D_3$, $D_2 \perp D_3$

Soient les points A, B et C distincts de O, $A \in D_1$, $B \in D_2$, $C \in D_3$.

H désigne l'orthocentre du triangle ABC



a) Montrer que (OH) est orthogonale au plan (ABC).

b) Démontrer que

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$$

c) Démontrer que

$[\text{aire (ABC)}]^2 = [\text{aire (OAB)}]^2 + [\text{aire (OAC)}]^2 + [\text{aire (OBC)}]^2$.

2ème exercice

Deux rectangles isométriques se coupent en 8 points distincts.

Démontrer que l'aire de l'intersection de ces 2 rectangles est supérieure à la moitié de l'aire de ces rectangles.

3ème exercice

A et B sont donnés distincts.

Construire dans un même demi-plan, les points C (situé sur la perpendiculaire en B à (AB)) et D sur le demi-cercle de diamètre [AB] pour que :

aire (ABC) = 4 x aire (ABD).

Choix d'une problématique (d'après les travaux de R. Douady et M.-J. Perrin)

Position du problème

Au collège, la pratique habituelle (scolaire ?) pour l'enseignement du concept de dimension consiste à retenir les objets "lignes" et "nombres" et à construire une "application mesure" qui, à tout segment associe un nombre ; puis à retenir les objets "surfaces" et "nombres" et à construire une "application mesure" qui, à toute surface "régulière" associe un nombre.

Des difficultés, inhérentes à cette pratique, peuvent s'expliquer par le fait que les élèves développent au sujet des longueurs et des aires une conception "**forme**" liée au domaine géométrique ou une conception "**nombre**" liée au domaine numérique ou les deux SANS nécessairement établir de relation entre ces deux domaines.

Ainsi, on observe, par exemple, que les "théorèmes" "si variation de périmètres ALORS variation d'aires dans le même sens" et réciproquement constituent des "savoirs-élèves" prégnants. On peut aussi observer chez les élèves l'attitude suivante : puisque la longueur et l'aire sont des nombres, il suffit de relever des informations numériques sur les figures puis de les combiner par application de "formules" "apprises par cœur" pour trouver la réponse à un problème.

Hypothèses didactiques

a) L'étude et le développement dans l'enseignement des concepts de longueur et d'aire en tant que **grandeurs** permettent aux élèves d'établir les relations nécessaires entre "cadre géométrique" et "cadre numérique".

b) Une identification trop précoce entre grandeurs et mesure de ces grandeurs par des nombres favorise chez l'élève un amalgame entre les deux grandeurs "longueur" et "aire".

Choix d'une méthodologie

On pourra proposer différentes séquences et activités pour reconstruire ou développer un apprentissage en fonction des hypothèses (a) et *(b)* répondant aux objectifs suivants :

• approcher de façon géométrique "avoir même longueur que" et "avoir même aire que",

• différencier, dissocier longueur et aire sans recours à la mesure,

• caractériser de nouveaux outils,

• étudier des variations de périmètres et des variations d'aires (si une dimension est multipliée par n alors le périmètre est multiplié par n et l'aire est multipliée par n^2),

• travailler sur les unités,

• approfondir.

Conclusion

• Une longueur se mesure avec une longueur (!).

• Une aire se mesure avec une aire (et non pas avec une longueur).

Il convient donc de privilégier la structure additive pour des travaux sur les longueurs et la structure multiplicative pour des travaux sur les aires.

On pourra bien sûr trouver des limites à ces travaux, mais ce sont celles fixées par nos choix.

On trouvera ci-après des exemples de tests permettant d'entreprendre à n'importe quel moment de l'année des activités en rapport avec la situation individuelle de chacun des élèves (chaque exercice est bien sûr modifiable à loisir !).

Nous vous rappelons qu'il ne s'agit ici que de fournir quelques pistes de travail proposées et défrichées lors des stages ces 3 dernières années.

Enfin, nous voudrions citer l'article du Petit x avant toute présentation d'activités :

"Les concepts se construisent à l'occasion d'actions. Ils prennent leur sens grâce aux problèmes qu'ils permettent de résoudre. Chaque nouveau problème contribue à enrichir le concept.

• Un nouveau concept se construit aussi en se situant par rapport aux connaissances déjà acquises soit pour les élargir et les généraliser, soit pour les remettre en cause et en construire de nouvelles mieux adaptées au problème posé.

• Un problème fait en général intervenir plusieurs concepts. Chacun prend ainsi son sens dans les relations qu'il entretient avec les autres concepts impliqués dans le problème.

• Cette diversité apparaît notamment si le problème peut se formuler dans plusieurs cadres entre lesquels on peut établir des correspondances (par exemple cadre physique, cadre géométrique, cadre numérique et cadre graphique)".

Eléments de bibliographie

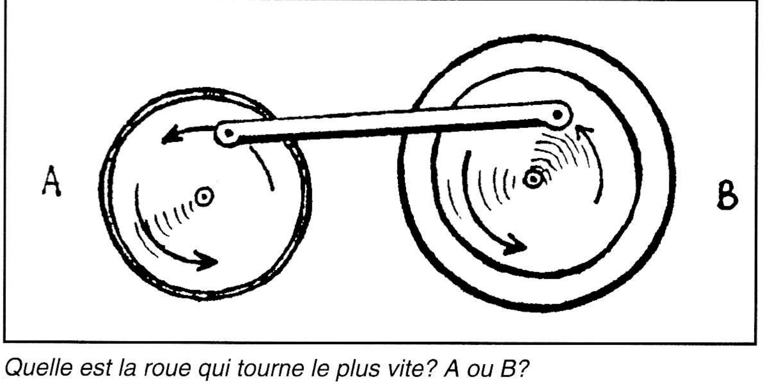
• *Grandeur, Mesure*, APMEP Mots, brochure n° 82.

• *Aires de surfaces planes*, Douady et Perrin, Petit X n° 6 et 8. Irem de Grenoble (1984).

• *Suivi scientifique de 6*^{e}, bulletin Inter-Irem, IREM de Lyon, (1985-1986).

• *Aires et périmètres du CM à la Seconde* , IREM de Poitiers.

• *Le sens de la mesure*, N. Rouche, Hatier-Didier Bruxelles (1992).



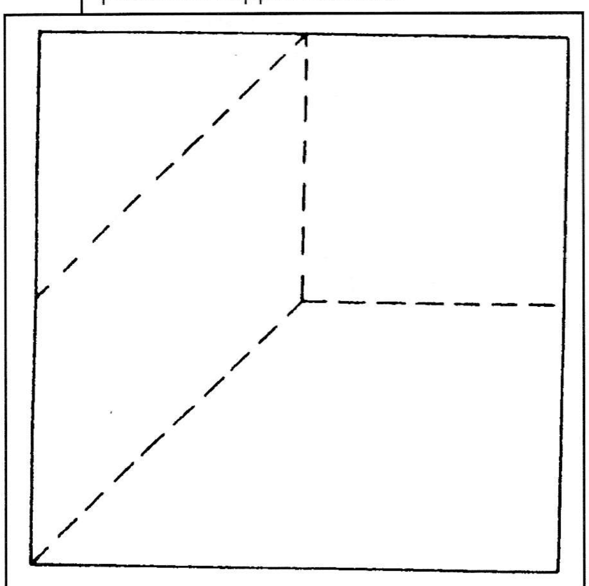
Quelle est la roue qui tourne le plus vite? A ou B?

Activité 1 L'aire est constante et le périmètre varie

Matériel nécessaire : ciseaux, colle, crayons de couleur, papier transparent auto-collant (3 m2 pour une classe), grand tableau.

Scénario possible

1. Chaque enfant dispose de la figure ci-contre (ici réduite, le carré mesure 10 cm de côté) : on lui propose de découper chaque morceau du puzzle et de fabriquer une nouvelle figure qu'il collera sur son cahier en utilisant les cinq morceaux qui doivent "se toucher bord à bord" sans précision supplémentaire.



2. Chaque élève reporte ensuite le périmètre de sa figure après l'avoir repassé en couleur et vient sur le grand tableau marquer le segment représentant le périmètre de sa figure : lors de la phase de mise en commun on peut en général observer qu'il y a beaucoup de périmètres différents et surtout que des formes différentes ont le même périmètre.

3. On propose à chaque enfant de recouvrir sa figure avec du papier transparent auto-collant.

4. On pose la question : "quelle est la mesure de la surface de papier auto-collant effectivement collée sur votre figure ?".

Les calculs sont d'abord individuels mais apparaît ensuite la phase de conjecture et de validation : "nous avons tous utilisé la même surface de papier auto-collant".

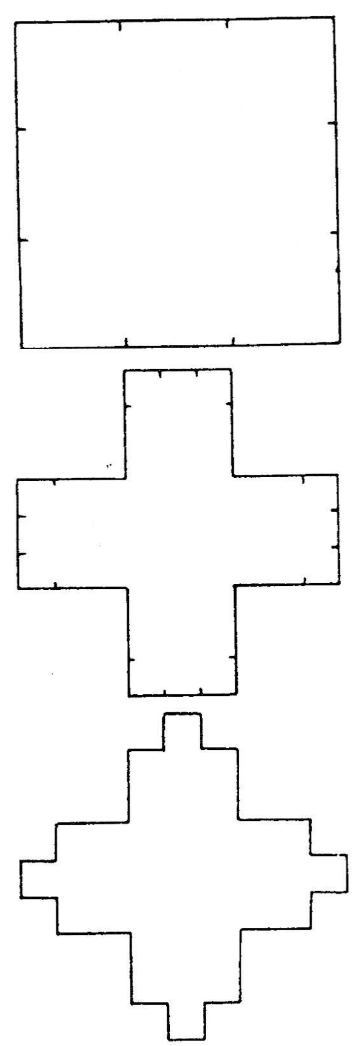
Cette constatation n'est pas immédiate et jusqu'à présent nous n'avons rencontré aucun élève en 6e qui ait répondu immédiatement 100 cm2. Ils ont besoin de passer par la phase d'étude de cinq formes, de comparaison des résultats entre eux, et d'échange pour que le résultat emporte l'assentiment de tous. C'est une phase longue mais absolument nécessaire car est vraiment mis en défaut leur savoir antérieur "à périmètres différents, aires différentes".

Conclusion

<u>Des figures ayant la même aire ont des périmètres différents.</u>

Activité 2 Le périmètre est constant et l'aire varie

Cette activité est individuelle et nécessite que chaque enfant dispose de plusieurs grandes feuilles de papier A4 quadrillé 5 x 5.



Le principe est le suivant : on dessine un carré puis on découpe un carré à chaque coin et on continue sur la figure obtenue. Le périmètre est inchangé et l'aire diminue.

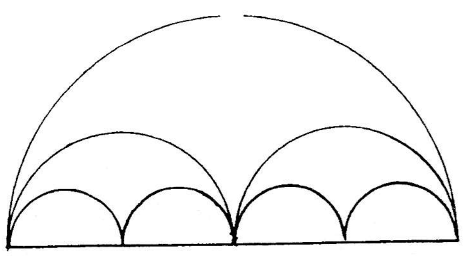
Par expérience, 18 cm de côté pour le carré de départ permet d'aller assez loin et il faut vraiment laisser le temps à chaque enfant de découper ses carrés, de recalculer le périmètre : aucune étape ne doit être précipitée et tout doit passer par l'action découpage et collage du dessin avec le précédent ou le suivant.

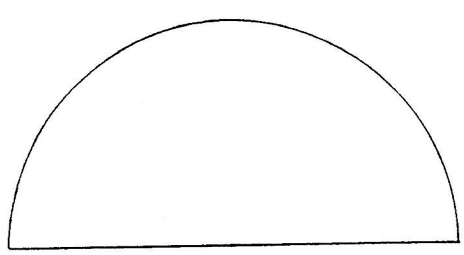
Conclusion

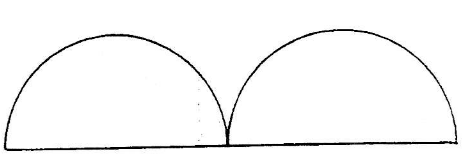
Deux figures peuvent avoir des formes différentes et le même périmètre, de plus le périmètre peut rester constant avec une aire qui décroît.

Activité 3
Le périmètre est constant et l'aire varie

Cette activité peut être étudiée en 6^{e} ou en réinvestissement en 5^{e}. On comparera les aires et les périmètres des figures successives.







Conclusion

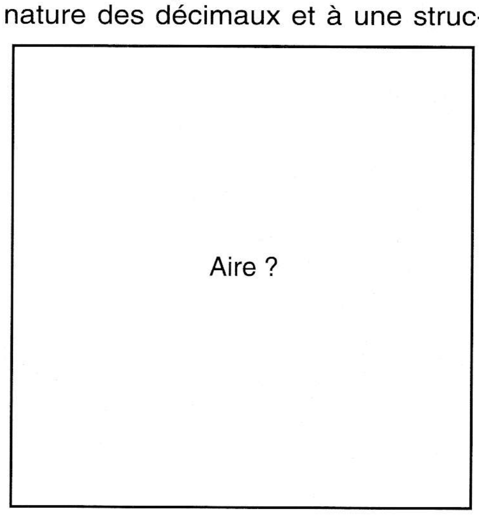
La même que pour l'activité 2.

Activité 4
Périmètre constant, Aire qui varie.

Cette activité est une “activité de chercheurs” de l'IREM de Paris : elle est détaillée dans le bulletin Inter Irem du Suivi Scientifique de 6e. C'est une activité très riche et il faut bien avoir conscience au départ que le choix du nombre fixé comme périmètre est une variable didactique essentielle.

En effet il vient se greffer ici une notion très importante et qui est loin d'être dominée par la majorité des élèves de 6^{e} : c'est celle d'intercalation d'un décimal entre deux autres décimaux puis c'est aussi l'idée qu'il puisse exister un nombre illimité de décimaux entre deux autres.

On peut imaginer une foule de scénarios et d'organisations de classe possibles mais nous croyons que l'essentiel est de choisir un périmètre qui va poser problème et obliger l'enfant à revenir à la nature des décimaux et à une struc-



ture additive : 12 n'a pas le même statut que 11 ni que 11,5 !

On peut par exemple, proposer :

1. "Vous êtes un groupe de trois et chaque groupe dessine plusieurs rectangles de périmètre fixé (on peut fixer un périmètre différent par groupe)".

2. Pour chaque rectangle on calcule l'aire.

3. Une phase de confrontation entre les groupes.

4. On observe que l'aire maximale est atteinte pour le carré.

Conclusion

Deux figures peuvent avoir le même périmètre et pas la même aire laquelle peut augmenter ou diminuer selon la forme du rectangle. Entre deux décimaux on peut toujours en intercaler un autre.

Conclusion générale

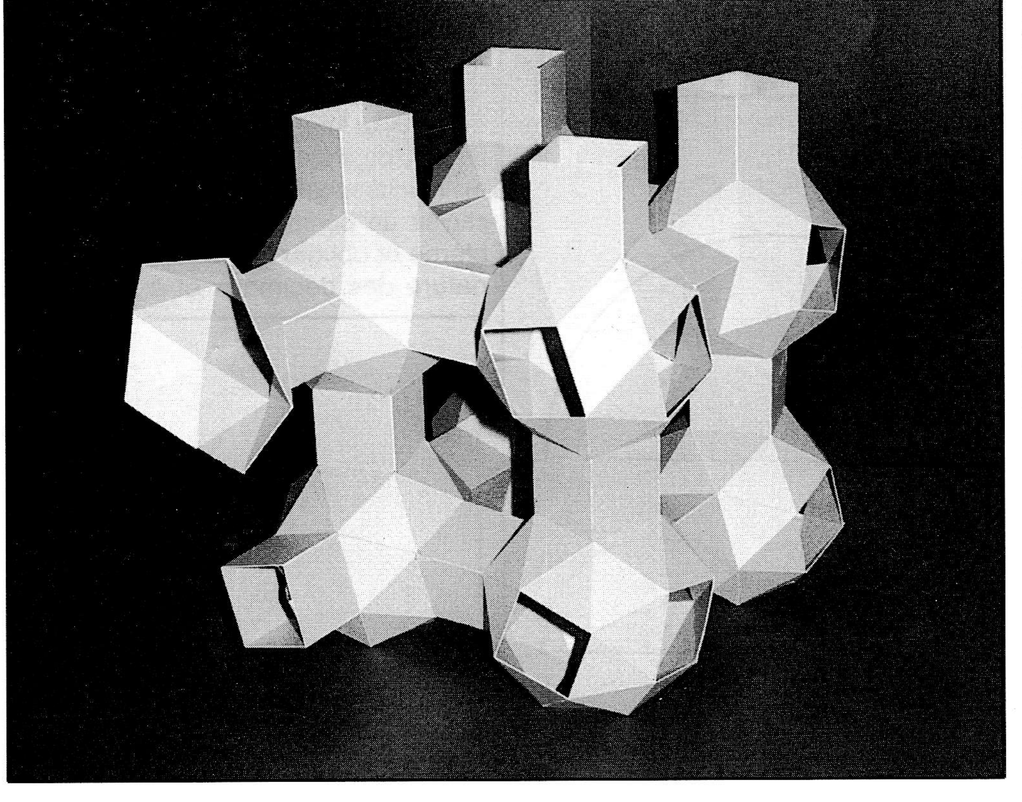
Il paraît indispensable tout au long des classes de 6ᵉ et de 5ᵉ de privilégier des activités concernant la dimension de différents objets géométriques.

Ce peut être l'occasion à propos des échelles, de l'étude des triangles, des configurations de base, etc.

Même en classe de 3ᵉ on aura l'occasion de poursuivre ce travail : rappelons que l'on peut lire dans la colonne "exigible" des programmes :

"Utiliser dans l'agrandissement ou dans la réduction d'"un objet géométrique du plan ou de l'espace, la propriété que si les longueurs sont multipliées par k, alors les aires sont multipliées par k^2, les volumes le sont par k^3, les angles sont conservés".

Voilà donc un travail qui ne se limitera pas à la classe de 6ᵉ puisqu'il n'est qu'un maillon de la chaîne qui conduit l'enfant à la conceptualisation de la notion de dimension ; afin de le poursuivre en classes de 4ᵉ et de 3ᵉ, vous pouvez consulter le fascicule Aires Périmètres de l'IREM de Poitiers où ces concepts interviennent comme validation de conjecture et permettent un réinvestissement dans les domaines numériques mais aussi algébriques et géométriques.



A propos d'aire et de volume au lycée

Classe de seconde
Programme de mathématiques

(extraits)

III. Fonctions

Le programme est organisé autour de deux objectifs principaux :

— Familiariser les élèves avec la ***description de phénomènes continus à l'aide de fonctions***.

— Acquérir une ***bonne maîtrise des fonctions usuelles*** indiquées dans le programme et un certain savoir-faire, toutes les indications utiles étant fournies, pour l'étude de fonctions qui s'en déduisent simplement.

On exploitera largement des situations issues de l'algèbre, de la géométrie, des sciences et techniques et de la vie économique et sociale, en marquant les différentes phases : mise en équation, traitement mathématique, contrôle et exploitation des résultats.

Le programme combine les ***études qualitatives*** (croissance, allure des représentations graphiques,...) avec les ***études quantitatives*** (majorations, recherche de maximums,...).

(...)

1. Génération et description des fonctions

On exploitera des situations variées : tracés graphiques, touches de la calculatrice, algorithmes de calcul, relations de dépendance issues de la géométrie, de la mécanique, des sciences physiques et biologiques, de la vie économique et sociale.

(...)

V. Géométrie

En géométrie plane comme en géométrie dans l'espace, ***tout point de vue axiomatique est exclu***. La pratique des figures doit tenir une place centrale, car elle joue un rôle décisif pour la maîtrise des notions mathématiques mises en jeu. De même, l'exploitation des écrans graphiques d'ordinateur peut aider efficacement les élèves à développer leur perception des objets du plan et de l'espace. Il est rappelé que toute reprise systématique des notions vues au collège est exclue.

(...)

1. Géométrie plane

Il s'agit d'entraîner les élèves à résoudre des problèmes concernant des configurations; alignement, concours, parallélisme, orthogonalité, calculs de distances, d'angles, d'aires.

3. Suites

(...)

Travaux pratiques

Exemples d'étude de problèmes conduisant à des suites arithmétiques ou géométriques	On prendra des situations issues de la géométrie, des sciences physiques et de la vie économique et sociale

Exemples simples d'emploi de suites pour l'approximation d'un nombre (aire, volume, racine carrée...)

leur perception des objets du plan et de l'espace

Le programme comporte trois objectifs essentiels

- La poursuite de l'étude du ***calcul vectoriel*** dans le plan et sa mise en place dans l'espace, en relation avec l'étude de la ***géométrie*** et avec l'enseignement de la ***physique***.
- La poursuite de l'étude des ***configurations du plan*** et de l'effet des transformations sur celles-ci.
- La poursuite de l'étude des ***configurations simples de l'espace***.

En ce qui concerne les configurations du plan et de l'espace, l'objectif principal est d'entraîner les élèves à résoudre des problèmes d'alignement, de concours, de parallélisme, d'orthogonalité et à calculer des distances, des angles, des aires, des volumes. A cet effet, on exploite différents outils : propriétés des ***configurations de base, calcul vectoriel***, emploi d'un ***repère orthonormal*** adéquat et, sur des exemples ***simples*** de géométrie plane, effet des ***transformations***. Le programme comporte l'étude de quelques problèmes de ***lieux géométriques plans***, et notamment la recherche de ***lignes de niveau***. On pourra aussi étudier ***quelques*** exemples ***simples*** de problèmes d'optimisation et de construction, mais aucune connaissance spécifique sur ces questions n'est exigible.

Comme en Seconde, ***la géométrie dans l'espace*** est utilisée pendant toute l'année comme terrain pour mobiliser des acquis d'algèbre, d'analyse et de géométrie plane.

(...)

Travaux pratiques

(...)

Exemples de calculs de distances, d'angles, d'aires et	Pour les polygones réguliers on se limitera à des cas

Exemples de calculs de distances, d'aires et de volumes, dans les configurations usuelles du plan et de l'espace.

gles semblables

(...)

B. Transformations et configurations

— L'objectif est que les élèves connaissent de façon solide un ***petit nombre de propriétés essentielles*** et sachent les ***mettre en œuvre sur des configurations simples***. L'étude des transformations ne doit donc pas être considérée comme une fin en soi. À travers les activités, on s'assurera que les élèves connaissent les symétries des configurations de base étudiées au collège (rectangle, losange, parallélogramme...); l'étude de quelques configurations liées au cercle enrichit les outils disponibles.

(...)

a) Effet d'une réflexion, d'une rotation, d'une translation ou d'une homothétie sur le parallélisme, l'alignement, les distances, les angles et les aires. — Image d'une droite, d'un segment, d'un cercle. Image du milieu d'un segment, d'un parallélogramme.	On évitera des reprises systématiques se répétant sur chaque type de transformation. Pour les rotations, on se limitera aux quelques exemples abordés au collège (quart de tour,...) ; l'étude générale des rotations est hors programme.

(...)

2. Géométrie dans l'espace

— Les objets usuels étudiés au collège (cubes, parallélépipèdes rectangles, prismes droits, pyramides, sphères, cylindres et cônes de révolution) constituent un terrain privilégié pour les activités.

Travaux pratiques

Exemples de calculs de distances, d'aires et de volumes, dans les configurations usuelles du plan et de l'espace.

Programmes de mathématiques des classes de Premières S, E et Terminales C, D, E

CLASSES DE PREMIÈRES S ET E, (extraits)

2. Dérivation

(...)

Lorsque, au voisinage de $h=0$, $f(a+h)$ peut s'écrire sous la forme $f(a+h)=f(a)+Ah+h\varphi(h)$, avec $\lim_{h \to 0} \varphi(h)=0$, on dit que la fonction f admet A pour nombre dérivé au point a	Le texte ci-contre suggère une démarche pour l'introduction du nombre dérivé ; le professeur peut adopter un autre choix. Quel que soit ce choix, il convient de mettre en valeur, ***à travers l'étude de quelques exemples simples***, les différents aspects de cette notion mentionnés dans ce texte.
Aspect géométrique : tangente	On prendra notamment des exemples issus de la mesure de grandeurs géométriques et physiques (aire, volume, puissance, intensité...) ou de la vie économique et
Aspect mécanique : vitesse Limite en zéro du taux de variation $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$	sociale (populations, prix, ...). Tout exposé sur les développements limités à l'ordre 1 est exclu ; il en est de même pour l'équivalence des différents points de vue sur la dérivation en un point

(...)

Programme des Terminales C et E

(...)

III. ANALYSE

Le programme d'analyse porte sur les ***suites*** et les ***fonctions*** numériques, ce qui permet d'étudier des situations ***discrètes*** et des situations ***continues***.

— Pour les ***suites***, l'objectif est double : fournir quelques outils efficaces pour l'étude du ***comportement global et asymptotique*** d'une suite donnée ; explorer, sur des exemples simples, quelques méthodes ***d'approximation*** d'un nombre au moyen de suites.

— Pour les ***fonctions***, l'objectif principal est ***d'exploiter la dérivation et l'intégration*** pour l'étude globale et locale des fonctions usuelles et de fonctions qui sont construites à partir de celles-ci par des opérations simples. ***Quelques problèmes d'importance majeure fournissent un terrain pour cette étude*** : variations, extrémums, équations et inéquations, comportements asymptotiques ou locaux, calcul de grandeurs géométriques, approximation d'une fonction au moyen de fonctions plus simples par encadrement.

(...)

En outre, on exploitera largement des ***situations*** issues de l'algèbre, de la géométrie, des sciences et techniques et de la vie économique et sociale, en marquant les différentes phases : modélisation, traitement mathématique, contrôle et interprétation des résultats. De même, on exploitera systématiquement les ***interprétations graphiques*** des notions et des résultats étudiés et les ***problèmes numériques*** qui sont liés à cette étude.

(...)

2. Fonctions numériques : étude locale et globale

(...)

Travaux pratiques

Programmation des valeurs d'une fonction d'une variable	Dans l'ensemble des travaux pratiques, on exploitera largement des situations issues de la géométrie et des sciences physiques (...)
Exemples d'étude de situations décrites au moyen de fonctions (issues de la géométrie, des sciences physiques et biologiques, de la vie économique et sociale ...).	On s'attachera à interpréter les résultats (variations, signe, extrémums, comportement asymptotique ...). On étudiera quelques problèmes d'optimisation

(...)

3. Calcul intégral

L'objectif est double.

— Familiariser les élèves avec quelques ***problèmes relevant du calcul intégral*** et qui, en retour, ***donnent du sens à la notion d'intégrale*** : calcul de grandeurs géométriques (aires, volumes ...), de grandeurs physiques (calcul de la distance parcourue connaissant la vitesse, valeur moyenne, valeur efficace ...).

— Fournir aux élèves le ***symbolisme*** très efficace du calcul intégral et exploiter, sur des exemples simples, les propriétés élémentaires de l'intégrale pour ***l'étude de fonctions***.

Aucune théorie de la notion d'aire n'est au programme: on admettra son existence et ses propriétés élémentaires. Les élèves doivent connaître l'aire des domaines usuels; rectangle, triangle, trapèze, secteur d'un disque.

Travaux pratiques

Exemples de calcul de valeurs approchées d'intégrales

On pourra, sur des exemples simples, décrire et appliquer quelques méthodes usuelles (rectangle, point milieu, trapèzes) et comparer leurs performances. Mais aucune connaissance spécifique n'est exigible des élèves sur ces questions, et toutes les indications nécessaires doivent être fournies

Calcul d'aires planes à l'aide du calcul intégral. Exemples de calcul de volumes de solides usuels

Les élèves doivent connaître la formule $V = \int_a^b S(z)dz$ et savoir l'appliquer au calcul du volume d'une boule, d'un prisme, d'un cylindre, d'une pyramide, d'un cône

Exemples simples d'emploi du calcul intégral pour le calcul de grandeurs géométriques, mécaniques ou physiques

Aucune connaissance spécifique sur ces questions n'est exigible et toutes les indications utiles doivent être fournies

(...)

IV. GÉOMÉTRIE

Le programme comporte trois objectifs essentiels :

- Poursuivre l'étude du ***calcul vectoriel*** en relation avec l'enseignement de la ***géométrie*** et de la physique : le programme met en place le produit scalaire dans l'espace et le produit vectoriel.
- Approfondir la géométrie du plan et de l'espace à travers l'étude de ***configurations*** et de ***l'action de transformations sur ces configurations***
- Développer une ***vision géométrique des problèmes*** grâce à la mise en œuvre systématique d'activités graphiques (figures, tracés de courbes, croquis perspectifs, schémas ...) permettant de représenter les objets mathématiques étudiés dans les différentes parties du programme

- ***En géométrie plane***, le champ des objets étudiés est enrichi (coniques, exemples simples de courbes paramétrées) et celui des transformations est élargi et réorganisé à travers l'étude plus systématique de la ***composition des transformations*** élémentaires et la recherche d'invariants associés, ce qui conduit à exploiter les ***isométries***, les ***déplacements*** et, sur des exemples ***très*** simples, les similitudes directes. Cet approfondissement de la géométrie plane passe par une ***bonne pratique des outils*** fournis par le programme (propriétés des configurations de base, effet des transformations, calcul vectoriel, calcul de distances et d'angles, emploi d'un repère orthonormal adéquat, emploi des nombres complexes)

Les élèves doivent savoir utiliser le produit vectoriel pour calculer l'aire d'un parallélogramme ou d'un triangle, pour déterminer un vecteur normal à un plan

Calculs de distances, d'angles, d'aires et de volumes dans les configurations usuelles du plan (polygônes, cercles, coniques ...) et de l'espace (prismes, pyramides, sphères, cylindres, cônes ...)

Les élèves doivent être capables de calculer la distance d'un point à une droite dans le plan, ou d'un point à un plan dans l'espace

Exemples de recherche de lieux géométriques dans le plan (conditions de distances et d'angles, lignes de niveau, points liés à une configuration mobile)

Pour les lignes de niveau, on exploitera notamment des situations issues des sciences physiques

3. Transformations et configurations

En géométrie plane, il s'agit d'approfondir et de réorganiser les acquis des classes antérieures dans le cadre des ***isométries*** et des ***déplacements***, grâce à une étude plus systématique de la ***composition des transformations*** et de leur ***effet sur les configurations*** et à l'exploitation des ***transformations vectorielles*** associées. Il ne convient donc pas de reprendre l'étude des isométries à partir de zéro : on s'appuiera sur les résultats acquis antérieurement concernant les translations, les réflexions et les rotations. Le programme comporte aussi ***quelques*** notions sur les ***similitudes directes*** ; les objectifs sont ***très modestes*** : on se borne à exploiter leur écriture complexe.

En géométrie de l'espace, on étudie ***l'action des transformations élémentaires*** sur les configurations usuelles mais l'étude systématique de transformations composées est hors programme, ainsi que la notion de transformation vectorielle associée.

(...)

a) **Isométries du plan** (bijections conservant la distance).

La composée de deux isométries est une isométrie, la réciproque d'une isométrie est une isométrie.

En s'appuyant sur les exemples étudiés en Première, on observera que la conservation de la distance est valable non seulement pour les réflexions, les translations et les rotations, mais aussi pour leurs composées, ce qui amène à introduire les isométries.

(...)

Il en est de même pour leur effet sur les barycentres, les angles et les aires.

b) **Notions sur les similitudes directes du plan**

Composée d'une homothétie de rapport positif et d'une rotation de même centre ; effet sur les distances, conservation des angles orientés. Écriture complexe. Similitudes directes (bijections transformant les distances dans un rapport donné et conservant les angles

L'étude générale des similitudes (bijections transformant les distances dans un rapport donné) est hors programme. Il en est de même pour la composition des similitudes directes et pour la notion de transformation vectorielle associée à une telle similitude.

Ils doivent connaître leur effet sur les barycentres et les aires.

l'espace

Translation, Homothétie, symétrie centrale, Réflexion

Les élèves doivent savoir que les transformations con-

Ils doivent connaître leur effet sur les barycentres, les distances, les aires et les volumes.

La notion de dimension à travers les programmes de 6ᵉ à Terminale

	CLASSE DE SIXIÈME	CLASSE DE CINQUIÈME	CLASSE DE QUATRIÈME	CLASSE DE TROISIÈME
GRANDEURS ET MESURES	- Périmètre et aire du carré, du rectangle - Longueur du cercle - Volume du parallélépipède rectangle - Unités usuelles : longueur, aire, volume, angle	- Aire du parallélogramme, du triangle, du disque - Aire et volume du cylindre de révolution, des prismes droits - Somme des angles d'un triangle - Unités usuelles : durées	- Aire de la sphère, volume de la boule	- Volume d'une pyramide, d'un cône de révolution - Effet d'un agrandissement ou d'une réduction sur longueur, aires et volumes, masses
			- Grandeurs quotients (vitesse en km/h et en m/s, débit...) - Grandeurs produits (voyageurs x km, kwh...)	
REPÉRAGE DISTANCES ET ANGLES	- Repérage sur une droite graduée par les nombres relatifs - Repérage dans un plan quadrillé (coordonnées)		- Inégalité triangulaire. Distance d'un point à une droite - Cosinus d'un angle, comme opérateur de projection orthogonale - Propriété de Pythagore et sa réciproque - Pente d'une droite	- Coordonnées d'un vecteur du plan ; somme vectorielle - Trigonométrie dans le triangle rectangle - Distance en repère orthonormal. Equation d'une droite sous la forme : $y = mx$; $y = mx + p$; $x = p$
CONFIGURATIONS CONSTRUCTIONS ET TRANSFORMATIONS	- Parallélépipède rectangle - Rectangle, losange - Triangle, triangle isocèle - Cercle - Transformation de figures par symétrie par rapport à une droite	- Prismes droits, cylindre de révolution - Parallélogramme - Triangle : les médiatrices sont concourantes - Transformation de figures par symétrie par rapport à un point	- Sphère ; section par des plans - Dans le plan, projection sur une droite selon une direction ; conservation du milieu - Triangle : «droites des milieux» ; concours des bissectrices, médianes et hauteurs - Triangle rectangle : cercle circonscrit - Transformation de figures par translation, par rotation ; polygones réguliers	- Pyramides, cônes de révolution ; section par des plans parallèles au plan de base - Angle inscrit dans un cercle et angle au centre associé - Enoncé de Thalès relatif au triangle - Construction de transformées de figures par composition de deux translations, de deux symétries centrales, de deux symétries par rapport à des droites parallèles ou perpendiculaires
NOMBRES ET CALCUL	- Ecriture fractionnaire des nombres décimaux positifs et opérations $+, -, \times$ - Quotient de deux décimaux positifs. Approximations de ce quotient - Critères de divisibilité par 2, 3, 5, 9 - Troncature et arrondi. Rangement de décimaux positifs	- Comparaison et addition de deux nombres positifs en écriture fractionnaire de même dénominateur, multiplication de deux nombres en écriture fractionnaire - Egalités $k(a+b) = ka + kb$ pour les décimaux positifs - Comparaison, addition et soustraction de nombres relatifs en écriture décimale - Equations numériques $a + x = b$ ou $ax = b$ $(a \neq 0)$	- Opérations ($+, -, \times, /$) sur les nombres relatifs en écriture décimale ou fractionnaire - Effet de l'addition et de la multiplication sur l'ordre - Puissances entières d'exposant positif ou négatif - Ecriture des nombres en notation scientifique et en notation ingénieur - Développement d'expressions de la forme $(a+b)(c+d)$ - Equations et Inéquations du premier degré à une inconnue ; problèmes qui y conduisent	- Factorisation d'expressions de la forme : $a^2 - b^2$, $a^2 + 2ab + b^2$, $a^2 - 2ab + b^2$ - Calculs élémentaires sur les radicaux - Système de deux équations du premier degré à deux inconnues ; problèmes qui y conduisent - Problèmes se ramenant au premier degré - Exemples élémentaires d'algorithmes ; application numérique sur ordinateur
REPRÉSENTATION ET ORGANISATION DE DONNÉES	- Lecture, interprétation et réalisation de tableaux et de graphiques		- Fréquences, expression en pourcentage - Effectifs cumulés, fréquences cumulées	- Moyenne, moyennes pondérées - Médiane
FONCTIONS NUMÉRIQUES	- Multiplication par une fraction $\frac{a}{b}$ - Application d'un pourcentage	- Vitesse moyenne - Calcul d'un pourcentage, d'une fréquence, d'un taux	- Proportionnalité. Applications linéaires - Pourcentages, Indices	- Applications affines
	- Changement d'unités de longueur, d'aire et de volume - Echelle d'une carte, changements d'échelle. Quatrième proportionnelle			

EVAPM 2/91 B 23-24

Soit p le périmètre d'un champ rectangulaire (en m).
Soit l sa largeur (en m).
Sachant que : $174,4 \leq p \leq 180$ et que : $31,8 \leq l \leq 32,4$

Calculer l'encadrement le plus précis possible de sa longueur L (en m).

2 N 025

R = 09 % NR : 26%

_ _ _ _ $\leq L \leq$ _ _ _ _

Calculer l'encadrement le plus précis possible de son aire $\mathcal{A}$ (en m^2).

2 N 026

Résultat exact ou résultat déduit correctement du résultat de l'item 23 : 34 % NR : 32%

_ _ _ _ $\leq \mathcal{A} \leq$ _ _ _ _

Si l'on analyse les résultats du B23-24, outre les problèmes posés par les notions de périmètre et d'aire, qui perturbent fortement les élèves, les élèves ont été effrayés par la complexité de cet exercice et beaucoup d'entre-eux ont renoncé à l'aborder. Pour l'item B24, le résultat obtenu à B23, éventuellement faux, a souvent été correctement utilisé. Il est clair que cet exercice n'a pas permis de tester les capacités relatives à la manipulation d'encadrements.

Calculs mettant en jeu des puissances de 10

La question D6-9 présentait deux difficultés sans rapport avec l'objectif qu'il s'agissait de contrôler :

* la notion du périmètre : on trouve souvent le demi, ou 2 x l x L...
* la notion d'aire : on trouve L + l...

Cependant, rares sont les élèves qui, n'utilisant pas les bonnes formules, utilisent les puissances de 10 correctement. On trouve des erreurs du genre : $6 \times 10^{-3} + 5 \times 10^{-5} = 3 \times 10^{-7}$ où l'élève confond l'addition et la multiplication.

EVAPM 2/91 D 6-9

Etant donné un rectangle dont les dimensions L et l sont les suivantes : $L = 3 \times 10^{-3}$ m $l = 2,5 \times 10^{-5}$ m

2 N013 2 N015

Calculer le périmètre du rectangle, et écrire le résultat sous la forme : $a.10^{k}$, avec $a \in [1 ; 10[$

Démarche correcte : 79 %

NR : 10%

Réponse : R = 54 %

Calculer l'aire du rectangle, et écrire le résultat sous la forme : $a.10^{k}$, avec $a \in [1 ; 10[$

Démarche correcte : 83 %

NR : 09%

Réponse : R = 67 %

Réussite conjointe : 48 %

A propos des configurations de l'espace, connaître et utiliser les formules donnant la mesure du volume des solides suivants : Parallélépipède rectangle, Prisme droit, Cylindre de révolution, Pyramide régulière, Cône de révolution.

La question C18-20 n'a pas pour objectif de vérifier la connaissance des formules, mais plutôt de voir si les élèves connaissent (au moins en actes), les relations existant entre les volumes des divers solides.

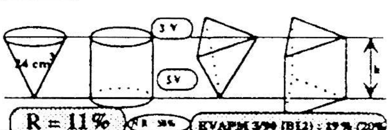
Contrairement aux deux questions précédentes, la question proposée a une réussite inférieure à celle de EVAPM3/90.

EVAPM 2/91 C 18-20

La figure représente quatre solides: un cône de révolution, un cylindre de révolution, une pyramide

Ces quatre solides ont même aire de base et même hauteur h.

Le cône a un volume de 24 cm^3

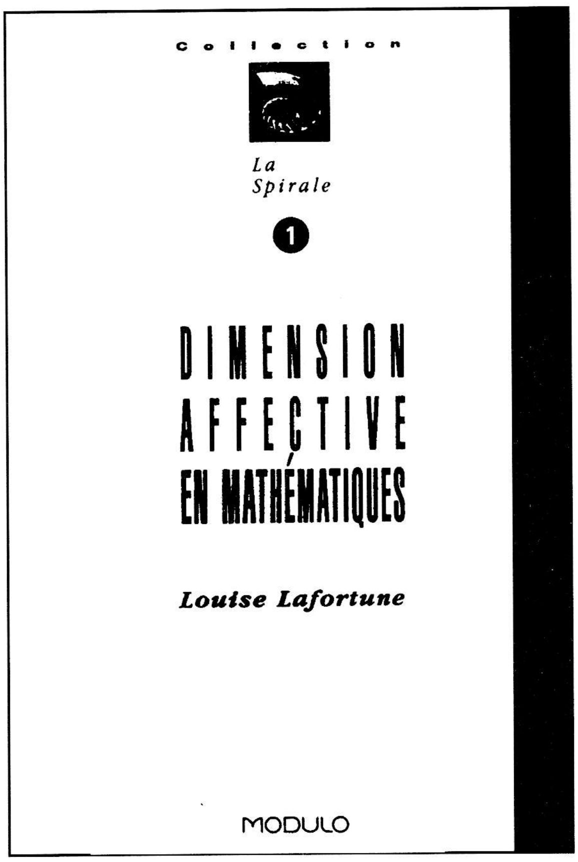


Quel est le volume du cylindre ?	R = 11 %	NR 38%	EVAPM 3/90 (B12) : 19 % (20%)
Quel est le volume de la pyramide ?	R = 20 %	NR 63%	EVAPM 3/90 (B13) : 25 % (30%)
Quel est le volume du prisme ?	R = 08 %	NR 66%	EVAPM 3/90 (B14) : 14 % (15%)

En Seconde, le pourcentage d'élèves ayant répondu respectivement aux trois sous-questions est de 11%, 20% et 8% contre une réussite en Troisième de 20%, 30% et 15%, pour les élèves admis en Seconde. Il faut de plus aussi observer que plus d'un élève sur deux n'a pas abordé la question.

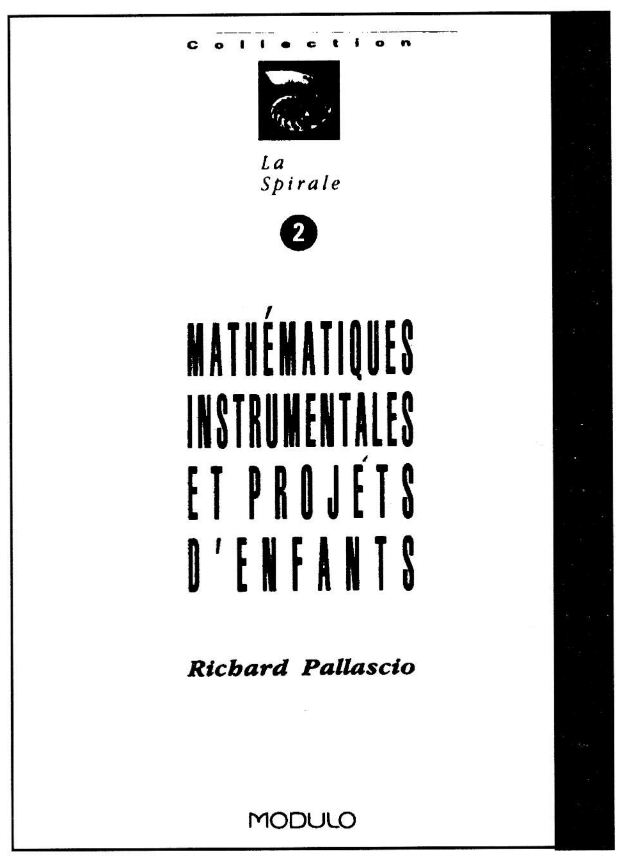
On peut s'interroger sur les raisons de ce manque de réussite. Il peut, peut-être, s'expliquer par le fait que cette partie de cours, supposée étudiée dans les classes antérieures, n'a pas été revue en Seconde (contrairement à ce que précise le programme). Les élèves ont oublié les formules, ce qui n'est sans doute pas l'essentiel, et ne possèdent pas davantage les savoirs généraux ou les images mentales qui leur permettraient de se passer des formules.

Le salon du Livre... Mathématique !

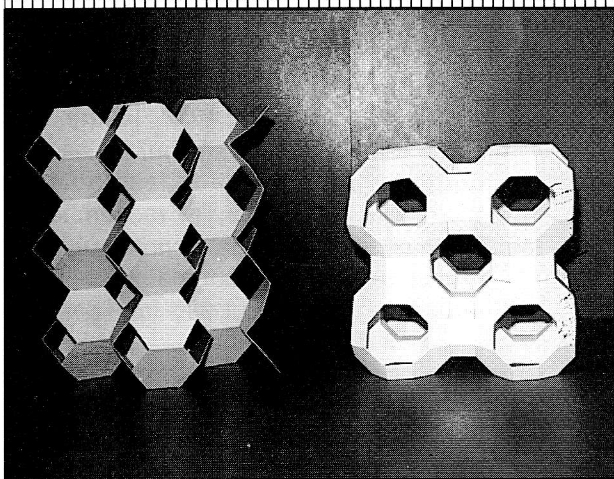


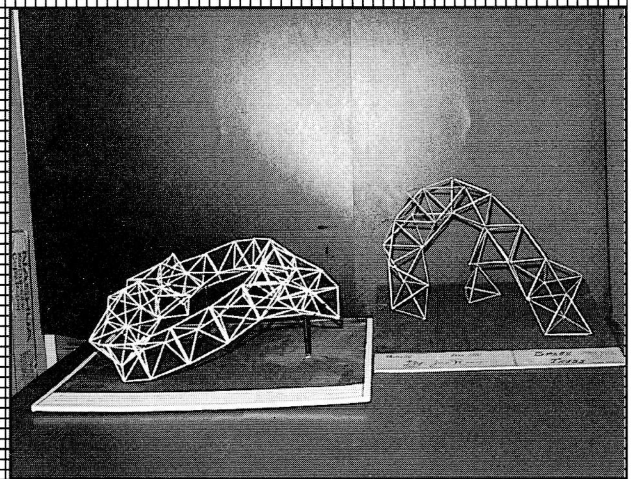
Avant que ces livres québécois soient publiés par un éditeur français, vous pouvez les commander auprès du journal PLOT (pensez à y rajouter 25 F de frais d'envoi).

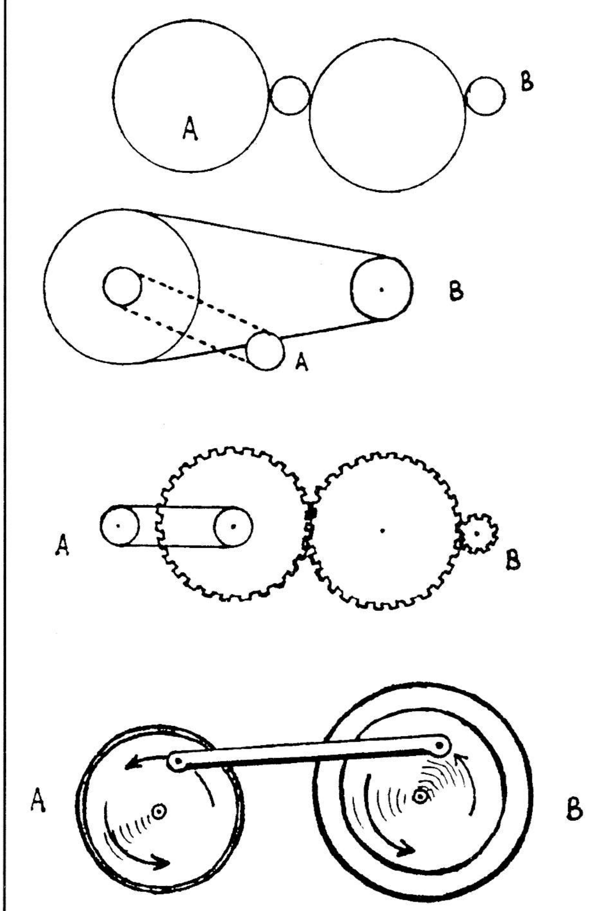
Ce livre de 180 pages vous fera aussi découvrir comment chacun, jeune ou adulte, se comporte avant, pendant et après un examen, un devoir en classe. Une analyse nouvelle qui permet de porter un regard nouveau sur nos comportements face aux mathématiques.
Coût du livre : 120 F



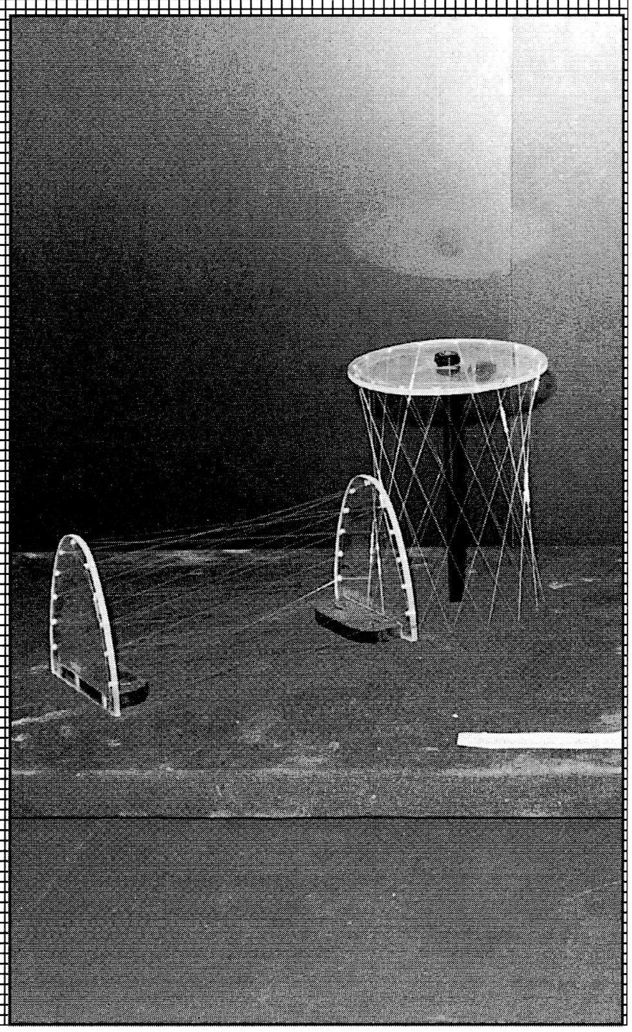
Un petit livre, 100 pages, qui donnera à la fois des outils de pratique et de réflexion exploitable au primaire comme au collège.
Coût du livre : 100 F





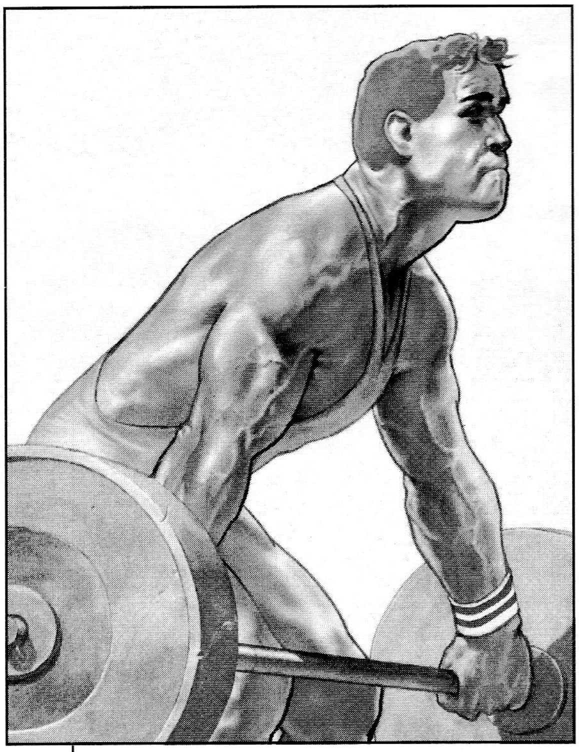


Quelle est la roue qui tourne le plus vite? A ou B?



Opinion — Mathématique où es-tu ? Que fais-tu ?

Roger CREPIN - Limoges



L'APMEP a eu l'excellente idée de se lancer dans l'évaluation des programmes de mathématiques. J'ai étudié les divers EVAPM publiés, tant sur le plan des contenus que, sur le plan des acteurs : les professeurs et les élèves. Je livre ici quelques constats ainsi que mes commentaires.

Une évaluation de programme conduit à mieux connaître les valeurs contenues dans ce programme et à mieux apprécier l'intérêt suscité auprès des élèves par les thèmes présentés et étudiés. Ensuite, en toute logique, le suivi de l'évolution devrait entraîner des adaptations, des corrections pour améliorer sans doute l'efficacité de l'enseignement donné. Les programmes actuels semblent bénéficier d'une bonne image de marque auprès des enseignants ; est-ce de même auprès des élèves ?

Dans chaque EVAPM, je me suis d'abord intéressé à la globalité des évaluations en observant les tableaux récapitulatifs, ensuite j'ai recherché les items où la réussite est bonne, puis ceux où elle est franchement mauvaise. Cette deuxième phase peut être faite par chaque professeur qui souhaite analyser la valeur de l'enseignement mathématique et l'impact de son enseignement personnel ; j'en ferai très peu état. Dans chaque tableau, j'ai repéré le nombre d'items pour lesquels la réussite était comprise entre 0 et 5 %, 5 et 10 %, 10 et 15 %..., 95 et 100 %, puis j'ai cherché le pourcentage d'items correspondant à chaque créneau. Vu l'importance de l'échantillon évalué à chaque niveau (400 classes, 10 à 13 000 élèves) les résultats contenus dans le tableau cidessous sont significatifs.

Remarquons : Dès 1988, même si l'on peut critiquer le questionnaire de l'évaluation, les responsables et acteurs de l'enseignement mathématique au 1[er] cycle étaient informés de l'échec de cet enseignement.

— les filles réussissent moins bien que les garçons pendant tout le cursus scolaire ; de plus, pour les réussites inférieures à 7/20 (35 %), c'est-à-dire les échecs, les filles sont victimes du syndrome du dégoût acquis pour les mathématiques, dégoût qui augmente d'année en année,

— les réussites ne sont pas spectaculaires, les réussites supérieures à 12/20 (60 %) ne concernent que 25 % des élèves en seconde,

— l'examen des autres EVAPM : 6[e] (1989), 5[e] (1990), 4[e] (1989), 3[e] (1990) confirme ces remarques.

Fin 1989, dans son entretien avec "Sciences et Avenir" le Président du Conseil National des Programmes affirmait : "Prenons l'échec scolaire. Au niveau du collège, là où il se concentre, les mathématiques sont accusées à tort, d'abord parce que les programmes sont très bons..." Comment une personne aussi informée peut-elle affirmer une telle contre-vérité et en rester là aussi longtemps ???

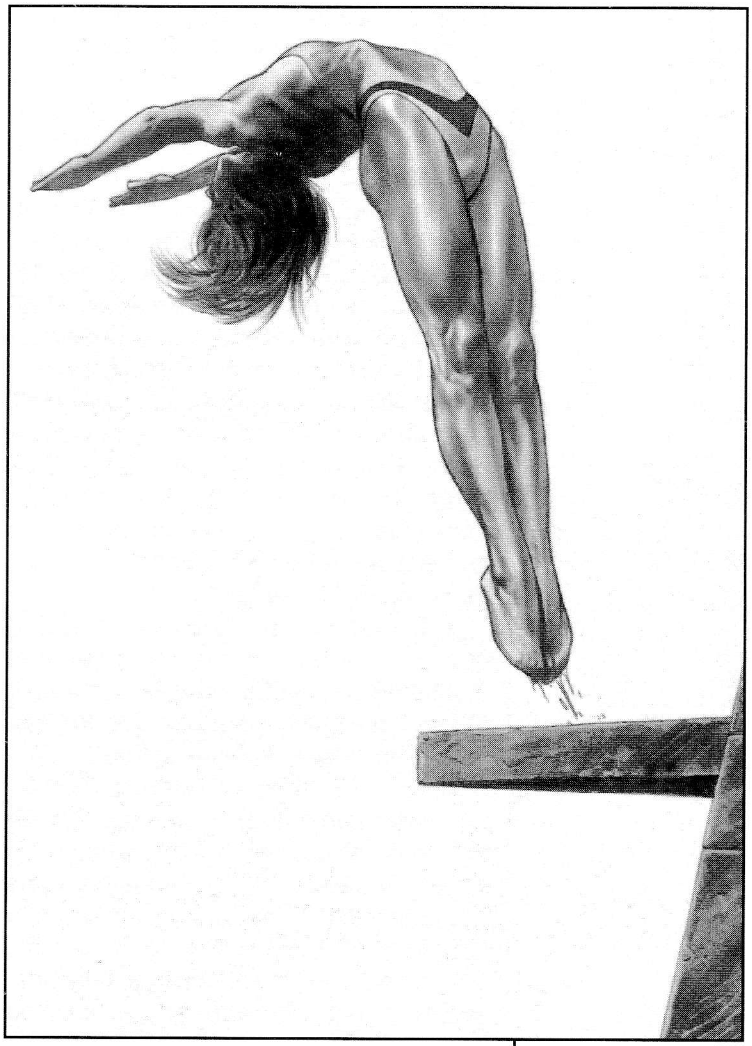
L'examen du tableau précédent, montre que l'enseignement mathématique met de 30 à 50 % d'élèves en échec selon les niveaux. Un tel enseignement peut-il être basé sur des "programmes très bons" ?

Pourtant l'enseignement mathématique ne manque pas de parrain "adultes-compétents" : de COPREM en GREM, de CNP en GTD, de groupes de travail en sous-groupes, de réunions interacadémiques en réunions académiques, c'est beaucoup de travail et de dépenses pour ne pas endiguer la dégradation de l'enseignement mathématique au Collège. Les élèves ne sont ni meilleurs, ni plus mauvais qu'autrefois, mais l'examen des EVAPM, montre qu'ils font des mathématiques parce que c'est un mal nécessaire. Ceux qui réussissent, les garçons surtout, pensent qu'ils sont doués, et ceux ou celles, qui se sentent doué(e)s font des mathématiques avec plaisir. On les aimerait plus nombreux.

Membre d'associations qui défendent l'égalité des chances entre filles et garçons à l'Ecole, au Collège et au Lycée, j'ai plus spécialement examiné les différences (réussite garçons - réussite filles) qui apparaissent dans le tableau. Pour les élèves qui réussissent, cette différence est faible et peu significative. Par contre, si l'on s'intéresse aux élèves en échec, cette différence croît de la sixième à la seconde.

Lors des journées de Strasbourg, dans l'atelier que j'animais (En mathématique, y a-t-il un syndrome acquis du dégoût plus fort chez les filles que chez les garçons ?), certains professeurs trouvaient que ce n'était pas heureux de faire apparaître ces différences filles-garçons, car cela ne pouvait que renforcer les stéréotypes sexistes, d'autres semblaient accepter les explications selon lesquelles les filles seraient génétiquement ou hormonalement moins douées en mathématiques. Heureusement, plusieurs enseignantes constatent et déplorent les inégalités, mais se sentent démunies à l'Education Nationale pour agir et promouvoir l'égalité des chances. Ces dernières précisent qu'elles constatent deux faits : le fossé se creuse de plus en plus entre les filles et les garçons d'une part, et, entre les garçons qui réussissent et les autres ou les filles qui réussissent et les autres, d'autre part.

Bénéficiant d'une analyse des résultats organisée selon les différences gar-



çons-filles pour EVAPM 5e (1988), j'ai constaté que pour 20 % des items le déficit des filles est significatif ; ce déficit pouvant atteindre 21 % alors que lorsque les résultats des filles sont meilleurs (20 % des items) la différence (F - G) n'atteint pas 10 %. La même étude en seconde montre que le déficit des filles est significatif pour : 35 % des items ; ce déficit pouvant atteindre 29 %, alors que lorsque les résultats filles sont meilleurs (15 % des items) la différence (F - G) peut atteindre 20 %. Lorsque les différences sont significatives, les items concernés sont dans tous les domaines, et pas spécialement en géométrie.

L'enseignement mathématique dans notre société actuelle est très sexiste. Les recherches des psychosociologues confirment que "la situation des filles en classe n'est pas toujours facile, elles ont des difficultés à se faire accepter à l'intérieur d'un milieu composé presque exclusivement de garçons, et, des enseignant(e)s ont aussi tendance à les ignorer dans les cours, à ne pas leur adresser la parole et à ne pas s'intéresser au travail qu'elles fournissent en classe." (V. Aebischer).

J'ai eu l'occasion de participer récemment à un colloque de "Education et Devenir" dont le thème était : "les valeurs dans l'école" ; 350 participants (chef d'Etablissement, CPE, C.O. enseignants) décident, dans le contexte actuel, où la violence est de plus en plus présente dans les établissements, de réhabiliter l'école en s'appuyant sur diverses valeurs bafouées actuellement. Parmi les animateurs, des sociologues, philosophes, chercheurs CNRS, mais aussi ceux qui nous avaient aidés à croire à un renouveau en 1981, Louis Legrand et Antoine Prost. En conclusion, dans tous les groupes de travail, une valeur est apparue comme indispensable dans l'école : la laïcité.

Par essence, la mathématique est laïque et donc non sexiste. Si l'enseignement était conçu et organisé pour sauvegarder cette valeur peut-être que nos élèves seraient plus concernés par lui. Actuellement, EVAPM montre que l'enseignement mathématique, crée des inégalités qui vont en s'amplifiant d'année en année. De 1950 à 1967, j'ai enseigné dans des conditions semblables où l'instruction l'emportait sur l'éducation. Nous devions trouver toute une ingénierie pour faire passer les cas d'égalité des triangles, en 5^{e} ou les cas de similitude en 3^{e}. EVAPM donne l'impression que l'enseignement des transformations vit les mêmes difficultés. Un changement de programme serait certainement bénéfique. En 1968, tout nouveau programme devait être expérimenté dans des classes pendant deux ans avant d'être mis en vigueur. La vie a montré que le temps manquait et qu'il était plus facile de revenir aux méthodes antérieures où des "adultes-compétents" proposaient, puis imposaient, les programmes.

L'enseignement mathématique est sexiste et sélectionniste. Culpabiliser les enseignants serait un peu facile, car toute la société est responsable, et les enseignants ne sont que la partie visible de l'iceberg. Il n'y a pas actuellement de réelle volonté politique pour valoriser l'égalité des chances entre filles et garçons en mathématiques. Dans la pensée de beaucoup, les mathématiques c'est pour les garçons. A l'intérieur de la communauté mathématique, le thème de l'égalité des chances filles-garçons n'est pas en chantier. Pourtant, l'enseignant est tributaire d'un certain nombre d'outils créés par des mathématiciens (Manuels, films, diapos, vidéo, calculatrices, informatique...), qu'il faudrait analyser, critiquer en relation avec les items d'EVAPM, qui révèlent le déficit des filles. Chaque professeur est aussi commandité par des réunions inter IREM, interacadémiques, MAFPEN, IREM, dont les contenus mériteraient d'être étudiés par rapport au critère : sexe. Une information initiale et continue des enseignant(e)s à l'égalité des chances garçon/filles permettrait sûrement de diminuer les inégalités et de ne pas se confiner dans le conformisme — conformisme toujours renforcé par le pouvoir et les médias.

La communauté mathématique (Inspection — Générale, Régionale, Départementale —, CNP, GTD mathématique et formation des maîtres, IREM et Associations de spécialistes) va-t-elle enfin se décider à redonner à l'enseignement mathématique sa valeur laïque pour mettre en place une véritable égalité des chances garçons/filles dans cette discipline scientifique qui accompagne les études des élèves de la maternelle à l'Université ?

Quand l'APMEP se décidera-t-elle à sortir du consensus mou pour ce paramètre sexe pour devenir un groupe de pression valorisant l'égalité des chances, fille-garçon dans l'enseignement mathématique ? Les EVAPM seraient un très bon outil de travail. ❏

Bibliographie : Orientation scolaire et professionnelle - revue sept. 91 Vol. 20 n° 3 INETOP 41 Cours Gay Lussac - Paris V.
Le sexe des Sciences, le femmes en plus - revue Autrement n° 6 octobre 1992 - 4 rue d'Enghien - Paris X.