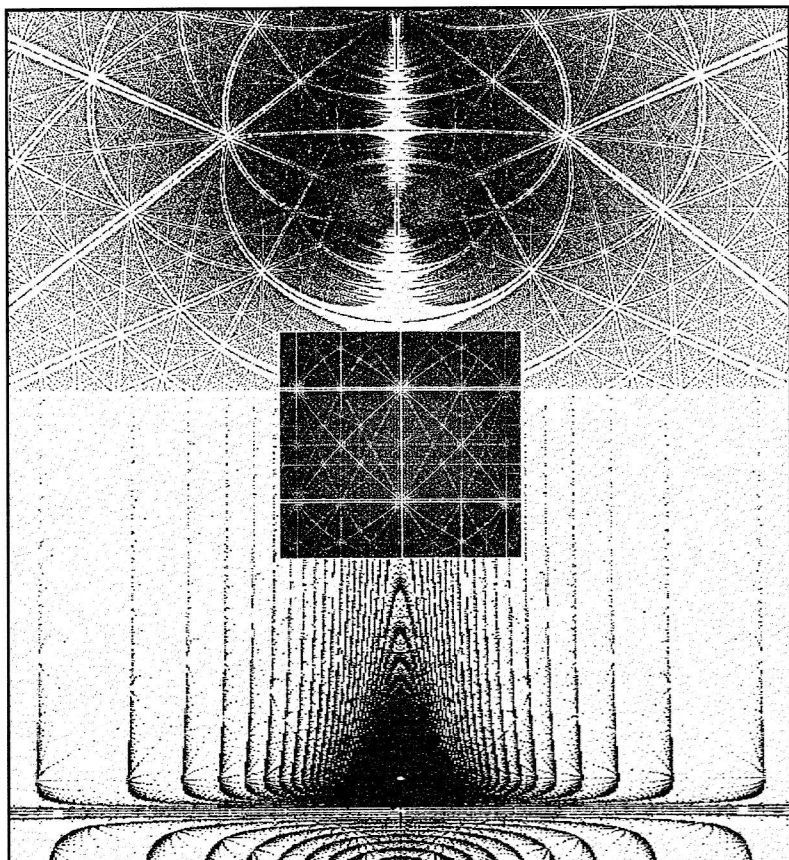


Les Chryzodes

Une découverte en image du nombre
et de ses résonances, harmonies, harmoniques, ...

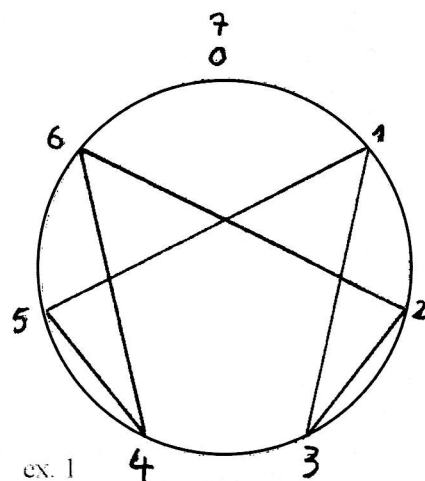
Corinne ROUILLER, Pierre GERMAIN, Jean-Paul SONNTAG.



nombre. (N.B. Les chryzodes ne sont pas des fractales).

Chryzodes en lignes

Comme exemple, étudions la multiplication par trois au moyen de la progression des triples soit : 1, 3, 9, 27, 81, etc...



ex. 1

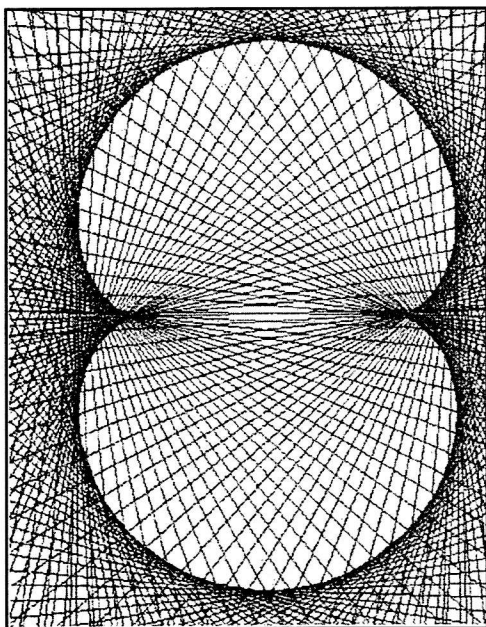
et dessinons celle-ci en nous aidant d'une circonférence où nous définissons $N = 7$ points équidistants numérotés de 1 à N . Il suffit alors de relier simplement par des droites, les points sur la circonférence selon l'ordre correspondant à la valeur des termes de la suite.

Evidemment la progression des triples théoriquement infinie, sera ici limitée par le nombre des éléments de N . Aussi, chaque fois que la valeur d'un terme de la suite est supérieure à la valeur de N , nous retranchons autant de fois que nécessaire la valeur de N à celle du terme de la suite. De la même façon nous comptons les heures où la 26^e heure équivaut à 2 heures. Autrement dit les termes sont congrus au nombre N . De cette façon, la progression : 1, 3, 9, 27, 81, 183, etc... se transforme en une suite périodique de 6 termes : 1, 3, 2, 6, 4, 5, 1, 3, 2, 6, etc... ($9=9$, $9-7=2$). Sur le cercle, du point 1 nous traçons donc une droite qui va au point 3, puis une autre qui

L'union de l'arithmétique avec le cercle, la ligne et le point offre à tous un instrument étonnant, tant par sa simplicité que par la foison de découvertes qu'il permet. Une des innovations vient de l'utilisation d'un cercle gradué dans lequel nous inscrivons les suites de nombres obtenues par des opérations arithmétiques du type addition, multiplication, division, etc.

Au vu de l'exceptionnelle fécondité du processus ces graphes ont été baptisés du nom de : "Chryzode" (de chryzos et zoïde : écriture en or sur un cercle).

Les résultats sont surprenants. Là où auparavant vous ne voyiez que calcul et chiffres, les Chryzodes vous montrent qu'il existe une science des formes et nous enseignent les structures, les résonances, les harmonies, les harmoniques de ces êtres trop souvent méconnus que sont les



ex. 2

va de 3 à 2, puis de 2 à 6, etc... comme dans l'ex. 1.

En utilisant un nombre plus grand d'éléments sur le cercle, nous obtiendrons une meilleure définition graphique (voir ex. 2, ci-contre : multiplication par 3 dans un chryzode de 211 points sur la circonférence).

Nous y observons que les droites sont tangentes à une courbe en forme de huit appelée néphroïde.

Chryzodes en points d'intersection

D'une certaine façon, les chryzodes en lignes sont semblables à un échafaudage analytique. En effet, grâce aux moyens de calcul permis par l'informatique, nous faisons d'autres découvertes en ne faisant apparaître que les points d'intersection des droites. Ainsi dans l'exemple 3, nous avons dessiné les points d'intersection des lignes issues de la suite des triples représentée dans le nombre 2701. Les fines structures émergeant des chryzodes, nous les découvrons aussi en physique dans de nombreux phénomènes de résonance, particulièrement dans les réfractions lumineuses produites par un miroir circulaire vibrant. Nous proposons de nommer "Chryzode simple" le graphe issu des points d'intersection d'un chryzode en lignes et éventuellement : "Chryzode d'harmonie" lorsque nous y représentons une multiplication.

ex. 3

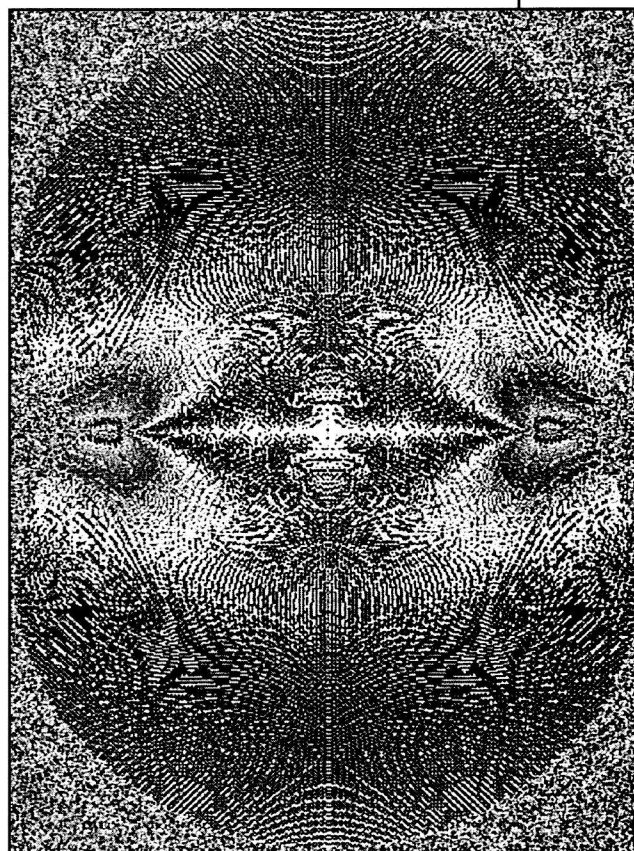
Le voyage dans les formes

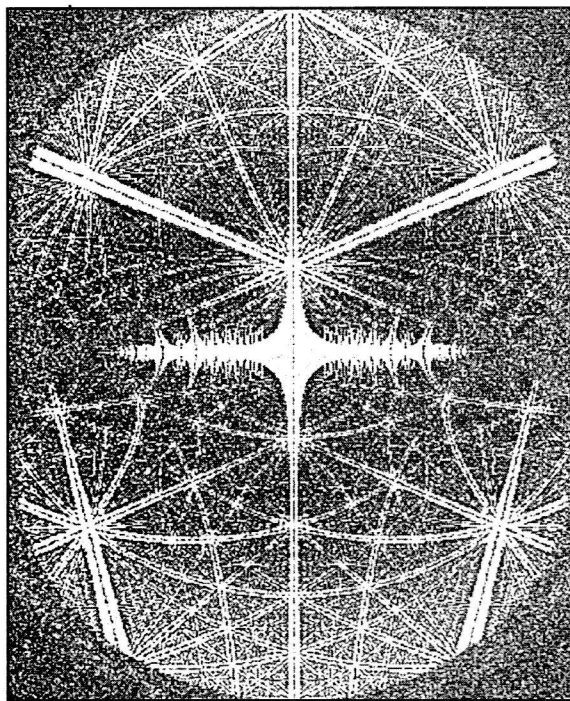
En continuant nos investigations nous remarquons que les détails des chryzodes issus de l'harmonie des triples, dépendent de la valeur des nombres dans lesquels celle-ci est exprimée. Par exemple, en superposant les divers chryzodes des multiplications par trois dans des nombres multiples de 7, soit : 7, 14, 21, etc... nous obtenons l'exemple 4 ci-contre. Le nombre de faisceaux simulant une impression de vitesse est proportionnel à l'intervalle entre chaque nombre, et nous pourrions dire pour cet exemple, que nous y parcourons les harmonies de 3 à la vitesse 7. Nous proposons de nommer "Polychryzode", cette combinaison sur un même anneau de chryzodes simples mais de nombres différents.

Comme il nous est loisible d'agrandir autant que l'on veut les polychryzodes, nous pouvons y réaliser de véritables petits voyages d'exploration à travers une imbrication de "lèvres" et de "faisceaux harmoniques".

Ex. 5 : Agrandissement d'une portion de l'exemple précédent.

A vitesse lente, c'est-à-dire avec un



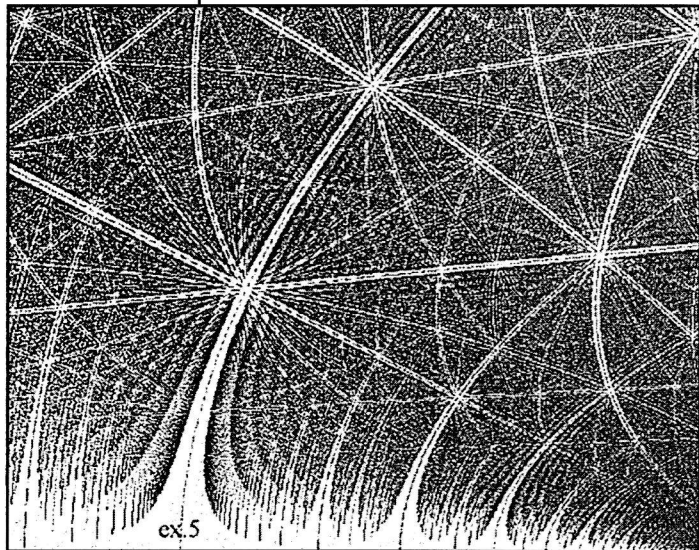


ex. 4

petit intervalle entre chaque nombre, les faisceaux harmoniques disparaissent, et laissent place à un enchevêtrement de moirages, courbes, cols, nœuds, foyers. Ex. 6 ci-dessous : Polychryzode issu des harmonies de 3 dans les nombres de 4000, à 4003, pour la partie à gauche et jusqu'à 4007 pour la droite.

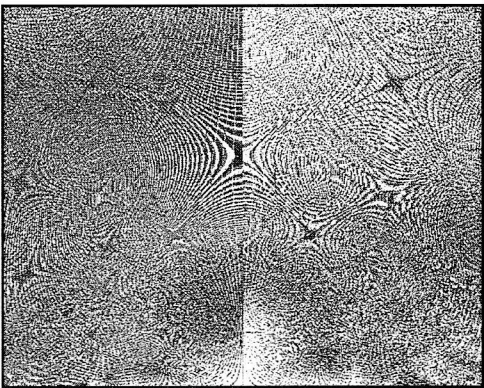
Perspectives :

Retenons donc, les chryzodes permettent d'explorer toutes les fonctions opérant sur les nombres réels. Que ce soient les décimales d'une fraction ou une équation compliquée, cette forme de représentation met toujours en relief des propriétés que cache l'abrupte austérité d'un forma-



ex. 5

lisme intégral-différentiel. C'est une nouvelle façon de représenter certains objets mathématiques, de visualiser des abstractions logiques, de générer des formes esthétiques. Il y a là un domaine de recherche, d'exploration, de création de formes, en quelque sorte, une porte ouverte vers un univers presque inexploré, celui du qualificatif.



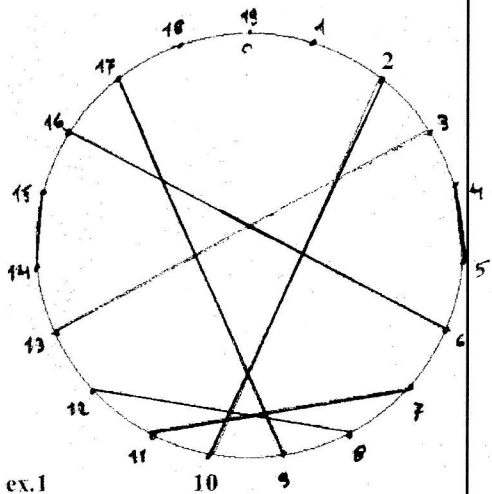
ex. 6

**Extraits de la brochure
"Les Chryzodes,
Introduction Générale"**

Les Couples d'inverses :

Parcourant verticalement et horizontalement la table des multiples congrus à un nombre, les chryzodes simples relatent une cinématique de chryzodes d'harmonies épi et hypo-cycloïdiques. Ceux-ci oscillent entre l'interne et l'externe selon des processus d'expansion-implosion générés par l'inversion des dites harmonies.

A un niveau supérieur de représentation, au lieu de dessiner toute la transformation signifiée par un chryzode d'harmonie, nous pouvons illustrer celle-ci par une



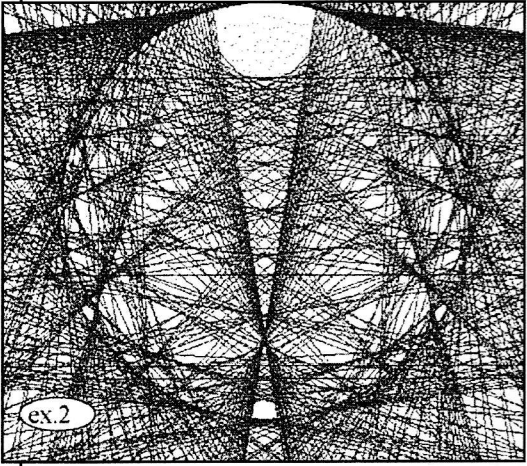
ex. 1

simple ligne reliant le terme verse à son terme inverse sur un nouveau chryzode. Ainsi pour la transformation des multiples de 2 en multiples de 10 dans le nombre 19, nous dessinons une simple ligne reliant le point 2 au point 10 sur une circonférence partagée en points équidistants, ex. 1 ci-contre.

A ce stade, il est avantageux d'y représenter aussi les autres couples de transformation verse-inverse du nombre 19. Une façon simple de les obtenir est de calculer les puissances N-2 du nombre, soit dans le cas du nombre 19 les puissances dix-septième de 1, 2, 3, etc... :

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18,	
↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓	⇐ couples verse↔inverse
1, 10, 13, 5, 4, 16, 11, 12, 17, 2, 7, 8, 3, 15, 14, 8, 9, 18	⇐ puissance 17 (N-2)

Soit les couples :
 $2 \Leftrightarrow 10, 3 \Leftrightarrow 13, 4 \Leftrightarrow 5, 6 \Leftrightarrow 16,$
 $7 \Leftrightarrow 11, 8 \Leftrightarrow 12, 9 \Leftrightarrow 17, 14 \Leftrightarrow 15,$ (voir ex. 1) que nous représentons au moyen de vecteurs dans le chryzode en ligne des couples d'inverse.



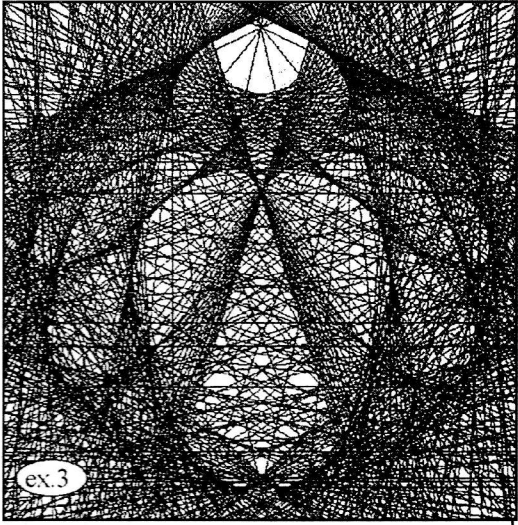
Ce chryzode des couples d'inverses (ex. 1) est comparable à une "carte d'identité" résumant les potentialités géométriques du chryzode de 19 éléments. De fait, une étude exhaustive de l'organisation dans les nombreux types de chryzodes fait apparaître le "chryzode-identité" à tous les niveaux de leur exploitation, et il apparaît que cette carte d'identité est unique pour chaque nombre.

Plus intéressant encore, en construisant le polychryzode des couples d'inverse, c'est-à-dire en superposant dans un même cercle les chryzodes identités des nombres de 3 à 50, voir l'exemple 2, nous découvrons alors une forme ressemblant quelque peu à une espèce de coquille. Dans l'approche instruite par les

chryzodes, cette topologie apparaît être comme un phare fondamental, un archétype, un pivot central, une sorte de clef pour un accès à de multiples autres formes.

Par exemple si nous y multiplions par sept le deuxième terme de chaque couple verse-inverse nous découvrons l'exemple 3, où certains discerneraient comme une espèce de faciès frontal encadré par d'autres vus de profil.

Construction de l'exemple 3 : soit le couple $2 \wedge 10$ dans le nombre 19 ; nous multiplions par 7 le deuxième terme :



$10 \times 7 = 70 \equiv 70 - (3 \times 19) \equiv 13$. Nous traçons une ligne de 2 à 13. etc...

La table de multiplication -1

Nous venons de voir que pour un nombre considéré (un module), une suite de multiplications récursives se transformait en une suite de multiplications inverses. Les représentations de ces transformations dans un référentiel circulaire mettent en relief des chryzodes d'harmonies, des chryzodes-quotients, les chryzodes-identités, etc...

Conscient de l'importance de cette transformation (à toute forme, n'observe-t-on pas une fin inverse de l'origine), il est tentant de répertorier sur un schéma ordonné les diverses variables de ces trans-

formation. Par exemple, en notant dans une grille, sur l'axe horizontal les harmonies origines 'A', sur l'axe vertical les harmonies inverses 'B', et à l'intersection de leurs lignes et colonnes respectives, le nombre 'N' permettant la transformation de 'A' en 'B'.

Très rapidement nous remarquons que la formule qui prévaut aux transformations verse-inverse est très simple. En effet, pour connaître dans quel nombre une suite multiplicative 'A' se transforme en une autre multiplication 'B' il suffit de faire le produit de 'A' par 'B' et d'y soustraire une unité.

Exemple : pour connaître le nombre de référence dans lequel les multiplications par 2 se transforment en multiplications par 10, il suffit de multiplier 2 par 10 puis de soustraire 1. Nous obtenons le nombre 19. Ainsi nous dressons le tableau des transformations vers-inverse ci-dessous. Comme il est symétrique par rapport à sa diagonale, nous en représentons la moitié seulement.

En étudiant cette table de multiplication -1, nous découvrons de curieuses coïncidences notamment le fait que des axes verticaux, horizontaux et diagonaux surgissent dont la propriété est de générer pour chacun d'eux un type particulier de polychryzode d'harmonie.

— Pour les axes horizontaux : des polychryzodes d'harmonies avec des pics d'inflexions internes.

— Pour les axes diagonaux : nous découvrons des lignées de nombres composés pour lesquels les sous-multiples transformant A en B produisent des polychryzodes munis de pics d'inflexions externes.

— Quant à la diagonale centrale, outre le fait qu'elle donne naissance à un autre type de polychryzode d'harmonie, nous remarquons que ses suites multiplicatives coïncident avec la progression de Fibonicelli : $c = a + b$, soit par exemple pour le couple d'inverse $4 \leftrightarrow 3$ du nombre 11, la période : 1, 4, 5, 9, 3, 1, ... ($5 = 4 + 1$, $9 = 5 + 4$, etc...). Nous rencontrons cette sorte de progression dans de nombreux phénomènes de développements naturels comme dans la prolifération des lapins, la croissance des plantes, les proportions du corps, etc...

Résumer la foison de découvertes et de renseignements que le tableau des transformations apporte à la compréhension des chryzodes prendrait de nombreuses pages. Concluons en reconnaissant dans les chryzodes un domaine particulier de géométrie de l'abstraction où un niveau de représentation transcende l'autre dans le sens de l'auto-observation du système par lui-même. □

Table de Multiplication -1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2		5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25
3			11	14	17	20	23	26	29	32	35	38
4				19	23	27	31	35	39	43	47	51
5					29	34	39	44	49	54	59	64
6						41	47	53	59	65	71	77
7							55	62	69	76	83	90
8								71	79	87	95	103
9									89	98	107	116

