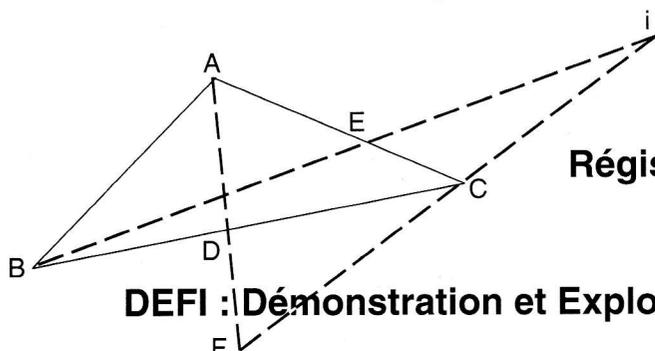


# DEFI

## Un logiciel de démonstration en géométrie

Régis Gras et Christian Boulard, (IRMAR)  
IREM de Rennes



**DEFI : Démonstration et Exploration de la Figure Interactives**

La version actuelle de ce logiciel, écrite en Pascal pour Macintosh par Italo Giorgiutti, est le résultat de refontes successives depuis 8 ans au sein de l'équipe de didactique de l'IRMAR. Les mathématiques sur lesquelles il porte sont celles qui sont enseignées dans les classes françaises d'élèves de 12 à 15 ans. Dans ces classes, l'enseignement de la géométrie conduit à de sérieux problèmes didactiques et, quelquefois, à des obstacles rédhibitoires pour la suite de la formation mathématique de ces élèves. En effet, ces derniers rencontrent généralement pour la première fois des problèmes avec démonstration à pas multiples, passant d'une géométrie des figures, géométrie physique, à une géométrie de la raison : la découverte de la solution, le sens et la pratique canonique de la preuve sont à l'origine de ces obstacles. C'est cette prise de conscience qui agit en moteur de notre tâche didactique et sa transposition informatique. Nous faisons l'hypothèse, validée par la suite, que des élèves en difficulté ou commençants, ayant la possibilité de travailler à leur rythme, en interaction avec un interlocuteur à grande capacité mnémonique, obstiné, patient mais rigoureux, exprimeront peu à peu leur rationalité comme l'exigent les règles de la géométrie euclidienne. Nous conjecturons également que l'exploration guidée d'une figure géométrique leur fera prendre conscience de la structure du problème, que l'expression d'un contrat

personnalisera la structure de la solution et leur permettra de distinguer ce qui est constaté de ce qui est rationnellement établi.

### 1- Description sommaire

Deux modules principaux constituent l'architecture du logiciel :

- le module «Exploration de la figure»,
- le module «Démonstration».

Un troisième module est en cours d'expérimentation Il doit permettre la traduction graphique des données, sous contrôle de conformité de la traduction avec le texte et avec les règles de la géométrie euclidienne, ainsi qu'une animation des éléments géométriques dès que l'utilisateur lève des contraintes particulières du problème.

Ces modules peuvent se dérouler en parallèle, en s'informant mutuellement, mais peuvent être interrompus pour obtenir des informations et, en particulier, pour consulter un module «Bilan». D'où son nom : «Démonstration et Exploration de la Figure Interactives» (D.E.F.I.). Voici un exemple de problème proposé par D.E.F.I.:

*On considère un triangle **ABC** et on désigne par **D** et **E** les milieux de **[BC]** et **[AC]**, par **F** et **i** les symétriques de **A** par rapport à **D** et de **B** par rapport à **E**. Démontrer que **C** est le milieu de **[Fi]**.*

#### 1-1- Module «Exploration de la figure»

Il a une fonction heuristique et, pour cela, se présente comme une suite de

dialogues de 3 types:

- «sais-tu démontrer telle propriété...?»»,
- «existe-t-il dans les données un objet possédant telle propriété...?»»,
- «désigne par son nom cet objet...»».

Les déclarations sont enregistrées dans un fichier «Bilan» qui se constitue comme un véritable contrat entre l'élève et l'ordinateur et qui est consultable à tout moment par l'élève.

#### 1-2- Module «Démonstration»

Il contraint l'élève à procéder, sans indulgence de rigueur, par pas de démonstration successifs. Ici aussi, une suite de dialogues s'engage entre l'élève et l'ordinateur :

- «quelle propriété veux-tu démontrer...?»», «spécifie-la..»»,
- «sur quelle définition, sur quel théorème t'appuies-tu...?»» (un fichier informatisé est disponible),
- «quelles données en permettent l'emploi...?»».

Tout pas de démonstration acquis s'inscrit dans le bilan et est capitalisé comme donnée complémentaire. Si l'élève transgresse la rigueur, il reçoit un message spécifiant le type d'erreur faite. S'il est bloqué dans le développement de la preuve, il peut revenir au module «Exploration de la figure».

## **2- Expérimentations de D.E.F.I.**

Elles se déroulent depuis plusieurs années et ont donné lieu à une thèse d'Université de Rennes (S.Ag Almouloud 1992). Une autre thèse en cours doit prolonger ce travail et devrait déboucher l'année prochaine sur une soutenance de thèse.

Les premières expérimentations prouvent, non seulement l'intérêt du logiciel pour l'élève, mais également son efficacité didactique: recherche de solution facilitée sans blocage, compréhension du sens de la démonstration, respect des règles de fonctionnement de la preuve mathématique (par exemple, plus de confusion entre hypothèse et conclusion,...). Cette efficacité, évaluée dans la durée, montre l'accès à un certain équilibre cognitif des élèves.

Mais, en outre, par l'analyse des bilans enregistrés et des travaux écrits, les expérimentations conduisent à la mise en évidence d'une typologie de comportements, stable et fermée pour le type de situations-problèmes proposées et pour l'environnement informatique donné. Citons, par exemple, le comportement: «*conclusion intermédiaire non démontrée utilisée comme hypothèse dans l'inférence hypothèse-théorème-conclusion*». Une vingtaine de tels comportements sont donc répertoriés et permettent une action directe et automatique sur l'élève. Cependant, voulant agir sur les raisons profondes en amont des comportements, comme le sont les représentations ou les conceptions, nous poussons plus loin le degré d'analyse.

## **3- Du comportement à l'épistémique**

En pratiquant sur ces comportements, au sein des problèmes qui les font émerger, des analyses de données multidimensionnelles, nous conférons à la typologie comportementale précédente une structure, certes sous-jacente, mais inapparente à l'examen statistique classique. Rappelons, à ce sujet, le développement d'une nouvelle méthode qui nous est propre, l'analyse implicative statistique, créée spécialement pour donner un sens quantifiable à des inférences du type: «si l'on observe tel comportement **a**, alors on observe aussi tel comportement **b**». C'est une telle méthode, conjugée avec des méthodes basées sur la similarité, qui a permis de mettre en évidence la structure en quatre familles disjointes de comportements, définissant elles-mêmes quatre modèles épistémiques plausibles:

- modèle correct,
- modèle avec centration sur la conclusion,
- modèle avec centration sur les hypothèses,
- modèle sans fondement logique.

Nous observons ci-après le graphe représentatif de la structure mise en évidence.

Le modèle «**centration sur la conclusion**» se caractérise par l'emploi de procédures où sont prégnants les buts ou les sous-buts à atteindre, mais en négligeant le sens et le rôle des hypothèses. Ce modèle met en jeu le rôle générateur du théorème et le rôle dérivé de la conclusion.

Le modèle «**centration sur les hypothèses**» est marqué par le rôle localement producteur des hypothèses du fait de la possibilité qu'elles don-

nent de paraphraser et de se livrer à un simulacre d'argumentation.

Les recherches qui suivent vont, nous l'espérons, affiner ces conceptions et tenter d'identifier, en temps réel, celle privilégiée sous laquelle fonctionne l'élève. Cette reconnaissance donnerait ainsi une voie d'action médiatrice très utile pour le maître et complémentaire de son propre diagnostic.

